А. БЕРЛІНЕР

КУРС ФІЗІКІ

1 частка

МЕХАНІКА
ЦЯПЛЫНЯ

1934

ІКЛП БССР
ДЗЯРЖАЎНАЕ НАВУКОВА-ТЭХНІЧНАЕ ВЫДАВЕЦТВА

А. БЕРЛІНЕР

КУРС ФІЗІКІ

Ў ЭЛЕМЕНТАРНЫМ ВЫКЛАДАННІ

ЧАСТКА ПЕРШАЯ

МЕХАНІКА. ЦЯПЛЫНЯ

ПЕРАКЛАД З ДРУГОГА РУСКАГА ВЫДАННЯ
ПАД РЭДАКЦЫЯЙ І З ПРАДМОВАЙ
П. Н. БЕЛІКАВА і Г. С. ЛАНДСБЕРГА

ДЗЯРЖАЎНАЕ НАВУКОВА-ТЭХНІЧНАЕ ВЫДАВЕЦТВА БССР
МЕНСК — 1934

ARNOLD BERLINER

LEHRBUCH DER PHYSIK

IN ELEMENTARER DARSTELLUNG

Vierte Auflage

VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN 1928.

Заказ № 3. 3.000 экз. Уп. Галоўлітбела № Т 22.

Друкарня імя Сталіна.

ПРАДМОВА ДА РУСКАГА ВЫДАННЯ.

Вучэбнік фізікі А. Берлінера, які выпускаецца ў рускім перакладзе, карыстаецца значнай папулярнасцю за граніцай, асабліва ў Германіі, дзе ён ужо вытрымаў чатыры выданні. Ён бясспрэчна мае рад дадатных бакоў, якія тлумачаць гэты поспех і навялі нас на думку перакласці яго.

Паводле выбару матэрыялу ён прыкметна адступае ад існуючых „устанавіўшыхся" вучэбнікаў, спыняючыся на радзе пытанняў з паўнатой, якая звычайна не сустракаецца ў вучэбніках. Гэта датычыць як самых апошніх заваёў фізічнай навукі, так і некаторых „класічных праблем", як, напрыклад, гідрамеханіка і геаметрычная оптыка. Цытаты з арыгінальных работ, якія нярэдка сустракаюцца, мова кнігі, якая месцамі напамінае жывую мову, таксама надаюць ёй сваеасаблівы характар, што часам затрудняла яе пераклад.

Аднак побач з указанымі дадатнымі бакамі арыгінал кнігі мае і значныя недахопы, а іменна: некаторую несістэматычнасць і няроўнасць выкладання зместу, у звязку з чым іншы раз больш падрабязна апісваюцца простыя пытанні, у той час, як больш трудныя недастаткова растлумачаны. У рускай пераапрацоўцы мы імкнуліся выправіць гэтыя недахопы шляхам скарачэнняў і дабаўленняў тэксту. Несумненна, што гэта ўдалося не ўсюды, і ў кнізе знойдзецца не мала месц, якія заслугоўваюць указанага папроку. Нам здаецца, аднак, што, не зважаючы на гэта, выпускаемая кніга зможа да пэўнай ступені задаволіць тую патрэбу, у параўнальна невялікім паводле аб'ёма і ўсё-ж сучасным вучэбніку фізікі, якая ёсць на кніжным рынку. Не будучы дакладна прыстасаванай да праграм нашых навучальных устаноў, яна зможа, спадзяемся, служыць дапаможнікам і нават падручнікам у цэлым радзе тэхнічных і педагагічных ВНУ, а некаторымі сваімі аддзеламі задаволіць і патрэбу фізіка-механічных факультэтаў, дапаўняючы і часткова замяняючы існуючыя вучэбнікі.

П. Белікаў. Г. Ландсберг.

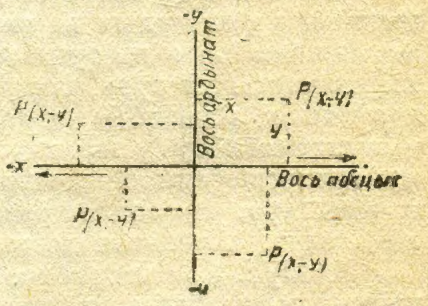
Масква, лістапад 1931 г.

ВУЧЭННЕ АБ РУХУ І СІЛАХ (МЕХАНІКА).

А. СВАБОДНЫ РУХ.

Што такое рух? Палажэнне матэрыяльнага пункту ў прасторы. Рух ёсць такі працэс, пры якім рухоўнае цела змяняе сваё палажэнне адносна акружаючых яго прадметаў. Каб спрасціць усе далейшыя разважанні, мы будзем спачатку дапускаць, што ў прасторы ёсць толькі а д н о рухоўнае цела і што размеры гэтага цела настолькі малыя, што яго можна лічыць за п у н к т. Цела знікальна малых размераў мы будзем называць м а т э р ы я л ь н ы м п у н к т а м. Каб можна было гаварыць аб з м е н е палажэння матэрыяльнага пункту адносна таго, што яго акружае, трэба спачатку ўстанавіць, чым і як можна вызначыць палажэнне пункту, а таксама якім чынам мы можам адрозніць адно палажэнне пункту ад другога.

Палажэнне пункту адносна асяроддзя, якое яго акружае, можа быць адназначна вызначана толькі тады, калі мы маем для гэтага некаторую с і с т э м у а д л і к у, г. зн. калі мы маем якія-небудзь пункты, лініі або паверхні, якія можна лічыць нерухомымі і адносна якіх мы можам вызначыць палажэнне перамяшчальнага пункту. Так, напрыклад, каб вызначыць палажэнне якога-небудзь пункту на земным шары, мы павінны ўказаць, ці ляжыць ён на поўнач або на поўдзень ад экватара, на ўсход або на захад ад якога-небудзь пэўнага мерыдыяна, вышэй або ніжэй узроўня мора. У гэтым выпадку сістэмай адліку служаць экватар, выбраны мерыдыян і паверхня мора. Такога „адноснага" вызначэння ўказаных даных зусім дастаткова, бо, хоць сама зямля таксама рухаецца, але і ўсё, што знаходзіцца на ёй, перамяшчаецца ў прасторы разам з ёй, і таму адлегласць якога-небудзь пункту ад экватара, выбранага мерыдыяна і ад узроўня мора застаецца нязменнай.

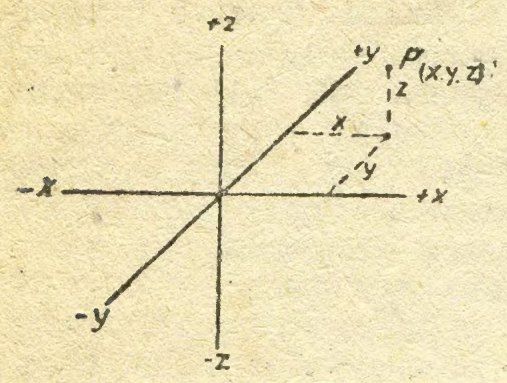


Рыс. 1. Прамавугольная сістэма каардынат для вызначэння палажэння пункту на плоскасці каардынатных восяй.

У матэматыцы і фізіцы для вызначэння палажэння пункту карыстаюцца сістэмамі ліній і паверхней, якія называюцца „сістэмамі каардынат". Каб вызначыць палажэнне пункту на плоскасці, напрыклад на старонцы гэтай кнігі, праводзяць дзве ўзаемна перпендыкулярныя прамыя *ХХ* і *УУ*, якія ўтвараюць прамавугольную сістэму каардынат. Гэта толькі адзін з многіх спосабаў вызначэння палажэння пункту на плоскасці. Прамыя *ХХ* і *УУ* (рыс. 1) называюцца в о с я м і каардынат, а пункт іх перасячэння п а ч а т к а м каардынат. Адлегласці пункту *Р* ад восей (узятыя

са знакам + або —, у залежнасці ад палажэння пункту адносна восей) называюцца яе **каардынатамі** (абсцыса і ардыната). Палажэнне пункту *P* мы вызначаем тым, што ўказваем, наколькі вышэй або ніжэй восі *XX*, наколькі правей або лявей восі *УУ* ляжыць гэты пункт. Для гэтага мы павінны **вымерыць** адлегласць пункту *P* ад восей.

Вымярэнне даўжынь. Адзінка даўжыні. Вымярэнне ёсць параўнанне якой-небудзь велічыні з аднароднай ёй велічынёй, прынятай за адзінку. За асноўную адзінку даўжыні прамалінейнага адрэзка прыняты метр (*м*). Эталонны метр ёсць адлегласць (пры тэмпературы таяння лёду) паміж двума рысамі, нанесенымі на стрыжань з іридыевай платыны, які захоўваецца ў Міжнародным бюро мер і вагаў у Парыжы. Гэта адлегласць роўна прыблізна $^1/_{10000000}$ чвэрці земнага мерыдыяна[1]. Пры **фізічных** вымярэннях за адзінку даўжыні прымаецца сотая доля метра—сантыметр (*см*). Такім чынам метр—гэта копія з адвольна ўстаноўленай асноўнай адзінкі даўжыні—эталоннага метра.

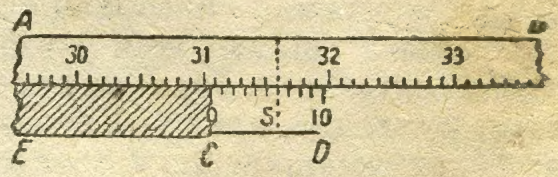


Рыс. 2. Прамавугольная сістэма каардынат для вызначэння палажэння пункту *P* у прасторы.

Даўжыня метра звязана з размерамі зямлі. Але ёсць іншая даўжыня, якая застаецца нязменнай, гэта—даўжыня светлавой хвалі. Было прапанавана (упяршыню Бабінэ, 1829 г.) прыняць у якасці эталона даўжыню светлавай хвалі якога-небудзь пэўнага колеру, напрыклад даўжыню хвалі якой-небудзь з фраунгаферавых ліній. Паводле **Майкельсона** (1895) даўжыня хвалі чырвонай лініі кадмія, роўная 643,85 *мк*[2], укладваецца ў метры 1553163,5 раза, а даўжыня хвалі сіняй лініі кадмія (480,0 *мк*) укладваецца ў метры 2083372,1 раза.

Для большай дакладнасці вымярэнняў трэба, каб ужываемыя маштабы былі магчыма менш чулыя да ваганняў тэмпературы і вільготнасці. Добрыя маштабы атрымліваюцца з наступных матэрыялаў (у парадку змяншэння іх цеплавой расшыральнасці): латунь, серабро, нейзільбер, сталь, шкло, нікелевая сталь (інвар). Для драўляных маштабаў прыгодны наступныя гатункі дрэў (у парадку ўзрастання іх прыгоднасці ў адносінах гіграскапічнасці): топаль, дуб, чырвонае дрэва, бук, сасна ліпа, клён. Арэхавае дрэва непрыгодна.

Ноніус. Самае дробнае дзяленне звычайных маштабаў—міліметр (*мм*—дзесятая доля сантыметра). Для дакладнага вымярэння долей міліметра маштабы забяспечваюцца ноніусамі (рыс. 3). Гэта невялікі дапаможны маштаб, які можа свабодна перасоўвацца ўздоўж міліметровага маштаба; самыя дробныя дзяленні ноніуса на некаторую долю меншыя за самыя дробныя дзяленні асноўнага маштаба.



Рыс. 3. Ноніус.

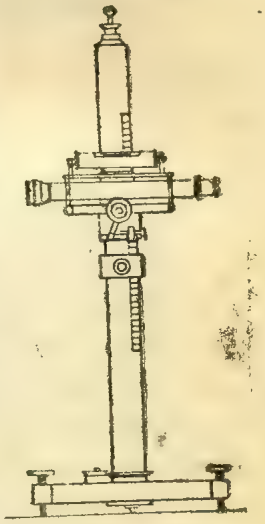
---

[1] У сапраўднасці эталонны метр у Міжнародным бюро мер і вагаў толькі прыблізна роўны той велічыні, якую ён павінен мець згодна азначэння: эталонны метр роўны не $1 \cdot 10^{-7}$ чвэрці земнага мерыдыяна, а $0{,}999914 \cdot 10^{-7}$ чвэрці земнага мерыдыяна; але для практычнага ўжывання гэта розніца не мае істотнага значэння, а для навуковых вымярэнняў важна мець толькі некаторую **пастаянную** адзінку даўжыні, прынятую за эталон.

[2] *мк* — мілімікрон; мілімікрон ёсць тысячная доля мікрона (μ). Мікрон ёсць тысячная доля міліметра, такім чынам 1 *мк* = 0,000 001 *мм*.

Каб вымерыць дзесятыя долі міліметра, ужываюць ноніус, дзесяць дзяленняў якога роўны 9 *мм*; тады кожнае дзяленне ноніуса на 0,1 *мм* карацейшае за дзяленне маштаба. Пры вымярэнні даўжыні якога-небудзь прадмета гэты прадмет прыкладваюць да маштаба так, каб адзін яго канец супаў з пачаткам маштаба. Дапусцім, што яго другі канец *С* папаў паміж двума міліметровымі дзяленнямі. Тады да гэтага канца *С* прысоўваюць ноніус так, каб пачатак ноніуса, г. зн. яго нулявое дзяленне супала-б з канцом *С*. На галоўным маштабе мы бачым, што даўжыня вымяраемага прадмета роўна цэламу ліку міліметраў (310 *мм*) і яшчэ некаторай невядомай долі міліметра. Колькі дзесятых долей міліметра змяшчаецца ў гэтай невядомай частцы? Глядзім, якая рыса ноніуса супадае з рысай маштаба. Калі, напрыклад, супадае 6-я рыса, то гэта значыць, што адлегласць паміж адлічаным дзяленнем маштаба і нулявым дзяленнем ноніуса роўна 0,6 *мм*. Сапраўды, таму што кожнае дзяленне ноніуса на 0,1 *мм* карацейшае за дзяленне маштаба, то відавочна 5-я рыса ноніуса адстаіць на 0,1 *мм* ад самай блізкай да яе рысы маштаба (з боку *С*), 4-я рыса ноніуса ляжыць на 0,2 *мм* управа ад самай блізкай да яе рысы маштаба, 3-я рыса ноніуса—на 0,3 *мм* і г. д.; нулявая рыса—пачатак ноніуса—адстаіць на 0,6 *мм* ад адлічанага на маштабе дзялення, г. зн. ад яго 310-й рысы.

Катэтометр. Кампаратар. Адзін з важнейшых прыбораў, якія ўжываюцца пры дакладных вымярэннях даўжыні—гэта катэтометр (рыс. 4). Пры дапамозе катэтометра вымяраюць розпасць вышынь двух пунктаў, або, іншымі словамі, вертыкальную адлегласць паміж двума плоскасцямі, на якіх ляжаць гэтыя пункты. Катэтометр складаецца з вертыкальна ўстаноўленага міліметровага маштаба з ноніусам, які перамяшчаецца па ім, і гарызантальнай падзорнай трубы, якая можа рухацца ўверх і ўніз уздоўж маштаба, прычым увесь маштаб можа вярцецца вакол вертыкальнай восі. Пры вымярэннях трэба звярнуць асаблівую ўвагу на дакладнасць устаноўкі: маштаб павінен быць устаноўлены строга вертыкальна, а труба—строга гарызантальна. Падзорную трубу настаўляюць спачатку на адзін пункт так, каб пункт перасячэння двух прамых, бачных у полі зроку трубы (крыж з двух нацягнутых павуцінных ніцей), якраз супадаў з гэтым пунктам. Пасля гэтага па маштабе адзначаюць, на якой вышыні (ад пачатку маштаба) знаходзіцца труба. Затым паварачваюць катэтометр (калі гэта патрэбна) навакол вертыкальнай восі і накіроўваюць падзорную трубу на другі пункт зусім таксама, г. зн. каб з ім зноў супаў пункт перасячэння ніцей, і зноў адлічваюць вышыню, на якой цяпер знаходзіцца труба. Розпасць двух знойдзеных вышынь і ёсць шуканая адлегласць. Катэтометр вынайшлі Дзюлон і Пці (1816), калі ім было патрэбна ў работах над вызначэннем цеплавога расшырэння іртуці вельмі дакладна вымерыць розпасць вышынь двух іртутных слупкоў. З таго часу ў канструкцыю катэтометра ўнесены шматлікія змены і ўдасканаленні.



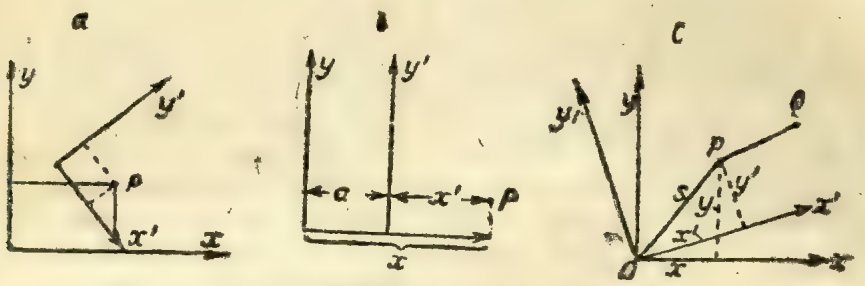
Рыс. 4. Катэтометр.

Каб праверыць, наколькі дакладна нанесены дзяленні на якім-небудзь маштабе, яго параўноўваюць з другім маштабам, які мы лічым правільным. Для гэтага і для аналагічных мэт служыць кампаратар. У істотных рысах—гэта вельмі дакладны маштаб, умацаваны гарызантальна. Да гэтага маштаба прыкладваецца маштаб, які трэба праверыць. Падобна да таго як на катэтометры дакладныя адлічэнні робяцца з дапамогай падзорнай трубы, якая перамяшчаецца паралельна самой сабе (вертыкальна), так на кампаратары для дакладных адлічэнняў ужываюцца два вертыкальна ўстаноўленыя мікраскопы, якія таксама могуць перамяшчацца паралельна самім сабе (г. зн. гарызантальна); гэтыя мікраскопы ўстаноўляюцца на канцы правяраемых адрэзкаў. Катэтометр і кампаратар з'яўляюцца найбольш важнымі прыборамі пры дакладных вымярэннях. Работа з імі патрабуе вялікай акуратнасці і навыку.

Ператварэнне каардынат. Ужыванне прамавугольнай сістэмы каардынат з'яўляецца толькі адным з спосабаў вызначэння палажэння пункту; мы пазнаёміліся з прамавугольнай сістэмай каардынат на плоскасці (рыс. 1), на рыс. 2 падана прамавугольная сістэма каардынат у прасторы; наогул кажучы, можна пабудаваць

колькі хочаш каардынатных сістэм, бо ўсякая сістэма каардынат— толькі сродак для вызначэння палажэння некаторага пункту адносна другога, і заўсёды можна выбіраць тую або іншую сістэму каардынат у залежнасці ад таго, якая з іх у даным выпадку больш зручная, больш мэтазгодная.

Пры замене адной сістэмы каардынат іншаю (або, як звычайна кажуць, пры пераходзе ад адной сістэмы да другой) каардынаты, якія вызначаюць палажэнне кожнага паасобнага пункту, змяняюцца. Каардынаты пункту P на рыс. 5 у сістэме xy (г. зн. яго адлегласць ад восей x і y) адрозніваюцца ад яго каардынат у сістэме $x'y'$. Зрабіць пераўтварэнне каардынат, г. зн. выразіць адны каардынаты праз іншыя, не трудна, калі вядома ўзаемнае размяшчэнне каардынатных сістэм. Калі вядома, на якой адлегласці знаходзіцца пачатак адной сістэмы ад пачатку другой і на



Рыс. 5. Пераўтварэнне каардынат.

які вугал павернута адна сістэма адносна другой, то можна атрымаць формулы пераўтварэння, г. зн. формулы, якія даюць выражэнне адных каардынат праз другія. Лёгка бачыць, што ў выпадку, паданым на рыс. 5b, $x' = x - a$ і $y' = y$: гэта і ёсць формулы пераўтварэння для данага выпадку. Разгледзім яшчэ дзве прамавугольныя сістэмы ў прасторы, іменна сістэмы (xyz) і $(x'y'z')$. Дапусцім, што пачатак сістэмы $x'y'z'$ у сістэме xyz мае каардынаты a, b, c, прычым a, b, c—дадатныя лікі. Тады формулы пераўтварэння будуць $x' = x - a$; $y' = y - b$; $z' = z - c$. У агульным выпадку, калі адна сістэма апрача таго яшчэ павернута ў адносінах да другой на некаторы вугал, то мы атрымаем аналагічныя формулы пераўтварэння, толькі некалькі больш складаныя.

Такім чынам мы бачым, што каардынаты пункту не прадстаўляюць чагосці нязменнага: яны выражаюць адлегласць ад восей данай сістэмы каардынат, і ў кожнай новай сістэме гэтыя адлегласці іншыя. Зусім інакш абстаіць справа з велічынямі, якія маюць самастойнае геаметрычнае значэнне: яны не залежаць ад выбару той або іншай сістэмы, або, як кажуць, яны інварыянтны ў адносінах да пераўтварэнняў каардынат. Так, напрыклад, адлегласць S пункту P ад агульнага пачатку двух сістэм, павернутых адна адносна адной на некаторы вугал (рыс. 5c), прадстаўляе сабою інварыянт. Сапраўды $S^2 = x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$, і гэта выражэнне справядліва для кожнай сістэмы каардынат, якая мае той-жа самы пачатак. Зусім таксама адлегласць паміж двума пунктамі P і Q застаецца нязменнай, як-бы мы ні перамяшчалі і як-бы ні паварачвалі сіс-

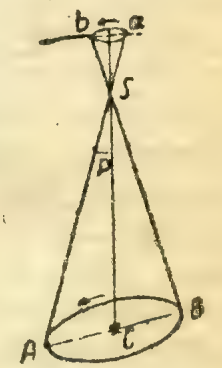
тэму каардынат. У гэтым лёгка пераканацца і непасрэдна геаметрычна і з алгебрычнага падліку. Такім чынам, інварыянты прадстаўляюць сабой геаметрычныя суадносіны, якія не залежаць ад выпадковага выбару той або іншай сістэмы каардынат.

Адноснасць руху. Такім чынам мы бачым, што калі даны сістэмы адліку і маштаб, то мы заўсёды можам указаць палажэнне пункту і апісаць змену яго палажэння. Гэта робіць магчымым матэматычнае вывучэнне руху, але палажэнне пункту, таксама як і яго рух, можа быць вызначана толькі адносна іншых пунктаў. Таму паняцце руху траціць сэнс, калі не ўказана адносна чаго змяняе сваё палажэнне прадмет, які рухаецца. Уявім сабе, што мы знаходзімся ў закрытай гандоле паветранага шара, не маючы магчымасці паглядзець узнадворак, без вымерных прыбораў, не адчуваючы ні ветру, ні якіх-бы там ні было штуршкоў. На падставе чаго мы маглі-б тады меркаваць—ці ўзнімаецца шар або апускаецца і наогул ці знаходзіцца ён у руху? Такім чынам можна казаць толькі аб „адносным руху“ або аб „адносным спакоі“ [1].

---

1 Паралакс і аберацыя. Калі мы будзем глядзець на некаторае цела так, што ззаду яго будзе відаць нейкі задні план, на які гэта цела праектуецца, і затым будзем перамяшчаць пункт, з якога мы глядзім на цела, то нам пакажацца, што разглядаемае цела перамяшчаецца ў бок, працілеглы руху нашага вока. Так, напрыклад, калі мы будзем трымаць палец проста перад носам і будзем глядзець на яго, папераменна закрываючы то адно, то другое вока, то кожны раз, як мы будзем закрываць адно і адкрываць другое вока, нам будзе здавацца, што палец перамясціўся на фоне другіх прадметаў (прычым, чым бліжэй палец да вачэй, тым перамяшчэнне большае). Гэта ўяўнае перамяшчэнне цела ў выніку перамены месца назіральніка называецца паралаксам.

Дапусцім цяпер, што замест аднаго перамяшчальнага назіральніка, на цела з двух розных месц глядзяць два нерухомых назіральнікі. Тады паралаксам будзе вугал паміж двума кірункамі, па якіх для кожнага з назіральнікаў гэта цела праектуецца на задні план. Інакш можна сказаць так: паралакс ёсць той вугал, пад якім з назіраемага цела відаць адлегласць паміж двума назіральнікамі. Паралакс месяца (адносна радыуса зямлі) роўны 57′, паралакс сонца—8,8″. Гэта значыць, што з месяца радыус зямлі павінен быць відным пад вуглом у 57′, а з сонца—пад вуглом у 8,8″. Тая адлегласць, на якой зорка мае паралакс, роўны 1″, называецца парсекам. Парсек роўны 206 265 радыусам земнай арбіты. Паралакс нерухомай зоркі ёсць той вугал, пад якім з зоркі павінен быць відным радыус земнай арбіты.



Рыс. 6. Да паралакса. Вугал *p*—паралакс *S*.

Таму што святло пашыраецца ўздоўж трубы, праз якую назіраюць зорку ў працягу некаторага часу, за які труба разам з зямлёй паспявае перамясціцца, то прыходзіцца трубу вадзіць не ў кірунку святіла, а пад некаторым вуглом да гэтага кірунку. Абумоўленае гэтым уяўнае перамяшчэнне зоркі называецца аберацыяй. Аберацыя залежыць ад велічыні і кірунку скорасці руху назіральніка па земнай арбіце і залежыць ад скорасці (Брадлей). Пры вызначэнні паралакса нерухомай зоркі астраном, застаючыся ў адным і тым-жа пункце земнай паверхні, робіць два назіранні палажэння зоркі з двух далёкіх адзін ад аднаго пунктаў земнай арбіты, незалежна ад скорасці руху зямлі па арбіце. Калі-ж ён назірае зорку *S* у часе свайго руху па земнай арбіце, то яму будзе здавацца (незалежна ад паралактычнага перамяшчэння), што святіла таксама апісвае на нябесным скляпенні сваю арбіту; гэта арбіта з'яўляецца праекцыяй зоркі на нябесную сферу, і ўяўнае перамяшчэнне зоркі адбываецца па ёй у тым-жа кірунку, у якім зямля рухаецца па сваёй арбіце. Гэта ўяўнае змяшчэнне называецца гадавой аберацыяй зоркі.

Далей мы ўбачым, што калі-б існавала цела, якое сапраўды было-б нерухомым у прасторы (знаходзілася-б у „абсалютным“ спакоі), то мы ўсё-ж не змаглі-б знайсці крытэрыю для таго, каб распазнаць стан абсалютнага спакою. Перш чым мы зможам зрабіць гэтае сцвярджэнне больш ясным і дакладным, трэба ўстанавіць некаторыя паняцці, якія датычаць да руху пункту, як то: кірунак руху, скорасць і г. д.). Таму мы вернемся да пытання аб немагчымасці выявіць абсалютны рух крыху пазней.

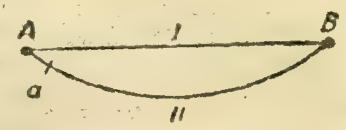
Для таго каб папярэдзіць адно магчымае пярэчанне, зробім яшчэ наступную заўвагу. Дагэтуль мы маўкліва дапускалі, што пры ўсіх ператварэннях каардынат, якія мы робім, самі сістэмы адна адносна адной знаходзіліся ў спакоі; звычайна мы маем справу з сістэмамі, якія перамяшчаюцца адна адносна другой. Сістэма каардынат, да якой мы адносім вывучаемы ў сценах лабараторыі рух і карыстаючыся якой мы прабуем устанавіць законы гэтага руху, заўсёды так ці інакш бывае звязанай з зямлёй. Значыць гэта сістэма каардынат будзе прымаць удзел разам з зямлёй у паступальным руху вакол сонца і разам з зямлёй будзе знаходзіцца ў вярчэнні. Ці будуць законы руху, знойдзеныя намі ў такой рухоўнай сістэме каардынат, мець самастойнае (незалежнае ад сістэмы) значэнне?—Адказ: „Так, мы можам лічыць, што ўсякая сістэма каардынат, неразрыўна звязаная з зямлёй, рухаецца роўнамерна і прамалінейна [1]), а законы механікі, аднесеныя да сістэмы каардынат, якая рухаецца роўнамерна і прамалінейна, тыя-ж самыя, што і ў сістэме, якая знаходзіцца ў стане спакою“. У самай справе, усе механічныя працэсы на зямлі адбываюцца зусім таксама, як калі-б яна была нерухомай. Паступальнага руху зямлі мы непасрэдна не можам заўважыць (вярчэння зямлі мы пакуль што не закранаем), і мы не заўважаем таксама ўплыву яе паступальнага руху на ўсе механічныя з'явы, якія адбываюцца на яе паверхні. Зямля ў гэтых адносінах зусім аналагічна цягніку або параходу, якія рухаюцца роўнамерна: у цягніку, які ідзе з пастаяннай скорасцю, усе механічныя працэсы працякаюць зусім таксама, як калі-б цягнік быў зусім нерухомым. Напрыклад цела падае ў вагоне ў час руху цягніка зусім таксама, як і ў нерухомым вагоне або на чыгуначнай станцыі. Мы можам сфармуляваць гэта палажэнне, карыстаючыся паняццем інварыянтнасці: разгледзім дзве сістэмы каардынат на роўніцы: $x\ y$ і $x'\ y'$, прычым сістэма $x'\ y'$ перамяшчаецца паралельна восі x з пастаяннай скорасцю, праходзячы ў секунду адлегласць, роўную v. Няхай $a = vt$. Паводле формул ператварэння $x' = x - vt$, $y' = y$. Зусім таксама для сістэмы каардынат у прасторы $x'\ y'\ z'$, пачатак якой рухаецца з хуткасцю v пара-

---

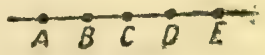
[1] З прычыны сутачнага вярчэння зямлі пункт земнага экватара апісвае ў працягу 30 мінут 1|48 акружыны, г. зн. 7,5°; з прычыны руху зямлі навакол сонца за той-жа час яна апісвае дугу, трошкі большую 1″. Абедзве гэтыя дугі з прычыны іх малых размераў можна замяніць хордамі. Сутачнае вярчэнне ёсць рух роўнамерны, рух зямлі па арбіце ў працягу 30 мінут таксама прыблізна роўнамерны. Мы можам таму на не занадта вялікай адлегласці лічыць абодвы рухі прамалінейнымі і роўнамернымі.

лельна восі x другой сістэмы $x\ y\ z$, мы атрымаем $x' = x - vt$, $y' = y$, $z' = z$ (гэта ператварэнне каардынат названа ператварэннем Галілея). Адзначаны факт, што законы механікі ў сістэмах каардынат, якія знаходзяцца ў стане спакою і прамалінейнага і роўнамернага руху, застаюцца аднолькавымі, мы можам фармуляваць так: законы механікі інварыянтны адносна ператварэння Галілея. Таму ў далейшым мы можам асабліва не клапаціцца аб тым, да якой іменна сістэмы каардынат мы адносім разглядаемы рух.

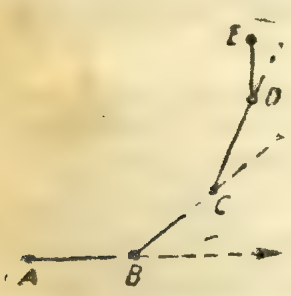
Кірунак руху. Няхай матэрыяльны пункт перамясціўся з палажэння A ў палажэнне B (рыс. 7). Шляхоў, па якіх ён мог перайсці з A у B незлічонае мноства, але па якім-бы шляху матэрыяльны пункт ні рухаўся, ён заўсёды, выходзячы з A, праходзіць праз некаторы пункт a, які ляжыць бесканечна блізка да выходнага пункту A. На кожным з шляхоў, па якім пункт можа перамяшчацца з A ў B (або, як кажуць, на кожнай з траекторый руху), мы можам адзначыць аналагічны пункт a, бесканечна блізкі да выходнага пункту руху. Пункты A і a адназначна вызначаюць прамую, па якой перамяшчаецца матэрыяльны пункт, праходзячы малую адлегласць Aa. З пункту a матэрыяльны пункт рухаецца да другога пункту b, бесканечна блізкага да пункту a, перамяшчаючыся па прамой, якая злучае a і b, і г. д. Карацей кажучы, можна лічыць, што ўся траекторыя руху, якой-бы формы яна ні была, складаецца з бесканечна малых прамалінейных адрэзкаў (элементаў шляху), прычым канец кожнага адрэзка супадае з пачаткам наступнага. Розніца паміж відамі траекторый, па якіх пункт можа праходзіць з аднаго палажэння ў другое, тлумачыцца рыс. 8 і 9. У першым выпадку (рыс. 8) кірунак кожнага элемента шляху супадае з кірункам папярэдняга яму элементарнага адрэзка; у другім выпадку (рыс. 9) кірунак кожнага элемента шляху іншы, чым кірунак папярэдняга; кірункі двух складзеных адрэзкаў утвараюць паміж сабою некаторы вугал, якім характарызуецца змена кірунку руху. На рыс. 9 гэтыя вуглы ўтвораны паказанымі суцэльнай рысай элементамі шляху і паказанымі пунктырам кірункамі руху ў папярэдніх элементарных адрэзках траекторыі. Прамалінейная траекторыя вызначае кірунак руху; калі пункт паслядоўна перамяшчаецца ўздоўж розных прамых адрэзкаў (па ламанай лініі), то кожны паасобны прамы адрэзак дае кірунак руху ў той момант, калі на ім знаходзіцца матэрыяльны пункт.



Рыс. 7. Прамалінейны і крывалінейны рух.



Рыс. 8. Рух без змены кірунку.



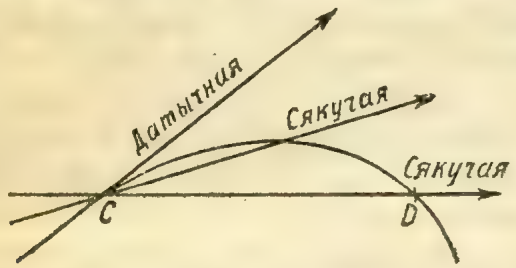
Рыс. 9. Рух з пераменай кірунку.

Што лічыць за кірунак руху матэрыяльнага пункту, які рухаецца па крывалінейнай траекторыі, калі ён праходзіць на-

прыклад праз пункт *C* крывой (рыс. 10)? Кірунак руху і ў гэтым выпадку вызначаецца прамой, якая праходзіць праз пункт *C* і бесканечна блізкі да яго пункт (у кірунку руху), г. зн. датычнай да крывой у пункце *C*.

Да ўяўлення аб датычнай як прамой, якая праходзіць праз два бесканечна блізкія пункты крывой, мы прыходзім так: правядзем праз два якія-небудзь пункты крывой *C* і *D* сякучую (рыс. 10) і будзем набліжаць пункт *D* па крывой да пункту *C*. Чым бліжэй мы прысунем *D* да *C*, тым больш дакладна кірунак сякучай прадстаўляе кірунак крывой у пункце *C*. Калі пункт *D* будзе знаходзіцца бесканечна блізка да пункту *C*, кірунак сякучай супадзе з кірункам крывой. Сякучая ў гэтым гранічным палажэнні, калі яна праходзіць праз два бесканечна блізкія пункты крывой, і называецца датычнай.

Такім чынам мы можам сказаць, што ў кожны паасобны момант часу матэрыяльны пункт рухаецца прамалінейна. Змяніць кірунак свайго прамалінейнага руху пункт можа, як у гэтым нас пераконвае дослед, толькі пад уплывам якой-небудзь прычыны, якая прымушае яго да гэтага. Але з прычыны таго, што мы для прастаты яшчэ ў самым пачатку нашых разважанняў дапусцілі, што ў прасторы існуе толькі адзін матэрыяльны пункт і апроч яго нічога няма, то не можа быць нічога такога, што магло-б зрабіць уплыў на рух гэтага пункту. Таму мы павінны лічыць, што ў тым выпадку, калі ў прасторы існуе толькі адзін матэрыяльны пункт і нічога больш, не можа існаваць і прычына, якая змяняе кірунак яго руху, і што гэты пункт павінен пераходзіць з аднаго палажэння ў другое па прамой.



Рыс. 10. Датычная, якая вызначае кірунак руху ў пункце *C* крывалінейнага шляху.

Адзінка часу. Роўнамерны і нероўнамерны рух. Не зважаючы на тое, што ў кожны паасобны момант часу мы разглядаем рух пункту як прамалінейны, мы павінны яшчэ звярнуць увагу на тую розніцу, якая можа быць пры руху пункту: напрыклад, пры сваім руху пункт можа праходзіць у роўныя прамежкі часу (якімі-б вялікімі ці малымі гэтыя прамежкі часу ні былі) аднолькавыя адлегласці, г. зн. рухацца роўнамерна, або-ж пункт можа праходзіць у роўныя прамежкі часу не аднолькавыя адлегласці, г. зн. рухацца нероўнамерна. Каб параўноўваць паміж сабой прамежкі часу, мы павінны ўмець іх вымерыць, г. зн. умець параўнаць з некаторым выбраным прамежкам часу, велічыню якога мы лічым нязменнай. У якасці такога прамежку часу ўзяты сонечныя суткі; з ім мы і параўноўваем кожны другі прамежак часу, які прайшоў паміж двума якімі-небудзь падзеямі. Сонечныя суткі—гэта час паміж двума паслядоўнымі прахаджэннямі сонца праз адзін і той-жа мерыдыян[1]. У працягу году

[1] Ад сонечных сутак трэба адрозніваць зоркавыя суткі—час паміж двума паслядоўнымі прахаджэннямі праз адзін і той-жа мерыдыян якой-небудзь зоркі.

даўжыня сутак мяняецца, бо зямля рухаецца па сваёй арбіце з неаднолькавай скорасцю. Таму ў якасці эталона для вымярэння прамежкаў часу мы выбіраем так званыя с я р э д н і я с о н е ч н ы я с у т к і. 1/86400 сярэдніх сонечных сутак называецца с е к у н д а й *(сек)*. Секунда служыць адзінкай для вымярэння часу пры ўсіх фізічных вымярэннях.

Матэрыяльны пункт, які перамяшчаецца за к о ж н у ю с е к у н д у (або за кожную аднолькавую долю секунды) на адну і тую-ж адлегласць, рухаецца р а ў н а м е р н а. Але калі гэты пункт рухаецца напрыклад так, што, перамяшчаючыся за кожную роўную секунду на 1 *см*, ён у першую чвэрць секунды праходзіць 1/16 *см*, у другую чверць 3/16 *см*, у трэцюю 5/16 *см*, у чацвертую 7/16 *см*, то яго рух мы палічым н е р а ў н а м е р н ы м, бо ў гэтым выпадку ён у кожную чвэрць секунды праходзіць розныя па даўжыні шляхі. Возьмем у якасці прыкладу секундны гадзіннікавы маятнік: у сваіх ваганнях ён праходзіць адну і тую-ж адлегласць (дугу) за адзін і той-жа час (1 секунду), але яго рух нераўнамерны, бо шляхі, якія ён праходзіць за аднолькавыя долі секунды (напрыклад за кожную сотую або за кожную тысячную долю секунды) неаднолькавыя.

Няхай матэрыяльны пункт праходзіць за які-небудзь пэўны прамежак часу, які мы будзем лічыць настолькі малым, што ў працягу яго рух можна прыняць за роўнамерны, некаторую пэўную адлегласць. Калі мы заўважылі, што ў наступны такі-ж прамежак часу пункт прайшоў другую (большую або меншую) адлегласць, то на падставе доследа мы можам заключыць, што для такой змены існавала некаторая прычына. Калі-б такой прычыны, якая выклікала змену руху, не існавала, то зразумела і рух павінен быў-бы заставацца роўнамерным (пар. стар. 12).

Такім чынам, калі на рухоўны пункт не ўплывае ніякая знешняя прычына, пункт рухаецца роўнамерна і прамалінейна; калі рух пункту змяняецца, г. зн. або мяняецца кірунак руху, або рух аказваецца нераўнамерным, то гэта змена адбываецца пад уплывам нейкай прычыны. Прычына, якая змяняе рух, называецца с і л а й.

Скорасць. Адзінка скорасці. „Размернасць" скорасці. Як ужо было сказана, пункт, на перамяшчэнне якога не ўплывае ніякая знешняя прычына, рухаецца роўнамерна і прамалінейна. Тым не менш такога роду рухі могуць адрозніваца паміж сабой, бо бункт можа рухацца шпарка або павольна, г. зн. ён можа мець большую або меншую с к о р а с ц ь. Кажучы аб роўнамерным і нераўнамерным руху, мы ўказваем толькі на характар руху, толькі на тое, што за аднолькавыя прамежкі часу пункт праходзіць роўныя або няроўныя шляхі: але пры гэтым мы зусім не закранаем скорасці руху, г. зн. пытання аб тым, якая даўжыня шляху, што праходзіць пункт за гэтыя прамежкі часу.

С к о р а с ц ю н а з ы в а е ц ц а а д н о с і н ы д а ў ж ы н і п р о й д з е н а г а ш л я х у д а ч а с у, з а я к і г э т ы ш л я х п р о й д з е н ы. Пры роўнамерным руху матэрыяльны пункт праходзіць у роўныя прамежкі часу шляхі р о ў н а й даўжыні, напрыклад,

калі ў t секунду пункт, які рухаецца роўнамерна, праходзіць адлегласць s *см*, то ў прамежак часу $2t$ *сек* ён пройдзе шлях $2s$ *см*, у $3t$ *сек*—$3s$ *см* і г. д. Пры гэтым:

$$\frac{s}{t}=\frac{2s}{2t}=\frac{3s}{3t}=\dots$$

Абазначым адносіны s/t, г. зн. **скорасць**, праз c:

$$c=\frac{s}{t}.$$

У лічніку стаіць лік сантыметраў, у назоўніку лік секунд. Калі мы прымаем $t=1$, то лічнік s ёсць даўжыня шляху, пройдзенага ў адну (якую-небудзь) секунду. Такім чынам мы ведаем скорасць роўнамернага руху, калі нам вядома даўжыня шляху ў сантыметрах, які праходзіць пункт у адну секунду. Пры дапамозе напісаных суадносін мы можам устанавіць адзінку для вымярэння скорасці роўнамернага руху; з прычыны таго, што даўжыню мы вымяраем у сантыметрах, а час — у секундах, і ў паняцце скорасці ўваходзяць толькі паняцце даўжыні і часу, то натуральна за адзінку скорасці роўнамернага руху прыняць такую скорасць, пры якой пункт праходзіць у адзінку часу, г. зн. у 1 *сек* шлях, роўны адзінцы даўжыні, г. зн. 1 *см*. Пункт мае скорасць, роўную 10 адзінкам скорасці, калі ён за кожную секунду праходзіць 10 *см* і г. д. Адзінка даўжыні і адзінка часу (сантыметр і секунда) выбраны намі **адвольна**. Адзінка скорасці (сантыметр у секунду) устаноўлена пры дапамозе двух другіх адзінак (г. зн. яна ёсць **вытворная** адзінка).

Дроб s/t паказвае, якія па сваёй велічыні адносіны двух найменных лікаў: у лічніку дробу мы маем сантыметры, а ў назоўніку — секунды. Ці можна гаварыць аб такіх адносінах? Ці не падобна гэта на дзяленне 5 яблык на 3 цагліны? Апроч таго, сама адзінка для вымярэння скорасцяй, якая ўстанаўліваецца з суадносін

$$\frac{\text{адзінка даўжыні}}{\text{адзінка часу}}=\text{адзінка скорасці},$$

не аднародна ні з адной з двух велічынь, што ўваходзяць у яе выражэнне. Гэта адзінка не ёсць якая-небудзь даўжыня і не ёсць які-небудзь час. У такім разе ці мае гэтая адзінка наогул які-небудзь сэнс?—Лікавая сувязь паміж двума неаднароднымі велічынямі—сантыметрамі і секундамі—мае сэнс толькі таму, што нам **вядомы закон**, які **фізічна** звязвае паміж сабой гэтыя дзве велічыні і які прыводзіць да ўстанаўлення пэўнай лікавай сувязі паміж імі. Зусім таксама і сама **адзінка для вымярэння скорасцяй** мае пэўны сэнс, дзякуючы існаванню пэўнай **фізічнай** сувязі паміж тымі двума **асноўнымі** адзінкамі, якія служаць для ўстанаўлення гэтай новай адзінкі. Між яблыкамі і цаглінамі не існуе ніякай фізічнай сувязі, таму і лікавыя суадносіны паміж імі не маюць ніякага сэнсу. Адзінка скорасці вызначана праз адзінку даўжыні і адзінку часу; першую ўмоўна абазначаюць праз $[l]$, другую праз $[t]$. Значыць адзінку скорасці мы павінны вызначыць як $[c]=[l]:[t]$. Яе абазначаюць сімвалічна $[l\cdot t^{-1}]$ і, у прыватнасці, калі за асноўныя адзінкі ўзяты сантыметр і секунда, пішуць *см. сек*$^{-1}$ або *см/сек*.

Адзначым, што ў выразе адзінкі скорасці мы зноў знаходзім той-жа закон, які фізічна звязвае паміж сабой дзве асноўныя адзінкі—даўжыні і часу. У гэтым выразе паняцце „скорасці“, якое разглядаецца з чыста лагічнага боку, уключае ў сябе як часткі толькі паняцця даўжыні і часу. Выраз $[c]=[l\cdot t^{-1}]$ дае нам таксама характар той лагічнай залежнасці паміж часткамі паняцця, якая звязвае іх у адно цэлае. Таму гэты выраз дае нам азначэнне складанага паняцця скорасці

і мы можам назваць яго выразам „размернасці" скорасці. Кажуць, што скорасць мае ў адносінах да часу размернасць—1, у адносінах да даўжыні—размернасць + 1, а формулу $[c] = [cl \cdot t^{-1}]$ называюць формулай размернасці (Фур'е)—гл. стар. 26. Пры дапамозе гэтай формулы можна лёгка перавесці скорасць, выражаную ў якой-небудзь адной сістэме асноўных адзінак, у другую, напрыклад: скорасць парахода вымяраюць вузламі[1]. Адзін вузел роўны 1 морскай мілі ў гадзіну. Якая скорасць парахода ў *см/сек*?

Адказ: з прычыны таго, што 1 морская міля роўна 1 852 *м* і 1 гадзіна роўна 3600 *сек*, то вузел роўны:

$$1\,852\ м/гадз. = \frac{1852 \cdot 100}{3\,600}\ [см/сек] = \frac{1\,852}{36}\ [см/сек] = 51\ [см/сек^{-1}].$$

Сусветная лінія. Калі матэрыяльны пункт рухаецца роўнамерна і прамалінейна, і калі нам вядома палажэнне ў прасторы той прамой, па якой ён перамяшчаецца, а таксама кірунак і скорасць яго руху, то ўся з'ява руху азначана адназначна. Нам вядома, праз якія пункты прасторы паслядоўна праходзіць наш матэрыяльны пункт, але мы яшчэ не можам сказаць, дзе знаходзіўся наш пункт у той або іншы момант часу (або інакш—які пункт шляху адпавядае якому моманту часу). Каб дапоўніць у гэтых адносінах карціну руху, возьмем сістэму каардынат і будзем на восі абсцыс адкладваць палажэнні пунктаў прасторы, праз якія паслядоўна праходзіць наш матэрыяльны пункт, а на восі ардынат будзем адкладваць моманты часу, якія адпавядаюць таму або іншаму палажэнню рухоўнага пункту. Пачатак каардынат гэтай сістэмы мы прымем за нулявы пункт, ад якога ўздоўж восі часу будзем адкладваць прайшоўшы час, а ўздоўж восі прастор — пройдзены шлях.

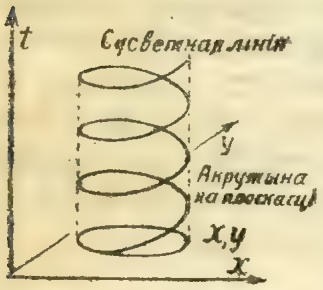
Рыс. 11. Сусветная лінія нерухомага і рухоўнага пункта.

Адзначаючы для кожнага палажэння матэрыяльнага пункту яго прасторавую каардынату і адпаведную каардынату часу, мы атрымліваем прасторава-часовы пункт, або, як яго называе Мінкоўскі, сусветны пункт, які вызначае імгненнае палажэнне матэрыяльнага пункту не толькі ў прасторы, але і ў часе. Выканаўшы такія пабудовы для ўсіх палажэнняў рухоўнага матэрыяльнага пункта, мы атрымаем лінію, кожны пункт якой ёсць сусветны пункт; гэта лінія называецца сусветнай лініяй данага матэрыяльнага пункту. Напрыклад, сусветная лінія матэрыяльнага пункту, які застаецца нерухомым у пункце a на восі x (рыс. 11), ёсць прамая, праходзячая праз a і паралельная восі часу (t); сапраўды, з прычыны таго, што матэрыяльны пункт увесь час знаходзіцца ў спакоі, то яго прасторавая каардыната не змяняецца, а яго каардыната часу ўвесь час расце. Сусветная лінія матэрыяльнага пункту, які знаходзіцца ў спакоі ў пачатку каардынат, супадае з воссю часу. Сусветная лінія матэрыяльнага пункту, які вышаў з a і роўнамерна рухаецца па восі x, ёсць прамая, праходзячая праз a і ўтвараючая з воссю x некаторы вугал (рыс. 11).

---

[1] Гэта адзіная скорасць, якая мае ўласную назву.

У паняццях сусветнага пункту і сусветнай лініі выражаецца тое, што мы ўспрымаем месца і час заўсёды толькі разам, але ні ў якім разе не раздзелены адно ад аднаго. Мы заўсёды ўспрымаем месца ў пэўны час і час у пэўным месцы (многастайнасць усіх сістэм значэнняў x, y, z, t, Мінкоўскі называе сусветам). Каб вызначыць месца і час якой-небудзь падзеі (напрыклад успышкі святла на маяку), мы павінны задаць тры прасторавыя каардынаты (бо прастора мае тры вымярэнні) і адну каардынату часу (г. зн. лік секунд, якія прайшлі ад некаторага моманту часу, прынятага за пачатковы); такім чынам, каб фіксаваць некаторыя падзеі, трэба мець усяго чатыры лікі: іменна гэта мы і маем на ўвазе, калі гаворым, што сусвет мае чатыры вымярэнні, або што мы жывем у чатырохмерным свеце [1]. Наглядна, пры дапамозе геаметрычных пабудоў, мы можам уявіць сабе толькі тры вымярэнні, таму, будуючы сусветную лінію, мы можам скласці наглядную, паяснёную геаметрычнай пабудову карціну толькі для тых падзей і зяў, для апісання якіх дастаткова ўсяго двух прасторавых каардынат; карыстаючыся матэматычным аналізам, можна даць апісанне і тых сусветных падзей, якія працякаюць у трох прасторавых каардынатах. Няхай матэрыяльны пункт рухаецца па некаторай пэўнай крывой, якая ляжыць у плоскасці. Форма гэтай плоскай крывой (траекторыя руху) нічога не гаворыць аб скорасці руху ў розных пунктах траекторыі і аб тым, дзе знаходзіўся пункт у той або іншы момант часу. Калі мы дададзім яшчэ трэцюю каардынату—каардынату часу, то гэты-ж самы рух можа быць прадстаўлены сусветнай лініяй (прасторавай крывой), форма якой цалкам вызначае вывучаемы рух; паводле гэтай прасторавай крывой (сусветнай лініі) мы можам непасрэдна даведацца, якому значэнню часу t адпавядаюць пункты траекторыі, з каардынатамі x і y, а па вугле нахілу сусветнай лініі да плоскасці xy мы можам меркаваць аб скорасці рухоўнага матэрыяльнага пункту. Так напрыклад сусветная лінія матэрыяльнага пункту, які рухаецца па акружыне ў плоскасці xy (рыс. 12), ёсць вінтавая лінія ў трохмернай многастайнасці xyt. Самая траекторыя матэрыяльнага пункту ёсць праекцыя трохмернай сусветнай лініі на плоскасць xy. Калі сам пункт рухаецца ў трохмернай прасторы, то яго сусветная лінія будзе крывой у чатырохмернай многастайнасці $xyzt$; калі сусветная лінія гэтага руху вызначана з дапамогай матэматычнага аналізу, то па яе матэматычнаму выразу мы можам шляхам пэўных матэматычных аперацый знайсці шмат якія ўласцівасці руху.



Рыс. 12. Сусветная лінія пункту, які рухаецца па акружыне.

[1] „Я нарадзіўся ў Франкфурце, 28 жніўня 1749 г., у поўдзень, з апошнім ударам гадзінніка" (з аўтабіяграфіі Гетэ). Для таго каб фіксаваць гэту падзею, трэба даць чатыры велічыні: Франкфурт як геаграфічна прасторавы пункт патрабуе для свайго вызначэння трох велічынь, і заданы час ёсць чацвертая велічыня.

Як ужо было ўказана вышэй, мы можам наглядна ўявіць сабе толькі трохмерную траекторыю. Гэта траекторыя ёсць праекцыя сусветнай лініі на многастайнасць *xyz*, і гэта праекцыя прадстаўляе толькі некаторыя ўласцівасці руху, у той час як сусветная лінія прадстаўляе ўсе ўласцівасці руху цалкам.

Паняцці—сусветны пункт, сусветная лінія, сусвет, як многастайнасць *xyzt*, маюць важнае значэнне ў тэорыі адноснасці, з якой сустрэнемся далей.

Першы закон Ньютона. Інерцыя. У адпаведнасці з тым, што было сказана аб роўнамерным прамалінейным руху, і аб змене кірунку руху, мы можам выказаць наступнае палажэнне: рухоўны матэрыяльны пункт не змяняе ні кірунку свайго руху, ні сваёй скорасці да таго часу, пакуль яго да гэтага не прымусіць якая-небудзь знешняя прычына, г. зн. сіла, і наадварот, — калі пункт рухаецца нероўнамерна, або непрамалінейна, то гэта азначае, што на яго дзейнічае некаторая знешняя сіла.

Хоць у сапраўднасці мы маем справу не з матэрыяльнымі пунктамі, а з целамі, але як гэта мы ўбачым далей, разглядаючы рухі, аб якіх зараз ідзе гутарка, мы заўсёды можам замяніць цела матэрыяльным пунктам; таму і толькі што выказанае палажэнне справядліва не толькі для матэрыяльнага пункту, але і для ўсякага цела. Мы прыходзім такім чынам да першага закону руху Ньютона, а іменна: усякае цела захоўвае свой стан спакою або роўнамернага і прамалінейнага руху, пакуль якая-небудзь сіла не прымусіць яго змяніць гэты стан. „Эксперыментальнае пацвярджэнне сапраўднасці гэтага закону заключаецца ў тым, што кожны раз як мы назіраем змену ў стане руху якога-небудзь цела, мы заўсёды выкрываем узаемадзеянне паміж гэтым целам і іншымі целамі, г. зн. знешнюю сілу, дзеянню якой мы можам прыпісаць змены, што адбыліся ў руху" (Максвел). Здольнасць цела захоўваць стан свайго руху або спакою, калі на яго не дзейнічае ніякая сіла, называецца інерцыяй.

У штодзённым жыцці мы заўсёды сустракаемся з інерцыяй цел. Калі напрыклад мы стаім у вагоне, і вагон раптоўна спыняецца, то верхняя частка нашага тулава атрымлівае штуршок наперад у кірунку руху вагона; у момант спынення верхняя частка тулава яшчэ працягвае рухацца ў тым кірунку, у якім рухаецца вагон, у той час як ногі, якія непасрэдна судатыкаюцца з падлогай вагона, ужо знаходзяцца ў спакоі, і наадварот, калі вагон рушыцца раптоўным штуршком наперад, то верхняя частка тулава адкідаецца назад у кірунку, працілеглым начатаму руху вагона, бо яна яшчэ знаходзіцца ў спакоі, тады як ногі ўжо рухаюцца разам з вагонам. Паравоз працягвае рухацца некаторы час і пасля таго, як закрыты доступ пары ў цыліндры, зусім таксама, як веласіпед працягвае рухацца і пасля таго, як веласіпедыст пакіне націскаць на педалі, або як працягвае свой рух лодка, калі спыніць веславанне; усе яны захоўваюць у працягу некаторага часу наданы ім рух. Чаму толькі „ў працягу некаторага часу", а не ўвесь час, як патрабуе гэтага закон інерцыі, мы ўбачым пазней.

Скорасць пры нероўнамерным руху. Паскораны і замаруджаны рух. Целы, з якім мы ў сапраўднасці маем справу, як паказвае штодзённы вопыт, у большасці выпадкаў не захоўваюць свайго руху: яны змяняюць скорасць і кірунак свайго руху, г. зн. яны знаходзяцца пад дзеяннем якіх-небудзь сіл. Зараз мы спынімся на рухах, у якіх мяняецца толькі велічыня скорасці, г. зн. на прамалінейных рухах з пераменнай скорасцю, не закранаючы тым часам рухаў, у якіх мяняецца кірунак скорасці.

Няхай матэрыяльны пункт рухаецца па прамой AB (рыс. 7) нероўнамерна, г. зн. так, што за роўныя прамежкі часу ён праходзіць неаднолькавыя адлегласці. Калі матэрыяльны пункт у кожны наступны прамежак часу праходзіць большую адлегласць, чым у папярэдні, то рух называецца паскораным, калі меншую—то зацішаным.

І ў тым, і ў другім выпадку, ведаючы адлегласць, пройдзеную пунктам у працягу якой-небудзь секунды, мы яшчэ не можам указаць даўжыню шляху, які будзе пройдзены пунктам у адну з наступных секунд, або наколькі вялікая адлегласць, якую ён ужо прайшоў у адну з папярэдніх секунд. Скорасць пункту, які рухаецца, мяняецца не толькі ад секунды да секунды—яна мяняецца кожны міг, і мы цяпер павінны казаць аб скорасці ў даны пэўны момант часу (аб так званай імгненнай або сапраўднай скорасці). Калі пункт, пачынаючы з некаторага пэўнага моманту, пачаў-бы рухацца роўнамерна, то ў працягу кожнай наступнай секунды ён праходзіў-бы шлях адной і той-жа пэўнай даўжыні, хоць-бы v *см*. У такім выпадку v *см*|*сек* ёсць тая скорасць, якую сапраўды меў пункт у адзначаны намі момант часу. Такім чынам мы прыходзім да наступнага азначэння: сапраўдная (або імгненная) скорасць нероўнамернага руху ў пэўны момант часу ёсць тая скорасць, якую меў-бы пункт, калі-б, пачынаючы з гэтага моманту, яго рух зрабіўся-б роўнамерным. Няхай напрыклад у момант часу t_1 скорасць пункту такая, што калі-б, пачынаючы з гэтага моманту, яго рух зрабіўся роўнамерным, то ён праходзіў-бы 10 *см* у секунду. Тады ў момант t_1 яго скорасць $v = 10$ адзінкам скорасці.

Дапусцім далей, што скорасць пункту ў момант часу t_2 такая, што калі-б ён з гэтага моманту пачаў рухацца роўнамерна, то ён пачаў-бы праходзіць па 15 *см* у секунду: значыць у момант t_2 скорасць пункту $v = 15$ адзінкам скорасці. Рознасць паміж гэтымі скорасцямі (5 *см*|*сек*) паказвае, наколькі змянілася скорасць за прамежак часу $t_2 - t_1$, г. зн. паказвае, якое было павелічэнне скорасці за час $t_2 - t_1$, калі момант t_1 прадшэстваў моманту t_2, або якое было яе змяншэнне, калі момант t_1 надышоў пазней моманту t_2.

Паскораным рухам называецца такі, у якім скорасць узрастае, зацішаным—такі, у якім яна змяншаецца. Роўнамерна-паскораным называецца рух, пры якім за аднолькавыя

прамежкі часу адбываецца аднолькавае павелічэнне скорасці; роўнамерна-зацішаным такі, пры якім за аднолькавыя прамежкі часу аднолькава змяншаецца скорасць. Калі разглядаць змяншэнне скорасці як яе адмоўнае прырашчэнне, то можна і не аддзяляць паскоранага руху ад зацішанага.

Як мы ўжо казалі, змена скорасці служыць адзнакай таго, што на рухоўны пункт дзейнічае некаторая сіла. Калі скорасць мяняецца неперарыўна, то мы можам зрабіць вывад, што і сіла таксама дзейнічае на пункт неперарыўна. Паволе характару змены скорасці (г. зн. паводле таго, павялічваецца яна ці змяншаецца) мы можам меркаваць аб дзеючай сіле, г. зн. аб тым, ці з'яўляецца гэта сіла неперарыўна паскараючай ці неперарыўна замаруджваючай рух, а калі акрамя таго вядома велічыня змены скорасці, то мы можам меркаваць і аб велічыні дзеючай сілы. Але як вымяраецца змена скорасці? Паняцце роўнамерна-паскоранага руху дае нам толькі ўяўленне аб тым, што ў розныя прамежкі часу змены скорасці аднолькавыя; велічыня прырашчэння скорасці вызначаецца паскарэннем.

Паскарэнне ёсць адносіны змены скорасці да таго прамежку часу, у працягу якога гэта змена адбылася. У роўнамерна-пераменным руху, які мы зараз разглядаем, гэтыя адносіны ёсць велічыня пастаянная. Сапраўды, у роўнамерна-пераменным руху за роўныя прамежкі часу скорасць змяняецца заўсёды на адну і тую ж велічыню, і ў гэтым выпадку адносіны прырашчэння скорасці да адпаведнага прамежку часу заўсёды адны і тыя-ж: калі за t *сек* скорасць мяняецца на v *см/сек*, то

$$\frac{v}{t}=\frac{2v}{2t}=\frac{3v}{3t}=\cdots=\frac{v}{t}\left[\frac{см/сек}{сек}\right].$$

Гэтыя адносіны, якія вызначаюць велічыню паскарэння, мы абазначаем праз a. Калі ў выразе

$$a=\frac{v}{t}\left[\frac{см/сек}{сек}\right]$$

мы прымем $t=1$, то лічнік дробу v *см/сек* дае велічыню прырашчэння скорасці за 1 *сек*, і тады лікава $a=v$. Такім чынам можна сказаць, што ў роўнамерна-паскораным руху паскарэнне ёсць прырашчэнне скорасці за 1 *сек*: у роўнамерна-паскораным руху паскарэнне, роўнае адзінцы, ёсць паскарэнне такога роўнамерна-паскоранага руху, пры якім за кожную секунду скорасць павялічваецца на 1 *см/сек*.

Адносна дробу, у якога лічнік і назоўнік з'яўляюцца неаднароднымі велічынямі (у лічніку стаіць v адзінак скорасці, а ў назоўніку t адзінак часу)—мы можам паўтарыць усё, што было сказана адносна дзялення адзінак даўжыні на адзінкі часу. Адзінка для вымярэння паскарэння атрымана з выразу $[a]=\left[\frac{l/t}{t}\right]=[l]:[t^2]=[l\cdot t^{-2}]$, у прыватнасці, калі за асноўныя

адзінкі прыняты сантыметр і секунда, то адзінка для вымярэння паскарэнняў выражаецца праз *см/сек*² або [*см·сек*$^{-2}$][1].

Выраз $a=[lt^{-1}]:[t]$ заключае ў сабе закон, які фізічна звязвае скорасць і час; гэты выраз указвае на характар лагічнай залежнасці паміж паняццямі скорасці і часу, якія з'яўляюцца састаўнымі часткамі паняцця „паскарэння".

Скорасць і паскарэнне ў крывалінейным руху. Калі матэрыяльны пункт рухаецца па крывой, то ў кожны момант часу кірунак яго скорасці супадае з кірункам датычнай да крывой у пункце, дзе ў даны момант гэты матэрыяльны пункт знаходзіцца. У агульным выпадку кірунак паскарэння не супадае з кірункам датычнай да траекторыі; паскарэнне, як усякую накіраваную велічыню, можна раскласці на дзве кампаненты, з якіх адна накіравана па датычнай і носіць назву тангенцыяльнага паскарэння, а другая—накіравана па прамой, перпендыкулярнай да датычнай (г. зн. па нармалі да крывой). Гэта другая кампанента называецца нармальным або дацэнтравым паскарэннем; па велічыні яна роўна квадрату скорасці, падзеленаму на радыус крывізны траекторыі ў даным пункце. У прамалінейным нероўнамерным руху паскарэнне накіравана па датычнай да траекторыі, такім чынам у гэтым выпадку нармальнае паскарэнне роўна нулю і застаецца толькі тангенцыяльнае. Заўважым, што ўсякі крывалінейны рух, нават такі, скорасць якога па велічыні застаецца нязменнай (напрыклад, калі пункт рухаецца па акружыне з пастаяннай скорасцю), ёсць рух з паскарэннем, бо пры ўсякім крывалінейным руху змяняецца кірунак скорасці.

Маса. Роўнасць мас. Роўнамерна-паскораны прамалінейны рух цалкам характарызуецца велічынёю паскарэння, якое выражаецца ў [*см/сек*] у секунду. Ведаць велічыню паскарэння зусім дастаткова для таго, каб мець поўную характарыстыку роўнамернапераменнага прамалінейнага руху, а таксама і для таго, каб вызначыць велічыню той сілы, якая з'яўляецца прычынай наяўнага паскарэння. Зараз мы паглядзім, як па паскарэнні знайсці сілу.

Дапусцім, што матэрыяльны пункт рухаецца прамалінейна і роўнамерна-паскорана — у адным выпадку з паскарэннем a, а ў другім выпадку з паскарэннем $2a$. Мы павінны зрабіць заключэнне, што ў другім выпадку на пункт дзейнічае ў два разы большая сіла, чым у першым. Калі-б наш матэрыяльны пункт у другім выпадку рухаўся-б з тым-жа самым паскарэннем a, то мы заключылі-б, што ў абодвух выпадках на пункт дзейнічала адна і тая-ж сіла. Сапраўды, тады рэзультат яе дзеяння ў абодвух выпадках быў-бы адзін і той-жа, а аднолькавыя вынікі пры іншых роўных умовах выклікаюцца аднолькавымі прычынамі. Мы кажам „пры іншых роўных умовах", маючы на ўвазе, што ў абодвух выпадках сілы дзейнічаюць на адзін і той-жа матэрыяльны пункт. Знайсці агульны характар залежнасці паміж прычынай—у даным выпадку сілай—і яе вынікам, г. зн. набываемым паскарэннем, мы можам толькі тады, калі будзем назіраць рух, які адбываецца не пры адных і тых-жа, а пры розных умовах. Гэта змена ўмоў можа закрануць толькі самы матэрыяльны пункт. Паглядзім таму, які будзе рух двух розных матэрыяльных пунктаў, кожны з якіх рухаецца прамалінейна і роўнамерна-паскорана з адным і тым-жа паскарэннем a

[1] Адзінка для вымярэння паскарэнняў [*см/сек*²] часам называецца галь.

перш за ўсё мы можам заключыць, што на кожным з гэтых пунктаў дзейнічае некаторая сіла (дапускаем, што паміж пунктамі няма ўзаемадзеяння), якая з'яўляецца прычынай паскарэння кожнага пункту (таму што мы наогул у кожным выпадку руху заключаем аб дзеянні сілы па наяўнасці паскарэння).

Разглядаючы рух двух розных матэрыяльных пунктаў, перш за ўсё запытаемся ў сябе, чым наогул могуць адрозніваццa адзін ад аднаго два матэрыяльныя пункты? Матэрыяльны-ж пункт—гэта некаторае выабражаемае цела бесканечна малых памераў, пазбаўленае ўсіх тых уласцівасцей, якія маюць звычайныя целы. У сапраўднасці-ж мы маем заўсёды справу з целамі канечных памераў, якія маюць розныя ўласцівасці; яны маюць форму, колер, вагу; яны або цвёрдыя, або вадкія, або газападобныя, складаюцца з розных матэрый—напрыклад з жалеза, шкла, вады. Кажучы аб матэрыяльным пункце, мы адхіляемся ад усіх уласцівасцей, якія мае рэальнае цела. У вучэнні аб руху наогул у розных цел існуе толькі адно, чыста колькаснае адрозненне—у іх „масах". Адхіляючыся ад усіх уласцівасцей цел, мы тым самым выключаем з разважанняў і ўсе ўласцівасці матэрыі, захоўваючы ў сваіх разважаннях толькі а д н у, неадымальную ад яе, іменна з д о л ь н а с ц ь да р у х у. Такім чынам у вучэнні аб руху для матэрыі захоўваецца, у якасці яе ўласцівасці, яе з д о л ь н а с ц ь а к а з в а ц ь п р о ц і д з е я н н е ў с я к а й з м е н е ў с т а н е я е р у х у. Як мы ўжо ведаем, гэта ўласцівасць матэрыі называецца і н е р т н а с ц ю (і на гэтай аснове кажуць аб і н е р т н а й м а с е). Таму паміж двума матэрыяльнымі пунктамі, што прадстаўляюць сабой бесканечна малыя па памерах частачкі матэрыі, на ўласцівасці якой мы не зварачваем увагі, можа быць толькі колькаснае, а не якаснае адрозненне: маса аднаго пункту можа быць б о л ь ш а я, чым маса другога. Але якім-жа чынам мы можам меркаваць аб тым, аднолькавыя або розныя масы двух матэрыяльных пунктаў? Мы сказалі, што аднолькавыя прычыны п р ы і н ш ы х р а ў н ы х у м о в а х выклікаюць аднолькавыя вынікі,—інакш гэта мы можам сказаць так: калі мы заўважаем, што аднолькавыя прычыны прыводзяць да адных і тых-жа вынікаў, то гэта а з н а ч а е, ш т о ў с е а с т а т н і я ў м о в ы т а к с а м а а д н о л ь к а в ы я. Мы павінны памятаць, што ў нашым выпадку ўмовы будуць тоесны тады, калі матэрыяльныя пункты будуць колькасна роўны, г. зн. калі м а с ы і х б у д у ц ь а д н о л ь к а в ы я. Такім чынам мы прыходзім да такога заключэння: к а л і д з в е р а ў н ы я с і л ы н а д а ю ц ь д в у м м а т э р ы я л ь н ы м п у н к т а м а д н о л ь к а в ы я п а с к а р э н н і, т о м а с ы г э т ы х д в у х п у н к т а ў р а ў н ы.

Цяпер нам вядомы суадносіны паміж роўнымі масамі, роўнымі паскарэннямі, і роўнымі сіламі і такім чынам мы маем магчымасць параўнаць паміж сабой масы матэрыяльных пунктаў; але мы яшчэ да гэтага часу не мелі магчымасць меркаваць, я к і я с і л ы м ы п а в і н н ы л і ч ы ц ь р а ў н ы м і.

Дапусцім, што мы маем дзве якія-небудзь масы m_1 і m_2. Калі адна і тая-ж сіла, дзеючы на кожную з гэтых мас паасобку,

надае ім аднолькавыя паскарэнні a, то мы можам зрабіць заключэнне, што масы m_1 і m_2 роўны паміж сабою. Але якія будуць адносіны гэтых двух мас, калі іх паскарэнні, наданыя ім адной і той-жа сілай, розныя? Дапусцім, што адна і тая-ж сіла, дзеючы на масу m_1, надасць ёй паскарэнне a, а дзеючы на масу m_2, надасць ёй у два разы меншае паскарэнне. Відавочна, што калі-б мы пажадалі масе m_2 надаць паскарэнне a, то да яе патрэбна было-б прыкласці большую сілу, іменна такую, якая, дзеючы на масу m_1, надала-б ёй у два разы большае паскарэнне, г. зн. $2a$. Таму мы гаворым, што m_2 у два разы больш за m_1.

Другі закон Ньютона. Такім чынам сіла паводле сваёй велічыні вызначаецца не толькі паскарэннем, якое яна надае некаторай масе, але таксама і велічынёй масы, на якую яна пры гэтым дзейнічае. На падставе ўсяго сказанага мы прыходзім да заключэння: калі мы заўважаем, што дзве масы A і B рухаюцца з аднолькавым паскарэннем і калі нам вядома, што маса A ў m разоў большая за масу B, то гэта азначае, што сіла, якая дзейнічае на масу A, у m разоў большая за сілу, якая дзейнічае на масу B; калі-ж маса A (не зважаючы на тое, што яна ў m разоў большая за B) рухаецца з паскарэннем у a разоў большым, чым паскарэнне масы B, то сіла, якая дзейнічае на A, у ma разоў большая за сілу, прыложаную да B. Інакш кажучы: дзеючая сіла прапарцыянальна масе і паскарэнню: у гэтым заключаецца другі закон руху Ньютона.

Такім чынам мы можам меркаваць аб тым, што адна сіла большая за другую ў колькі-небудзь (напрыклад у ma) разоў, але вызначыць велічыню дзеючай сілы мы яшчэ не маем магчымасці. У нас няма яшчэ адзінкі для вымярэння сілы, аналагічнай сантыметру для вымярэння даўжыні або секундзе для вымярэння часу. З прычыны таго, што аб велічыні сілы мы мяркуем па велічыні паскарэння, якое яна надае якой-небудзь масе, і па велічыні гэтай масы, то за адзінку сілы мы прымаем такую сілу, якая адзінцы масы надае паскарэнне, роўнае адзінцы.

Вымярэнне мас. Адзінка масы. Што-ж трэба разумець пад адзінкай масы? Адзінку масы мы ўстанаўліваем так-жа сама адвольна, як адзінку даўжыні або адзінку часу: за адзінку масы мы прымаем масу аднаго кубічнага сантыметра вады пры тэмпературы 4°. Гэта маса называецца грамам ($г$). Сувязь паміж вызначаемым такім чынам грамам, зробленым з ірыдыевай плагіны, і эталонным кілограмам (1 000 $г$), які захоўваецца ў Бюро мер і вагаў у Парыжы, такая: эталонны кілограм ёсць маса 1,000027 $дм^3$ вады. (Таму грам, устаноўлены па прынятым эталоне, у сапраўднасці некалькі большы за масу 1 $см^3$ вады).

Трэба добра памятаць, што грам, які вызначаецца такім чынам, ёсць мера колькасці масы, а не вагі. Вага аднаго грама, гэта ёсць тая сіла, з якой 1 $г$ масы ціснe на якую-небудзь апору, або цягне ніць, на якой ён падвешаны. Гэта сіла (вага аднаго грама) мяняецца ў залежнасці ад месца, у якім зна-

ходзіцца 1 *г* масы: вага яго на версе гары меншая, чым каля яе падэшвы; яна большая каля земных полюсаў, чым на экватары; на сонцы 1 *г* масы важыў-бы больш, чым на зямлі. Але ва ўсіх гэтых выпадках **маса аднаго грама** (тая колькасць матэрыі, якая заключаецца ў 1 $см^3$, вады) застаецца **нязменнай**.

Узважванне заключаецца ў параўнанні вымяраемай масы з **вядомай масай** гіры. Калі мы купляем які-небудзь тавар „па вазе", нас у сапраўднасці зусім не цікавіць яго **вага**, г. зн. тая сіла, з якой ён прыцягваецца да зямлі,—а цікавіць яго **маса**. У штодзённым жыцці вага цела можа цікавіць нас толькі тады, калі нам прыходзіцца ўжываць некаторае ўсілле, каб **несці** гэта цела. Так для грузчыка, які носіць на млыне мяхі з зернем, мае значэнне **вага** зерня, а для млынара, які меле зерне ў муку, мае значэнне толькі **маса** зерня.

Адзінка сілы. У звязку з тым, што мы ўстанавілі адзінку масы, а ў нас ужо была ўстаноўлена адзінка для вымярэння паскарэнняў, то цяпер мы можам устанавіць і адзінку для вымярэння сілы. Калі матэрыяльны пункт масы ў адну адзінку (1 *г*) рухаецца прамалінейна і роўнамерна-паскорана з паскарэннем 1 [$см/сек^2$], то, як было сказана вышэй, сіла, якая дзейнічае на гэты пункт, роўна адзінцы. Такая сіла называецца **дынай**. Сіла p, якая надае масе m грам паскарэнне a [$см/сек^2$], роўна ma адзінак сілы, г. зн. ma дын. Або выражаючы тое-ж словамі: **сіла, выражаная ў дынах, роўна масе, памножанай на паскарэнне, пры чым маса вымерана ў грамах, а паскарэнне ў** [$см/сек^2$].

Апроч формулы $p = ma$, якая звязвае паміж сабой сілу, масу і паскарэнне, мы можам мець для сілы яшчэ другі выраз. Паскарэнне ёсць адносіны змены скорасці да адпаведнага прамежку часу (гл. стар. 19). Калі якая-небудзь маса m, якая першапачаткова знаходзілася ў спакоі, пачала рухацца роўнамерна-паскорана з паскарэннем a, і праз t секунд набыла скорасць u, то $a = \frac{u}{t}$ і значыць $p = m\frac{u}{t}$. Гэта формула дае сувязь паміж сілай, масай і той скорасцю, якую сіла надала праз t секунд масе, што першапачаткова знаходзілася ў спакоі. Калі мы прымем $t = 1$, то u прадстаўляе тую скорасць, якую мела маса ў канцы першай секунды. Калі $m = 1$ і $u = 1$, то $p = 1\frac{1}{1} = 1$, г. зн. p роўна адзінцы сілы. Такім чынам мы можам даць яшчэ такое азначэнне: сіла, роўная адзінцы, ёсць такая сіла, якая ў працягу адзінкі часу (1 *сек*) надасць масе ў 1 *г* скорасць, роўную адзінцы (1 *см/сек*). Гэта азначэнне адзінкі сілы супадае з азначэннем, даным на стар. 22: сапраўды, калі скорасць якой-небудзь масы ўзрастае ў працягу адной секунды ад 0 да 1, то гэта і значыць, што яна рухаецца з паскарэннем, роўным адзінцы (яе скорасць узрасла ў працягу гэтай секунды на 1 *см/сек*).

Імпульс. Колькасць руху. Здабытак масы рухоўнага пункту (або цела) на яго скорасць носіць назву **колькасці руху** (mv), а **здабытак сілы на час яе дзеяння называецца імпульсам або націскам сілы** (pt). Маса m (грамы) пад дзеяннем сілы p

(дыны) рухаецца з паскарэннем $a\left(\frac{см}{сек^2}\right)$ і, калі яна першапачаткова была ў спакоі, то ў працягу часу t (секунды) яна набывае некаторую скорасць $v\left(\frac{см}{сек}\right)$. Відавочна, што другі закон Ньютона, фармуляваны ў выглядзе $p = ma$, можа быць напісаны таксама ў іншым выглядзе: калі маса m, якая першапачаткова была ў спакоі, рухаецца роўнамерна-паскорана з паскарэннем $a = \frac{v}{t}$ (v—канечная скорасць, t — час дзеяння сілы), то $pt = mv$. Калі-б маса не была першапачаткова ў спакоі, а мела-б пачатковую скорасць v_0, то гэты выраз быў-бы напісаны так: $pt = m(v - v_0)$ або $pt = m \cdot \Delta v$, дзе $\Delta v = (v - v_0)$ ёсць змена скорасці[1].

Змена колькасці руху як эфект, выкліканы дзеяннем сілы на масу, якая свабодна рухаецца, прапарцыянальна велічыні дзеючай сілы і таму часу, у працягу якога яна дзейнічала; але іншы раз сіла дзейнічае такі кароткі час (адзін „момант", адзін „міг"), што ацаніць яе велічыню і працягласць яе дзеяння бывае вельмі трудна (так напрыклад бывае пры ўдары). Такую сілу, якая дзейнічае ў працягу вельмі кароткага часу, мы будзем называць імгненнай сілай.

Калі-б усё-ж з'явілася магчымасць вызначыць час, у працягу якога дзейнічае „імгненная" сіла, то можна было-б вымерыць і яе велічыню па тым паскарэнні, якое яна надае масе, г. зн. па змене скорасці, аднесенай да адной секунды. Але таму што вымярэнне часу дзеяння сіл такога роду немагчыма, то нельга вызначыць і велічыню імгненнай сілы. У выпадках, калі праяўляюць сябе падобныя сілы, мы можам вымяраць толькі эфект, які яны даюць, г. зн. мы можам толькі вымяраць змену колькасці руху той масы, на якую падзейнічала імгненная сіла. Такім чынам мы адзначаем, што ў выпадку імгненнай сілы мы заўсёды прымаем у разлік не самую сілу, а імпульс сілы як велічыню, роўную змене колькасці руху (пры карыстанні ў якасці адзінак грамамі, секундамі, дынамі і *см/сек*).

Формулы размернасці. Мы бачым, што адзінка сілы ўстаноўлена праз адзінку масы і паскарэння, падобна да таго як адзінка паскарэння была ўстаноўлена пры дапамозе двух адзінак—скорасці і часу, а адзінка скорасці пры дапамозе двух асноўных адзінак—даўжыні і часу. Мы павінны звярнуць увагу на тое, што пры ўстанаўленні адзінкі для вымярэння сілы да асноўных мер даўжыні [l] і часу [t] дадаецца яшчэ мера масы, якую мы абазначым [m]. У паняцце сілы ўваходзяць паняцці масы і паскарэння як часткі; сувязь паміж гэтымі велічынямі даецца формулай: сіла роўна масе, памножанай на паскарэнне. Адсюль мы непасрэдна бачым, што мера сілы (калі ўжыць тыя-ж абазначэнні, якімі мы карысталіся раней) вызначаецца выразам $[m] \cdot [lt^{-2}]$ і мы абазначаем яе праз $[p] = [mlt^{-2}]$. Калі мы будзем, устанаўліваючы новыя адзінкі для вымярэння розных фізічных велічынь, імкнуцца звесці ўсе гэтыя новыя адзінкі да ўжо ўстаноўленых раней, то гэта ў многіх выпадках дасць нам магчымасць зменшыць лік новых адзінак, якія ўстанаўліваюцца зусім адвольна.

---

[1] Зразумела, гэты выраз справядлівы толькі ў выпадку нязменнай масы; калі за час руху адбываецца змена масы, то гэты выраз павінен быць напісаны ў выглядзе $pt = \Delta(mv)$, дзе $\Delta(mv)$ ёсць змена колькасці руху.

Так і рабілі ў сваіх работах над электрычнасцю і магнетызмам Гаус і Вебер; яны ўстанаўлівалі новыя адзінкі, якія патрэбна было ўвесці, праз адзінкі даўжыні, масы і часу і такім чынам новыя вытворныя адзінкі зводзілі да трох названых асноўных адзінак (масы, даўжыні і часу). Устанаўліваемыя такім чынам вытворныя адзінкі яны называлі абсалютнымі, а ўсю атрыманую такім чынам сістэму адзінак абсалютнай сістэмай адзінак.

За тры асноўныя адзінкі выбіраюць сантыметр, грам і секунду, а ўсе ўстаноўленыя пры дапамозе іх вытворныя адзінкі называюць адзінкамі *CGS*. Усю абсалютную сістэму ўстаноўленых такім чынам адзінак называюць сістэмай сантыметр—грам—секунда або каротка сістэмай *CGS*.

Формулы $[v]=[lt^{-1}]$, $[a]=[lt^{-2}]$, $[p]=[mlt^{-2}]$ называюцца формуламі размернасці скорасці, паскарэння і сілы, а паказальнікі пры l, m, t — размернасцю скорасці, паскарэння, сілы ў адносінах да даўжыні, масы і часу. Так напрыклад размернасць сілы ў адносінах да часу ёсць t^{-2}. Формулы размернасцяй, апроч іх ужывання пры пераходзе ад адной сістэмы асноўных адзінак да другой, маюць яшчэ і іншае значэнне: яны служаць кантролем пры вывядзенні розных фізычных формул, раўнанняў і г. д. Каб уникнуць агульных разважанняў, якія могуць паказацца малазразумелымі, растлумачым гэта на прыкладзе. Працягласць вагання маятніка t, які мае даўжыню l, залежыць ад паскарэння сілы цяжару g у тым месцы, дзе ён знаходзіцца. Тэарэтычна мы знаходзім (гл. ст. 135) формулу:

$$t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

У левай частцы формулы стаіць час (працягласць вагання). Ясна, што гэта формула будзе няправільнай, калі правая яе частка не будзе таксама выражацца ў адзінках часу. Але што прадстаўляе сабой правая частка? Пад корнем стаіць даўжыня, падзеленая на паскарэнне, г. зн. $[l] : [lt^{2}]$. Гэты выраз прадстаўляе сабой відавочна квадрат часу. Такім чынам у правай частцы роўнасці мы маем час, памножаны на π, г. зн. пэўны лік адзінак часу.

Зусім таксама, напісаўшы выраз другога закону Ньютона ў выглядзе $p\cdot t=m\,(v-v_0)$, мы знойдзем, што размернасць левай і правай часткі раўнання адна і тая-ж. У самай справе, размернасць імпульсу сілы ёсць $[p\cdot t]=[mlt^{-1}]$. У правай частцы мы маем здабытак масы на скорасць; значыць размернасць правай часткі ёсць таксама $[mlt^{-1}]$.

Робячы абагульненні, мы можам сказаць: у правільна напісанай фізічнай формуле абедзве яе часткі павінны быць велічынямі аднаго і таго-ж найменння або, другімі словамі, формула павінна быць аднароднай[1].

Роўнамерна-пераменны прамалінейны рух. Мы ведаем, што калі на пункт, які знаходзіцца ў спакоі, пачала дзейнічаць некаторая пастаянная сіла, то пасля першай секунды гэта сіла надасць яму пэўную скорасць v. Вызначым даўжыню шляху, пройдзенага пунктам за час, у працягу якога яго скорасць узрасла ад 0 да v. Мы можам уявіць сабе паступовае нарастанне скорасці, якое адбываецца так: будзем лічыць, што ў працягу кожнага вельмі кароткага прамежку часу (хоць-бы 0,001 секунды) скорасць застаецца пастаяннай і мае пэўнае значэнне, якое заключаецца паміж 0 і v, і што ў канцы гэтага прамежку часу, г. зн. у пачатку другой тысячнай секунды) скорасць мяняецца скачкамі і прымае новае значэнне, зноў застаючыся пастаяннай у працягу такога-ж прамежку часу (0,001 *сек*). Гэта карціна, аналагічна

---

1 З другога боку па аднароднасці фізічных формул вызначаюцца размернасці некаторых фізічных велічынь. Так напрыклад вызначаецца размернасць гравітацыйнай пастаяннай, універсальнай пастаяннай Планка, ліку Рэйнольдса і г. д.

Некаторыя механічныя адзінкі і формулы размернасці [1].

λ, μ, τ паказальнікі ступені пры l, m, t, г. зн. размернасці адносна даўжыні, масы, часу.

	λ	μ	τ	Формулы размернасці	Адзінка
Вугал . . .	0	0	0		Вугал, дуга якога роўна радыусу (вугал 57,296°). Размернасць: $l\|l = 1$. Ад асноўных адзінак не залежыць (нулявая размернасць)
Даўжыня . .	1	0	0	$[l^1]$	1 *см*
Плошча . .	2	0	0	$[f] = [l^2]$	1 *см*^{2}
Аб'ём . . .	3	0	0	$[v] = [l^3]$	1 *см*^{3}
Маса	0	1	0	$[m]$	1 *г*
Шчыльнасць .	−3	1	0	$[s] = [l^{-3}m]$	Шчыльнасць цела, у 1 *см*^{3} якога змяшчаецца 1 *г* масы
Час	0	0	1		1 *сек*
Скорасць . .	1	0	−1	$[u] = [lt^{-1}]$	Скорасць пункту, які перамяшчаецца за 1 *сек* на 1 *см*
Паскарэнне .	1	0	−2	$[a] = [lt^{-2}]$	Паскарэнне, пры якім скорасць змяняецца за 1 *сек* на 1 *см*|*сек* (галь)
Сіла	1	1	−2	$[k] = [lmt^{-2}]$	Дына—сіла, якая надае 1 *г* масы адзінку паскарэння (1 *см*|*сек*^{2}) або надае 1 *г* масы за 1 *сек* змену скорасці на 1 *см*|*сек*.
Ціск . . .	−1	1	−2	$[p = {}^{-1}mt^{-2}]$	Ціск сілы ў 1 дыну на 1 *см*^{2} (бар.)
Момант сілы .	2	1	−2	$[D] = [l^2mt^{-2}]$	Момант сілы ў 1 дыну, якая дзейнічае на плячо ў 1 *см*
Момант інерцыі	2	1	0	$[K] = [l^2m]$	Момант інерцыі матэрыяльнага пункту ў 1 *г*, які знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі вярчэння
Работа, энергія	2	1	−2	$[W] = [l^2mt^{-2}]$	Эрг—работа, якую вытварае сіла ў 1 дыну на шляху ў 1 *см*, пры супаданні кірункаў шляху і сілы.
Магутнасць .	2	1	−3	$[P] = [l^2mt^{-3}]$	Магутнасць, пры якой за 1 *сек* выконваецца 1 эрг работы.

[1] Апрача сістэмы адзінак *CGS* могуць ужывацца і якія-небудзь іншыя сістэмы. Так, напрыклад, шырока ўжываецца так званая тэхнічная або вагавая сістэма: у ёй за тры асноўныя адзінкі прыняты—адзінкі даўжыні (1 метр), адзінка сілы (сіла ў 1 *кг*, г. зн. сіла, з якой 1 *кг* масы прыцягваецца да зямлі) і адзінка часу (1 секунда). Адзінкай скорасці ў гэтай сістэме з'яўляецца скорасць у $1\frac{м}{сек}$, адзінкай паскарэння $1\frac{м}{сек^2}$. Напрыклад паскарэнне сілы цяжару ў гэтай

паданай вышэй (гл. стар. 13) аб змене скорасці. Там на кожным элементарным адрэзку, на якія была разбіта ўся траекторыя, кірунак руху заставаўся пастаянным, змяняючыся толькі ў пачатку кожнага новага адрэзка.

Такім чынам няхай праз 0,001 секунды пункт набывае большую скорасць, чым тая, якую ён меў у папярэднюю 0,001 секунды. Абазначым скорасць пункту, у працягу якога-небудзь малога прамежку часу (якой-небудзь тысячнай секунды) праз λ; λ роўна даўжыні шляху, які-б прайшоў пункт у секунду, калі-б ён далей рухаўся роўнамерна. Але так як мы лічым, што пункт рухаецца роўнамерна толькі ў працягу 0,001 секунды, то за гэты час ён пройдзе толькі 0,001 λ. А таму што скорасць у роўныя прамежкі часу ўзрастае на аднолькавыя велічыні (бо пункт рухаецца роўнамерна паскорана), то значыць і даўжыня шляху, які праходзіцца за 0,001 секунды, будзе ў роўнамерна-паскораным руху ўзрастаць на кожную 0,001 секунды на адну і тую-ж велічыню. Значыць, даўжыні шляхоў, пройдзеных за кожную 0,001 секунды, ад пачатку руху да канца першай секунды ўтвараюць арыфметычную прагрэсію. Сума яе роўна даўжыні шляху, пройдзенага пунктам за першую секунду. Вядома, што сума арыфметычнай прагрэсіі не змяняецца, калі кожны яе член замяніць сярэднім членам прагрэсіі. Сярэдні член прагрэсіі прадстаўляе даўжыню шляху, што праходзіць пункт са скорасцю, якую ён мае праз паўсекунды пасля пачатку руху. Гэту скорасць лёгка знайсці: таму што скорасць у роўныя

сістэме роўна 9,8 $\frac{м}{сек^2}$. Размернасці скорасці і паскарэння ў гэтай сістэме адпаведна $\left[\frac{м}{сек}\right]$ і $\left[\frac{м}{сек^2}\right]$. Размернасць масы вызначаецца з роўнасці $p = mg$; адсюль $[m] = \left[\frac{p}{g}\right] = \left[\frac{кг\ (сіла)}{м \cdot сек^{-2}}\right] = [кг^1 \cdot м^{-2} \cdot сек^2]$. Адзінкай масы ў гэтай сістэме з'яўляецца тая колькасць яе, якая пад дзеяннем сілы ў 1 *кг* набывае паскарэнне ў $1\frac{м}{сек^2}$. Відавочна такая адзінка масы больш масы ў 1 *кг*—іменна, яна роўна 9,8 *кг* масы. Адзінкай работы ў гэтай сістэме з'яўляецца 1 *кг·м*; адзінка магутнасці $\frac{1\ кг \cdot м}{1\ сек}$ (магутнасць рухавіка, які кожную секунду выдзяляе 1 *кг·м* работы). 75 $\frac{кг \cdot м}{сек}$ складае конскую сілу.

Апрача таго ўжываецца сістэма, у якой (як і ў сістэме *CGS*) асноўнымі адзінкамі служаць адзінкі даўжыні, масы і часу; у якасці такіх прыняты метр, тона (1000 *кг* масы) і секунда. Галоўныя вытворныя адзінкі ў гэтай сістэме:

адзінка плошчы — квадр. метр ($м^2$);

адзінка аб'ёму — кубічн. метр ($м^3$);

адзінка скорасці — $\frac{м}{сек}$;

адзінка паскарэння — $\frac{м}{сек^2}$;

адзінка сілы — стэн; гэта ёсць сіла, якая надае масе ў адну тону паскарэнне ў $1\frac{м}{сек^2}$.

долі секунды ўзрастае на аднолькавыя велічыні, то праз паўсекунды пасля пачатку руху яна будзе роўна палавіне той скорасці, якую пункт будзе мець у канцы першай секунды, г. зн. $\frac{v}{2}$. Такім чынам шлях, які пройдзе пункт у працягу першай секунды, роўны шляху, які ён прайшоў-бы за той-жа час, рухаючыся роўнамерна са скорасцю $\frac{v}{2}$, г. зн. ён лікава роўны $\frac{v}{2}$.

Цяпер мы можам даведацца, які шлях пройдзе пункт у другую, трэцюю... і г. д. секунду. У пачатку другой секунды скорасць пункту роўна v, у канцы другой секунды $2v$. Значыць у працягу другой секунды пункт пройдзе такі шлях, які ён прайшоў-бы за адну секунду, рухаючыся роўнамерна са скорасцю $\frac{3v}{2}$ (гэту скорасць пункт мае ў палавіне другой секунды). Таму ў працягу другой секунды ён пройдзе шлях $\frac{3v}{2}$.

Аналагічна мы атрымаем:

Скорасць пункту ў канцы 1-й секунды v	Шлях, пройдзены за 1-ю секунду $\frac{v}{2}$
„ „ „ „ 2-й „ $2v$	„ „ „ 2-ю „ $\frac{3v}{2}$
„ „ „ „ 3-й „ $3v$	„ „ „ 3-ю „ $\frac{5v}{2}$
„ „ „ „ t-й „ tv	„ „ „ t-ю „ $\frac{(2t-1)v}{2}$

Таму што мы цяпер ведаем, які шлях праходзіць пункт у працягу першай, другой, ...і г. д. секунды, то мы можам вызначыць, які шлях ён пройдзе за любы лік t секунд ад пачатку руху.

За першыя дзве секунды пункт праходзіць шлях, роўны $\frac{v}{2}+\frac{3v}{2}=\frac{4v}{2}$

„ „ тры „ „ „ „ „ $\frac{v}{2}+\frac{3v}{2}+\frac{5v}{2}=\frac{9v}{2}$

„ „ чатыры „ „ „ „ „ $\frac{16v}{2}$

„ „ t „ „ „ „ „ $\frac{t^2v}{2}$

Гэтым зусім вызначаецца прамалінейны роўнамерна-пераменны рух матэрыяльнага пункту, які перад пачаткам свайго руху знаходзіўся ў спакоі.

Мы павінны адзначыць, што літарай v тут абазначана скорасць, набытая пунктам праз адну секунду; гэта ёсць нішто іншае, як паскарэнне пункту. Ужываючы ранейшыя абазначэнні і абазначыўшы праз s шлях, пройдзены за t секунд пунктам, які першапачаткова знаходзіўся ў спакоі

і затым прышоў у роўнамерна-паскораны рух з паскарэннем a, мы перапішам апошнюю формулу ў такім выглядзе:

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

Калі пункт у пачатковы момант руху меў скорасць, v_0 то

скорасць пункта ў канцы 1-й секунды $v_0 + v$

„ „ „ „ 2-й „ $v_0 + 2v$

„ „ „ „ 3-й „ $v_0 + 3v$

„ „ „ „ t-й „ $v_0 + tv$

шлях, пройдзены за 1-ю секунду $v_0 + \frac{v}{2}$

„ „ „ 2-ю „ $v_0 + \frac{3v}{2}$

„ „ „ 3-ю „ $v_0 + \frac{5v}{2}$

„ „ „ t-ю „ $v_0 + \frac{(2t-1)v}{2}$

І зусім таксама, як у выпадку руху без пачатковай скорасці, знойдзем шлях, пройдзены за час t:

за першыя дзве секунды пункт пройдзе шлях, роўны

$$2v_0 + \frac{v}{2} + \frac{3v}{2} = 2v_0 + \frac{4v}{2},$$

за першыя тры секунды пункт пройдзе шлях, роўны

$$3v_0 + \frac{v}{2} + \frac{3v}{2} + \frac{5v}{2} = 3v_0 + \frac{9v}{2},$$

за першыя чатыры секунды пункт пройдзе шлях, роўны

$$4v_0 + \frac{16v}{2},$$

за першыя t секунд пункт пройдзе шлях, роўны

$$tv_0 + \frac{t^2v}{2}.$$

Зноў ужыўшы тыя-ж абазначэнні, прыдзем да формулы:

$$s = v_0t + \frac{at^2}{2},$$

Калі пункт, які мае пачатковую скорасць v_0, з некаторага моманту часу зацішае свой рух, то ён з гэтага моманту набывае адмоўнае паскарэнне, і апошняя формула дае выражэнне шляху, пройдзенага за час t, у зацішаным руху пунктам, які меў пачатковую скорасць v_0. Абагульняючы абедзве гэтыя формулы ў адну, напішам агульную формулу для шляху, прой-

дзенага пунктам у роўнамерна-пераменным (паскораным або зацішаным) руху:

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}.$$

Свабоднае падзенне цел у пустаце. Штодзённы вопыт паказвае, што калі цела не падвешана і нічым не падтрымліваецца, то яно падае ўніз на зямлю. (Мы кажам зараз аб „свабодным падзенні цела", процістаўляючы яго падзенню па „прадпісаным шляху", якім з'яўляецца напрыклад падзенне па нахіленай плоскасці). Пры пэўных дапушчэннях свабоднае падзенне трэба лічыць прамалінейным роўнамерна-паскораным рухам. Дапушчэнні, якія дазваляюць лічыць свабоднае падзенне роўнамерна-паскораным рухам, такія: па-першае, мы лічым, што супраціўленне паветра адсутнічае, па-другое, мы не прымаем пад увагу вярчэння зямлі, і па-трэцяе, мы дапушчаем, што даўжыня шляху, пройдзенага падаючым целам (для прастаты, замест падзення цела, мы, як і ўсюды дагэтуль, будзем разглядаць падзенне матэрыяльнага пункту) вельмі малая ў параўнанні з размерамі зямлі. Тады вертыкальная прамая лінія будзе траекторыяй падаючага матэрыяльнага пункту, па якой гэты апошні будзе рухацца ўніз роўнамерна-паскорана.

Велічыня паскарэння цела, якое свабодна падае, знойдзена вопытным шляхам; гэту велічыню заўсёды абазначаюць літарай g; яна роўна прыблізна 980 адзінкам скорасці ў секунду, г. зн. каля 980 *см|сек*². Гэта велічыня аднолькавая для ўсіх цел, г. зн. усе целы падаюць з аднолькавым паскарэннем (гл. ст. 32).

Замяняючы ва ўсіх формулах на ст. 28 v (або на ст. 29 a) праз $g = 980$ *см|сек*², мы агрымаем рад формул, якія характарызуюць рух падаючага цела.

Калі пачатковая скорасць цела, якое падае, роўна нулю, то праз адну секунду яно набудзе скорасць, роўную 980 *см|сек*; праз 10 секунд яно набывае скорасць, роўную $10 \cdot 980$ *см|сек*; гэта азначае, што калі б з канца дзесятай секунды на цела больш не дзейнічала сіла, прымушаючая яго падаць, то яно пачало б рухацца роўнамерна, праходзячы па 98 *м* у кожную секунду. Шлях, які цела праходзіць на працягу t-й секунды, роўны $(2t-1)\frac{g}{2}$; значыць шлях, пройдзены целам у першую секунду, роўны $1 \cdot \frac{g}{2} = 490$ *см* і г. д. Зусім таксама з формулы $s = \frac{gt^2}{2}$ мы знойдзем той шлях, які пройдзе цела за t секунд (дзе t—любы лік секунд пасля пачатку руху).

У першую секунду ($t = 1$) цела праходзіць $1 \cdot 490$ *см*.

За дзве першыя секунды ($t = 2$) цела праходзіць $4 \cdot 490$ *см*.

За дзесяць першых секунд ($t = 10$) цела праходзіць $100 \cdot 490$ *см* = 490 *м*.

Якую скорасць будзе мець цела ў канцы свайго шляху, калі яно падае з вышыні h? Таму што $h=\frac{gt^2}{2}$, то час падзення відавочна

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}} \text{ секунд.}$$

Скорасць падаючага цела праз t секунд пасля пачатку падзення роўна $v=gt$, а значыць

$$v=g\sqrt{2\frac{h}{g}}=\sqrt{g^2\frac{2h}{g}}=\sqrt{2gh}.$$

Цела, якое ўпала з вышыні 10 *м*, дасягае зямлі са скорасцю

$$v=\sqrt{2\cdot 980\cdot 1\,000}=1\,400 \text{ } см/сек.$$

Сіла цяжару. Вага. З прычыны таго, што падзенне ёсць паскораны, накіраваны да цэнтру зямлі рух, у якім велічыня паскарэння g праз увесь час падзення застаецца пастаяннай, то мы можам заключыць, што ўсякае падаючае цела знаходзіцца пад дзеяннем пастаяннай сілы; а таму што ўсе целы падаюць у кірунку да цэнтру зямлі, то сіла, прыложаная да іх, накіравана таксама да цэнтру зямлі, прычым гэту сілу мы ўяўляем сабе як сілу, з якой зямля прыцягвае да сябе падаючае цела, і называем яе **сілай цяжару.**

Для цела масы m велічыня сілы цяжару роўна mg. Сілу цяжару якога-небудзь цела мы называем таксама **вагой** гэтага цела. Іншымі словамі: вага p якога-небудзь цела, роўна яго масе m, памножанай на паскарэнне g сілы цяжару; $p=mg$ ёсць выражаная ў дынах сіла цяжару, якая дзейнічае на масу mг, надаючы ёй паскарэнне g *см/сек*^{2}. Вага цела масы 1 *г* роўна 1×980 дын, вага цела масы 1 *кг* роўна 1000×980 дын і г. д. З гэтых супастаўленняў паміж масай і яе вагой мы можам скласці ўяўленне аб тым, наколькі вялікая (або больш правільна наколькі малая) абсалютная адзінка сілы. Таму што 980 дын роўны вазе 1 *г* масы, то 1 дына роўна вазе $\frac{1}{980}$ *г*, г. зн. прыблізна вазе 1 *мг*. Калі цела ляжыць на якой-небудзь падстаўцы, або калі яно падвешана на ніці, то сіла, якая прыцягвае яго да зямлі,—яго „вага"—праяўляе сябе не ў тым, што цела падае, а ў тым, што яна цісне на падстаўку або расцягвае ніць. Такім чынам можна даць такое азначэнне таму, што называецца **вагой** цела: гэта ёсць сіла, з якой зямля прыцягвае данае цела, г. зн. гэта ёсць сіла, якая прымушае свабоднае цела падаць вертыкальна ўніз з паскарэннем g або якая прымушае несвабоднае цела ціснуць на перашкоды, якія не даюць яму падаць або расцягваць ніць, на якой яно падвешана.

Поле сілы цяжару. Роўнасць інертнай і цяжкой масы[1]. Дзеянне зямлі на цела, якое падае, падобна да дзеяння магніту на жалеза. Фарадэй, які першы пачаў вывучаць дзеянне магніту на жалеза, лічыў, што магніт стварае ў акружаючай яго прасторы некаторы характэрны фізічны стан—„магнітнае поле". Гэта поле дзейнічае на жалеза, якое знаходзіцца ў ім, і прымушае яго прыцягвацца да магніту. Аналагічна магнітнаму полю навакол магніту, мы ўяўляем сабе, што навакол зямлі існуе поле сілы цяжару (або гравітацыйнае поле). Уласцівасці гравітацыйнага поля зямлі мы можам выясніць з назірання і вывучэння тых з'яў, у якіх праяўляецца прыцяжэнне ўсіх цел зямлёю, напрыклад з таго, што сіла, з якой зямля дзейнічае на цела, што знаходзіцца ў яе гравітацыйным полі, змяншаецца паводле пэўнага закону, па меры таго як цела ўдаляецца ад зямлі. Адна з асаблівасцяй поля сілы цяжару заключаецца ў тым, што ўсе целы, якія знаходзяцца толькі пад дзеяннем сілы цяжару, рухаюцца ў кірунку да зямлі з аднолькавым паскарэннем, г. зн. усе целы падаюць аднолькава шпарка, незалежна ад таго, вялікія або малыя гэтыя целы па сваіх размерах, „цяжкія" яны або „лёгкія", ці зроблены яны з свінца, з шкла, або яшчэ з чаго-небудзь. Можа паказацца, што гэта сцвярджэнне супярэчыць нашаму штодзённаму вопыту: так напрыклад кожны ведае, што пушынка падае больш павольна, чым клубок шэрсці, а клубок шэрсці больш павольна, чым камень. Але справа ў тым, што ва ўсіх гэтых з'явах, якія мы назіраем штодзённа, на рух цел уплывае супраціўленне паветра, прычым уплыў супраціўлення паветра ў трох упамянутых выпадках падзення розны. Калі-б падзенне гэтых трох цел адбывалася ў беспаветравай прасторы, дзе няма супраціўлення паветра, то ўсе яны падалі-б аднолькава.

Тая акалічнасць, што ўсе целы падаюць у пустаце аднолькава шпарка, даказвае, што вага цела прапарцыянальна яго масе. Вышэй мы бачылі, што вага цела з масай m г роўна mg дын: Калі мы будзем паслядоўна прымаць масу цела $m=1, 2, 3$ г..., то яго вага будзе павялічвацца ў 2, 3... і г. д. разоў. Таму што паскарэнне падаючага цела g заўсёды адно і тое-ж, то відавочна, што на ў два разы большую масу дзейнічае ў два разы большая сіла цяжару, на ў тры разы большую масу—у тры разы большая сіла і г. д.

Аб тым, што ўсе целы падаюць „аднолькава шпарка", г. зн. што для ўсіх цел паскарэнне сілы цяжару g адно і тое-ж, было вядома з часоў Галілея. Але значэнне гэтага факту для асноўных палажэнняў фізікі заставалася доўгі час цёмным; на яго была ўпершыню звернута ўвага Эйнштэйнам (1913 г.)

---

[1] Тут гаворыцца аб роўнасці цяжкой і інертнай масы. Гэта можа прывесці чытача да думкі, што кожнае цела мае дзве масы, якія мы называем інертнай і цяжкой. На самай-жа справе тут ідзе гутарка аб двух спосабах вызначэння масы цела: на аснове ўласцівасцей інертнасці цела і на аснове цяжару цела; карыстаючыся і тым і другім спосабам, мы атрымаем адно і тое-жзначэнне для масы цела.

Аб тым, як можна вызначыць масу цела, было сказана на стар. 22: для гэтага на цела трэба навесці дзеянне якой-небудзь сілы і вызначыць велічыню набытага ім паскарэння. Пры гэтым трэба звярнуць асаблівую ўвагу на тое, што сіла, якая прыводзіць цела ў рух, можа быць па сваёй прыродзе якой заўгодна, яна можа быць любога фізічнага паходжання. Якою-б ні была па прыродзе сіла, якая дзейнічае на гэту масу, паскарэнне, атрыманае ёю, будзе па сваёй велічыні такое, што часнае ад дзялення сілы на паскарэнне заўсёды будзе прадстаўляць адну і тую-ж велічыню, іменна масу данага цела.

Вызначаемую такім чынам масу (як часнае ад дзялення сілы, якая дзейнічае на набываемае паскарэнне), мы называем інертнай масай, бо асноўная ўласцівасць, якая характарызуе масу, гэта яе інертнасць, яе ўласцівасць аказваць супраціўленне ўсякай змене ў стане руху. Такім чынам інертная маса мае ўсеагульнае значэнне; ёю вызначаюцца паводзіны цела ў адносінах да ўсякай сілы, якая дзейнічае на яго. Таму паняцце інертнай масы датычыць матэрыі самой па сабе, незалежна ад тых фізічных уласцівасцей, якія матэрыя можа мець.

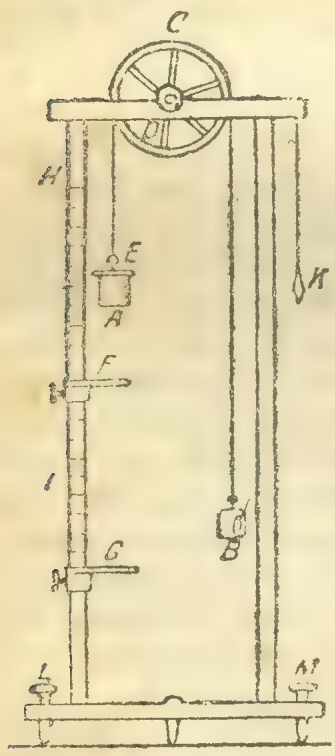
Аднак масу цела звычайна вызначаюць не па яе інертнасці, а па яе вазе (як цяжкую масу), карыстаючыся для гэтага вагамі.

З таго, што ўсе целы падаюць аднолькава хутка, можна, як мы ўжо бачылі, зрабіць заключэнне, што існуе прапарцыянальнасць паміж масай усякага цела і яго вагой. Аб вазе цела можна меркаваць або пры дапамозе вагаў з каромыслам (вагарных вагаў) або пры дапамозе дынамометра (або спружынных вагаў). На вагах з каромыслам (ст. 85) параўноўваюць сілу, з якой зямля прыцягвае данае цела (г. зн. сілу цяжару) з той сілай, з якой зямля прыцягвае адзінку масы (г. зн. сілай цяжару—або вагою—адзінкі масы). Пры дапамозе спружынных вагаў непасрэдна вымяраюць сілу, з якой данае цела прыцягваецца да зямлі (а не параўноўваюць вагу некаторай масы з вагой адзінкавай масы, як гэта робіцца на вагах з каромыслам). Калі мы непасрэдна вымерым пры дапамозе спружынных вагаў сілу ў полі сілы цяжару, то, ведаючы паскарэнне сілы цяжару g, мы знойдзем цяжкую масу цела (зусім таксама мы знойдзем цяжкую масу цела, параўноўваючы яе з адзінкавай масай пры дапамозе ўзважвання на вагах з каромыслам).

Калі-б мы зрабілі два вымярэнні масы аднаго і таго-ж цела—адзін раз вымерылі-б яго масу, як масу „інертную“, а другі раз толькі што апісаным спосабам вымерылі-б яго „цяжкую масу“, то мы пераканаліся-б, што цяжкая маса дакладна роўна інертнай масе. Гэта азначае, што адна з уласцівасцей цела—яго цяжар, які вызначаецца ў адносінах да спецыяльнага фізічнага сілавога поля, іменна ў адносінах да гравітацыйнага поля зямлі, супадае з другой уласцівасцю цела—яго інертнасцю, якая азначаецца як агульная ўласцівасць матэрыі, прычым яна не залежыць ні ад якіх яе іншых фізічных уласцівасцей і ні ад якіх знешніх фізічных умоў. Роўнасць цяжкой і інертнай масы ёсць адзін з найбольш дакладна

ўстаноўленых эксперыментальных фактаў. Ньютон знайшоў яго з дакладнасцю да 1:100, Бесель з дакладнасцю да 1:60 000 і Этвёш (1894) з дакладнасцю да 1:200 000 000. Такім чынам цяжкая і інертная масы сапраўды роўны. Эйнштейн кажа наконт гэтага: ранейшая механіка толькі канстатавала гэты бясспрэчны факт, не даўшы яму ніякага тлумачэння; здавальняючая інтэрпрэтацыя можа быць дана толькі ў такой формуле: адна і тая-ж уласцівасць цела праяўляецца ў залежнасці ад знешніх абставін, то як „цяжар", то як „інерцыя".

Доследнае пацвярджэнне двух першых законаў руху Ньютона. Машына Атвуда. На папярэдніх старонках мы прышлі да вываду, што рух цалкам характарызуецца паскарэннем, і калі вядома велічыня рухоўнай масы, то можна вызначыць і велічыню сілы, якая з'яўляецца прычынай руху; але пераканацца ў правільнасці гэтых заключэнняў мы можам толькі на аснове доследа; напрыклад наша заключэнне будзе пацверджана, калі мы выявім, што пры дзеянні на масу 500 *г* сілы ў 1000 дын, гэта маса будзе (як гэта патрабуе формула: паскарэнне $= \frac{\text{сіла}}{\text{маса}}$) рухацца з пастаянным паскарэннем, роўным 2 *см/сек*², г. зн. так, што яе скорасць за кожную секунду будзе павялічвацца на 2 *см/сек*². У такім выпадку, пры пачатковай скорасці, роўнай нулю, скорасць у канцы першай секунды павінна быць роўна 2 *см/сек*²; і калі-б, пачынаючы з гэтага моманту, сіла спыніла-б сваё дзеянне, то цела пачало-б у кожную секунду праходзіць па 2 *см*. Маса, якая рухаецца з паскарэннем 2 *см/сек*², у першую секунду пройдзе 1 *см*, у другую 3 *см*; шлях, пройдзены ёю ў першыя дзве секунды, будзе 4 *см* і г. д.



Рыс. 13. Машына Атвуда.

Правільнасць заключэнняў, да якіх мы прышлі, правяраецца на доследзе пры дапамозе машыны Атвуда (прафесар у Кембрыджы, канец XVIII века). У гэтым доследзе дзеючай сілай з'яўляецца вага *mg* якой-небудзь вядомай масы *m*. Але пры свабодным падзенні рух адбываецца занадта шпаркa, для таго каб у нашых звычайных памяшканнях можна было-б вымяраць адлегласці, якія праходзяцца падаючым целам (ужо ў першую секунду свабодна падаючае цела праходзіць амаль 5 *m*). Таму паскарэнне падзення штучна змяншаюць, прымушаючы дзеючую сілу *mg* (г. зн. вагу падаючай масы *m*) прыводзіць у рух не толькі самую масу *m*, але яшчэ і некаторую другую масу.

На рыс. 13 паказана машына Атвуда з яе галоўнымі часткамі. Дзве гіркі *A* і *B*, з роўнымі масамі па *M г* кожная, замацаваны адна з адной пры дапамозе шнура *ACB*, перакінутага праз кола, якое можна вярцецца на восі *D*.

З прычыны таго, што вага гірак *A* і *B* аднолькавая, то кола застаецца нерухомым (як вагі з каромыслам, на чашках якіх паложаны аднолькавыя грузы). Каб прывесці гіркі *A* і *B* у рух, на гірку *A* накладваецца „перагрузак" *E*, які звычайна робіцца ў выглядзе кароткага стрыжня. Гэта і ёсць маса *m*, вага якой *mg* прадстаўляе сабой сілу, што прыводзіць у рух усю сістэму. Пры дзеянні вагі перагрузак *E*, гірка *A* апускаецца, а гірка *B* узнімаецца (вярчэнне кола мы не прымаем пад увагу). Уздоўж стрыжня *HI* можа перасоўвацца кальцо *F*, праз якое гірка *A* праходзіць свабодна, але праз якое не можа прайсці перагрузак *E*. У той момант, калі маса *A* праходзіць праз кальцо, перагрузак *E* застаецца на кальцы і такім чынам сіла, якая рухае ўсю сістэму, з гэтага моманту спыняе сваё дзеянне. Пасля гэтага ўся сістэма працягвае свой рух па інерцыі. Ніжэй кальца *F* да стрыжня *HI* прымацавана пласцінка *G*, якую таксама можна перасоўваць уздоўж стрыжня *HI*. Гірка *A*, якая апускаецца,

удараецца аб пласцінку G, і гук удару аб яе дае сігнал аб тым, што гірка A дайшла да пэўнага месца. На HI нанесены міліметровыя дзяленні, а прамежкі часу адлічваюцца па ўдарах маятніка K, які адбівае секунды. Згодна папярэдняга, паскарэнне руху, у якім прымаюць удзел масы A, B і E, будзе роўна:

$$\frac{\text{вага перагрузка } E,\ \text{г. зн. } mg}{\text{маса гіркі } A(M) + \text{маса гіркі } B(M) + \text{маса перагрузка } E(m)},$$

або

$$\frac{mg}{2M+m}.$$

Адсюль відаць, што паскарэнне грузаў, якія апускаюцца, будзе роўна толькі некаторай долі паскарэння g свабодна падаючага цела. Падбіраючы адпаведным чынам масы M і m, можна зрабіць паскарэнне груза, які апускаецца, колькі заўгодна малым. Калі напрыклад мы возьмем $M = 495$ *г* і $m = 10$ *г*, то паскарэнне ўсёй сістэмы будзе роўна:

$$\frac{10g}{990+10} = \frac{10g}{1\,000} = 9{,}8\ см/сек^2$$

і, калі нашы папярэднія заключэнні правільныя, то скорасць гірак у канцы t-й секунды будзе роўна 9,8 *см/сек*, шлях, пройдзены гіркай у t-ю секунду роўны, $(2t-1)4{,}9$ *см*, а шлях, пройдзены за t секунд, будзе роўны $4{,}9\ t^2$ *см*. Шлях, які пройдзе гірка A ў першую секунду, павінен быць роўны $\frac{9{,}8}{2} = 4{,}9$ *см*. Пры дапамозе машыны Атвуда можна даказаць правільнасць усіх паданых вышэй заключэнняў, як адносна руху па інерцыі, так і адносна руху пад дзеяннем пастаяннай сілы.

Трэці закон Ньютона. Роўнасць дзеяння і проціддзеяння. Ведаючы кірунак сілы і яе велічыню, мы ведаем аб сіле ўсё што аб ёй наогул можа быць вядома; але нашаму ўспрыманню даступны толькі рэзультат дзеяння сілы на якое-небудзь матэрыяльнае цела. Дзеянне сілы на якое-небудзь цела мы можам уявіць сабе толькі як непасрэднае ўздзеянне на яго некаторага другога цела, як абумоўлены гэтым другім целам штуршок або цягу. Ва ўсіх гэтых выпадках мы павінны ўказаць яшчэ, дзе прыложана сіла, з якой другое цела дзейнічае на першае, г. зн. пункт прылажэння сілы. Пакуль мы разглядаем толькі адзін матэрыяльны пункт, пунктам прылажэння сілы натуральна з'яўляецца ён сам. Але калі гутарка ідзе аб целе, тады пунктам прылажэння сілы можа быць кожны з пунктаў гэтага цела.

Поўнае тлумачэнне таго, у чым заключаецца з'ява дзеяння сілы на некаторае цела A, мы можам мець толькі тады, калі, апроч цела A, па якім мы непасрэдна мяркуем аб рэзультаце дзеяння сілы, мы знойдзем другое цела, якое дзейнічае на A,— некаторае цела B, наяўнасць якога, як сказана вышэй, неабходна для ўзнікнення сілы, дзеючай на цела A. Тады мы кажам, што цела B дзейнічае на A з некаторай пэўнай сілай. Так напрыклад падзенне камня (цела A) мы прыпісваем той сіле, з якой на яго дзейнічае зямля (цела B); зусім таксама мы кажам аб сіле, з якой магніт (цела B) дзейнічае на жалеза (цела A); мы кажам аб сіле цягі, з якой конь (цела B) дзейнічае на калёсы (цела A) і г. д.

Пры гэтым мы разглядаем кожную з'яву з боку таго з двух яе ўдзельнікаў (A або B), які, як нам здаецца, адыгрывае галоўную ролю (зямля прыцягвае камень, магніт прыцягвае жалеза,

конь вязе калёсы і г. д.). Але ў прыродзе сілы ніколі не дзейнічаюць аднабакова, яны заўсёды праяўляюцца ў выглядзе ўзаемадзеяння паміж двума масамі. Прыцяжэнне ёсць сіла ўзаемадзеяння паміж камнем і зямлёй, паміж магнітам і жалезам, сіла цягі праяўляецца паміж канём і калёсамі.

Такім чынам мы прыходзім да таго, што сіла, якая дзейнічае паміж зямлёй і камнем, прымушае не толькі камень падаць на зямлю, але і зямлю рухацца насустрач падаючаму камню; але таму што маса зямлі вельмі вялікая, то, згодна другога закону, руху, паскарэнне, якое набывае зямля, такое мізэрнае, што мы не ў стане яго заўважыць. Першы закон Ньютона гаворыць аб тым выпадку, калі на цела наогул не дзейнічае ніякая сіла; другі закон гаворыць аб руху цела пад дзеяннем якой-небудзь адной сілы. Трэці закон Ньютона дапаўняе першыя два; ён гаворыць, што сіла заўсёды дзейнічае паміж двума целамі: кожнаму дзеянню адпавядае роўнае яму і працілегла накіраванае процідзеянне (рэакцыя) або, іншымі словамі, узаемныя дзеянні двух цел адно на адно роўны і процілегла накіраваны. Што мы называем дзеяннем, а што процідзеяннем, залежыць ад таго, як мы глядзім на з'яву. Падзенне камня ёсць рэзультат дзеяння зямлі на камень. Тады дзеянне камня на зямлю, г. зн. прыцяжэнне зямлі камнем (хоць рэзультат гэтага дзеяння—рух зямлі—не можа быць заўважаны) мы назавем процідзеяннем; зямля дзейнічае на камень з некаторай пэўнай сілай, а камень дзейнічае на зямлю з роўнай і процілегла накіраванай сілай процідзеяння.

Гаворачы аб прыцяжэнні жалеза магнітам, мы звычайна маем на ўвазе, што магніт прыцягвае да сябе жалеза. Але гэта ўяўленне не поўнае. Дапусцім, што да адной і той-жа плаваючай у вадкасці дошчачкі прымацаваны на некаторай адлегласці адзін ад аднаго магніт і жалеза (рыс. 14). З прычыны таго, што магніт *M* прыцягвае да сябе жалеза *E*, а *E* трывала прымацавана да плаваючай дошчачкі, то ўся гэта дошчачка пабуджаецца да руху ў кірунку, указаным стрэлкай. Калі-б толькі магніт прыцягваў да сябе жалеза, то дошчачка павінна была-б пачаць рухацца ў бок магніту. Але ў сапраўднасці яна застаецца ў спакоі, з чаго мы павінны заключыць, што існуе і другая прычына, якая пабуджае дошчачку да руху ў процілеглым кірунку, і што не рухомы стан дошчачкі ёсць рэзультат гэтых двух роўных і ўзаемна процілеглых пабуджэнняў. Адсюль робіцца ясным, што не толькі магніт прыцягвае да сябе жалеза, але што і жалеза з роўнай, але працілегла накіраванай сілай прыцягвае да сябе магніт. Аб тым, што гэта сапраўды так, нам кажа такі дослед: прымацуем магніт да адной дошчачкі, а кавалак жалеза да другой і пусцім абедзве гэтыя дошчакі плаваць на некаторай адлегласці адну ад адной. Калі прытрымаць рукою тую дошчачку, да якой прымацавана жалеза, то магніт будзе падплываць да жалеза.

Рыс. 14. Роўнасць дзеяння і процідзеяння.

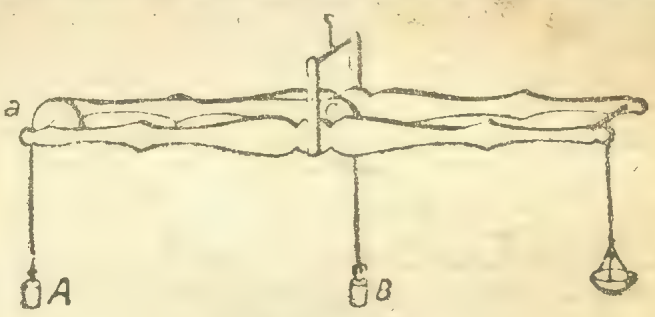
Яснае ўяўленне аб роўнасці дзеяння і процідзеяння ствараецца пры разглядзе сіл ціску якога-небудзь цела на апору і рэакцыі апоры, або па нацяжэнні і рэакцыі ніці ў выпадку падвешанага цела. Калі напрыклад якое-небудзь цела ляжыць на стале або вісіць на нітцы, то яно ціскне на стол або нацягвае нітку з сілай, роўнай вазе цела. Калі цела паложана на руку, то рука непасрэдна адчувае ціск; ва ўсіх гэтых выпадках, не зважаючы на тое, што цела знаходзіцца пад дзеяннем сілы цяжару (вагі), яно застаецца ў спакоі; значыць, з боку таго, што перашкаджае яго руху, г. зн. з боку стала, або ніці, або рукі на цела таксама дзейнічае

сіла роўная яго сіле цяжару, але накіраваная вертыкальна ўверх, г. зн. процілегла яго вазе. Калі-б гэта процідзеянне было меншае за вагу цела, то цела ўціскалася-б у стол або расцягнула-б ніць; але калі-б процідзеянне было большае за вагу цела, то цела павінна было-б узняцца ўверх. Значыць, у даным выпадку сіла процідзеяння дакладна роўнавазе цела. Лягчэй за ўсё кожны можа заўважыць сілы процідзеяння з боку прадметаў, якія перашкаджаюць руху, на самім сабе. Калі мы ляжым, сядзім або стаім на каленях, мы непасрэдна адчуваем дзякуючы вазе ўласнага цела рэакцыю тых прадметаў, на якія мы апіраемся, на якія цісне наша цела.

Калі гімнаст вісіць на турніку, то ён адчувае ў пальцах рукі ціск, накіраваны ўверх; але ён больш не будзе адчуваць гэтага ціску з таго-ж моманту, як толькі адпусціць рукі; адначасова са спыненнем дзеяння вагі яго цела на брус спыняецца і рэакцыя бруса; гэта служыць пераканальным доказам адначасовага дзеяння і процідзеяння (гл. ст. 98; адчуванне адцэнтравай сілы як сілы рэакцыі).

Таксама выразна адчуваецца процідзеянне на ўласным целе пры стралянні са стрэльбы. Цэлячыся, стралок прыстаўляе прыклад да пляча; узрыў пораху з поўнай сілай выкідвае са стрэльбы кулю і ў той-жа момант з роўнай, але процілеглай сілай прыклад ударяецца ў плячо („аддача").

Доказ роўнасці дзеяння і процідзеяння на машыне Пагендорфа. У справядлівасці трэцяга закону можна пераканацца пры дапамозе доследа, правёўшы яго на машыне Пагендорфа. Машына Пагендорфа ў сутнасці прадстаўляе сабой роўнаплечныя вагі з каромыслам (рыс. 15), да якіх, падобна таму як гэта робіцца ў машыне Атвуда, падвешваюцца дзве роўныя масы і перагрузак. Ніць, на канцах якой падвешаны дзве роўныя паводле масы гіркі *A* і *B*, перакінута праз два блокі *a* і *c*, прычым апошнія верцяцца вакол восей з вельмі малым церцем. Перш за ўсё вагі ўроўнаважваюцца нагрузкай, якая накладваецца на чашку вагаў. Калі на гірку *B* пакласці перагрузак, то гірка *A* ўзнімецца, але адначасова апусціцца левае плячо вагаў. Гэта значыць, што ў той момант, калі на масу *A* дзейнічае цяга ўверх, сама яна на блок дзейнічае з некаторай сілай уніз. Калі мы пакладзем перагрузак на *A*, то гірка *B* узнімецца, але разам з тым узнімецца і левае плячо вагаў. Гэта значыць, што калі маса *A* цягне блок уніз, то да яе прыложана другая сіла, накіраваная ўверх. Пераканацца ў роўнасці дзеяння і процідзеяння можна, падбіраючы грузы на чашцы вагаў так, каб вагі ва ўсіх выпадках заставаліся ў роўнавазе.



Рыс. 15. Машына Пагендорфа.

Уяўная супярэчнасць паміж законамі руху Ньютона і данымі доследа. На першы погляд можа паказацца, што тыя рухі, якія мы пастаянна назіраем у штодзённым жыцці, стаяць у супярэчнасці з паданымі вышэй законамі. Каб разабрацца ў гэтых супярэчнасцях, трэба перш за ўсё выясніць, ці выкананы ў даным выпадку ўсе тыя ўмовы, пры якіх гэтыя законы былі ўстаноўлены. Перш за ўсё трэба мець на ўвазе, што ў сапраўднасці мы маем справу не з матэрыяльнымі пунктамі, а з целамі, прычым гэтыя целы заўсёды пры сваіх рухах сустракаюць якія-небудзь супраціўленні, да якіх у першую чаргу належыць церце. Нават цела з паверхняй, якую мы маглі-б назваць ідэальнай (напрыклад паліраваны шкляны шар), калі яно рухаецца па такой-жа гладкай паверхні, усё-такі павінна адчуваць прыкметнае церце, бо ні адно цела і ні адна паверхня не могуць быць ідэальна гладкімі; на іх заўсёды ёсць непрыкметныя для нас няроўнасці і шаршавасці. Значыць тыя ўмовы, пры якіх справядлівы першы закон руху, у сапраўднасці ніколі не могуць быць захованы поўнасцю. Маючы на ўвазе другі закон руху, мы таксама не павінны ўпускаць з-пад увагі з'явы церця. Сіла ў *та* дын надае масе ў *т г* паскарэнне ў *а см/сек²* толькі пры адсутнасці церця. Калі-ж рух адбываецца з церцем, то для таго каб масе *т* надаць паскарэнне *а*, да гэтай масы трэба прылажыць сілу большую, чым *та*,

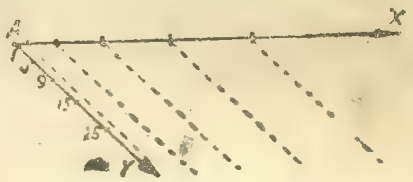
бо ў гэтым выпадку патрэбна яшчэ некаторая дадатковая сіла, якая перамагае церце. Пры адсутнасці церця цела, пасля таго як сіла спыніць сваё дзеянне на яго, працягвала-б рухацца з той скорасцю, якую яно мела ў момант спынення дзеяння сілы. Але ў сапраўднасці разам са знікненнем рухаючай сілы *та* больш не дзейнічае і тая сіла, якая перамагала церце; таму цела пад дзеяннем супраціўлення церця праз некаторы час спыніцца. Таму, напрыклад, адчэплены ад паравоза вагон, працягваючы яшчэ рух, коціцца па рэйках усё больш і больш павольна і нарэшце спыняецца; у звязку з той-жа прычынай спыняецца ўрэшце лодка, калі спыніць веславанне, і г. д. Тое, што было сказана адносна двух першых законаў руху, можа быць дапасавана таксама і да трэцяга. Так напрыклад пры павярхоўным поглядзе нам пакажацца даволі трудным вытлумачыць на аснове трэцяга закону руху—чаму конь цягне калёсы, тады як паводле закону роўнасці дзеяння і процідзеяння абодва дзеючыя адно на адно целы павінны рухацца або н а с у с т р а ч адно аднаму або ў п р а ц і л е г л ы я б а к і адно а д а д н а г о. Паводле трэцяга закону руху конь цягне калёсы ўперад з такой-жа сілай, з якой і калёсы цягнуць каня назад; не зважаючы на гэта, конь вязе за сабой калёсы: пры гэтым процідзеянне праяўляецца ў тым штуршку, які капыты каня даюць зямлі. Разглядаючы гэты просты выпадак руху, мы павінны звярнуць увагу не толькі на дзеянне каня на калёсы і процідзеянне калёс, але таксама і на д з е я н н е і п р а ц і д з е я н н е як паміж к а л ё с а м і і з я м л ё й, так і паміж к а н ё м і з я м л ё й. Узаемадзеянне паміж зямлёй і калёсамі праяўляецца ў сіле церця, якое перашкаджае руху калёс. Сіла, з якой конь цягне калёсы, павінна перамяшчаць калёсы наперад і перамагаць церце паміж зямлёй і калёсамі; накіраваная ў процілеглы бок сіла процідзеяння калёс павінна перамяшчаць каня назад і перамагаць церце паміж канём і зямлёй. Але конь, упіраючыся капытамі ў зямлю, сустракае з боку зямлі сілу процідзеяння, якая накіравана ў п е р а д. (Падобна таму як пры адштурхванні ад берагу вяслом лодка і чалавек, які ў ёй сядзіць, сустракаюць сілу процідзеяння зямлі, таксама накіраваную ўперад, у бок руху лодкі). Гэта накіраваная ўперад гарызантальная сіла процідзеяння зямлі і ёсць тая сіла, з якой конь цягне калёсы. Калі яна роўна накіраванай у процілеглы бок сіле, з якой калёсы дзейнічаюць на каня, то конь вязе калёсы з пастаяннай скорасцю. Калі-ж накіраваная ўперад сіла процідзеяння зямлі меншая, чым сіла, з якой конь дзейнічае на калёсы, то конь слізгае і падае назад. Таму, для таго, каб конь мог везці калёсы, трэба, каб ён меў магчымасць моцна адштурхнуцца ад зямлі і каб з боку зямлі на каня дзейнічала адваротная сіла—сіла процідзеяння, г. зн. для гэтага неабходна, каб паміж канём і зямлёй існавала большае церце, чым паміж калёсамі і зямлёй.

Сумеснае дзеянне некалькіх сіл. Складанне рухаў, паралелаграм сіл. Такім чынам мы бачым, што ўяўная нязгода рухаў, якія назіраюцца ў сапраўднасці, з асноўнымі паданымі вышэй законамі руху, тлумачыцца тым, што ў сапраўднасці на кожнае цела заўсёды дзейнічаюць адначасова некалькі розных сіл. Таму мы цяпер павінны выясніць пытанне аб руху матэрыяльнага пункту, на які адначасова дзейнічаюць некалькі сіл.

Дапусцім, што на пункт адначасова дзейнічаюць дзве сілы X і Y (рыс. 16 і 17), прычым калі-б на пункт дзейнічала толькі адна сіла X, тады пункт рухаўся-б у кірунку AX, а калі-б на яго дзейнічала толькі адна сіла Y, то пункт рухаўся-б у кірунку AY. Пры адначасовым дзеянні на яго абодвух сіл пункт не можа рухацца ні ў кірунку AX (бо з гэтага кірунку яго адхіляе сіла Y), ні ў кірунку AY (бо з AY яго адхіляе сіла X). Шлях, па якім ён фактычна будзе перамяшчацца, мы знаходзім пры дапамозе наступных разважанняў. Дапусцім, што пад дзеяннем адной толькі сілы X пункт рухаецца з паскарэннем, роўным 4 адзінкам паскарэння, а пад дзеяннем адной толькі сілы Y—з паскарэннем,

роўным 2 адзінкам паскарэння. Тады пад дзеяннем адной сілы X пункт прайшоў-бы па прамой у працягу t секунд адлегласць $S = \frac{t^2 a}{2}$ (дзе $a = 4$). Значыць ад пачатку A ён адыйдзе праз 1, 2, 3, 4,... t *сек* на адлегласці 2, 8, 18, 32,... $t^2 \frac{4}{2}$ *см.* Калі-б на пункт дзейнічала адна сіла Y (прычым $a = 2$), то яна прайшла-б па прамой AY ад пункту A праз 1, 2, 3... t *сек* адлегласці 1, 4, 9, 16,... $t^2 \cdot \frac{2}{2}$ *см.* Цяпер уявім сабе, што пункт рухаецца па прамой AX, але прамая AX у той-жа час перамяшчаецца паралельна самой сабе ў кірунку AY так, што пункт A, які ляжыць на ёй, рухаецца па прамой AY з такой-жа скорасцю, з якой рухаўся-б

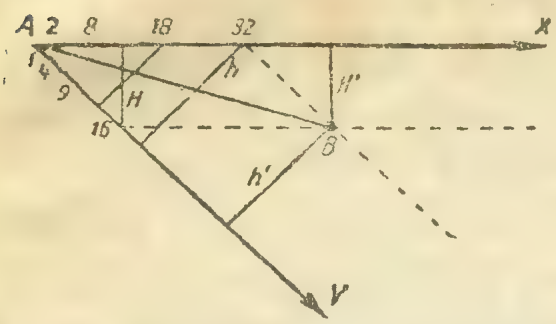
Рыс. 16. Складанне рухаў і паралелаграм сіл. Перамяшчэнне пункту пад дзеяннем адной толькі сілы X.



Рыс. 17. Складанне рухаў і паралелаграм сіл. Перамяшчэнне пункту пад дзеяннем адной толькі сілы Y.

па AY наш матэрыяльны пункт, калі-б на яго дзейнічала адна сіла Y. У такім выпадку ў той час як матэрыяльны пункт рухаецца па прамой AX, сама прамая AX паслядоўна займае палажэнні, паказаныя на рыс. 16 пунктырам. Значыць матэрыяльны пункт у кожны даны момант часу знаходзіцца на прамой, паралельнай кірунку сілы X і праходзячай праз той пункт прамой AY, у якім знаходзіўся-б у гэты момант матэрыяльны пункт, калі-б ён рухаўся пад дзеяннем адной толькі сілы Y. Замяніўшы X праз Y і дапасаваўшы тыя-ж самыя разважанні, мы прыдзем да такога заключэння: рухоўны пункт знаходзіцца ў кожны даны момант часу на прамой, паралельнай кірунку сілы Y і праходзячай праз той пункт AX, у якім знаходзіўся ў гэты момант матэрыяльны пункт, калі-б ён рухаўся пад дзеяннем адной толькі сілы X. Калі цяпер мы адзначым тыя палажэнні, якія прамыя AX і AY адначасова займаюць пры сваіх перамяшчэннях, то тым самым мы адзначым палажэнні, якія будзе займаць наш пункт у гэтыя моманты, бо адзначаныя пункты будуць месцамі перасячэння двух прамых, па якіх пункт можа рухацца. Адсюль відаць, што матэрыяльны пункт у кожны даны момант часу будзе знаходзіцца ў вяршыні B паралелаграма, процілеглая вяршына якога ёсць той пункт A, адкуль пачаўся рух (рыс. 18). Такім чынам матэрыяльны пункт будзе ўвесь час рухацца па дыяганалі AB паралелаграма, форма якога вызначаецца кірункамі AX і AY, г. зн. вуглом паміж гэтымі двума прамымі. Гэты рух, які пункт сапраўды будзе рабіць пад адначасовым дзеяннем сіл X і Y, ёсць складаны рух, ён складаецца з тых рухаў, якія матэрыяльнаму

пункту былі-б наданы паасобку сіламі X і Y. Рухі, якія робяцца пад дзеяннем сілы X або Y, паасобна называюцца **кампанентамі** руху, а рух, які складаецца з іх,—**рэзультуючым** рухам. Графічнае складанне кампанент руху ў рэзультуючы робіцца паводле так званага **правіла паралелаграма**.



Рыс. 18. Складанне рухаў і паралелаграм сіл. Перамяшчэнне пункту пад дзеяннем двух сіл.

Велічыню паскарэння ρ рэзультуючага руху можна знайсці з геаметрычных меркаванняў. Нехай ξ — паскарэнне ў кірунку восі X, а η—паскарэнне ў кірунку восі Y (г. зн. ξ і η—паскарэнні пад дзеяннем сіл X і Y кожнай паасобку) і φ—вугал паміж прамымі AX і AY. Тады паводле абагульненай тэарэмы Піфагора

$$\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta\cos\varphi}.$$

Калі $\varphi = 0$, г. зн. кірункі ξ і η супадаюць, то $\cos\varphi = 1$ і

$$\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta} = \xi + \eta,$$

г. зн. рэзультуючае паскарэнне роўна суме кампанент паскарэння. Калі $\varphi = 180°$, то кірункі паскарэнняў ξ і η прама процілеглы, $\cos\varphi = -1$ і

$$\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - 2\xi\eta} = \xi - \eta,$$

г. зн. рэзультуючае паскарэнне роўна рознасці кампанент паскарэння і накіравана ў бок большай.

Рух матэрыяльнага пункту ёсць рэзультат дзеяння **сілы** і наш матэрыяльны пункт рухаецца якраз так, як калі-б на яго дзейнічала **адна сіла, накіраваная па дыяганалі паралелаграма**. На гэтай падставе сілы X і Y называюць **сіламі кампанентамі**, сілу, накіраваную па дыяганалі (рыс. 18), **роўнадзейнай** складаемых сіл, графічнае складанне двух кампанент у рэзультуючую—**паралелаграмам сіл**.

Калі-б матэрыяльны пункт рухаўся пад дзеяннем адной толькі сілы X, то праз час $t = 4$ ён прайшоў-бы шлях $s = 32$, г. зн. ён знаходзіўся-б ад прамой AY на адлегласці h. Калі-б ён рухаўся пад дзеяннем адной толькі сілы Y, ён за той-жа час $t = 4$ прайшоў-бы шлях $s = 16$, г. зн. знаходзіўся-б на адлегласці H ад AX. У **сапраўднасці** пад сумесным дзеяннем абодвух сіл матэрыяльны пункт у момант часу $t = 4$ знаходзіцца ў пункце B, г. зн. адначасова на адлегласці h ад AY і на адлегласці H ад AX ($h' = h$ і $H' = H$ як адрэзкі паралельных прамых паміж двума паралельнымі прамымі). Такім чынам у **сапраўднасці** ён адначасова прымае ўдзел у абодвух рухах, і кожны з двух рухаў адбываецца зусім **незалежна** ад другога і адначасова з ім.

Такім чынам рэзультат сумеснага дзеяння двух сіл дакладна такі-ж, як калі-б на матэрыяльны пункт дзейнічала-б толькі а д н а сіла, велічыня і кірунак якой знаходзяцца з яе кампанент толькі што ўказаным спосабам.

Рух кінутага цела ў пустаце. Нам вядома, які павінен быць рух пункту, калі на яго адначасова дзейнічаюць дзве сілы; мы ведаем таксама, які будзе яго рух пасля таго, як абедзве сілы адразу спыняць дзеянне: матэрыяльны пункт будзе тады па інерцыі рухацца ў тым кірунку і з той скорасцю, якія ён меў у момант спынення дзеяння сіл. Але як будзе рухацца матэрыяльны пункт або цела, калі з двух дзеючых на яго сіл раптоўна спыніць сваё дзеянне толькі адна? Такі выпадак прадстаўляе сабой рух к і н у т а г а ц е л а. Цела, якое кідаецца пад некаторым вуглом да гарызонту, знаходзіцца пад дзеяннем двух сіл: па-першае, той, якая прымушае яго рухацца ў пэўным кірунку, і па-другое, сілы цяжару, якая прымушае яго падаць на зямлю. Дзеянне першай сілы спыняецца ў момант кідання, а сіла цяжару працягвае дзейнічаць праз увесь час яго руху. Сіла, якая прывяла цела ў рух (якая кінула яго), надае гэтаму целу пэўную скорасць і пэўны кірунак. Гэту скорасць і кірунак цела мае ў той момант, калі яно пакідае той прадмет, якім яно было прыведзена ў рух (напрыклад руку, ракетку, дула стрэльбы). Калі-б на кінутае цела пасля гэтага не дзейнічала ніякая другая сіла, то яно ўвесь час працягвала-б рухацца па інерцыі ў тым-жа самым кірунку і з той-жа скорасцю, з якой яно было кінута. Але, як сказана вышэй, на яго ўвесь час дзейнічае сіла цяжару. Пакуль кідаемае цела знаходзіцца ў руцэ або ў дуле стрэльбы, сіла цяжару праяўляе сябе толькі тым, што цела цісне на тое, што яго ўтрымлівае ад падзення. Але як толькі цела пакідае апору, якая яго падтрымлівае, то яго павінна пад дзеяннем сілы цяжару пачаць падаць уніз. Такім чынам з таго моманту, як цела кінута, яго рух складаецца з двух рухаў: аднаго (пад дзеяннем сілы цяжару) прамалінейнага і р о ў н а м е р н а - п а с к о р а н а г а, другога (па інерцыі) прамалінейнага і р о ў н а м е р н а г а. Якім будзе рэзультуючы рух? Вугал паміж кірункамі двух складаючых рухаў можа быць любым у залежнасці ад таго, як было кінута цела (гарызантальна або пад якім-небудзь вуглом да гарызонту).

Свабоднае падзенне цела ёсць рух прамалінейны і роўнамерна-паскораны толькі пры пэўных умовах, аб якіх было сказана на ст. 30. Мы будзем дапускаць, што гэтыя ўмовы выкананы (траекторыя кінутага цела значна ўскладняецца, калі прымаць пад увагу супраціўленне паветра).

Прасцей за ўсё вызначыць траекторыю цела, кінутага вертыкальна ўверх. Калі-б на цела, кінутае вертыкальна ўверх, не дзейнічала-б ніякая сіла, то яно павінна было-б рухацца па інерцыі вертыкальна ўверх; калі-б цела, кінутае вертыкальна ўверх, рухалася-б пад дзеяннем толькі адной сілы цяжару (без руху па інерцыі), то яно пачало-б падаць вертыкальна ўніз. Траекторыя цела ёсць значыць вертыкальная прамая. Няхай цела кінута вертыкальна ўверх з пачатковай скорасцю v_0;

тады праз t секунд адна з кампанент яго скорасці будзе роўна v_0 і накіравана вертыкальна ўверх, а другая, абумоўленая сілай цяжару, роўна gt і накіравана вертыкальна ўніз. Значыць рэзультуючая скорасць праз t секунд будзе роўна $v_0 - gt$ (лічачы скорасць, накіраваную ўверх, дадатнай, а ўніз—адмоўнай). Значыць рух цела, кінутага ўверх, ёсць рух з а ц і ш а н ы. Таму што адмоўны член—gt з цягам часу павялічваецца, то ўрэшце, напрыклад праз t секунд пасля таго як цела было кінута, надыйдзе момант, калі $v_0 - gt = 0$, г. зн. рэзультуючая скорасць зробіцца роўнай нулю. Цела не можа больш узнімацца ўверх, у гэты момант яно знаходзіцца пад дзеяннем а д н о й толькі сілы цяжару, і з гэтага моманту пачынае падаць уніз. Такім чынам мы бачым, што цела пачне падаць уніз з моманту, калі $v_0 = gt$, г. зн. праз $t = \frac{v_0}{g}$ секунд пасля таго, як яно было кінута. На якую вышыню пры гэтым узнімецца цела? Калі-б [illegible] кінутае ўверх са скорасцю v_0, рухалася-б толькі па інерцыі, то праз t с[illegible] ўзнялося-б на вышыню tv_0. Але таму што яно адначасова ў працягу гэтых-жа t секунд падае на $\frac{t^2 g}{2}$ *см*, то яно ўзнімаецца толькі на вышыню $\left(v_0 t - \frac{t^2 g}{2}\right)$ або (замяняючы t яго зн[illegible] $\frac{v_0}{g}$ на вышыню $\frac{v_0^2}{2g}$. З гэтай вышыні $h = \frac{v_0^2}{2g}$ цела падае зноў уніз. Паводле формулы на стар. 31 з вышыні h цела падае ў працягу часу $t = \sqrt{\frac{}{g}}$ шыні $h = \frac{v_0^2}{2g}$ яно падае ў працягу часу $t = \frac{v_0}{g}$. З гэтага відаць, што цела ўзнімаецца с т о л ь к і-ж ч а с у, к о л ь к і п а д а е. Праз t секунд пасля пачатку падзення скорасць цела роўна gt, і значыць праз $\frac{v_0}{g}$ секунд яго скорасць роўна v_0; с к о р а с ц ь, з я к о й к і н у т а е в е р т ы к а л ь н а ў в е р х ц е л а з в а р о ч в а е ц ц а ў т о е м е с ц а, а д к у л ь я н о к і н у т а, р о ў н а я г о п а ч а т к о в а й с к о р а с ц і.

Калі цела кінута вертыкальна ўніз, то яго скорасць праз t секунд пасля пачатку руху будзе роўна $v_0 + gt$, бо абедзве кампаненты скорасці маюць аднолькавы кірунак; шлях, які пройдзе цела за t секунд па вертыкалі ўніз, роўны $v_0 t + \frac{gt^2}{2}$. Такім чынам рух цела, кінутага вертыкальна ўверх або вертыкальна ўніз, характарызуецца формуламі:

$$v = v_0 \pm gt \text{ і } s = v_0 t \pm \frac{gt^2}{2}.$$

Рыс. 19. Траекторыя гарызантальна кінутага цела.

Якая будзе траекторыя цела, калі вугал паміж кірункам, у якім яно кінута, і кірункам падзення цела, прамы (цела кінута гарызантальна), востры (цела кінута нахілена ўніз) або тупы (цела кінута нахілена ўверх)? Каб ва ўсіх гэтых выпадках знайсці траекторыю цела і яго палажэнне на ёй у любы момант часу, успомнім, як вызначаецца палажэнне пункта, які адначасова прымае ўдзел у двух розных рухах (рыс. 16, 17, 18). На рыс. 19 такой-жа пабудовай, як на рыс. 18, атрымана траекторыя цела, кінутага гарызантальна. У залежнасці ад велічыні гарызантальнай кампаненты скорасці (г. зн. скорасці, з якой цела кінута) мы атрымаем парабалу [1]), якая мае выгляд *I*, або выгляд *BCD*, або выгляд *II*. Калі цела кінута

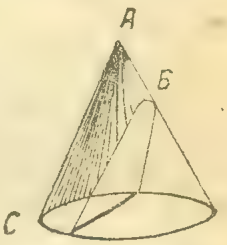
[1] Парабала ёсць канічнае сячэнне: калі круглы конус перасячы плоскасцю паралельна яго ўтвараючай, то гэта плоскасць перасячэ паверхню конуса на парабале (рыс. 20).

гарызантальна, то ў пачатку руху яно знаходзіцца на найбольшай вышыні. Яно знаходзіцца ў в я р ш ы н і парабалы (якая ляжыць у вертыкальнай плоскасці) і рухаецца па адной з яе галін уніз. Калі цела кінута пад тупым вуглом да гарызонту (нахілена ўверх), то яно рухаецца спачатку ўверх па адной галіне да вяршыні, а потым уніз па другой галіне. Такім чынам траекторыя кінутага цела— парабала з вертыкальнай воссю і галінамі, якія расходзяцца ўніз. Мы не будзем тут падрабязна спыняцца на вывучэнні руху кінутага цела, пададзім толькі самыя галоўныя формулы, якія адносяцца да такога роду рухаў. Калі цела кінута пад вуглом α да гарызонту з пачатковай скорасцю v_0, то найбольшая вышыня пад'ёму ёсць $h = \frac{v_0^2}{2g}\sin^2\alpha$ (h ёсць вышыня вяршыні парабалы над тым пунктам, з якога цела кінута). Далячыня палёту цела (гарызантальная адлегласць паміж пачатковым палажэннем цела і тым пунктам, у якім траекторыя цела перасякае гарызантальную плоскасць, што праходзіць праз пачатковае палажэнне) $W = \frac{v_0^2}{g}\cdot\sin^2\alpha$; пры $\alpha = 45°$, W мае найбольшае значэнне $W = \frac{v_0^2}{g}$. Час палёту $T = \frac{2v_0}{g}\cdot\sin\alpha$. На аснове гэтых формул можна паказаць, што пры заданай пачатковай скорасці можна папасці ў цэль пры двух значэннях вугла нахілу α.

Пры наяўнасці супраціўлення паветра рух кінутага цела зусім мяняецца: траекторыя аказваецца не парабалай; галіна, па якой цела рухаецца ўніз, крутейшая за тую, па якой яно ўзнімаецца. Вышыня і далечыня палёту моцна адрозніваюцца ад вызначаемых папярэднімі формуламі, максімальная далечыня палёту не адпавядае значэнню $\alpha = 45°$ і г. д.

Уплыў вярчэння зямлі на кірунак падзення. Мы спыніліся на выпадку руху гарызантальна кінутага цела, бо гэты выпадак мае агульнае значэнне. У сапраўднасці свабоднае падзенне цела ніколі не адбываецца пры тых умовах, якія мы дапускалі на стар. 30. Мы-ж не прымаем пад увагу вярчэння зямлі, а яго ўплыў заўсёды дае сябе адчуваць.

Зямля верціцца ў кірунку з захаду на ўсход і ў выніку гэтага надае ўсякаму звязанаму з ёй целу некаторую скорасць у тым-жа кірунку. Таму цела, якое падае з якой-небудзь вежы, ёсць, строга кажучы, цела, кінутае на ўсход. Гарызантальная скорасць (якая паходзіць ад вярчэння зямлі) вяршыні вежы некалькі большая за скорасць асновы вежы. Таму вярчэнне зямлі некалькі адхіляе падаючае з вяршыні вежы цела н а ў с х о д (ад асновы вежы), і цела падае не ў пункт, які ляжыць адвесна ўнізе пад пачатковым палажэннем цела, а некалькі н а ў с х о д. Труднасці, звязаныя з эксперыментальнай праверкай гэтага факту, вялізныя: асабліва трудна знайсці пункт, які ляжыць строга адвесна пад заданым пунктам, каля вяршыні вежы, а таксама аслабаніць цела ад старонніх уздзеянняў; апроч таго гэта адхіленне ад вертыкалі вельмі малое: эксперыментальна знойдзенае адхіленне, адпаведнае вышыні падзення ў 80 *м*, роўна толькі 1 *см*.



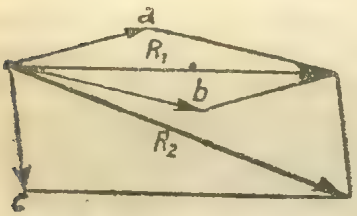
Рыс. 20. Сячэнне конуса плоскасцю, паралельнай утваральнай.

Параўнанне доследа Г а л я (1902), які вывучыў падзенне з вышыні ў 23 *м*, з сярэдняй памылкай у 3,3 проц., і доследа Ф л а м а р ы о н а (1903) пры вышыні падзення ў 68 *м* пры сярэдняй памылцы у 22 проц. паказвае, што меншая вышыня дае лепшы рэзультат. Згодна з тэорыяй, усходняе адхіленне прапарцыянальна вышыні і часу падзення. Каб, не зважаючы на змяншэнне падзення усё-ж атрымаць надзейны рэзультат, трэба як мага больш павялічыць час падзення.

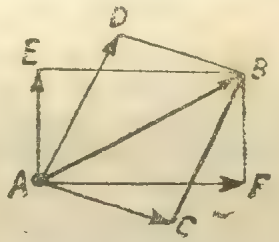
Таму Г а г е н у Рыме (1912) даследваў уплыў вярчэння зямлі на падаючае цела пры дапамозе машыны Атвуда. Пры вышыні падзення 23 *м* і паскарэнні, роўным $\frac{1}{25}g$, ён знайшоў адхіленне, роўнае прыблізна 0,9 *мм*; гэта згодна з тэорыяй з дакладнасцю да 1 проц. Вярчэнне зямлі адхіляе таксама кулю з вертыкальнай плоскасці стрэлу (гл. паскарэнне Карыоліса).

Складанне і раскладанне сіл. Дагэтуль мы казалі толькі аб двух адначасовых рухах і аб адначасовым дзеянні толькі двух сіл. Калі на пункт адначасова дзейнічаюць тры сілы *a*, *b* і *c* (рыс. 21), то трэцяя сіла *c* складаецца з сілай R_1, якая з'яўляецца роўнадзейнай сіл *a* і *b*, і мы атрымаем новую роўнадзейную R_2. Зусім таксама чацвертая сіла складаецца з роўнадзейнай R_2 сіл *a*, *b*, *c* і г. д. (**сілавы многавугольнік**). Наадварот, сілу, велічыня і кірунак якой паказаны адрэзкам *AB* (рыс. 22), можна раскласці на дзве сілы *AC* і *AD*, або на дзве сілы *AE* і *AF*, і наогул на дзве такія сілы, на якіх можна пабудаваць паралелаграм сіл з дыяганаллю *AB*. А таму што кожную з кампанент мы можам у сваю чаргу прадставіць як роўнадзейную якіх-небудзь іншых сіл, то значыць кожную дану сілу можна замяніць любым лікам адначасова дзеючых сіл, якія, складаючыся паводле правіла паралелаграма, даюць рэзультуючую, роўную данай сіле.

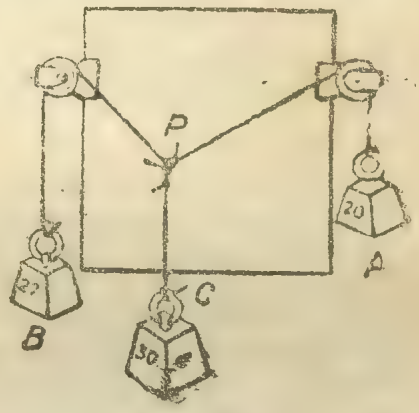
Дапусцім, што на матэрыяльны пункт дзейнічаюць *n* сіл, прычым роўнадзейная $n-1$ з іх дакладна роўна па велічыні *n*-й сіле, але накіравана ў процілеглы бок. Тады сумеснае дзеянне гэтых сіл будзе такім-жа, як калі-б на матэрыяльны пункт дзейнічалі дзве роўныя па велічыні, але процілегла накіраваныя сілы. Дзеянне двух такіх сіл узаемна знішчаецца, бо яны імкнуцца рухаць пункт з аднолькавым паскарэннем у процілеглых кірунках. Значыць рэзультат іх дзеяння будзе такі, нібыта на пункт наогул не дзейнічаюць ніякія сілы; а таму што двума роўнымі і процілегла накіраванымі сіламі мы замянілі *n* сіл, аб якіх казалі вышэй, то значыць і дзеянне гэтых *n* сіл таксама зусім не змяняе стану руху або спакою пункту; калі пункт знаходзіўся ў спакоі, то ён застанецца ў спакоі; калі пункт рухаўся прамалінейна і роўнамерна, то ён будзе працягваць рухацца прамалінейна і роўнамерна.



Рыс. 21. Складанне трох сіл.



Рыс. 22. Раскладанне сілы на дзве кампаненты.



Рыс. 23. Уроўнаважанне трох сіл.

Такім чынам мы бачым, што пры пэўных умовах пункт, не зважаючы на тое, што ён знаходзіцца пад дзеяннем сіл, можа ўсё-ж захоўваць стан свайго руху або спакою нязменным. Наадварот, калі пункт знаходзіцца ў спакоі або рухаецца прамалінейна і роўнамерна, то гэта яшчэ не значыць, што на яго не дзейнічаюць ніякія сілы; гэта азначае толькі, што сілы, якія дзейнічаюць на яго, узаемна знішчаюцца. Тры грузы (рыс. 23) цягнуць пункт *P* у трох розных кірунках; але, не зважаючы на гэта, пункт застаецца нерухомым, бо роўнадзейная сіл *A* і *B* знішчаецца

сілай *C*. (Гэта можна паказаць, пабудаваўшы паралелаграм сіл). У гэтым выпадку кажуць, што сілы *A*, *B* і *C* узаемна ўроўнаважваюцца. Цягнік пад дзеяннем пастаяннай сілы пары рухаецца роўнамерна, а не паскорана. Гэта адбываецца таму, што пры руху на цягнік апроч сілы пары дзейнічаюць яшчэ сілы церця. Стан руху не мяняецца, г. зн. цягнік рухаецца роўнамерна, бо ўсе гэтыя сілы ўзаемна ўроўнаважваюцца.

Вектар. Скалар. Паралелаграм сіл (і яго абагульненне—сілавы многавугольнік) з'яўляецца прыкладам той схемы, па якой наогул складаюць (і раскладаюць) „накіраваныя" велічыні — вектары. Вектарам называюць такую велічыню, для поўнай характарыстыкі якой трэба ўказаць не толькі яе лікавае значэнне, але і яе кірунак. Скорасць, паскарэнне, сіла — гэта вектары; усе яны маюць пэўнае лікавае значэнне і пэўны кірунак. Для нагляднасці вектары паказваюць стрэлкамі; даўжыня стрэлкі (у пэўным маштабе) дае лікавае значэнне велічыні, а кірунак стрэлкі—кірунак адпаведнай вектарнай велічыні—напрыклад скорасці, паскарэння або сілы.

Велічыні, да якіх паняцце „кірунку" нельга дапасаваць, як напрыклад тэмпература, маса, шчыльнасць, — цалкам характарызуюцца адным сваім лікавым значэннем. Іх называюць скаларамі (Гамільтон, 1853).

Рыс. 24. Складанне двух вектараў.

Рыс. 25. Складанне трох вектараў.

У фізіцы ўвесь час прыходзіцца сустракацца з велічынямі, якія маюць пэўны кірунак і з якімі прыходзіцца аперaваць як з вектарамі. Вектарныя велічыні адыгрываюць вельмі важную ролю амаль ва ўсіх аддзелах фізікі.

Схема складання двух вектараў, напрыклад вектараў *1* і *2* (рыс. 24), наступная: да канца аднаго вектара 1 прыкладваюць у адпаведным кірунку другі вектар *2*. Замыкаючы бок *3* трохвугольніка, утворанага вектарамі *1* і *2*, у кірунку ад пачатку першага *1* вектара да канца другога *2*, дае велічыню і кірунак шуканага рэзультуючага вектара. На рысунку паказана ўжыванне гэтай схемы пры складанні двух сіл або двух рухаў (рэзультат атрымліваецца такі-ж, як пры складанні паводле правіла паралелаграма).

Пры складанні любога ліку вектараў да канца першага вектара мы прыкладаем вектар, велічынёю і кірункам роўны другому, да канца другога—вектар, велічынёю і кірункам роўны трэцяму, і г. д.; у рэзультаце мы атрымаем разамкнуты прасторавы многавугольнік, які паслядоўна праходзіцца ў кірунку кожнага паасобнага вектара. Замыкаючы бок гэтага многавугольніка, па якім мы бярэм кірунак ад пачатку першага вектара да канца апошняга (г. зн. кірунак процілеглы таму, у якім мы абходзілі гэты многавугольнік) дае велічыню і кірунак шуканага рэзультуючага вектара. На рыс. 25 паказана складанне трох сіл; яно дае такі-ж рэзультат, як і складанне пры дапамозе пабудовы паралелаграма

сіл на рыс. 21. У вектарным прадстаўленні роўнавага трох прыложаных да матэрыяльнага пункту сіл выражаецца ў тым, што тры вектары, якія прадстаўляюць сабой сілы, складаючыся, утвараюць замкнуты трохвугольнік, г. зн. роўнадзейную, роўную нулю.

Роўнавага сіл. Статыка. Дынаміка. Прадметам статыкі з'яўляецца вучэнне аб роўнавазе сіл. Дынаміка ёсць вучэнне аб руху ў залежнасці ад сіл, якія робяць гэты рух. Пры ўсякага роду механічных з'явах можна вызначыць, як выражаецца перавага адных сіл над другімі; лягчэй за ўсё перавага адных сіл над другімі вызначаецца ў тых выпадках, калі мы непасрэдна прыкладаем адпаведную мускульную сілу.

Так, напрыклад, калі мы ўзнімаем або рухаем цела, або калі мы падзяляем яго на часткі (разбіваем, разломваем, распільваем, расціскаем) або дэфармуем яго (расцягваем, сціскаем, згібаем)— мы ўжываем некаторае ўсілле. Які-б механічны працэс мы не разглядалі, мы заўсёды знаходзім дзве групы процілегла дзеючых (так сказаць „змагаючыхся") сіл, а як рэзультат усякага механічнага працэсу — змену палажэння цела. Сюды адносіцца таксама перамяшчэнне частак цела ў адносінах адной да адной, напрыклад пры згібанні або пры якіх-небудзь іншых дэфармацыях цела. Часткі дэфармаванага цела ўтвараюць сістэму матэрыяльных пунктаў, размешчаных у адносінах адна да адной інакш, чым яны былі размешчаны перад дэфармацыяй.

З двух сістэм сіл, аб якіх ідзе гутарка, адна імкнецца змяніць палажэнне цела (або часткі, або матэрыяльнага пункту); у паданых прыкладах — гэта наша мускульная сіла. Другая сістэма сіл супраціўляецца гэтай змене палажэння: у нашых прыкладах такімі сіламі з'яўляюцца сіла цяжару, церце, інерцыя цела, яго цвёрдасць, а таксама іншыя дзеючыя паміж часткамі цела сілы, якія абумаўляюць сашчапленне яго частак. Каб змяніць палажэнне цела—надаць яму рух,—трэба перамагчы тыя сілы, якія аказваюць яму супраціўленне, знішчыць іх дзеянне. Тады цела будзе весці сябе так, як нібы на яго не дзейнічаюць ніякія сілы.

Каб зрабіць гэта больш наглядным, разгледзім суадносіны паміж сіламі, якія дзейнічаюць на цягнік. Дапусцім, што цягнік прыходзіць у рух і затым ідзе з некаторай пэўнай скорасцю. Будзем для прастаты разглядаць толькі прамалінейны і роўнамерны рух цягніка. Цягнік прыводзіцца ў рух сілай пары. Калі-б на цягнік не дзейнічалі ніякія іншыя сілы, то ўжо самай мізэрнай сілы пары было-б досыць, каб прывесці яго ў рух і затым паступова давесці яго скорасць да патрэбнай велічыні. З гэтага моманту дзеянне сілы пары зрабілася-б зусім лішнім, бо цягнік працягваў-бы ўвесь час рухацца з наданай яму скорасцю па інерцыі. Але ў сапраўднасці апроч сілы пара на цягнік дзейнічаюць яшчэ і іншыя сілы, прычым дзеянне іх процілегла дзеянню сілы пары. Гэтыя сілы—церце колаў, церце на восях, супраціўленне паветра і інш.—складаюць сістэму сіл, роўнадзейная якіх мае пэўную велічыню і кірунак. Дзеянне гэтай роўнадзейнай усіх сіл знішчаюць тым, што прыкладваюць сілу (сілу пары), роўную ёй па велічыні і процілеглую па кірунку. Ужо самага мізэрнага лішку (звыш гэтай велічыні) сілы пары дастаткова, для таго каб паступова паскорыць рух цягніка, і ўрэшце давесці яго скорасць да патрэбнай велічыні. Калі гэтая патрэбная скорасць дасягнута, можна зноў зменшыць сілу пары на гэты яе лішак і да-

кладна ўраўняць яе велічыню з роўнадзейнай сіл церця і інш. Тады на цягнік будуць дзейнічаць толькі **дзве** роўныя і процілегла накіраваныя сілы, дзеянне якіх узаемна знішчаецца. Цягнік будзе працягваць рухацца з набытай ім скорасцю па інерцыі. Тое, што сказана тут адносна цягніка і сілы пары, кожны з вас адчувае на сабе, прыводзячы ў рух які-небудзь груз, а затым рухаючы яго—напрыклад штурхаючы яго ўперадзе сябе або цягнучы за сабой. Мы павінны ўжыць большае ўсілле для таго, каб прывесці якое-небудзь цела ў рух, ссунуць яго з месца (перамагчы інерцыю і церце), чым для таго каб падтрымаць ужо наданы рух (толькі перамагаць адну сілу церця). Таму конь ужывае большае ўсілле для таго, каб ссунуць калёсы з месца, чым для таго, каб потым везці іх.

Работа. Тое-ж, што ў паданых вышэй прыкладах, адбываецца і пры ўсіх механічных працэсах: у іх заўсёды ёсць у наяўнасці змена палажэння (цел, частак, матэрыяльных пунктаў), і ў іх заўсёды прымаюць удзел дзве групы процілегла дзеючых сіл, з якіх адна перашкаджае змене палажэння. Гэту сілу (або групу сіл) называюць **супраціўленнем** або **нагрузкай**, перамаганне супраціўлення называюць **работай**. Строга кажучы, аб перамаганні адной сілы другою можа ісці гутарка толькі ў тым выпадку, калі адна сіла (або група сіл), якая выконвае работу, большая за другую сілу (супраціўленне). Калі-ж сілы ўзаемна ўраўнаважваюцца, то ні адна з іх не з'яўляецца ні пераможанай, ні перамогшай. Сіла, якая выконвае работу, імкнецца не даць супраціўленню зменшыць наяўную скорасць, а супраціўленне перашкаджае дзеючай сіле павялічваць гэту сілу. Калі ўстанаўліваецца роўнамерны рух, то работа, якая выконваецца сілай, заключаецца значыць у **перамаганні супраціўлення**.

Выходным пунктам пры ўстанаўленні ў фізіцы паняцця **работы** з'явілася работа людзей і жывёл. Тое больш абагульненае значэнне, якое работа мае ў фізіцы, і тыя факты, паводле якіх мы мяркуем аб яе велічыні, зробяцца зразумелымі, калі мы разгледзім напрыклад работу, што выконвае мускульная сіла чалавека. Напрыклад, калі мы пры дапамозе нашай мускульнай сілы ўзнімаем які-небудзь груз, што ляжыць на зямлі, мы выконваем работу. У даным выпадку сіла, якая выконвае работу, ёсць **мускульная сіла** рукі; яна накіравана вертыкальна **ўверх** і яна імкнецца ўдаліць цела ад зямлі. Сіла, якая аказвае супраціўленне, ёсць тая сіла, з якой зямля прыцягвае да сябе гэты груз: яна накіравана вертыкальна **ўніз**, і, як мы ведаем, гэта ёсць **вага** данай масы. Каб унікнуць блытаніны, мы будзем у далейшым **вагу** аднаго кілограма абазначаць праз 1 *кг**, а адзін кілограм **масы**—праз 1 *кг*, і адпаведна будзем пісаць для абазначэння **вагі** *г**, *мг**, а для абазначэння **масы** *г*, *мг* і г. д. [1]

Каб якая-небудзь маса магла роўнамерна перамяшчацца па вертыкалі ўверх, трэба прылажыць да яе сілу, роўную той, з якой гэта маса прыцягваецца да зямлі. Значыць, для таго каб маса ў 1 *кг* рухалася вертыкальна ўверх з пастаяннай скорасцю, трэба, каб на яе дзейнічала накіраваная па вертыкалі ўверх сіла, роўная па велічыні яе вазе, г. зн. сіла, роўная вазе 1 *кг* (1000 *g* дын) [2].

---

[1] Гл. зноску на стар. 26.

[2] *g*—паскарэнне сілы цяжару.

Сіла, якую трэба прылажыць да масы ў *m кг*, для таго каб узнімаць яе па вертыкалі з пастаяннай скорасцю, роўна *m кг** і накіравана ўверх.

Адзінка работы. (Кілограмметр). Калі мы ўзнімаем 1 *кг* масы на 1 *м*, мы выконваем некаторую пэўную работу. Калі мы хочам узняць 1 *кг* на вышыню другога метра, потым на вышыню трэцяга метра і г. д., то кожны раз, як мы ўзнімаем 1 *кг* яшчэ на адзін метр вышэй, мы павінны выканаць зусім такую-ж работу, як узнімаючы яго на вышыню першага метра. Узнімаючы масу ў 1 *кг* на вышыню *h*, мы павінны выконваць у *h* разоў больш работы, чым пры ўзняцці яе на 1 *м*. Каротка кажучы: работа, якую мы выконваем, узнімаючы якую-небудзь масу, прапарцыянальна даўжыні шляху, на якім перамагаецпа супраціўленне. Работа, патрэбная, каб перамагаць сілу ў 1 *кг** уздоўж аднаго метра (мы кажам каротка: каб „узняць“ 1 *кг* масы на 1 *м* называецца кілограмметрам (1 *кгм*) [1].

Каб на тую-ж вышыню ўзняць другі, трэці кілограм і г. д., г. зн. для таго, каб у другі, трэці раз перамагчы такое-ж супраціўленне, трэба кожны раз выконваць зусім такую-ж работу, як і ўзнімаючы 1 *кг*; для таго, каб перамагчы сілу ў *p кг** (г. зн., каб перамагчы ў *p* разоў большае супраціўленне), патрэбна было-б у *p* разоў большая работа, чым для таго, каб уздоўж той-жа вышыні ўзняцця перамагчы вагу 1 *кг*. Такім чынам: работа, выконваемая пры ўзняцці якой-небудзь масы прапарцыянальна таксама і вазе ўзнімаемай масы, г. зн. прапарцыянальна сіле, аказваючай супраціўленне, на перамаганне якой і затрачваецца работа. Работу, якая патрэбна для таго, каб „узняць“ 1 *кг* на 1 *м*, мы прымаем роўнай адзінцы, іменна 1 *кгм*; такім чынам мы ўстанаўліваем „адзінку“ для вымярэння работы; значыць, работу, якая патрэбна для таго, каб „узняць“ *p кг* на 1 *м*, мы павінны прыняць роўнай *p кгм*, а работу, патрэбную для таго, каб узняць *p кг* на *h м*,—роўнай *p h кгм*. Другімі словамі: работа роўна велічыні супраціўлення, памножанай на даўжыню шляху, уздоўж якога гэта супраціўленне перамагаецца.

Дагэтуль гутарка ішла толькі аб супраціўленні і аб шляху, уздоўж якога яно перамагаецца; мы, так сказаць, разглядалі з'яву з боку супраціўлення. Але мы можам разглядаць яго таксама з боку той сілы, якая выконвае работу; у выпадку роўнамернага руху гэта сіла, як мы ўжо ведаем, роўна сіле, якая аказвае супраціўленне. Калі некаторая маса перамяшчаецца пад дзеяннем сілы на *h м*, то гэта значыць, што і пункт прылажэння сілы, якая выконвае работу, таксама перамясціўся на *h м*. Таму велічыню выкананай работы мы можам азначыць і так: работа роўна здабытку сілы, якая выконвае работу, на перамяшчэнне (у кірунку сілы) пункту яе прылажэння [2].

---

[1] Гл. сноску на стар. 27.

[2] Калі кірунак сілы не супадае з кірункам перамяшчэння, то пры вылічэнні работы павінна быць прынята ў разлік не ўся сіла, а толькі яе рухаючая

Эрг. Конская сіла. Паданае азначэнне кілограмметра як адзінкі работы не зусім дакладнае: вага ў 1 *кг** як сіла, з якой прыцягваецца да зямлі 1 *кг* масы, у розных месцах земнага шара не аднолькавая.

Для тэхнікі гэта розніца не мае значэння, але ў фізіцы для вымярэння работы патрэбна нязменная адзінка. Таму ў фізіцы карыстаюцца другой адзінкай работы; яна азначаецца як работа, якую выконвае сіла, роўная абсалютнай адзінцы сілы (г. зн. 1 дына), калі яе пункт прылажэння перамяшчаецца ў кірунку дзеючай сілы на адлегласць, роўную адзінцы даўжыні (г. зн. 1 *см*). Гэту работу называюць эргам. Вышэй мы бачылі, што адзінка сілы (дына) роўна прыблізна вазе 1 *мг*; значыць эрг ёсць (прыблізна) тая работа, якую трэба выканаць, каб узняць 1 *мг* на 1 *см*. Таму што ў тым месцы, дзе паскарэнне сілы цяжару роўна 980 $см/сек^2 \cdot 1\ г^* = 980$ дын, то у гэтым месцы 1 $кг^* = 1\,000 \cdot 980$ дын $= 98 \cdot 10^4$ дын, а таму што 1 $м = 100\ см$, то 1 $кгм = 98 \cdot 10^6$ эргаў.

Адносіны выкананай работы да часу, у працягу якога яна выканана, або работа, выкананая за адзінку часу, называецца магутнасцю; абсалютная адзінка магутнасці—гэта 1 эрг у секунду. У тэхніцы магутнасць вымяраецца не эргамі ў секунду, а конскімі сіламі: конская сіла роўна 75 *кгм* у секунду, г. зн. $735 \cdot 10^7$ эргаў у секунду.

Мы падавалі ў якасці прыкладу работу, якая выконваецца пры ўзніманні масы таму, што гэта работа вядома кожнаму. Але не трэба думаць, што гэта ёсць які-небудзь асаблівы род работы. „Узняць якую-небудзь масу"—гэта тое-ж самае, што „перамагчы сілу, якая імкнецца наблізіць гэту масу да зямлі". Узніманне якой-небудзь масы вертыкальна ўверх прынцыпова нічым не адрозніваецца ад таго выпадку, калі напрыклад на цела дзейнічае сіла, якая імкнецца рухаць яго ў кірунку на поўнач, і мы прыкладваем нашу мускульную сілу, каб перамясціць гэту масу на поўдзень. Велічыня зробленай работы залежыць толькі ад велічыні сілы, якая аказвае супраціўленне, і ад адлегласці, на якую перамясцілася цела пад дзеяннем сілы, што выконвае работу. Работа заўсёды роўна сіле, памножанай на перамяшчэнне (у кірунку сілы); каб атрымаць выраз работы ў эргах, трэба сілу выражаць у дынах, а перамяшчэнне ў сантыметрах. Ведаючы, што 100 000 эргаў $\cong 1$ *кгм*, мы можам кожную работу, выражаную ў эргах, перавесці ў кілограмметры.

Энергія. Кінетычная энергія. Патэнцыяльная энергія. Уявім сабе, што мы выканалі некаторую работу, узнімаючы якую-небудзь масу. Да таго, як работа была выканана, маса ляжала на зямлі, у час работы яна ўзнімалася ўверх, і пасля сканчэння работы маса аказалася на некаторай вышыні над зямлёй. Рэзультатам работы з'яўляецца новае палажэнне масы ў адносінах да зямлі. Таму што маса знаходзіцца цяпер на некаторай вышыні над зямлёй, то яна можа зноў упасці ўніз, на зямлю. Масы (вада, гіры), якія падаюць, могуць выконваць

кампанента—г. зн. складаючая сілы, узятая ў кірунку перамяшчэння. Рухаючая кампанента сілы, відавочна, можа быць вызначана як праекцыя сілы на кірунак перамяшчэння. Калі абазначыць вугал паміж кірункамі сілы і шляху праз α, а ўсю сілу праз p, то рухаючая кампанента сілы, відавочна, роўна $p \cdot \cos\alpha$ і работа, выкананая сілай p на шляху h, у гэтым выпадку будзе роўна $p \cdot h \cdot \cos\alpha$; такім чынам—у агульным выпадку работа роўна здабытку сілы на шлях і на косінус вугла паміж імі.

работу. Значыць, узнятая на некаторую вышыню над зямлёй, маса набывае здольнасць выконваць работу. Гэту здольнасць называюць (паводле Томаса Юнга, 1807) энергіяй. Такім чынам замест выкананай пры ўзняцці груза работы, мы атрымліваем энергію, якую цяпер мае ўзнятая маса. Пры пад'ёме маса набывае здольнасць выконваць работу. Але маса можа выконваць работу толькі ў час свайго падзення. Як-бы высока не быў узняты груз, і якім-бы цяжкім ён ні быў, ён не выконвае ніякай работы, пакуль ён не падае. Мы бачым, што ўсякая маса мае здольнасць выконваць работу або знаходзячыся ў руху, або будучы ўзнятай на некаторую вышыню над зямлёй; але ў другім выпадку, каб ажыццявіць гэту здольнасць выконваць работу, яна павінна выйсці з стану спакою і прыйсці ў рух. Будучы ўзнятай на некаторую вышыню і знаходзячыся ў спакоі, маса прадстаўляе сабой, так сказаць, некаторую „ўмяшчальню для работы", але работа, запасеная ў гэтай умяшчальні, можа быць рэалізавана толькі тады, калі маса прыходзіць у стан руху.

Дослед паказвае, што выконваць работу можа не толькі падаючая маса, але і кожная рухоўная маса: напрыклад рухоўнае паветра (вецер), лятучы снарад, цякучая вада, цягнік у час язды і да т. п. могуць выконваць работу. Здольнасць выконваць работу, якую (здольнасць) маса мае з прычыны свайго руху, называецца кінетычнай энергіяй данай масы. Энергія, якую маса мае з прычыны свайго палажэння, як напрыклад энергія, што заключае ў сябе маса, якая ўзнята на некаторую вышыню над зямлёй і можа ўпасці ўніз, называецца патэнцыяльнай энергіяй (энергія палажэння).

Чаму рухоўная маса здольна выконваць работу? Каб адказаць на гэта пытанне, мы павінны ўспомніць, што сам па сабе рух кожнай масы заўсёды з'яўляецца рэзультатам некаторай затрачанай работы. Дагэтуль, кажучы аб рабоце якой-небудзь сілы, мы мелі на ўвазе толькі тыя выпадкі, пры якіх прыложаная пастаянная сіла падтрымлівае роўнамерны рух масы; не зважаючы на свой бесперарыўны рух, такая сіла не надае масе паскарэнне таму, што адначасова з сілай, якая выконвае работу, на масу дзейнічае яшчэ роўная ёй і процілегла накіраваная сіла супраціўлення. У гэтым выпадку работа сілы заключаецца толькі ў тым, што яна перамагае дзеянне гэтай другой сілы. Калі-ж супраціўлення няма, або калі сіла супраціўлення раптоўна знікае, то сіла, якая выконвае работу, пачне зразумела надаваць масе некаторае паскарэнне. Ці можа ў гэтым выпадку ісці гутарка аб рабоце рухаючай сілы?—Зразумела можа. У самой справе, дзякуючы сваёй інерцыі маса імкнецца захаваць той стан руху, у якім яна знаходзіцца ў кожны асобны момант; каб маса рухалася паскорана, трэба ў кожным пункце яе шляху перамагаць яе інерцыю (г. зн. тое супраціўленне, якое яна аказвае ўсякай змене ў стане яе руху), і значыць для гэтага трэба выконваць некаторую пэўную работу. Але і пры гэтай рабоце маса перамяшчаецца на некаторую адлегласць. Калі мы абазначым сілу, якая выконвае

работу праз p, а адлегласць, на якую перамясцілася маса ў кірунку сілы, праз h, то работа, якую выкананала сіла, будзе роўна ph (эргаў, калі p выражана ў дынах, а h—у сантыметрах). Рэзультатам работы ph з'яўляецца тое, што маса m, рухаючыся паскорана, перамясцілася (у кірунку сілы) на адлегласць h. Дапусцім, што ў той момант, калі сіла толькі што пачала дзейнічаць, скорасць масы была роўна нулю, а пасля таго як маса перамясцілася на адлегласць h, яе скорасць зрабілася v, і што час, за які яна прайшла адлегласць h, было t секунд. Каб знайсці, якая работа была затрачана на тое, каб пры гэтых умовах перамясціць масу m на адлегласць h, трэба выразіць сілу і перамяшчэнне праз ужо вядомыя велічыні (v і t). Мы ведаем (стар. 28), што даўжыня шляху, пройдзенага за час t (у працягу якога скорасць узрасла ад нуля да v), роўна даўжыні шляху, які прайшоў-бы пункт за той-жа час t, рухаючыся роўнамерна са скорасцю $\frac{v}{2}$, г. зн. даўжыні шляху $\frac{v}{2} \cdot t$. Далей мы ведаем, што скорасць за t секунд узрасла ад нуля да v; значыць за 1 секунду яна павялічвалася на $\frac{v}{t}$. Значыць, маса мела паскарэнне $\frac{v}{t}$, а таму сіла, якая дзейнічае на масу m, роўна $m \cdot \frac{v}{t}$. Такім чынам работа, затрачаная на тое, каб надаць масе m скорасць v, роўна:

$$сіла \times шлях = m \cdot \frac{v}{t} \cdot \frac{v}{2} \cdot t = \frac{1}{2} m v^2.$$

Тую-ж самую работу мы раней абазначалі праз ph, значыць:

$$ph = \frac{1}{2} m v^2.$$

Прынцып жывых сіл. Захаванне жывой сілы. Выраз $\frac{1}{2} m v^2$ называецца **жывой сілай** масы m. Калі да пачатку работы маса мела скорасць, роўную нулю, а пад канец работы яна мела скорасць v, то затрачанай рабоце адпавядае пэўнае **прырашчэнне скорасці**. Таму можна сказаць, што рэзультатам работы з'яўляецца **прырашчэнне скорасці**, як гэта і паказвае раўнанне, паданае ў канцы папярэдняга параграфа.

Калі-б маса мела некаторую пачатковую скорасць v_0 да таго, як на яе пачала дзейнічаць сіла p, то такім-жа разважаннем, якое падана ў папярэднім параграфе, мы прышлі-б да раўнання

$$ph = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \frac{m}{2}(v^2 - v_0^2).$$

Дапусцім, што апроч сілы p, якая надала масе m скорасць v, на масу дзейнічае яшчэ другая сіла q, накіраваная процілегла сіле p: яе дзеянне выразіцца ў тым, што яна будзе зацішаць

рух масы m, г. зн. сіла q будзе значыць прадстаўляць супраціўленне, якое перамагаецца рухоўнай масай. Пад дзеяннем сілы q набытая масай скорасць v будзе паступова змяншацца да нуля; калі яна зробіцца роўнай нулю, здольнасць масы выконваць работу будзе вычарпана, і работа сілы p, якая была, так сказаць, накоплена ў масе m, як у свайго роду ўмяшчальні, і запас якой быў роўны $\frac{1}{2}mv^2$, паступова расходуецца да канца.

Выраз $\frac{1}{2}mv^2$ дае велічыню работы, якую можа выканаць маса з прычыны таго, што яна мае скорасць v. Падамо такі прыклад: дапусцім, што мы кідаем масу m уверх са скорасцю v. У пачатку руху яе кінетычная энергія будзе роўна $\frac{1}{2}mv^2$. Маса ўзнімаецца на вышыню $\frac{v^2}{2g}$, і на працягу гэтага шляху яна перамагае сілу цяжару. Сіла, якая цягне яе ўніз, ёсць mg—вага гэтай масы. Значыць да таго моманту, як скорасць кінутай масы зробіцца роўнай нулю, маса выканае работу, велічыня якой выразіцца так: сіла (перамагаемая) $\times$ шлях $= \frac{v^2}{2g} \cdot mg = \frac{1}{2}mv^2$. Значыць, кінетычная энергія, якую маса мела ў пачатку руху, сапраўды роўна той рабоце, якую яна можа выканаць з прычыны свайго руху. Мы ўжо ведаем, што кінутая маса варочаецца, падаючы, у выходнае палажэнне, са скорасцю, роўнай яе пачатковай скорасці v. Уноў набытая пры падзенні скорасць v ёсць рэзультат работы, якую выканала пры падзенні масы яе сіла цяжару mg, дзейнічаючы на масу m на працягу шляху $\frac{v^2}{2g}$. Падлічваючы велічыню работы сілы цяжару, мы зноў знойдзем: сіла (рухаючая) $\times$ $\times$ шлях $= \frac{1}{2}mv^2$, г. зн. работа сілы цяжару роўна той рабоце, якую маса можа выканаць пры пад'ёме з прычыны наяўнай у ёй скорасці v (як было паказана вышэй).

Для большага ўяснення паняцця аб кінетычнай энергіі, зробім яшчэ такую заўвагу: калі мы ўзнімаем нашай мускульнай сілай масу ў m грамаў (вагою ў mg дын) на вышыню h *см* ад зямлі, то мы выконваем работу ў mgh эргаў. Падаючы з вышыні h *см*, маса m дасягае паверхні зямлі са скорасцю $\sqrt{2gh}$ *см/сек* (гл. стар. 42); значыць, у той момант, калі маса падае на зямлю, яе кінетычная энергія будзе роўна $\frac{1}{2}m \cdot 2gh = mgh$. Гэта зноў паказвае, што ў момант падзення маса m можа, з прычыны наяўнай у яе скорасці, пры яе падзенні выканаць работу ў mgh эргаў, г. зн. якраз тую-ж работу, якую мы павінны былі-б затраціць, узнімаючы масу m на вышыню h. Мы бачым такім чынам, што з работы, затрачанай на ўзняцце масы, не страчана нічога; затрачаная на пад'ём работа звернута масай пры яе па-

дзенні ўся цалкам, хоць і ў другой форме. Не мае значэння, ці зможам мы гэту звернутую работу ўсю цалкам выкарыстаць або гэтага зрабіць нельга; мае значэнне толькі тое, што калі-б мы маглі гэта зрабіць, то ніякай страты ў рабоце не было-б, яна была-б звернута цалкам.

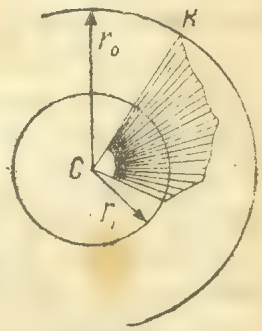
Вернемся да раўнання $ph = \frac{1}{2} mv^2$. Калі праз $p, p', p'', \ldots$ абазначана вага мас $m, m', m'', \ldots$, праз $h, h', h'', \ldots$ — адпаведныя вышыні падзення гэтых мас і нарэшце праз $v, v', v'', \ldots$ — скорасці, з якімі гэтыя масы дасягаюць зямлі, то

$$\Sigma ph = \frac{1}{2} \Sigma mv^2.$$

Калі-б усе пачатковыя скорасці адрозніваліся ад нуля, і іх значэнні былі-б $v_0, v_0', v_0'' \ldots$, то справа, пад знакам сумы, стаялі-б прырашчэнні жывой сілы, якія атрымаліся ў рэзультаце затрачанай работы, і мы мелі-б выраз:

$$\Sigma ph = \frac{1}{2} \Sigma m (v^2 - v_0^2).$$

Гэты выраз застаецца справядлівым таксама і ў тым выпадку, калі p — адвольныя сілы (а не толькі сілы цяжару і калі h — любыя адлегласці, пройдзеныя ў кірунку дзеяння сіл (а не толькі вышыні падзення). Калі мы ведаем увесь шлях, пройдзены целам за час руху, і калі нам вядома велічыня сілы, якая вытварала работу на кожным паасобным элеменце шляху, то напісанае вышэй раўнанне можа быць дапасавана для даследвання характару руху. Трэба аднак зауважыць, што для гэтага нават не заўсёды бывае патрэбна ведаць траекторыю цела: гэтага не патрэбна, калі работа пры перамяшчэнні пункту з некаторага пачатковага палажэння ў канечнае палажэнне не залежыць ад формы шляху, па якім перамяшчаецца пункт; такі выпадак дзеяння цэнтральнай сілы (гл. стар. 101), г. зн. такой, якая, будучы прыложана да якога-небудзь рухоўнага матэрыяльнага пункту, увесь час накіравана да аднаго пэўнага пункту або ад яго (да цэнтру або ад цэнтру), і велічыня якой залежыць толькі ад адлегласці рухоўнага матэрыяльнага пункту да цэнтру. Для таго, каб характарызаваць рух у выпадку дзеяння цэнтральнай сілы, дастаткова ведаць толькі, на якой адлегласці ад цэнтру знаходзяцца пачатковы і канечны пункты пройдзенага шляху. Растлумачым гэта на прыкладзе: дапусцім, што цела K (рыс. 26) прыцягваецца да нерухомага цэнтру C згодна якога-небудзь вядомага закону; ведаючы закон дзеяння сілы, мы можам вылічыць прырашчэнне жывой сілы цела K, калі яно набліжаецца да цэнтру C па прамой з свайго пачатковага палажэння, г. зн. з адлегласці r_0 у канечны пункт свайго шляху, які знахо-



Рыс. 26. Незалежнасць работы центральнай сілы ад формы траекторыі.

дзіцца на адлегласці r_1 ад цэнтру C. Такое-ж было-б прырашчэнне жывой сілы, калі-б цела K перамясцілася па любым шляху (на рысунку крывалінейны шлях) з адлегласці r_0 на адлегласць r_1 ад цэнтру.

Сіла, якая прыцягвае цела да цэнтру, выконвае работу толькі пры радыяльным перамяшчэнні, г. зн. толькі тады, калі цела K набліжаецца да цэнтру C; пры тангенцыяльным перамяшчэнні (г. зн. калі цела рухаецца, застаючыся на адной і той-жа адлегласці ад цэнтру), цэнтральная сіла работы не выконвае. Такім чынам работа цэнтральнай сілы не залежыць ад формы траекторыі, а залежыць толькі ад таго, на якой адлегласці ад цэнтру знаходзяцца яе пачатковы і канечны пункты. Напісанае раўнанне, у дапасаванні да тых выпадкаў, калі работа не залежыць ад формы шляху (а значыць, як да прыватных выпадкаў — да цэнтральных сіл і да сілы цяжару) называецца прынцыпам жывых сіл.

Ужываючы гэты прынцып да чыста механічных працэсаў, мы заўважым, што ён будзе справядлівы толькі для працэсаў, у якіх не прымае ўдзелу церце. У працэсах з церцем прырашчэнне жывой сілы заўсёды меншае за затрачаную работу. Тая частка работы, якая пры гэтым траціцца ў механічным сэнсе, ідзе на награванне паверхняй, што труцца, і праяўляецца ў выглядзе цяплыні; ў гэтых выпадках задача больш не з'яўляецца чыста механічнай, і ўжо падпадае пад дзеянне больш агульнага закону, які абымае ўсе фізічныя працэсы, іменна — закону захавання энергіі. Такія сілы, уся работа якіх цалкам ператвараецца ў механічную энергію, або, інакш кажучы, механічная энергія якіх захоўваецца, называюцца кансерватыўнымі. Відавочна, што сілы церця не належаць да кансерватыўных сіл.

Прынцып захавання энергіі. Каб лепш уясніць агульныя палажэнні, аб якіх будзе ісці гутарка на гэтых старонках, супаставім з работай, якая выконваецца пры ўзніманні груза, якую-небудзь зусім іншую работу, і паглядзім, што ў гэтых выпадках ёсць агульнага. Напрыклад, пры стральбе з лука спачатку нацягваецца цяціва; пры гэтым выконваецца некаторая работа, тым большая, чым „тужэйшая" цяціва і чым мацней яе нацягваюць. Рэзультат работы праяўляецца ў тым, што цяціва набывае новую форму. Калі цяпер спусціць цяціву, то яна вернецца ў сваё ранейшае палажэнне і прывядзе ў рух стралу. Пры гэтым цяціва выконвае работу, бо, каб надаць страле пачатковую скорасць, нацягнутая цяціва павінна перамагчы яе інерцыю. Параўнанне паказвае нам, што як для таго, каб груз, які падае, мог, падаючы, выканаць работу, мы павінны папярэдне самі выканаць некаторую работу над ім, узняўшы яго на пэўную вышыню, так і для таго, каб цяціва магла выканаць работу, мы павінны папярэдне самі выканаць некаторую работу, нацягнуўшы яе. Груз, падаючы з некаторай вышыні, здольны выканаць такую-ж колькасць работы, якая была затрачана на яго пад'ём. Калі-б можна было дакладна ўлічыць, якая колькасць работы патрачана на нацягванне цяцівы і якая велічыня работы выка-

нана спушчанай цяцівай, то мы прышлі-б да такога заключэння: работа, затрачаная пры нацягванні цяцівы, цалкам кампенсуецца тым, што цяціва надае страле пэўную скорасць; выпушчаная з лука страла, з прычыны набытай скорасці, у сваю чаргу здольна выканаць якраз такую-ж работу, якая была затрачана на надание ёй першапачатковай скорасці: страла, якая ляціць, можа перамагчы на сваім шляху значныя супраціўленні або перашкоды. Выкананне работы прадстаўляецца найбольш наглядным, калі перамаганне супраціўлення выражаецца ў разбурэнні якой-небудзь перашкоды. Але калі падлічыць, якая работа ідзе на разбурэнне, то можна пераканацца, што гэта работа **не роўна** той энергіі (г. зн. здольнасці выконваць работу), якую страла мела ў момант сустрэчы з перашкодай (напрыклад са сцяной), а што яна некалькі **меншая** за гэту энергію. Ці можна падумаць, што частка работы ўсё-такі знікла, страчана? Не, уважлівы разгляд паказаўбы, што страла, ударяючыся аб перашкоду, апроч разбурэння выконвае яшчэ і другое дзеянне, іменна, што як страла, так і акружаючыя яе прадметы **награваюцца**. Значыцца частка энергіі стралы ператвараецца ў механічную работу, а частка яе энергіі пераходзіць у **цяплыню**. У далейшым мы ўбачым, што цяплыня можа законамерна ўзнікаць за кошт механічнай работы, прычым колькасць узнікшай (атрыманай) цяплыні, заўсёды **эквівалентна** колькасці затрачанай работы; можна сказаць, што затрачаная і як-бы знікшая механічная работа „ператварылася ў цяплыню".

Эквівалентнасць атрыманай цяплыні і як-бы „знікшай" механічнай работы сведчыць, што ніякая доля энергіі стралы не знікла: механічная работа, патрачаная на разбурэнне перашкоды, складзеная з работай, перайшоўшай у цяплыню, дакладна роўна пачатковай энергіі стралы. Увесь ланцуг ператварэнняў энергіі быў такі: замест знікшай патэнцыяльнай энергіі нацягнутай цяцівы з'явілася такая-ж колькасць кінетычнай энергіі стралы, а гэта энергія ў сваю чаргу перайшла ў кінетычную энергію частак разбуранай перашкоды (напрыклад у кінетычную энергію асколкаў сцяны, якія разляцеліся ад удару) і ў некаторую колькасць цяплыні.

З гэтага відаць, што цяплыню мы можам лічыць таксама **адным з відаў энергіі**. Існуюць яшчэ і іншыя віды энергіі; таксама як цяплыня праяўляюць сябе ў адносінах да механічнай энергіі святло, магнетызм, электрычнасць, хімічнае дзеянне. Ва ўсім сусвеце існуе некаторы пэўны запас энергіі, у якім-бы відзе гэта сусветная энергія не праяўлялася—у хімічных, цеплавых, электрычных або магнітных з'явах—яна заўсёды складаецца часткай з кінетычнай, часткай з патэнцыяльнай энергіі. Калі дзенебудзь у сусвеце **знікае** некаторая колькасць **патэнцыяльнай энергіі**, то замест яе заўсёды з'яўляецца дакладна такая-ж колькасць **кінетычнай энергіі**. Кожны з гэтых відаў энергіі можа ў любой колькасці **пераходзіць у іншы від**, але пры гэтых працэсах нават самая малая колькасць энергіі не можа знікнуць. У гэтым і заключаецца **закон захавання энергіі**, выказаны **Гельмгольцам** у яго творы „Аб захаванні сілы" (1847).

На ўсеагульнае значэнне гэтага закону ўпяршыню ўказаў нямецкі доктар Юліус Роберт Майер у 1842 г. („Заўвагі аб сілах у нежывой прыродзе"). Аснова, на якой грунтуецца закон захавання энергіі,—гэта створанае на аснове многавяковага вопыта перакананне ў немагчымасці пабудаваць perpetuum mobile—вечны рухавік, г. зн. машыну, якая ўвесь час знаходзілася-б у руху і безупынна чэрпала-б сілу, якая прыводзіць яе ў рух, з сябе самой і якую не трэба было-б ні заводзіць, ні прыводзіць у рух з дапамогай вады, ветру або якіх-небудзь іншых сіл прыроды.

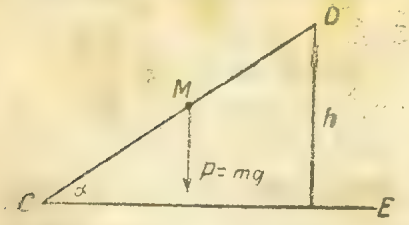
З закону захавання энергіі вынікае, што работа, якую можа выканаць якая-небудзь машына, павінна быць папярэдне ёй надана ў той-жа колькасці (у відзе энергіі якога-небудзь іншага роду, напрыклад у відзе энергіі пары), бо машына можа толькі ператвараць і перадаваць работу, але ні ў якім разе не ствараць яе. Аднак у сапраўднасці машына аддае не такую-ж колькасць энергіі, якую яна атрымлівае, а некалькі меншую, бо частка работы з прычыны церця або якіх-небудзь іншых супраціўленняў пераходзіць у такія віды энергіі, якія ўжо не могуць быць ператвораны ў карысную работу; аднак і гэта частка энергіі не знікае, яна для нас толькі абясцэньваецца.

Закон захавання энергіі дае канчатковы адказ на пытанне, чаму немагчыма пабудаваць perpetuum mobile. У ранейшыя часы лічылі, што магчымасць сканструяваць perpetuum mobile даказваецца існаваннем жывых арганізмаў—людзей і жывёл. Але ўсё жывое—і людзі, і жывёлы, каб існаваць, павінны есці: са стравай яны атрымліваюць пэўны запас энергіі.

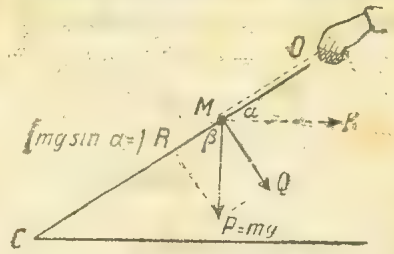
Б. РУХ ПА ПРАДПІСАНАЙ ТРАЕКТОРЫІ.

1. Рух абмежаваны плоскасцю.

Нахіленая плоскасць. Рух па нахіленай плоскасці. Нахіленая плоскасць як простая машына. Калі мы ўзнімаем якую-небудзь масу, то кірунак руху (вертыкальна ўверх) і кірунак супраціўлення (вага масы накіравана вертыкальна ўніз) накіраваны прама процілегла адзін аднаму, г. зн. утвараюць паміж сабой вугал у 180°; але, наогул кажучы, пры ўзніманні масы вугал паміж кірункам руху і кірункам супраціўлення можа і не быць роўны 180°. Тады супраціўленне перамяшчэнню будзе аказваць толькі некаторая доля вагі, і тады пры ўзніманні прыходзіцца перамагаць толькі гэту яго частку. Дапусцім, што цела знаходзіцца на нахіленай плоскасці *CD*, і ўзнімаецца па ёй пад дзеяннем сілы, паралельнай плоскасці *CD*, як гэта будзе пры руху павозкі па дарозе, якая вядзе ўгору (рыс. 27 і 28). Палажэнне



Рыс. 27. Рух па нахіленай плоскасці.



Рыс. 28. Уроўнаважанне цела, якое ляжыць на нахіленай плоскасці.

нахіленай плоскасці характарызуецца вуглом α паміж ёю і гарызантальнай плоскасцю. Кірунак руху (уверх па нахіленай плоскасці) утварае з кірункам сілы цяжару P некаторы вугал (ён роўны $\frac{\pi}{2}+\alpha$). Як пачала-б рухацца маса, будучы прадастаўлена самой сабе, г. зн. калі-б на яе дзейнічала адна толькі сіла цяжару і калі-б церце на нахіленай плоскасці адсутнічала?—MP прадстаўляе велічыню і кірунак сілы цяжару; пад яе дзеяннем маса імкнецца рухацца вертыкальна ўніз. Але перамяшчацца ў гэтым кірунку яна не можа, і таму маса аказвае на перашкоду (напрыклад на якую-небудзь дошку, якая служыць нахіленай плоскасцю) некаторы пэўны ціск; у той-жа час дзеянне сілы P выражаецца яшчэ і ў тым, што яна прымушае масу рухацца ў кірунку нахіленай плоскасці. Такім чынам сіла P раскладаецца на дзве сілы Q і R (рыс. 28). Сіла Q ціскне на дошку, а дошка, з прычыны сваёй цвёрдасці, развівае роўную і процілегла накіраваную сілу рэакцыі, якою дзеянне сілы Q знішчаецца. У кірунку сілы R маса рухацца можа. (Гэты рух называецца „падзеннем па нахіленай плоскасці“). Каб маса заставалася на нахіленай плоскасці нерухомай, трэба сілу R уроўнаважыць. Таму што $\frac{R}{P}=\cos\beta$, то $R=$ $=P\cdot\cos\beta$, а таму што P ёсць вага масы m, г. зн. mg, і $\cos\beta=\sin\alpha$, то $R=mg\cdot\sin\alpha$.

Для таго каб цела з масай m на нахіленай плоскасці знаходзілася ў роўнавазе (або рухалася прамалінейна і роўнамерна, калі яно яшчэ раней знаходзілася ў руху), да яго павінна быць прыложана сіла, роўная па велічыні, але накіраваная ў процілеглы бок. Гэта сіла роўна значыць вазе цела, памножанай на сінус вугла нахілу α і накіравана ўздоўж нахіленай плоскасці ўверх. Яна меншая, чым вага цела.

Такім чынам, для таго каб маса знаходзілася на нахіленай плоскасці ў спакоі (або рухалася-б па ёй прамалінейна і роўнамерна, калі яна ўжо знаходзілася ў руху), гэта кампенсуючая (уроўнаважвальная) сіла павінна быць дакладна роўнай кампаненце R па велічыні, але накіравана ў процілеглы бок, г. зн. накіравана ўздоўж нахіленай плоскасці ўверх. Дапусцім цяпер, што сіла, якая павінна ўтрымліваць цела на нахіленай плоскасці, накіравана паралельна аснове нахіленай плоскасці (сіла K на рыс. 28); тады яна павінна быць большая, чым $mg\cdot\sin\alpha$. Сапраўды, раскладаючы сілу K на дзве кампаненты (паралельную і перпендыкулярную нахіленай плоскасці), мы ўбачым, што кампанента, накіраваная ўздоўж нахіленай плоскасці, роўна $K\cdot\cos\alpha$; каб задаволіць роўнасці $K\cos\alpha=mg\cdot\sin\alpha$, сіла K павінна вызначацца так: $K=mg\cdot tg\,\alpha$.

Як ужо сказана, ціск груза на нахіленую плоскасць, г. зн. кампанента Q, знішчаецца супраціўленнем нахіленай плоскасці. Таму, карыстаючыся нахіленай плоскасцю, можна большую сілу ўроўнаважыць меншай сілай. Наогул кажучы, прылады, якія служаць для гэтай мэты, называюцца машынамі.

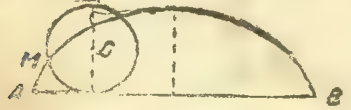
Падзенне ўздоўж нахіленай плоскасці. Калі мы не ўроўнаважым кампаненту R (роўную $mg \sin \alpha$), то маса, якая ляжыць на нахіленай плоскасці, будзе рухацца па ёй уніз, г. зн. **падаць** па нахіленай плоскасці. Мы знойдзем яе паскарэнне паводле формулы:

$$\text{паскарэнне} = \frac{\text{сіла}}{\text{маса}}.$$

Яно роўна $\frac{mg \cdot \sin \alpha}{m} = g \cdot \sin \alpha$. Калі ў формуле на стар. 28 замяніць v праз $g \cdot \sin \alpha$, то ў атрыманым выразе будуць заключацца адказы на ўсе тыя пытанні, якія адносяцца да падзення па нахіленай плоскасці. З гэтай формулы відаць, напрыклад, што пры падзенні па нахіленай плоскасці скорасць пад канец t-ай секунды будзе: $v_t = g \cdot t \cdot \sin \alpha$ (скорасць свабодна падаючага цела праз той-жа прамежак часу будзе gt). Адсюль відаць, што калі вугал нахілу α зрабіць дастаткова малым, то і скорасць падзення па нахіленай плоскасці можна давесці да якой заўгодна малой велічыні (**Галілей**).

Скорасць свабодна падаючага цела, пасля таго, як яно прайшло шлях s, ёсць $v = \sqrt{2gs}$. Скорасць цела, падаючага па нахіленай плоскасці і прайшоўшага той-жа шлях s, будзе $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot s}$. Дапусцім, што адна і тая-ж маса падае з пункту D (рыс. 27) на аснову нахіленай плоскасці, г. зн. на гарызантальную плоскасць CE, прычым адзін раз яна падае **свабодна** па шляху h, а другі раз—уздоўж нахілёнай плоскасці па шляху $DC = l$. Якая будзе скорасць падаючай масы ў кожным з гэтых выпадкаў у той момант, калі яна дасягае гарызантальнай плоскасці? У першым выпадку ў формуле скорасці мы павінны s замяніць праз h, значыць пры вертыкальным падзенні $v = \sqrt{2gh}$. У другім выпадку мы павінны s замяніць праз l, значыць $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot l}$, але таму што $\frac{h}{l} = \sin \alpha$ або $l = \frac{h}{\sin \alpha}$, то $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha}} = \sqrt{2gh}$. Гэта паказвае, што падаючая з вышыні h маса дасягае гарызантальнай плоскасці з адной і той-жа скорасцю, незалежна ад таго, ці падае яна **вертыкальна** або **ўздоўж нахіленай плоскасці**.

Таутахрона. Падзенне ўздоўж нахіленай плоскасці ёсць выпадак падзення **па прадпісаным шляху**. Калі матэрыяльны пункт падае па нахіленай плоскасці, то шлях s уздоўж нахіленай плоскасці ён праходзіць за час $t = \sqrt{\frac{2s}{g \sin \alpha}}$. Значыць, чым далей ад самага ніжэйшага пункту C нахіленай плоскасці знаходзіцца матэрыяльны пункт у пачатку падзення (г. зн. чым большае s), тым большы час ён будзе падаць (тым большае t). Дапусцім цяпер, што матэрыяльны пункт; падае ўздоўж дугі **цыклоіды**[1] з якога-небудзь данага пункту цыклоіды ў яе самы нізкі пункт; можна паказаць, што час падзення заўсёды адзін і той-жа, незалежна ад таго, з якога пункту цыклоіды ён пачаў падаць; у гэтым выпадку t не залежыць ад s. Таму цыклоіду называюць таксама **таутахронай** (гл. цыклоідальны маятнік; стар. 135).



Рыс. 29. Цыклоіда.

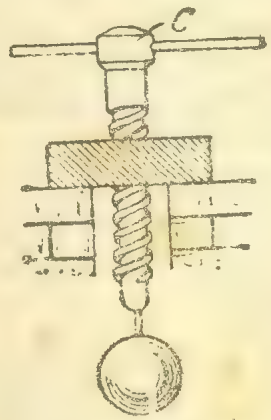
Простыя машыны. Мы ўжо бачылі, што пры дапамозе нахіленай плоскасці можна **большую сілу** ўтрымаць у роўнавазе **меншай сілай**. Так, напрыклад, узнімаючы які-небудзь груз

[1] Пункт M акружыны, якая коціцца без слізгання па прамой, апісвае крывую, называемую **цыклоідай** (рыс. 29).

вертыкальна з зямлі на калёсы, мы павінны ўжыць большае ўсілле, чым у тым выпадку, калі той-жа самы груз мы пачалі-б уцягваць па дошцы, прыстаўленай нахілена да калёс. Чым больш адлога прыстаўлена да калёс дошка, тым меншая тая сіла, якую трэба перамагчы, узнімаючы груз на калёсы. Але затое шлях, які праходзіць цела пры яго ўзніманні ўздоўж нахіленай плоскасці, у столькі-ж разоў больш чым шлях, які праходзіць яно пры вертыкальным узніманні, у колькі разоў сіла, узнімаючая цела па нахіленай плоскасці, меншая за сілу, узнімаючую цела па вертыкалі. Калі нахіленая плоскасць мае вышыню h і вугал нахілу α, то яе даўжыня $l = \frac{h}{\sin \alpha}$. У той час як пры вертыкальным узніманні пункт прылажэння большай сілы p перамяшчаецца на адлегласць h, г. зн. сіла p выконвае работу ph, пры ўзніманні ўздоўж нахіленай плоскасці пункт прылажэння меншай сілы $p \cdot \sin \alpha$ перамяшчаецца на большую адлегласць $l = \frac{h}{\sin \alpha}$ і значыць, пры гэтым сіла $p \cdot \sin \alpha$ выконвае работу

$$p \cdot \sin \alpha \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = ph.$$

Гэта паказвае, што, ужываючы нахіленую плоскасць для ўзнімання цяжараў, мы не атрымліваем **ніякага выйгрыша ў рабоце**. Аднак са сказанага вынікае, што з дапамогай нахіленай плоскасці мы можам выканаць такую работу, на якую, напрыклад, адной нашай мускульнай сілы не хапіла-б; падбіраючы дастаткова малы вугал нахілу плоскасці, мы можам зрабіць сілу, патрэбную для выканання гэтай работы, колькі заўгодна малой. Такім чынам нахіленая плоскасць выконвае ўсё тое, што выконваюць **машыны**, і таму яна таксама адносіцца да ліку **простых машын** (мы адрозніваем простыя машыны ад **складаных**, складзеных з простых машын). Наогул мы дадзім такое агульнае азначэнне машыне: **машына ёсць такая прылада, якая дае магчымасць большую сілу ўроўнаважыць меншай сілай.**



Рыс. 30. Вінт.

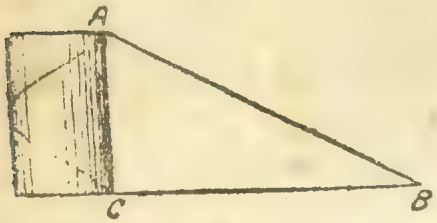
Рыс. 31. Клін.

Нахіленай плоскасцю з'яўляецца кожная лесвіца і кожная дарога, якая вядзе ўгору. На ўласцівасцях нахіленай плоскасці грунтуецца таксама пабудова двух другіх простых машын: вінта і кліна. Вінт ужываецца ў якасці машыны ў вінтавых прэсах (напрыклад у прасцейшых капіравальных прэсах), а таксама для падняму цяжару (рыс. 30). Клінам (рыс. 31) з'яўляецца лязо усіх рэжучых прадметаў—нажа, ножніц, сякеры; мы карыстаемся таксама клінам для ўзнімання цяжараў, падводзячы яго пад той прадмет, які пажадана падняць.

Вінт. Клін. Рыс. 32 паказвае, што вінт сапраўды з'яўляецца нахіленай плоскасцю, калі прамавугольны трохвугольнік *ABC* шчыльна навіць на круглы цыліндр так, што яго гіпатэнуза *AB* прадставіць сабою вінтавую лінію. Калі даўжыня *CB* роўна даўжыні акружыны асновы цыліндра, то, пры навіванні трохвугольніка *ABC* на цыліндр, пункт *B* супадае з пунктам *C*. У гэтым выпадку даўжыня вінтавой нарэзкі называецца **ходам вінта**. Ясна, што лінія *AB* ёсць нахіленая плоскасць з вышынёй *AC*, даўжыней *AB* і асновай *BC*. Калі мы возьмем цяпер замест прамой *AB* гібкі вузкі стрыжань (напрыклад квадратнага сячэння) і наматаем яго на цыліндр так, каб ён супаў з вінтавой лініяй, то на паверхні цыліндра мы атрымаем **вінтавую нарэзку**. Каб вінт мог перадаваць сілы і служыць машынай, патрэбна яшчэ гайка; ва ўнутраным баку полага цыліндра такога-ж радыуса як і цыліндр (рыс. 32), выразаюць або выточваюць такую-ж нарэзку, але толькі ўсё, што на першым цыліндры **выпукла**, на другім (полым) **выразана**. Гэта і ёсць гайка. Калі мы ўвядзем вінт у гайку, г. зн. **адну** нахіленую плоскасць наложым на **другую** (рыс. 30) і затым пакінем вінт пад дзеяннем сілы цяжару, то нарэзка вінта будзе слізгаць уздоўж нарэзкі гайкі (у дапушчэнні, што паміж імі няма церця, ад чаго аднак на практыцы мы ніколі пазбавіцца не можам). Каб уроўнаважыць дзеянне сілы цяжару, трэба, як і ў выпадку нахіленай плоскасці, прылажыць сілу, якая-б уроўнаважвала яе. Гэта сіла можа быць прыложана да акружыны *CB* вінта; тады яна будзе дзейнічаць паралельна аснове нахіленай плоскасці, з якой мы атрымалі вінт, г. зн. так, як дзейнічае сіла *K* (рыс. 28). Пры разглядзе руху па нахіленай плоскасці намі ўжо было знойдзена, у колькі разоў гэта сіла меншая за тую, якую яна павінна ўроўнаважыць.

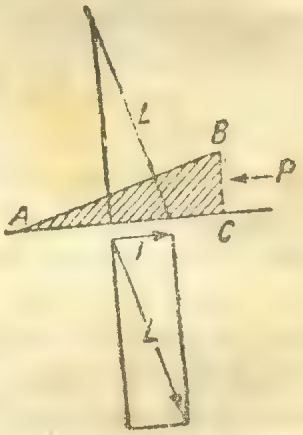
Такія-ж суадносіны існуюць паміж сіламі, якія ўроўнаважваюць адна адну на **кліне**. Клін прадстаўляе сабой трохгранную прызму (рыс. 31), у якой адзін двухгранны вугал значна вастрэйшы за іншыя. Плоскасці, якія складаюць востры вугал, называюцца **бакамі** кліна, а рабро прызмы, якое ляжыць супроць гэтага боку—**рабром** (вастрыём) **кліна**.

Калі мы з дапамогай кліна стараемся разламаць якое-небудзь цела (рыс. 31), то як толькі знешняя сіла, якая заганяе клін у разломваемае цела, спыняе сваё дзеянне, раз'яднаемыя клінам часткі цела сваім ціскам на клін выпіраюць яго прэч, калі зразумела церце паміж клінам і судатычнымі з ім часткамі цела невялікае. Лёгка бачыць, што і для кліна церце таксама адыгрывае вялікую ролю. Калі мы, расколваючы палена, заганяем у яго сякеру, то яна не вынімаецца з палена пасля спынення дзеяння сілы, якая заганяе яго ў дрэва.



Рыс. 32. Вінт як нахіленая плоскасць.

Рыс. 33. Прыклад ужывання кліна.



Рыс. 34. Сілы, якія ўроўнаважваюцца на кліне.

Іншая справа калі-б церця зусім (або амаль зусім) **не было**: тады сякера была-б выкінута з палена ціскам, які аказваюць на яго бакавыя стораны часткі палена, адціснутыя адна ад адной. І для таго каб клін, не зважаючы на аказваемыя на яго бакі ціск, заставаўся ў ранейшым палажэнні, трэба было-б да яго задняга боку прылажыць пэўную ціснучую сілу. Гэта сіла павінна быць тым меншай, чым вастрэйшы клін. Усе рэжучыя інструменты—нож, долата, гебель і г. д. грунтуюцца на дзеянні кліна.

На рыс. 33 і 34 паказана, якія суадносіны паміж сіламі, што ўроўнаважваюцца на кліне. Прамавугольны клін падведзены пад бэльку, якая падпірае сцяну. Сцяна ціснe на бэльку, а бэлька

на клін; калі-б не было церця, то клін быў-бы выштурхнуты з-пад бэлькі, з прычыны таго, што яна ціскне на клін у кірунку, паралельным паверхні зямлі, і каб утрымаць клін патрэбна было-б прылажыць да задняга яго боку сілу, паралельную паверхні зямлі. Паглядзім, якія суадносіны паміж гэтай сілай і ціскам бэлькі на клін. Няхай бэлька ціскне на клін з сілай L. Ціск L перпендыкулярны боку AB кліна (рыс. 34), але выштурхнуць клін імкнецца толькі перпендыкулярная да BC сіла l, якая з'яўляецца кампанентай сілы L. Кампанента сілы L, перпендыкулярная да паверхні зямлі, не адыгрывае ніякай ролі, бо яна знішчаецца супраціўленнем зямлі.

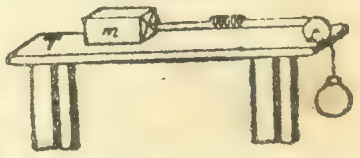
Значыць для таго, каб утрымаць клін, трэба да яго задняга боку прылажыць сілу P, якая павінна быць роўнай l і перпендыкулярнай боку BC.

З рыс. 34 лёгка бачыць, што $\frac{l}{L} = \frac{BC}{BA}$; сіла l тым меншая, чым меншыя адносіны катэта BC да гіпатэнузы, г. зн. чым вастрэйшы клін; гэта падцвярджаецца і нашым штодзённым вопытам: чым вастрэйшы нож, сякера, ігла і г. д., тым лягчэй імі рэзаць, рубіць і г. д.

Церце як перашкода руху. Ва ўсіх папярэдніх разважаннях мы дапускалі, што церце адсутнічае. Але ў сапраўднасці церце заўсёды адыгрывае вялікую ролю. Цела, якое ляжыць на нахіленай плоскасці, не заўсёды само слізгае з яе, а толькі тады, калі нахіленая плоскасць дастаткова крутая, або калі цела, якое ляжыць на ёй, мае якую-небудзь асаблівую форму, напрыклад з'яўляецца зусім гладкім шарам; на нахіленай плоскасці яго ўтрымлівае церце. Чым больш гладкая паверхня цела і нахіленай плоскасці, тым меншы павінен быць вугал нахілу, пры якім цела, паложанае на нахіленую плоскасць, скатваецца ўніз.

Адзін з метадаў вымярэння церця грунтуецца якраз на вымярэнні найбольшага вугла нахілу, пры якім цела, паложанае на нахіленую плоскасць, яшчэ не скатваецца ўніз.

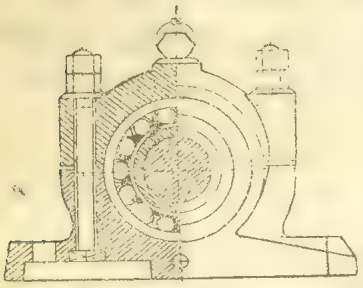
Няхай маса m ляжыць на якой-небудзь падстаўцы, напрыклад на стале, і да яе прывязана (як на рыс. 35) спружына, да якой прымацаваны перакінуты праз блок груз. Маса знаходзіцца пад дзеяннем сілы, якая імкнецца рухаць яе ўздоўж стала, мы заўважым, што перш чым маса m прыдзе ў рух, спружына выцягнецца на пэўную даўжыню. Нацяжэнне спружыны можна было-б вызначыць паводле другога закону Ньютона (сіла, якая расцягвае спружыну, павінна быць роўнай здабытку масы цела на набываемае ім паскарэнне); між тым дослед паказвае, што спружына расцягваецца большай сілай, чым гэта патрэбна паводле другога закону. Нацяжэнне спружыны можна вымерыць, падвешваючы да яе розныя грузы і заўважаючы, пры якім іменна грузе цела пачне рухацца. Няхай напрыклад маса m роўна 1 000 *г*, а груз, якім трэба папярэдне расцягнуць спружыну, каб зрушыць масу m з месца, роўны 600 *г*. Значыць, для таго каб перамагчы церце паміж масай і сталом, трэба прылажыць $^3/_5$ той сілы, з якой маса m ціскне на падстаўку. Лік $^3/_5$ называецца каэфіцыентам церця пры спакоі.



Рыс. 35. Перамаганне церця сілай цяжару.

Мы атрымаем дакладна такую-ж велічыню $^3/_5$, вымерыўшы каэфіцыент церця іншым спосабам, а іменна—паклаўшы масу на нахіленую плоскасць і адзначыўшы велічыню вугла нахілу, пры якім маса пачне скатвацца. Каэфіцыент церця вызначыцца тады як адносіны кампаненты R да кампаненты Q (рыс. 28). Ад значэння гэтага вугла залежыць максімальны вугал—вугал церця,—пры якім куча зерня або пяску яшчэ не рассыпаецца. Калі маса ўжо пачала рухацца, то для падтрымання яе руху дастаткова шмат меншай сілы, напрыклад $^2/_5$ яе вагі.

Каэфіцыент церця залежыць, па-першае, ад таго матэрыялу, з якога зроблены церцевыя паверхні, і, па-другое, ён залежыць яшчэ ад стану церцевых паверхней; кожная змазка моцна змяншае церце (масла, тлушч і г. д.). Найменшае церце бывае пры качэнні, і каэфіцыент церця пры качэнні шмат меншы за каэфіцыент церця пры слізганні. Церце акружыны кола аб дарогу ёсць церце качэння, а церце восі кола аб утулку—церце слізгання; каб церце на восі таксама ператварыць у церце качэння і тым зменшыць яго, ужываюць шарыкавыя падшыпнікі (рыс. 36). Калі ціснуць на паверхні, якія слізгаюцца адна па другой, то церце будзе павялічвацца, і каб прывесці ў рух прыціснутае да якой-небудзь паверхні (напрыклад да стала) цела, патрэбна большая сіла, чым тады, калі яно свабодна ляжыць на паверхні; прыціскаючы рухоўнае цела да яго апоры, мы моцна зацішым рух. На гэтым грунтуецца ўжыванне тормазаў.



Рыс. 36. Шарыкападшыпнік.

Мы карыстаемся церцем свядома або бессвядома літаральна на кожным кроку. Без церця мы наогул не маглі-б аніяк перасоўвацца; без церця мы не маглі-б зрабіць ніводнага кроку, а пачалі-б слізгаць на месцы; зусім таксама без церця мы не зрушыліся-б з месца ні на кані, ні на цягніку і г. д. Калі-б церце не перашкаджала нам слізгаць і скатвацца, то мы не маглі-б ні сядзець, ні ляжаць, ні стаяць на месцы.

Адно з самых звычайных выкарыстанняў церця—гэта запальванне сярнічак: калі чыркаем запалкай аб карабок, то галоўка запалкі награваецца з прычыны церця і ўспыхвае. У тэхніцы церце выкарыстоўваюць у вельмі многіх прыладах (гл. напрыклад ніжэй—націскач Проні).

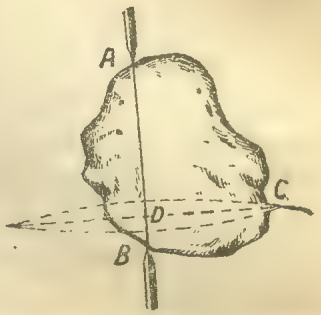
2. Рух абмежаваны воссю.

(Вярчэнне цвёрдага цела навакол нерухомай восі).

Разгледзім цяпер нахіленую плоскаць не як машыну, а з зусім другога пункту погляду. Пры адсутнасці церця цела, пакладзенае на нахіленую плоскасць і пакінутае пад дзеяннем сілы цяжару, будзе рухацца па нахіленай плоскасці ўніз з паскарэннем $g \cdot \sin\alpha$. Без нахіленай плоскасці гэта цела пад дзеяннем сваёй вагі падала-б вертыкальна ўніз з паскарэннем g. Такім чынам нахіленая плоскасць прымушае цела рухацца па заданым шляху, і тым сцясняе свабоду яго руху. Гэта сцясненне свабоды руху ёсць вынік таго, што адна з кампанент сілы цяжару, іменна ціск Q (рыс. 28), г. зн. кампанента, перпендыкулярная да нахіленай плоскасці, знішчаецца яе супраціўленнем, і рух цела адбываецца пад дзеяннем толькі адной кампаненты R, паралельнай нахіленай плоскасці. Нахіленая плоскасць таму і можа служыць машынай у сэнсе азначэння, данага на стар. 59, што частка сілы

цяжару знішчаецца супраціўленнем плоскасці. Але, будучы сцеснена ў сваім руху, цела перамяшчалася па нахіленай плоскасці ўсё-ж як адно цэлае, ні адзін з яго пунктаў не заставаўся нерухомым.

Найбольшым сцясненнем свабоды руху будзе налажэнне такіх умоў, калі ні адзін пункт цела не можа змяняць свайго палажэння ў прасторы. Для гэтага дастаткова замацаваць усяго толькі тры пункты цела, якія не ляжаць на адной прамой. На рыс. 37 паказана такое цела, у якога пры дапамозе трох нерухомых вастрыёў цалкам сцеснена свабода яго рухаў. Якую-б сілу мы ні прылажылі да гэтага цела, яна заўсёды будзе знішчацца супраціўленнем замацаванняў.



Рыс. 37. Цвёрдае цела, замацаванае ў трох пунктах, якія не ляжаць на адной прамой.

Калі-ж мы замацуем нерухома толькі два пункты цела (рыс. 42), то для цела застаецца магчымым рух, які мы называем вярчэннем навакол нерухомай восі. Калі замацаваць нерухома толькі адзін пункт цела, то для яго застанецца магчымым рух, які называецца вярчэннем навакол нерухомага пункту (рыс. 109—111). Прыклады такіх рухаў: вярчэнне крылляў ветрака (навакол восі) і вярчэнне ваўчка (навакол яго пункта апоры).

Ступені свабоды. Выходзячы з падобных меркаванняў, мы можам гаварыць аб ступенях свабоды матэрыяльнага пункту (і сістэмы матэрыяльных пунктаў). Палажэнне матэрыяльнага пункту ў прасторы вызначаецца трыма каардынатамі x, y, z. Калі матэрыяльны пункт зусім свабодны, то кожная з яго каардынат можа змяняцца незалежна ад двух другіх: каардынаты, якія могуць змяняцца незалежна адна ад адной, называюцца „свабоднымі" каардынатамі. Такім чынам пункт, які можа рухацца свабодна, мае тры свабодныя каардынаты, або, як інакш кажуць, тры ступені свабоды. Але калі матэрыяльны пункт вымушаны ўвесь час заставацца на якой-небудзь паверхні (напрыклад на паверхні шара), то яго каардынаты звязаны пэўнымі суадносінамі (у выпадку шара суадносінамі $x^2+y^2+z^2=r^2$). З прычыны гэтых суадносін адна з трох каардынат залежыць ад двух другіх. У гэтым выпадку адна з трох каардынат не свабодная, і толькі дзве яго каардынаты свабодныя: пункт мае дзве ступені свабоды. Свабоднымі каардынатамі дапускаецца якое заўгодна перамяшчэнне на паверхні шара; але калі на рух пункту яшчэ наложана ўмова, што ён можа перамяшчацца толькі па заданай крывой, напрыклад па экватары сферы (у плоскасці xy), то тады ўжо дзве каардынаты не свабодныя. Сапраўды, пры гэтым каардыната z увесь час застаецца роўнай нулю, а дзве другія каардынаты звязаны суадносінамі $x^2+y^2=r^2$, так што і з гэтых двух адна не свабодная. Значыць, сапраўды, у гэтым выпадку свабодная толькі адна каардыната пункту; пункт мае толькі адну ступень свабоды. Калі-ж пункт наогул не можа рухацца, то не свабодна ні адна з яе каардынат, і ступень свабоды пункту роўна нулю. Наогул кажучы—лік

ступеней свабоды пункту роўны ліку яго свабодных (незалежных) каардынат. Тое, што мы растлумачылі на прыкладзе шара і яго сячэння плоскасцю, справядліва, зразумела для любой паверхні і для любой крывой.

Свабоднае цвёрдае цела мае шэсць ступеней свабоды: іменна—яно дапускае тры паступальных перамяшчэнні ўздоўж восей каардынат і тры вярчальных рухі. Калі цела павінна ўвесь час знаходзіцца на якой-небудзь паверхні (крывой), то яно губляе адну (дзве) ступені свабоды. Калі мы замацуем адзін пункт цела, то яно будзе мець замест шасці толькі тры ступені свабоды, іменна,—яно захавае магчымасць вярчэння навакол трох восей, калі два пункты цела нерухомыя, то яно будзе мець толькі адну ступень свабоды: у гэтым выпадку яно можа вярцецца толькі навакол некаторай адной пэўнай прамой як восі.

Цвёрдае цела. Цяпер мы пачнем вывучаць вярчэнне цела навакол нерухомай восі. Дагэтуль для выяснення законаў руху нам было досыць разглядаць рух усяго толькі аднаго матэрыяльнага пункту; пры вывучэнні вярчальных рухаў ужо нельга абмяжоўвацца разглядам аднаго матэрыяльнага пункту. Цяпер мы павінны разглядаць цела, якое складаецца з вялікай колькасці матэрыяльных пунктаў: мы будзем гаварыць аб цвёрдым целе, якое прадстаўляе сабой сістэму многіх матэрыяльных пунктаў, адлегласці паміж якімі ўвесь час застаюцца нязменнымі. У сапраўднасці абсалютна цвёрдага цела не існуе; кожнае цела пад дзеяннем прыложаных да яго сіл у большай або меншай ступені змяняе сваю форму (дэфармуецца); тым не менш у далейшых разважаннях мы будзем дапускаць, што маем справу з абсалютна цвёрдым целам. Растлумачым уласцівасці цвёрдага цела на такім прыкладзе: два матэрыяльныя пункты m_1 і m_2, звязаныя паміж сабой цвёрдым стрыжнем, знаходзяцца ў такім-жа палажэнні, як калі-б на кожны з гэтых пунктаў уздоўж па прамой, што злучае іх, дзейнічалі-б дзве роўныя і процілеглыя сілы. Таму што адлегласць паміж усякімі двума пунктамі цвёрдага цела нязменная, то ясна, што калі рухаецца адзін які-небудзь матэрыяльны пункт, то рухаюцца ўсе яго пункты. Такім чынам паасобныя часткі абсалютна цвёрдага цела не могуць перамяшчацца адна адносна другой, г. зн. форма цела не можа змяняцца. Гэтай уласцівасцю цвёрдае цела адрозніваецца ад вадкіх і газападобных.

Цела, як сістэма матэрыяльных пунктаў. Закон захавання колькасці руху. Цэнтр масы. Механічныя ўласцівасці цел, г. зн. іх здольнасць рэагаваць на знешнія ўздзеянні (на сілы, якія дзейнічаюць са зне) бываюць самыя розныя; мы тлумачым гэту розніцу ўласцівасцей тым, што паміж паасобнымі матэрыяльнымі пунктамі, якія ўваходзяць у склад усёй сістэмы, г. зн. паміж матэрыяльнымі пунктамі, з якіх складаюцца розныя целы, існуюць розныя сілы ўзаемадзеяння: у цвёрдым целе гэтыя сілы ўзаемадзеяння не такія, як у вадкім або газападобным, у пругкім іншыя, чым у няпругкім.

Адносна гэтых сіл узаемадзеяння мы абмяжуемся тымчасам толькі такім дапушчэннем, якое выцякае з трэцяга закону Ньютона: кожныя два матэрыяльныя пункты дзейнічаюць адзін на аднаго з роўнымі і процілегла накіраванымі сіламі. У такім выпадку ўнутраныя сілы не аказваюць ніякага ўплыву на стан руху сістэмы, таксама як і ўнутраныя сілы сістэмы, паданай на рыс. 38. На стан руху ўплываюць толькі знешнія сілы, г. зн. толькі такія, якія параджаюцца **знешнімі** ў адносінах да данай сістэмы матэрыяльнымі пунктамі.

Дапусцім, што сістэма складаецца ўсяго з двух матэрыяльных пунктаў m_1 і m_2, і што на гэтыя пункты дзейнічаюць **знешнія** сілы p_1 і p_2, накіраваныя па прамой, якая злучае гэтыя пункты. За час t сіла p_1 надае пункту m_1 скорасць v_1, а сіла p_2 надае пункту m_2 скорасць v_2. Тады, згодна сказанага на стар. 24 $p_1 t = m_1 v_1$ і $p_2 t = m_2 v_2$; адсюль: $(p_1 + p_2) t = m_1 v_1 + m_2 v_2$ [1]. Сума ў правай частцы гэтай роўнасці называецца **колькасцю руху (або імпульсам) усёй сістэмы**. Дапусцім, што пункты m_1 і m_2 знаходзяцца апроч таго яшчэ пад дзеяннем **унутраных** сіл, г. зн. да іх прыложаны яшчэ ўнутраныя ўзаемна процілеглыя сілы ўзаемадзеяння q і $-q$. У гэтым выпадку сума $(p_1 + p_2 + q - q)t = (p_1 + p_2)t$ і колькасць руху сістэмы застаецца такой-жа, якою яна была раней. Значыць колькасць руху сістэмы залежыць **толькі ад знешніх сіл**, г. зн. ад такіх, якія параджаюцца масамі, што ляжаць **зне** сістэмы.

Рыс. 38. Незямяльнасць адлегласці паміж двума пунктамі двёрдага цела.

Такія-ж разважанні мы маглі-б дапасаваць і да сістэмы, складзенай з любога ліку матэрыяльных пунктаў m_1, m_2, m_3..., на якія дзейнічаюць сілы p_1, p_2, p_3..., надаючы пунктам скорасці v_1, v_2, v_3... Раскладзем і сілы і скорасці па трох узаемна перпендыкулярных кірунках x, y, z. Калі паміж кожнымі двума матэрыяльнымі пунктамі папарна дзейнічаюць роўныя і процілегла накіраваныя ўнутраныя сілы q і $-q$, r і $-r$, s і $-s$, то пасля раскладання па трох перпендыкулярных кірунках гэтыя сілы дадуць папарна роўныя і супроцьлегла накіраваныя кампаненты. Адсюль ясна, што ўнутраныя сілы не аказваюць ніякага ўплыву на колькасць руху сістэмы. Значыць і ў выпадку **любога** ліку матэрыяльных пунктаў, колькасць руху сістэмы гэтых пунктаў залежыць **толькі ад знешніх сіл**. Гэта значыць, што калі якая-небудзь **замкнутая** (г. зн. свабодная ад знешніх уздзеянняў) сістэма мае некаторую колькасць руху, то якія-б ні адбыліся змены ўнутры самой сістэмы (пад уплывам **унутраных** сіл), агульная колькасць руху сістэмы застанецца ранейшай.

Гэты закон называецца законам **захавання колькасці руху**.

---

[1] Трэба памятаць, што v_1 і v_2 — скорасці, набытыя за час t пунктамі m_1 і m_2, якія першапачаткова былі ў спакоі; такім чынам $m_1 v_1$ і $m_2 v_2$ — змены колькасцей руху гэтых пунктаў.

Гэтаму закону можна надаць некалькі іншую форму, увёўшы паняцце цэнтру масы (або цэнтру інерцыі) сістэмы матэрыяльных пунктаў. Цэнтр масы называюць таксама цэнтрам цяжару, але гэтыя два паняцці не заўсёды супадаюць, і ў разглядаемым выпадку гэта назва была-б не зусім правільнай (гл. увагу на стар. 78). Мы дадзім такое азначэнне цэнтру масы.

Калі ў прасторы ёсць два пункты з каардынатамі x_1, y_1, z_1 і x_2, y_2, z_2, то каардынаты сярэдзіны прамалінейнага адрэзка, які злучае гэтыя два пункты, будуць

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

У больш агульным выпадку: калі даны n пунктаў з каардынатамі x_i, y_i, z_i, (дзе i—цэлыя лікі ад 1 да n), то каардынаты „цэнтру" сістэмы пунктаў будуць:

$$x_0 = \frac{\Sigma x_i}{n}, \quad y_0 = \frac{\Sigma y_i}{n}, \quad z_0 = \frac{\Sigma z_i}{n}.$$

Цэнтр масы вызначаецца аналагічна гэтаму геаметрычнаму цэнтру. Дапусцім, што ў пунктах x_i, y_i, z_i знаходзяцца масы m_i. Знойдзем пункт з каардынатамі

$$\xi = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i}, \eta = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i}, \zeta = \frac{\Sigma m_i z_i}{\Sigma m_i}.$$

Прымаючы $\Sigma m_i = \mu$, атрымаем:

$$\mu\xi = \Sigma m_i x_i, \quad \mu\eta = \Sigma m_i y_i, \quad \mu\zeta = \Sigma m_i z_i.$$

Пункт, які вызначаецца такім чынам, мы называем цэнтрам масы. Можа паказацца, што гэта вызначэнне цэнтру масы звязана з данай, выбранай сістэмай каардынат, і што са зменай сістэмы адліку павінна змяніцца і палажэнне цэнтру масы ўнутры самой сістэмы; не падаючы доказаў, укажам, што гэта не так. Выраз $\mu\xi = \Sigma m_i x_i$ устанаўлівае пэўныя суадносіны паміж палажэннем пунктаў унутры сістэмы ў адносінах да плоскасці yz, і ён справядлівы для любой сістэмы каардынат, а значыць і для любой плоскасці, а не толькі для плоскасці yz.

Калі пачатак сістэмы каардынат ляжыць у цэнтры масы, то $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$, у напісаных вышэй формулах $\Sigma m_i x_i = 0$, $\Sigma m_i y_i = 0$, $\Sigma m_i z_i = 0$ [1]. Разгляд пытанняў, у якіх мае значэнне палажэнне цэнтру масы, нярэдка спрашчаюць, змяшчаючы пачатак каардынат у гэтым пункце.

У выразах для ξ, η, ζ каардынаты x_i, y_i, z_i могуць змяняцца,

---

[1] Такое сцвярджэнне можна зрабіць толькі таму, што назоўнікі гэтых выразаў Σm_i адрозніваецца ад нуля; калі-б назоўнікі гэтых выразаў былі роўны нулю, то дапушчэнне, што і лічнік $\Sigma m_i x_i = 0$ прывяло-б да неазначальнасці $\frac{0}{0}$.

як калі-б пункты з адпаведнымі каардынатамі знаходзіліся ў руху; змены x_i, y_i, z_i могуць адбывацца роўнамерна або нероўнамерна ў залежнасці ад таго, ці дзейнічаюць на масы m_i, змешчаныя ў гэтых пунктах, якія-небудзь сілы або не. Адпаведна гэтаму і цэнтр масы можа перамяшчацца або з пастаяннай скорасцю або паскорана. Калі ёсць толькі ўнутраныя сілы, напрыклад толькі сілы ўзаемадзеяння паміж масамі m_1 і m_2, то яны зробяць узаемна процілеглыя перамяшчэнні і дадуць у выразах для ξ, η, ζ толькі такія члены, якія адзін другога знішчаюць. Таму рух цэнтру масы (або цэнтру цяжару) кожнай сістэмы можа быць зменены толькі знешнімі сіламі.

Няхай v_1, v_2, v_3,... кампаненты скорасцей (узятыя па пэўным кірунку), якія маюць масы m_1, m_2, m_3,... а V — кампанента скорасці цэнтру масы ўсёй сістэмы, узятая па тым-жа самым кірунку, што і v_1, v_2, v_3.... Тады

$$V = \frac{\Sigma mv}{\Sigma m},$$

або, калі абазначыць усю масу сістэмы Σm праз M, то

$$VM = \Sigma mv.$$

Гэта азначае, што колькасць руху сістэмы пунктаў (г. зн. цела) вылічваецца так, нібыта ўся маса цела сканцэнтравана ў яго цэнтры масы.

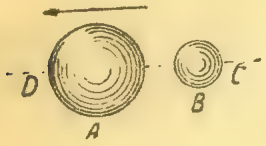
Няхай φ_1, φ_2, φ_3,... кампаненты паскарэнняў матэрыяльных пунктаў m_1, m_2, m_3,... па якім-небудзь кірунку, а Φ — кампанента паскарэння цэнтру масы па тым-жа кірунку. Тады мы будзем мець падобны выраз: $\Phi = \frac{\Sigma m\varphi}{\Sigma m}$ або $\Phi M = \Sigma m\varphi$.

Значыць мы атрымаем праекцыю паскарэння цэнтру мас на які-небудзь кірунак, калі мы суму праекцый на той-жа кірунак усіх сіл, прыложаных да сістэмы, падзелім на масу ўсёй сістэмы. Такім чынам цэнтр масы рухаецца так, нібыта ў ім была сканцэнтравана ўся маса сістэмы і да яго былі прыложаны ўсе сілы, якія дзейнічаюць на сістэму. Як ужо было сказана вышэй, цэнтр масы можа рухацца паскорана толькі пад дзеяннем знешніх сіл.

Удар. Закон захавання колькасці руху сістэмы служыць асновай для тэарэтычнага разгляду з'яў удару. З'ява ўдара распадаецца на дзве палавіны: у працягу першай палавіны цэнтры цяжару суўдаральных цел збліжаюцца (за час гэтай першай палавіны ўдару суўдаральныя целы сплюшчваюцца, дэфармуюцца;) у працягу другой палавіны з'явы цэнтры цяжару зноў удаляюцца адзін ад другога (у другой палавіне ўдару целы зноў аднаўляюць сваю форму). Калі за час другой палавіны з'явы суўдаральныя целы аднаўляюць сваю форму поўнасцю, і ў час удару нават самая малая частка механічнай энергіі не пераходзіць у другую форму энергіі (у цяплыню), то ўдар называецца пругкім. Калі-ж пасля ўдару зусім не адбываецца аднаўлення формы цел, якія прышлі ў судатыканне, то ўдар называецца няпругкім. Удары, якія мы назіраем у сапраўднасці, прадстаўляюць сярэдняе паміж гэтымі двума выпадкамі (удары не зусім пругкіх цел).

Строгай тэорыі ўдару дагэтуль не існуе, і прыходзіцца абмяжоўвацца толькі матэматычнай тэорыяй для некаторых ідэальных гранічных выпадкаў. Мы будзем казаць тут толькі аб цэнтральным прамым удары двух шароў A і B. Удар называецца цэнтральным або касым (эксцэнтрычным) у залежнасці ад таго, ці супадае прамая, якая злучае цэнтры цяжараў цел (у нашым выпадку, цэнтры шароў) з кірункам удару або не. Кірункам удару называецца агульная нармаль да паверхні абодвух суўдаральных цел, якая праходзіць праз пункт судатыкання ў момант удару. Удар называецца прамым, калі целы да ўдару не мелі ніякага вярчальнага руху і рухаліся насустрач адно другому па лініі ўдару. У процілеглым выпадку ўдар называецца касым.

Абодва шары, паказаныя на рыс. 39, разам утвараюць сістэму, якая мае пэўную колькасць руху. Няхай абодва шары перамяшчаюцца па адным і тым-жа кірунку, але шар B рухаецца больш шпаркa, чым шар A (B даганяе A). Таму пры суўдаранні B аддае шару A частку сваёй скорасці; гэта аддача скорасці адбываецца ў час перыяду сціскання (значыць не імгненна) і працягваецца датуль, пакуль скорасці абодвух шароў не зробяцца па велічыні аднолькавымі. Затым, калі перыяд сціскання канчаецца, то з'ява працякае па рознаму ў залежнасці ад таго, ці з'яўляецца гэты ўдар пругкім або няпругкім. Абазначым масы шароў праз m_1 і m_2, іх скорасці да ўдару праз v_1 і v_2, а скорасці пасля ўдару—праз w_1 і w_2. Калі u_1 абазначае скорасць усёй сістэмы, г. зн. скорасць цэнтру цяжару абодвух мас, то колькасць руху сістэмы да ўдару выразіцца сумай $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1+m_2)u_1$. Таму што знешнія сілы на масы шароў не дзейнічаюць, то за час удару рух цэнтру цяжару змяніцца не можа. Калі ўдар быў няпругкім, то масы m_1 і m_2 пасля завяршэння перыяду сціскання працягваюць рухацца з агульнай скорасцю, іменна з той, з якой рухаецца іх цэнтр цяжару: гэта скорасць



Рыс. 39. Удар двух няпругкіх шароў.

$$u_1 = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Гэта—агульная скорасць, якую набываюць пасля ўдару цалкам няпругкія целы. Калі колькасці руху суўдаральных няпругкіх цел да ўдара былі роўны і процілегла накіраваны (г. зн. $m_1v_1 + m_2v_2 = 0$), то пасля ўдару агульная скорасць гэтых цел будзе роўнай нулю, г. зн. целы пасля ўдару спыняцца.

Зусім іншая справа пры пругкім удары двух цел, якія рухаюцца ў адным кірунку. У той момант, калі канчаецца першы перыяд удару (перыяд сціскання), агульная скорасць абодвух дэфармаваных мас зусім таксама роўна

$$u_1 = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Значыць маса m_1 (якая даганяе масу m_2) у першы перыяд удару страціла частку сваёй скорасці; яе скорасць зрабілася роўнай u_1 і значыць зменшылася на $(v_1 - u_1)$. На працягу перыяду аднаўлення гэта маса m_1 атрымлівае штуршок у кірунку да пункту C. У выніку гэтага яе скорасць змяншаецца на такую-ж велічыню, як у час перыяду сціскання. У рэзультаце яе скорасць робіцца роўнай $u_1 - (v_1 - u_1) = 2u_1 - v_1$. Такою будзе яе скорасць (w_1) пасля ўдару. Аналагічна знойдзецца і скорасць масы m_2 пасля ўдару: $w_2 = 2u_1 - v_2$. Калі ў формулах для w_1 і w_2 мы заменім u_1 яго значэннем праз v_1 і v_2, то атрымаем:

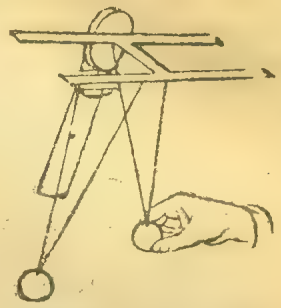
$$w_1 = \frac{m_1v_1 + m_2(2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}, \quad w_2 = \frac{m_2v_2 + m_1(2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}.$$

Калі $m_1 = m_2$, то $w_1 = v_2$ і $w_2 = v_1$, г. зн. целы пасля ўдару абменьваюцца сваімі скорасцямі. Калі цела m_1 да ўдару было нерухомым, то пасля ўдару яго пачатковай скорасцю будзе скорасць масы m_2, а маса m_2 спыніцца.

Гэта можна праверыць на двух аднолькавых шарах з слановай косці (рыс. 40), прымушаючы іх ударацца адзін аб адзін.

Як мы ўжо бачылі, аддача скорасці адбываецца ў працягу перыяду сціскання,

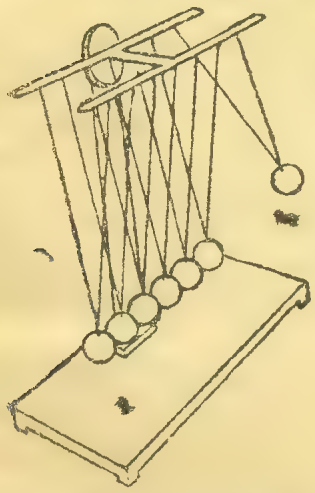
значыць **не імгненна**. Гэта таксама лёгка праверыць на доследзе: калі першы шар, падаючы з некаторай вышыні (рыс. 41), ударыцца аб другі (нерухомы) шар, то апошні (крайні) шар адскочыць і ўзнімецца да той-жа вышыні, з якой падаў першы шар. Калі б пры ўдары першага шара аб другі рух **непасрэдна** перадаўся-б усёй масе, то з'ява працякала-б так, як нібыта першы шар сустрэўся з масай, большай, чым яго ўласная маса—у доследным размяшчэнні, як на рыс. 41, дзе падвешаны 6 нерухомых аднолькавых шароў, — у шэсць разоў большай. У сапраўднасці-ж кожны шар аддае скорасць, атрыманую ім ад першага шара. Што рух перадаецца ад аднаго цела да другога не імгненна, відаць напрыклад з таго, што шкло, скрозь якое праішла куля, не разлятаецца ў друзкі. На выкарыстанні законаў няпругкага ўдару грунтуецца балестычны маятнік, з дапамогай якога часта вымяраюць скорасці невялікіх знарадаў пад канец руху.



Рыс. 40. Удар двух шароў з сланёвай косці.

а) Роўнавага цвёрдага цела, якое верціцца навакол восі

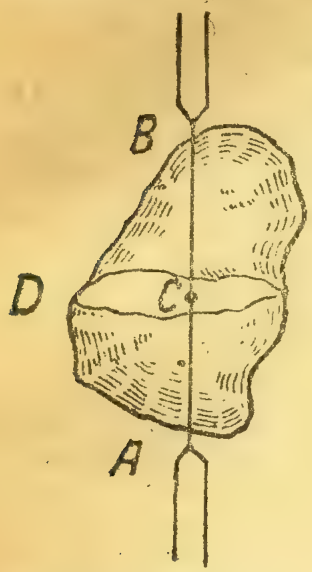
Калі цвёрдае цела замацавана ў трох пунктах *A*, *B* і *C* (рыс. 37), то яно не можа прыйсці ў рух. Калі-ж у цвёрдым целе, паданым на рыс. 37, замацаваны толькі два пункты *A* і *B*, тады пункт *C* можа перамяшчацца **толькі ў плоскасці**, перпендыкулярнай да плоскаці чарцяжа. Таму што адлегласць пункту *C* ад прамой *AB* павінна заставацца нязменнай, то адзіная магчымая траекторыя пункту *C*—гэта акружына, якая ляжыць у плоскасці, перпендыкулярнай да прамой *AB*, з радыусам *CD* і цэнтрам у пункце *D*; іншы рух для пункту *C* немагчымы. Гэта самае справядліва і для ўсякага іншага пункту, які не ляжыць на прамой *AB*. Паколькі ўсе пункты цела могуць рухацца толькі па акружынах, плоскасці якіх перпендыкулярны *AB*, то рух усяго цела можа быць выкліканы толькі сіламі, якія маюць кампаненты ў плоскасці магчымага перамяшчэння. Такі рух называецца **вярчэннем**, а прамая *AB* называецца **воссю вярчэння**.



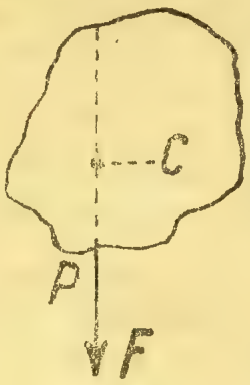
Рыс. 41. Перадача руху ад аднаго шара да другога.

Мы ведаем, што кірунак усякага перамяшчэння, якое адбываецца пад дзеяннем сілы, супадае з кірункам сілы або яе рухаючай кампаненты; таму і рух па акружыне павінен адбывацца пад дзеяннем сілы, накіраванай па датычнай да адной з тых акружын, па якіх могуць рухацца пункты цвёрдага цела. Сілы, якія выклікаюць кругавы рух каля восі *AB*, не могуць быць накіраваны па радыусах, г. зн. яны не могуць перасякаць вось *AB*. Такім чынам вярчэнне навакол восі выклікаюць толькі такія сілы (або кампаненты сіл), якія ляжаць у плоскасцях, перпендыкулярных восі, і не перасякаюць вось. Дзеянне ўсякай другой сілы (г. зн. сілы, паралельнай восі або праходзячай праз яе) будзе знішчана супраціўленнем апор або прылад, якія робяць пункты *A* і *B* нерухомымі, і будзе толькі ўтвараць **ціск** на апору або на вось.

Дапусцім, што ў пунктах A і B цела ўтрымліваецца двума нерухомымі вастрыямі і што вось AB вертыкальна (рыс. 42). Сіла цяжару накіравана паралельна восі вярчэння і не робіць ніякага ўплыву на рух цела. Дапусцім, што ў пункце D да цела прыложана некаторая сіла. Правядзем праз пункт D плоскасць, перпендыкулярную да восі, і дапусцім, што яна супадае з плоскасцю чарцяжа (рыс. 43). C ёсць пункт перасячэння плоскасці з воссю AB, P ёсць кампанента сілы, якая ляжыць у гэтай плоскасці і прыводзіць цела ў вярчальны рух, бо яна ляжыць у плоскасці, перпендыкулярнай восі, і вось не перасякае.

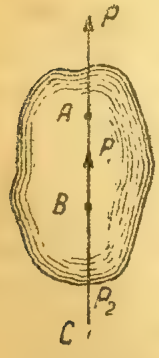


Рыс. 42. Вярчэнне цвёрдага цела навакол нерухомай восі AB. D— пункт на паверхні цела. Праз пункт D праведзена плоскасць, перпендыкулярная восі AB. Гэта плоскасць перасякае вось у пункце C.

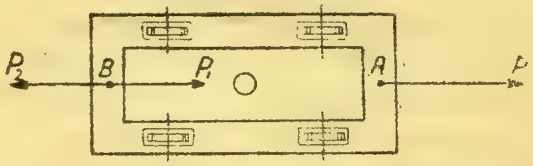


Рыс. 43. Сячэнне цвёрдага цела плоскасцю, перпендыкулярнай восі, якая была падана на рыс. 42. Тут гэта плоскасць супадае з плоскасцю рысунка; у гэтай-жа плоскасці ляжыць і сіла P.

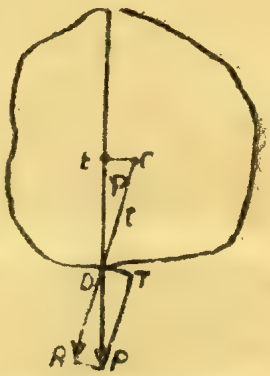
Перанясенне пункту прылажэння сілы. Стан руху або спакою цвёрдага цела не зменіцца, калі мы перанясем пункт прылажэння сілы ў які заўгодна пункт на яе кірунку. Зусім абыяка, ці прыложана сіла P у пункце A (рыс. 44) або ў пункце B прамой CP. Сапраўды, мы можам у пункце B прылажыць дзве роўныя і процілегла накіраваныя сілы P_1 і P_2: дзеянне іх узаемна знішчыцца. Дапусцім, што яны роўны па велічыні сіле P і накіраваны па тым-жа кірунку, што і сіла P, г. зн. па прамой PC. Тады мы можам, не змяняючы стану цела, адкінуць сілы P і P_2; у самай справе, дзеянне іх узаемна знішчаецца, бо яны з аднолькавай сілай імкнуцца рухаць цвёрды адрэзак AB у процілеглых кірунках. Значыць застаецца адна толькі сіла P_1, якая роўна па велічыні сіле P і аднолькава з ёй накіравана (бо мы прынялі, што $P_1 = P$). Але гэта азначае, што пункт прылажэння сілы P перанесены з A у B. Уявім сябе раму на колах (на рыс. 45 мы глядзім на яе зверху) і няхай сіламі P, P_1 і P_2 служаць тры аднолькава моцныя канаты: няма ніякай розніцы, ці ўпражом мы каня P у A або ў B.



Рыс. 44.



Рыс. 45. Пункт прылажэння сілы, якая дзейнічае на цвёрдае цела, можна перанесці па кірунку сілы. Пункт прылажэння сілы можна перанесці з пункту A ў пункт B.

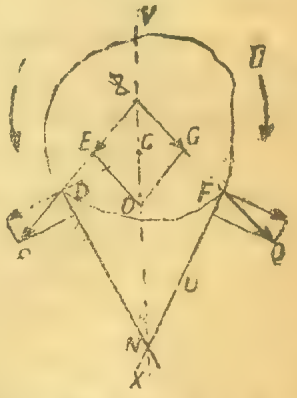


Рыс. 46. Статычны момант сілы. Сячэнне цвёрдага цела плоскасцю, перпендыкулярнай восі. C — пункт перасячэння гэтай плоскасці з воссю.

Статычны момант сілы. Роўнавага двух сіл, прыложаных да цела, якое можа вярцецца навакол восі. Чаму пад дзеяннем сілы P, прыложанай у пункце D (рыс. 43), цела, замацаванае ў пункце C, прыходзіць у рух? Сілу P можна раскласці на дзве кампаненты DR і DT (рыс. 46). Кампанента DR накіравана па

радыусу (па прамой DC) і не надае целу ніякага руху; кампанента DT перпендыкулярна радыусу CD, значыць яна накіравана па датычнай да акружыны, якую апісваў-б пункт D пры вярчэнні цела, і яна прыводзіць у вярчэнне пункт D, а разам з і ім і ўсё цела.

Мы маглі-б пераканацца ў тым-жа і не раскладаючы сілы P на кампаненты. Сапраўды, кірунак сілы P супадае з датычнай да акружыны, апісанай радыусам CE, роўным адлегласці пункту C ад прамой, па якой накіравана сіла P. Перанясем пункт прылажэння сілы P з пункту D у пункт E; тады кірунак сілы будзе супадаць з кірункам руху пункту E па траекторыі, якую ён апісвае пры вярчэнні цела навакол восі. Значыць сіла P павінна прымушаць рухацца пункт E і тым самым павінна прывесці ў вярчэнне ўсё цела. Такім чынам сіла T, прыложаная ў пункце D і накіраваная па датычнай да акружыны радыуса CD (якую апісвае пры вярчэнні цела пункт D), аказвае такое-ж дзеянне, як і сіла P, прыложаная ў пункце E і накіраваная па датычнай да акружыны радыуса CE (якую апісвае E пры вярчэнні цела). У тым, што сіла T, будучы прыложана да пункту D, эквівалентна сіле P, будучы прыложанай да пункту D, эквівалентна сіле P, прыложанай у пункце E, можна пераканацца з разгляду прамавугольных трохвугольнікаў CED і DTP. Гэтыя трохвугольнікі падобны, бо вуглы іх роўны; таму $\frac{T}{P}=\frac{p}{t}$ або $T_t=P_p$, г. зн. здабыткі сіл на іх адлегласці ад восі роўны паміж сабой. Значыць сілу P, якая прыводзіць цела ў вярчэнне, можна замяніць меншай сілай T; трэба толькі адлегласць меншай сілы ад восі павялічыць у пэўных адносінах у параўнанні з адлегласцю ад восі большай сілы, і рэзультат дзеяння гэтай сілы будзе той-жа. Раўнанне $T_t=P_p$ паказвае, у колькі разоў для гэтага трэба павялічыць адлегласць ад восі меншай сілы.



Рыс. 47. Сілы P і Q вернуць цела ў розныя бакі. C—пункт перасячэння восі вярчэння з плоскасцю рысунка.

Здабыткі P_p і T_t называюцца статычнымі момантамі сіл P і T адносна восі C (або проста момантамі сіл, або момантамі вярчэння адносна гэтай восі). Можна казаць аб моманце сілы толькі ў адносінах да якой-небудзь восі вярчэння. Кожную сілу, прыложаную да цела, якое можа вярцецца навакол некаторай восі, можна замяніць другой сілай, калі іх статычныя моманты адносна той-жа восі роўны і аднолькава накіраваны, г. зн. калі абедзве сілы імкнуцца вярцець цела навакол данай восі ў аднолькавых кірунках. Уявім сабе, што да цвёрдага цела, якое можа вярцецца навакол восі C, прыложана ў пункце D сіла P, але, не зважаючы на гэта, цела застаецца нерухомым; відавочна пры гэтым на яго апроч сілы P дзейнічае яшчэ нейкая другая сіла (рыс. 47), якая знішчае дзеянне сілы P (яна знішчае зразумела толькі дзеянне танген-

цыяльнай кампаненты сілы P, бо радыяльная кампанента знішчаецца супраціўленнем восі). Якая велічыня і кірунак гэтай сілы Q? Ясна, што яе тангенцыяльная кампанента павінна імкнуцца вярцець цела ў кірунку, паказаным на чарцяжы стрэлкай II. Дапусцім, што сіла Q прыложана ў пункце F. Пры вярчэнні цела пункт F апісвае акружыну радыуса FC з цэнтрам у C. Датычнай да гэтай акружыны з'яўляецца прамая, перпендыкулярная да FC у пункце F. Для таго каб тангенцыяльная кампанента сілы Q імкнулася вярцець цела ў кірунку стрэлкі II, яна павінна супадаць з датычнай да акружыны радыуса FC у пункце F і павінна быць накіравана ад F да U. Калі цела, не зважаючы на адначасовае дзеянне абодвух сіл P і Q, усё-ж застаецца ў спакоі, то гэта значыць, што роўнадзейная абодвух тангенцыяльных кампанент сіл P і Q перасякае вось, г. зн. праходзіць праз пункт C. Але гэта роўнадзейная павінна таксама праходзіць праз пункт N, у які мы можам перанесці пункты прылажэння абодвух тангенцыяльных кампанент, перамяшчаючы іх па іх кірунку, так што гэты пункт з'яўляецца агульным пунктам прылажэння тангенцыяльных кампанент сіл P і Q і іх роўнадзейнай. Значыць кірунак роўнадзейнай тангенцыяльных кампанент супадае з кірункам прамой XY, якая праходзіць праз пункты N і C. Перанясем пункт прылажэння гэтай роўнадзейнай з N у пункт перасячэння прамой XY з кірункам сілы P, г. зн. у пункт L, і ў гэты-ж пункт перанясем таксама і сілу P, якая будзе цяпер прадстаўлена адрэзкам LE. Але і кірунак сілы Q, прыложанай у пункце F, таксама павінен праходзіць праз L, бо гэта сіла дае разам з сілай P, прыложанай у пункце L, роўнадзейную, накіраваную па прамой LN. Значыць кірунак сілы Q даецца прамой, якая праходзіць праз пункты L і F. З трох прыложаных у пункце L сіл у сілы $P=(LE)$ мы ведаем велічыню і кірунак, у сілы Q — мы ведаем кірунак (яна павінна быць накіравана па прамой LF) і ў роўнадзейнай, якую абазначым праз R, мы таксама ведаем кірунак (яна павінна быць накіравана па прамой XY). Гэтага дастаткова для таго, каб пабудаваць паралелаграм сіл $LEOG$ і знайсці велічыню кампаненты $Q=LG$ і велічыню роўнадзейнай $R=LO$. Сіла Q у адпаведным ёй кірунку прыложана ў пункце L. Нам трэба толькі перанесці яе пункт прылажэння па яе кірунку ў пункт F, і тады мы можам канчаткова даведацца, якую сілу мы павінны прылажыць у пункце F, каб ўроўнаважыць сілу, прыложаную ў пункце D. Дзеянне рэзультуючай сілы R праяўляецца ў ціску на вось і знішчаецца супраціўленнем восі цвёрдага цела.

Каб знайсці суадносіны паміж сіламі P і Q, мы праводзім на рыс. 48 (дзе нанесены толькі некаторыя лініі рыс. 47) прамыя CE і CG. Мы атрымаем такім чынам трохвугольнікі CLE і CLG з бакамі $LE=P$ і $LG=Q$. Знойдзем плошчы гэтых трохвугольнікаў. Калі мы з пункту C правядзем $p \perp LE$ і $q \perp LG$, то

$$\triangle LEC=\frac{1}{2}LE.p;\ \triangle LGC=\frac{1}{2}LG\cdot q.$$

Правёўшы з пунктаў E і G лінію $a \perp LC$ і $b \perp LC$, атрымаем:

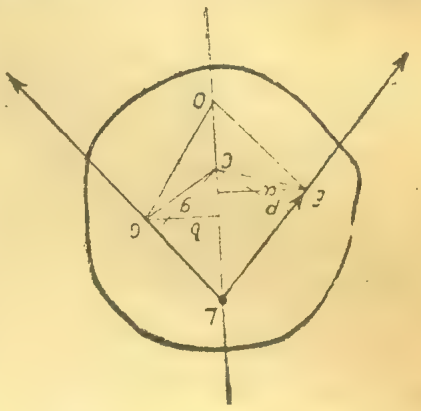
$$\triangle LFC=\frac{1}{2}LC\cdot a;\ \triangle LGC=\frac{1}{2}LC\cdot b.$$

Плошчы роўных трохвугольнікаў LOE і LOG (як утвораных з паралелаграма правядзеннем дыяганалі L) роўны, а значыць $a = b$, адкуль

$$\triangle LEC = \triangle LGC \text{ і } \frac{1}{2} LE \cdot p = \frac{1}{2} LG \cdot q.$$

Замяняючы LE і LG праз P і Q, знойдзем, што $P \cdot p = Q \cdot q$. Перпендыкуляры p і q—адлегласці сіл P і Q ад восі вярчэння, значыць здабыткі Pp і Qq з'яўляюцца статычнымі момантамі сіл P і Q адносна гэтай восі.

Такім чынам мы прыходзім да наступнага заключэння: каб сілы P і Q узаемна ўроўнаважваліся, будучы прыложанымі да цвёрдага цела, статычныя моманты гэтых сіл Pp і Qq адносна восі вярчэння павінны быць роўны і павінны імкнуцца вярцець цела ў процілеглых кірунках,



Другі выгляд рысунка 47.

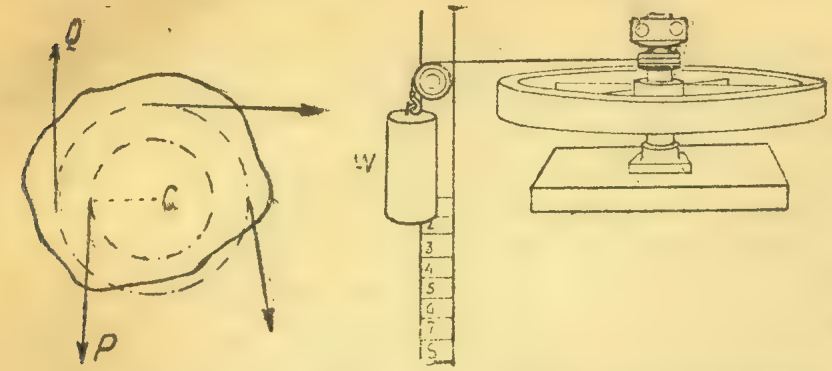
Лікавыя выразы сіл P і Q, якія намагаюцца вярцець цела ў процілеглых кірунках, маюць процілеглыя знакі; p і q—адлегласці, лікавыя выразы якіх заўсёды маюць дадатныя знакі. Значыць Pp і Qq—два лікі, роўныя па абсалютнай велічыні і процілеглыя па знаку. Такім чынам умову роўнавагі цвёрдага цела, здольнага вярцецца навакол восі, можна фармуляваць так $Pp - Qq = 0$, г. зн. сілы P і Q узаемна ўроўнаважваюцца паміж сабою: калі алгебраічная сума іх статычных момантаў адносна восі вярчэння роўна нулю.

Тое-ж самае можна даказаць і для любога ліку сіл. Дапусцім, што на цвёрдае цела адначасова дзейнічаюць сілы $P_1, P_2, P_3, \ldots$ і $Q_1, Q_2, Q_3 \ldots$, якія ляжаць у адной і той-жа перпендыкулярнай да восі вярчэння плоскасці, прычым сілы $P_1, P_2, P_3 \ldots$ і $Q_1, Q_2, Q_3, \ldots$ імкнуцца вярцець цела ў процілеглых кірунках. Няхай $p_1, p_2, p_3, \ldots$ і $q_1, q_2, q_3, \ldots$ — суадпаведныя адлегласці гэтых сіл ад восі вярчэння. Лёгка паказаць, што гэтыя сілы ўзаемна ўроўнаважваюцца, калі $P_1p_1 + P_2p_2 + P_3p_3 + \ldots = Q_1q_1 + Q_2q_2 + Q_3q_3 + \ldots$, г. зн. калі алгебраічная сума статычных момантаў гэтых сіл роўна нулю.

З $Pp = Qq$ вынікае $\frac{Q}{P} = \frac{p}{q}$, і ў залежнасці ад таго, ці напішам мы гэту роўнасць у выглядзе $\frac{nQ}{nP} = \frac{p}{q}$ або ў выглядзе $\frac{Q}{P} = \frac{np}{nq}$, або нарэшце ў выглядзе $nP\frac{p}{n} = nQ\frac{q}{n}$, вынікае: 1) калі адлегласці p і q нязменныя, і мы павялічваем (або змяншаем) адну якую-небудзь сілу (хоць-бы сілу P) у 2, у 3 і г. д. разы, то для таго каб цела засталося нярухомым, мы павінны адначасова павялічыць (або адпаведна зменшыць) у 2, у 3 і г. д. разы і другую сілу (Q); 2) калі сілы P і Q нязменныя па велічыні, і мы павялічваем (або змяншаем) адлегласць адной з іх (P) ад восі ў 2, у 3 і г. д. разы, то цела застанецца нерухомым толькі ў тым выпадку, калі мы адначасова павялічым (або зменшым) у 2, у 3 і г. д. разы і адлегласць ад восі другой сілы (Q); 3) кожную з сіл P і Q мы можам замяніць сілай у n разоў меншай, калі мы адначасова ў n разоў павялічым яе адлегласць ад восі і г. д.

Апішам навакол пункту C дзве акружыны радыусамі p і q, і перанясем вектары, якія прадстаўляюць сабой сілы P і Q, у два адвольна выбраныя пункты гэтых акружын так, каб век-

тары сіл супалі з датычнай да акружыны (рыс. 49). Мы не змяняем пры гэтым ні велічыню сіл, ні кірункі, у якіх яны імкнуцца вярцець цела, а значыць, калі цела пад дзеяннем гэтых сіл заставалася нерухомым, то і цяпер сілы будуць узаемна ўроўнаважваць адна другую. Такім чынам мы бачым, што сілы P і Q можна пераносіць у самыя розныя палажэнні ў адносінах адна да другой, напрыклад мы можам размясціць іх так, каб пункт C ужо больш не ляжаў (як дагэтуль) паміж імі. Зручнай прыладай для змены кірунку сілы з'яўляецца блок, які можа вярцецца навакол восі, перпендыкулярнай яго плоскасці: напрыклад з дапамогай блока на рыс. 50 кірунак, у якім груз W цягне шнур, з вертыкальнага ператвараецца ў гарызантальны.

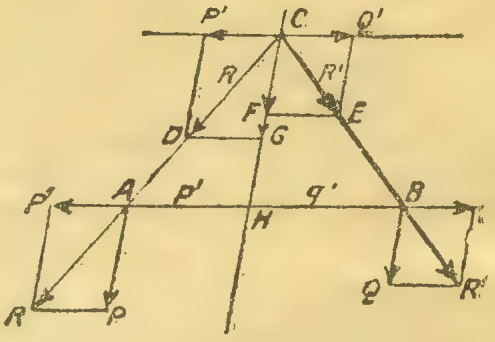


Рыс. 49 і 50. Змена кірунку сілы пры дапамозе дыска (блока).

Паралельныя сілы, накіраваныя ў адзін бок. Паралельныя сілы таксама могуць мець роўнадзейную, не зважаючы на тое, што не існуе такога агульнага пункту, у які можна было-б перанесці пункты прылажэння ўсіх паралельных сіл.

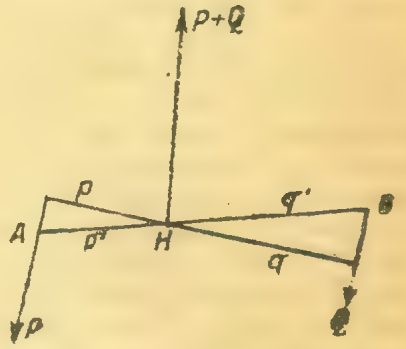
Няхай A і B—два пункты цвёрдага цела (рыс. 51), а P і Q—дзве паралельныя сілы, якія ляжаць у адной плоскасці (у плоскасці чарцяжа).

Стан руху (або спакою) пунктаў A і B не зменіцца, калі мы да іх прыложым дзве якія-небудзь роўныя процілеглыя сілы P' і Q' ($P'=Q'$), накіраваныя па прамой AB. Складаючы сілы P з P' і Q з Q', мы заменім гэтыя сілы двума роўнадзейнымі R і R'. Таму што сілы R і R' ляжаць у адной плоскасці і не паралельныя адна адной, то мы можам працягнуць іх кірункі да перасячэння ў пункце C і ў гэты пункт перанесці іх пункты прылажэння. Тады гэтыя сілы будуць прадстаўлены вектарамі CD і CE; кожная з роўнадзейных можа быць зноў раскладзена на тыя кампаненты, з якіх яна складалася, г. зн. сіла R можа быць зноў раскладзена на P' і P ($=CG$), а сілу R' можна раскласці на Q' і Q ($=CF$). Сілы P' і Q' узаемна знішчаюцца, бо яны роўны і процілегла накіраваны, а сілы P і Q супадаюць па кірунку і маюць агульны пункт прылажэння, таму іх роўнадзейная роўна іх суме $P+Q$. Такім чынам сілы R і R' могуць быць заменены адной сілай, па велічыні роўнай $P+Q$. Мы бачым, што сілы P і Q можна замяніць адной сілай, роўнай $P+Q$.



Рыс. 51. Складанне паралельных сіл P і Q.

З чарцяжа відаць, што CG паралельна P і Q. Пункт прылажэння роўнадзейнай $P+Q$ мы можам перанесці па прамой CG у пункт H. Калі сіла $(P+Q)$, кірунак якой паралельны сілам P і Q і якая прыложана ў пункце H, сапраўды з'яўляецца роўнадзейнай сіл P і Q, то дзеянне сіл P і Q будзе знішчана, калі ў пункце H мы прыложым сілу, па велічыні аднолькавую з роўнадзейнай $(P+Q)$, але процілегла з ёю накіраваную (рыс. 52). Так гэта і ёсць у сапраўднасці. У самай справе: дзеянне сіл P і Q заключаецца, па-першае, у тым, што яны імкнуцца рухаць прамую AB як адно цэлае ў плоскасці, у якой ляжаць сілы; але гэтаму перашкаджае сіла, аднолькавая з роўнадзейнай $(P+Q)$, але ёй процілеглая; таму пункт H застаецца нерухомым, і прамая AB не можа рухацца як адно цэлае. Па-другое, дзеянне сіл P і Q заключаецца ў тым, што яны імкнуцца вярцець прамую AB у плоскасці чарцяжа, г. зн. у той плоскасці, у якой яны ляжаць, навакол пункту H, калі ён будзе замацаваны. Пункт H дзеліць прамую AB на два адрэзкі p' і q'; лёгка паказаць (з падобнасці трохвугольнікаў CFE і CHB, з аднаго боку, і падобнасці трохвугольнікаў CGD і CHA — з другога боку, і роўнасці сіл P' і Q'), што $\frac{p'}{q'}=\frac{Q}{P}$. Далей, з двух прамавугольных трохвугольнікаў (рыс. 52) мы маем $\frac{p'}{q'}=\frac{p}{q}$, а значыць $\frac{Q}{P}=\frac{p}{q}$; p і q ёсць адлегласці сіл P і Q ад восі вярчэння. Здабыткі Pp і Qq—статычныя моманты сіл P і Q адносна восі вярчэння, а таму што гэтыя статычныя моманты роўны, і сілы імкнуцца вярцець прамую AB у процілеглых кірунках, то прамая AB не можа вярцецца пад дзеяннем сіл P і Q. Значыць сіла $(P+Q)$, прыложаная ў пункце H (рыс. 52), знішчае дзеянне сілы P у пункце A і сілы Q у пункце B; значыць, сіла $(P+Q)$, прыложаная ў пункце H, паралельная сілам P і Q і накіраваная ў той-жа, што і гэтыя сілы бок, сапраўды з'яўляецца роўнадзейнай сіл P і Q. Яе называюць роўнадзейнай паралельных сіл, а яе пункт прылажэння—цэнтрам паралельных сіл.



Рыс. 52. Дзве паралельныя сілы P і Q уроўнаважваюцца сілай $P+Q$.

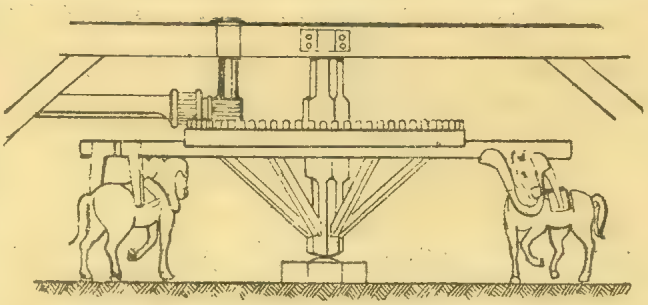
Паралельныя процілегла накіраваныя (антыпаралельныя) сілы. Пара сіл. Калі сілы P і Q паралельны, але накіраваны ў процілеглыя бакі, то для выпадку, калі гэтыя сілы не роўны, мы знойдзем пры дапамозе пабудовы, аналагічнай пабудове на рыс. 51, іх роўнадзейную і яе пункт прылажэння (цэнтр паралельных сіл). Гэта роўнадзейная роўна па велічыні рознасці сіл P і Q, паралельна ім і накіравана ў бок большай сілы. Як і раней, пункт прылажэння роўнадзейнай вызначаецца так: калі мы правядзем праз яе нерухомую вось, перпендыкулярную да плоскасці чарцяжа, то ўся сістэма пад дзеяннем сіл P і Q застанецца ў спакоі. Але калі дзве паралельныя і про-

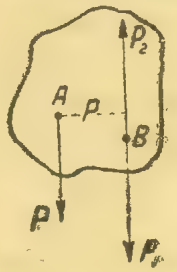
цілегла накіраваныя сілы роўны паміж сабой, то яны не маюць роўнадзейнай і не маюць цэнтру паралельных сіл. Сістэма з двух роўных, паралельных і процілегла накіраваных сіл (рыс. 53) называецца парай сіл, адлегласць паміж імі p — плячом пары, а здабытак Pp з сілы на плячо — момантам пары. Цяга двух коняй, якія верцяць ворат (рыс. 54), ёсць пара сіл.

Перанясенне сілы паралельна самой сабе. Мы не будзем больш падрабязна разглядаць пару сіл; заўважым толькі, што яе ўжыванне мае важнае значэнне. Стан цела (рыс. 55), на якое дзейнічае прыложаная ў пункце A сіла P, не зменіцца, калі мы прыложым у якім-небудзь другім яго пункце дзве процілеглыя і роўныя сілы P_1 і P_2, роўныя і паралельныя сіле P. Тады сілы P і P_2 утвараюць пару сіл з плячом p, а сіла P_1 ёсць відавочна сіла P, пункт прылажэння якой перанесены з A ў B. Гэта даказвае, што можна, не змяняючы стану цела, сілу P, прыложаную ў якім-небудзь пункце цела (A), перанесці паралельна самой сабе і прылажыць да любога другога пункту цела (B), прыбаўляючы пры гэтым яшчэ некаторую пару сіл PP_2.

Рыс. 53. Сілы P і P' утвараюць пару сіл; p — плячо пары.

Дзве асноўныя аперацыі над сіламі, прыложанымі да цвёрдага цела, — гэта перанясенне пункту прылажэння сілы па кірунку яе дзеяння і перанясенне сілы паралельнай самой сабе. Тое, што мы маем права пераносіць пункт прылажэння сілы ў любы іншы пункт цела, вельмі важна для рашэння механічных задач. Такую аперацыю мы можам прарабіць з усімі прыложанымі да цела сіламі. У рэзультаце мы можам перанесці пункты прылажэння ўсіх сіл, якія дзейнічаюць на цела і прыложаны ў розных яго пунктах, у адзін і той-жа пункт, і замяніць іх адной роўнадзейнай; пры гэтым да цела будзе прыложана столькі-ж пар, колькі было перанесена сіл. Пары сіл можна складаць і замяняць іх адной рэзультуючай парай (доказ гэты тут не падаецца). Такім чынам мы можам прывесці ўсе дзеючыя на цела сілы да адной роўнадзейнай, якая імкнецца перамяшчаць цела паступальна—як адно цэлае—і да адной пары, якая імкнецца вярцець цела навакол некаторай восі. Каб цела, не зважаючы на гэта, заставалася ў спакоі, трэба ўроўнаважыць роўнадзейную роўнай ёй сілай, а пару—эквівалентнай парай, якая стварае вярчэнне ў процілеглы бок.


Рыс. 54. Коні, якія прыводзяць у рух ворат, ствараюць пару сіл.



Рыс. 55. Перанясенне сілы AP паралельна самой сабе.

Велічыня роўнадзейнай $(P+Q)$ залежыць толькі ад велічынь сіл P і Q, а палажэнне яе пункту прылажэння, як відаць з суадносін $\frac{P}{Q}=\frac{q}{p}$, залежыць толькі ад адносін велічынь P і Q. Значыць велічыня роўнадзейнай і палажэнне пункту H на AB (рыс. 52) не мяняецца, калі мы павернем кірунак сіл P і Q на некаторы вугал і перавядзем іх у палажэнне P_1 і Q_1 або P_2 і Q_2 (рыс. 56), абы толькі яны заставаліся паралельнымі паміж сабой і захоўвалі ранейшыя велічыні. Кірунак роўнадзейнай пры гэтым зразумела змяняецца, бо яна павінна быць паралельнай кірунку скла-

даемых сіл, але як яе велічыня, так і палажэнне пункту перасячэння яе кірунку з прамой AB застаюцца нязменнымі. Іншымі словамі, дзве паралельныя сілы P і Q маюць роўнадзейную, велічыня якой вызначаецца адназначна, і маюць толькі адзін цэнтр паралельных сіл. Калі да некаторай цвёрдай прамой прыложана яшчэ трэцяя паралельная сіла S, то сілы $(P+Q)$ і S маюць роўнадзейную, роўную $P+Q+S$, а пункт прылажэння гэтай роўнадзейнай вызначаецца з умовы, што адносіны яе адлегласці ад пункту, дзе прыложана сіла $(P+Q)$, да яе адлегласці ад пункту прылажэння сілы S роўна адваротным адносінам сіл $(P+Q)$ да S. Зусім таксама мы заўсёды можам замяніць любы лік паралельных сіл адной роўнадзейнай. Каб іх уроўнаважыць, трэба прылажыць у іх цэнтры сілу, роўную па велічыні іх суме і накіраваную ў процілеглыя бакі.

Рыс. 56. Палажэнне цэнтра паралельных сіл.

Тыя-ж заключэнні, да якіх мы прышлі, разглядаючы спачатку два пункты, а потым любы лік пунктаў, што ляжаць на адной прамой, можна пашырыць на любую сістэму матэрыяльных пунктаў, якія складаюць цвёрдае цела.

Цэнтр цяжару як цэнтр паралельных сіл. Вагу цела можна разглядаць як роўнадзейную ўсіх паралельных паміж сабой і накіраваных да зямлі сіл цяжару, прыложаных да паасобных часцінак гэтага цела, маючых масы $m_1, m_2, m_3, \ldots$; калі размеры ўсяго цела малыя ў параўнанні з яго адлегласцю ад цэнтру зямлі, то кірункі сіл цяжару m_1g, m_2g, $m_3g\ldots$ мы можам лічыць паралельнымі, і дзеянне іх замяніць адной роўнадзейнай, роўнай $m_1g+m_2g+\ldots=g\,(m_1+m_2+m_3+\ldots)$. Выраз у дужках ёсць маса цела M і значыць роўнадзейная Mg роўна вазе цела з масай M. Мы бачым такім чынам, што дзеянне сілы цяжару на цвёрдае цела такое, як нібыта ўся маса гэтага цела сканцэнтравана ў адным пункце—у цэнтры цяжару, і сіла цяжару дзейнічае толькі на гэты пункт. На гэтай аснове мы нярэдка замяняем у нашых разважаннях цвёрдае цела з масай M матэрыяльным пунктам той-жа масы, змешчаным у цэнтры цяжару цела[1]

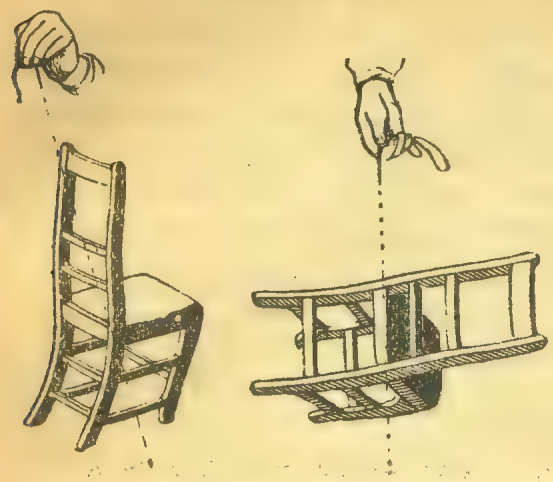
---

[1] Калі некаторае цела з масай M раздзелена на вялікі лік паасобных матэрыяльных часцінак з малымі масамі m_1, m_2, $m_3\ldots$ і на кожную з часцінак дзейнічае сіла, прапарцыянальная масе часцінкі ($f_1=c\cdot m_1$; $f_2=c\cdot m_2;\ldots$) і ўсе гэтыя сілы паралельны паміж сабой, то згодна тэарэмы аб складанні паралельных сіл можна вызначыць як велічыню, так і пункт прылажэння роўнадзейных усіх гэтых паралельных сіл. Велічыня роўнадзейнай $R=\Sigma f=c\Sigma m=cM$; каардынаты яе пункту прылажэння (пар. стар. 66).

$$\xi=\frac{\Sigma f\cdot x}{R};\quad \eta=\frac{\Sigma f\cdot y}{R};\quad \xi=\frac{\Sigma f\cdot z}{R}\ \text{або}\ \xi=\frac{\Sigma x\cdot m}{\Sigma m}=\frac{\Sigma x\cdot m}{M};$$

$$\eta=\frac{\Sigma y\cdot m}{\Sigma m}=\frac{\Sigma y\cdot m}{M};\quad \xi=\frac{\Sigma z\cdot m}{\Sigma m}=\frac{\Sigma z\cdot m}{M}.$$

Велічыня і кірунак роўнадзейнай сілы цяжару, якую мы называем вагой цела, вядомы; як вызначыць пункт прылажэння гэтай роўнадзейнай, г. зн. дзе знаходзіцца цэнтр цяжару цела? У некаторых пэўных выпадках, калі вядомы і могуць быць выражаны матэматычнымі формуламі як форма, так і размеркаванне масы цела (напрыклад у выпадку аднароднага шара), палажэнне цэнтру цяжару (г. зн. яго каардынаты) таксама даецца пэўным матэматычным выразам. Але, выходзячы з ўяўлення, што ўся маса цела сканцэнтравана ў цэнтры цяжару, можна знайсці яго палажэнне таксама і доследным шляхам. Цела, калі яго падвесіць на шнурку (рыс. 57), заўсёды займае такое палажэнне, што яго цэнтр цяжару ляжыць на вертыкальнай прамой, якая з'яўляецца працягам нацягнутага шнурка. Калі мы паслядоўна падвесім цела спачатку за адзін яго пункт, потым за другі, то абодва разы цэнтр цяжару будзе ляжаць на прамой, якая служыць працягам нацягнутага шнурка; гэта магчыма толькі ў тым выпадку, калі абедзве прамыя ляжаць у адной плоскасці і перасякаюцца; пункт іх перасячэння і будзе цэнтрам цяжару.



Рыс. 57. Знаходжанне цэнтра цяжару.

Захаванне палажэння цэнтру цяжару. Мы прышлі да паняцця цэнтру цяжару, разглядаючы сукупнасць сіл цяжару, якія дзейнічаюць на паасобныя часцінкі, што складаюць цела. Калі мы разаб'ём цела якой-небудзь плоскасцю на дзве часткі A_1 і A_2, то частка цела A_1 будзе мець свой цэнтр цяжару, і ў часткі A_2 будзе свой цэнтр цяжару. Але агульны цэнтр цяжару двух частак A_1 і A_2, разам узятых, будзе тоесным з цэнтрам цяжару ў с я г о цела. Тое-ж самае будзе

У адпаведнасці з формуламі, паданымі на стар. 66, мы можам сказаць, што пункт прылажэння паралельных сіл, прапарцыянальных складаючым цела элементарным масам, ёсць ц э н т р м а с ы.

Сіла цяжару (або вага) таксама прапарцыянальна масе цела. Вага цела $p = m \cdot g$, дзе g—паскарэнне сілы цяжару. Роўнадзейная ўсіх сіл цяжару, якія дзейнічаюць на паасобныя элементарныя масы цела, прылагаецца ў некаторым пункце цела, і гэты пункт у даным п р ы в а т н ы м выпадку (г. зн. калі ўсе паралельныя сілы ёсць с і л ы ц я ж а р у) ёсць ц э н т р ц я ж а р у цела. Каардынаты цэнтру цяжару згодна ранейшага

$$\xi = \frac{\Sigma x \cdot m}{M}, \quad \eta = \frac{\Sigma y \cdot m}{M}, \quad \xi = \frac{\Sigma z \cdot m}{M}.$$

Трэба адзначыць, што гэтыя два паняцці—цэнтр масы і цэнтр цяжару—не ідэнтычны, і цэнтр цяжару не заўсёды супадае з цэнтрам масы. Напрыклад, калі-б мы ўздумалі знайсці цэнтр цяжару вельмі вялікай гары, то аказалася-б, што паскарэнне сілы цяжару g не аднолькава ў розных пунктах гэтай гары, і з-за гэтага сілы цяжару двух элементарных мас у двух процілеглых пунктах гары аказаліся-б не прапарцыянальнымі іх масам. З-за гэтага цэнтр масы (як пункт прылажэння роўнадзейнай паралельных сіл, прапарцыянальных элементарным масам) і цэнтр цяжару (як пункт прылажэння роўнадзейнай усіх сіл цяжару элементарных мас) не супадалі-б паміж сабой.

справядліва, калі мы цела разаб'ём некалькімі паверхнямі на любы лік частак, цэнтр цяжару ўсіх гэтых частак, разам узятых, ёсць цэнтр цяжару ўсяго цела. Уявім сабе, што цела, у выніку якіх-небудзь **унутраных** прычын (а не пад дзеяннем знешніх сіл) распалася на мноства паасобных частак—„узарвалася", як граната: цэнтр цяжару **ўсіх** гэтых частак, разам узятых, захавае сваё ранейшае палажэнне ў прасторы (ён будзе тоесны з цэнтрам цяжару ўсяго цела, якое не ўзарвалася) і ўвесь час пакуль ні на адну з частак не дзейнічае ніякая знешняя сіла, агульны цэнтр цяжару будзе рухацца так, як ён рухаўся-б, калі-б цела не распалася на часткі. Карацей кажучы, унутраныя сілы сістэмы **не аказваюць ніякага ўплыву** на рух цэнтру цяжару. У гэтым заключаецца закон **захавання палажэння цэнтру цяжару**.

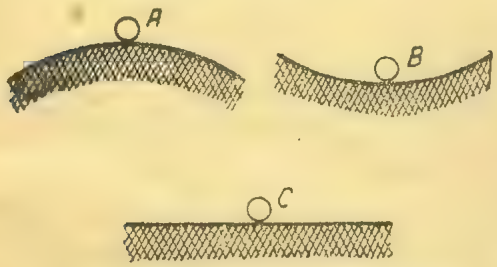
У тым, што ўзаемадзеянне двух мас не можа змяніць палажэння іх агульнага цэнтру цяжару, лёгка пераканацца пры дапамозе наступнага разважання: дапусцім, што ў пунктах a і b (рыс. 58) знаходзяцца дзве масы $2m$ і m; S—іх агульны цэнтр цяжару; тады згодна агульнага правіла $bS = 2bS$. Няхай узаемадзеянне гэтых мас выражаецца ў тым, што яны адштурхваюцца адна ад адной, прычым адносіны паскарэнняў, якія яны адна адной надаюць, адваротны адносінам іх мас. Значыць за час, калі маса $2m$ пройдзе шлях ad, маса m пройдзе шлях $bc = 2as$. Пры гэтым S увесь час застаецца цэнтрам цяжару, бо $bS = 2aS$. Калі мы разгледзім любы лік як заўгодна размешчаных у прасторы мас, то мы зусім таксама зможам пераканацца ў тым, што ўзаемадзеянне паміж масамі не змяняе палажэння цэнтру цяжару ўсёй сістэмы.

Рыс. 58. Да захавання палажэння цэнтру цяжару.

Такім чынам рух цэнтру цяжару вызначаецца толькі **знешнімі** сіламі: унутраныя сілы выклікаюць толькі такія дзеянні, якія ўзаемна знішчаюцца.

Мы знойдзем паскарэнне цэнтру цяжару сістэмы па даным кірунку, калі мы складзем усе дзеючыя па гэтым кірунку сілы, і падзелім іх на масу ўсёй сістэмы. Значыць цэнтр цяжару сістэмы рухаецца так, як нібыта ў ім сканцэнтравана ўся маса сістэмы і да яго-ж прыложаны ўсе сілы. Як матэрыяльны пункт не набывае паскарэння, калі на яго не дзейнічае знешняя сіла, так і цэнтр цяжару сістэмы матэрыяльных пунктаў у такім-жа выпадку не набывае паскарэння.

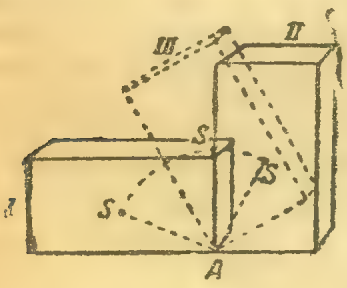
Устойлівая, няўстойлівая і абыякая роўнавага. Каб выясніць, якое дзеянне аказвае сіла цяжару на стан руху (або спакою) якога-небудзь цела, дастаткова даследваць яе ўплыў на стан руху цэнтру цяжару данага цела, лічачы сканцэнтраванай у ім усю масу цела. Мы ведаем напрыклад, што не зважаючы на дзеянне сілы цяжару, цела застаецца ў спакоі, калі яно ляжыць на гарызантальнай паверхні, або калі яно падвешана на вертыкальна нацягнутай ніці; гэта адбываецца таму, што апоры, якія падтрымліваюць цела (напрыклад паверхня стала або ніць, на якой яно падвешана) развіваюць сілу, роўную па велічыні сіле цяжару, але накіраваную вертыкальна ўверх. У такіх выпадках цела знаходзіцца ў роўнавазе. Роўнавага можа быць розных родаў: на рыс. 59 A ёсць вышэйшы, а B—ніжэйшы пункт дугі акружыны, і C—пункт на гарызантальнай плоскасці. У кожным з гэтых пунктаў **маса можа знаходзіцца ў спакоі**, бо і ў пункце A і ў пункце B малы элемент акружыны таксама з'яўляецца адрэзкам гарызантальнай прамой.



Рыс. 59. A—няўстойлікая роўнавага, B—устойліная, C—абыякая.

Калі няма церця, то як-бы мала мы ні адхілілі цела ад яго палажэння ў пункце *A*, яно пачне падаць уздоўж дугі ўніз і больш ужо само па сабе не зможа вярнуцца ў ранейшае палажэнне. Калі мы адхілім цела з палажэння *B*, то яно таксама будзе падаць уздоўж дугі, але цяпер яно будзе імкнуцца вярнуцца назад у ранейшае палажэнне роўнавагі. Калі мы адхілім цела з палажэння *C*, то яно будзе знаходзіцца ў роўнавазе і ў кожным сваім новым палажэнні. Гэта і зразумела: дзеянне сілы цяжару цалкам знішчаецца супраціўленнем толькі гарызантальнай апоры (калі ў цела толькі адзін пункт апоры), і таму на крывой паверхні цела можа знаходзіцца ў спакоі толькі там, дзе датычная да паверхні—гарызантальная, значыць толькі ў пунктах *A* і *B*; у кожным другім пункце супраціўленнем знішчаецца толькі частка сілы цяжару, а пад дзеяннем астатняй не знішчанай часткі цела прыходзіць у рух і падае да самага нізкага пункту, якога яно можа дасягнуць. Роўнавага ў пункце *A* называецца няўстойлівай, у пункце *B*—устойлівай і ў пункце *C*—абыякай.

Калі шар падвешаны на вертыкальнай ніці як маятнік, то, будучы нерухомым, ён знаходзіцца ва ўстойлівай роўнавазе; сапраўды, калі адхіліць яго з палажэння роўнавагі, то пад дзеяннем сілы цяжару ён імкнецца вярнуцца ў ранейшае палажэнне роўнавагі, бо ў гэтым палажэнні яго цэнтр цяжару займае самае нізкае палажэнне. Але калі шар паложаны на якое-небудзь вастрыё, то ён знаходзіцца ў няўстойлівай роўнавазе: пры самым малым адхіленні ён упадзе з гэтага вастрыя. Калі-ж шар, як глобус, насаджаны на вось, якая праходзіць праз цэнтр яго цяжару, і можа вярцецца навакол гэтай восі, то ён знаходзіцца ў абыякай роўнавазе; яго цэнтр цяжару не можа змяняць свайго палажэння якбы мы ні паварачвалі шар навакол восі, ён заўсёды будзе заставацца ў тым палажэнні, якое яму надалі.



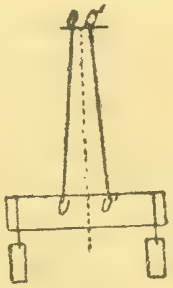
Рыс. 60. Ступень устойлівасці. Палажэнне *I* больш устойлівае, чым *II*.

Цела, якое апіраецца на якую-небудзь падстаўку (напрыклад на стол) і знаходзіцца ў палажэнні роўнавагі (рыс. 60), можа быць устойлівым у большай або меншай ступені. Так напрыклад цагліна знаходзіцца ва ўстойлівай роўнавазе і ў палажэнні *I* і ў палажэнні *II*. У абодвух выпадках *S* ёсць яе цэнтр цяжару. Калі мы будзем цагліну, якая знаходзіцца ў палажэнні *I*, паварачваць навакол рабра, якое праходзіць праз пункт *A*, то, калі яна прыдзе ў палажэнне III, яна будзе знаходзіцца ў няўстойлівай роўнавазе. Выводзячы яе з палажэння *II* і паварачваючы яе навакол той-жа восі, мы зусім таксама прывядзем яе ў палажэнне няўстойлівай роўнавагі *III*. Але з палажэння *II* цагліна лягчэй пераходзіць у палажэнне няўстойлівай роўнавагі, чым з палажэння *I*, г. зн. у палажэнні *II* яна менш устойлівая, чым у палажэнні *I*. Перавесці цагліну з палажэння *I* у палажэнне *II* трудней, чым з *II* у *I*. З гэтага прыкладу відаць, што ўстойлівасць цела тым большая, чым ніжэй ляжыць яго цэнтр цяжару. Цяжкі

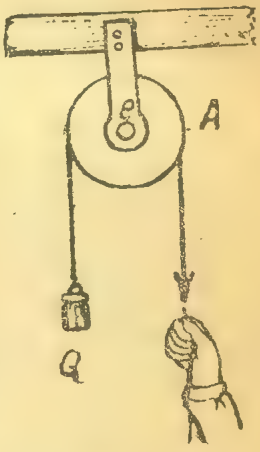
аднародны трохвосевы эліпсоід, які ляжыць на гарызантальнай плоскасці, знаходзіцца ў палажэнні ўстойлівай роўнавагі, калі пунктам апоры яго з'яўляецца канец самай малой яго восі: сапраўды, у гэтым выпадку пры ўсякім перамяшчэнні эліпсоіда яго цэнтр цяжару ўзнімаецца. Калі-ж пунктам апоры эліпсоіда з'яўляецца канец яго вялікай восі, то ён знаходзіцца ў палажэнні няўстойлівай роўнавагі. Аднародны шар, аднародны круглы цыліндр, якія ляжаць на гарызантальнай плоскасці, знаходзяцца ў абыякай роўнавазе.

Роўнавага цела, падвешанага на двух ніцях (біфілярны падвес). Цела, падвешанае біфілярна, таксама знаходзіцца ў палажэнні ўстойлівай роўнавагі. Падвешанае на двух ніцях (рыс. 61), яно будзе знаходзіцца ў роўнавазе, калі ніці ляжаць у вертыкальнай плоскасці, а прамыя, якія злучаюць верхнія і ніжнія канцы ніцей, г. зн. прамыя OO' і UU' паралельны. Калі не выканана першая ўмова, то цела будзе вагацца, як падвешаная на двух вяроўках гушкадка; калі не выканана другая ўмова, то цела будзе рабіць круцільныя ваганні. У стане спакою цэнтр цяжару займае самае нізкае з магчымых палажэнняў.

Ужыванне вярчальнага цела ў якасці машыны. Блок. Ворат. Паліспаст. Вернемся да ўмоў, калі дзве сілы, прыложаныя да цвёрдага цела, якое можа вярцецца навакол восі, узаемна ўраўнаважваюцца. Цела, якое верціцца навакол восі, можна ўжываць, як мы ўбачым далей, у якасці машыны. Пры дапамозе дыска, які верціцца навакол восі, перпендыкулярнай да яго плоскасці, можна змяняць кірунак сілы; дыск, замацаваная вось якога праходзіць праз яго цэнтр, носіць назву нерухомага блока (рыс. 62). Пры карыстанні нерухомым блокам сіла заўсёды накіравана па датычнай да акружыны дыска, а адлегласць пункту прылажэння сілы ад восі вярчэння роўна радыусу блока; значыць статычны момант сілы адносна восі вярчэння ў нерухомым блоку заўсёды застаецца нязменным. Каб на нерухомым блоку ўраўнаважыць груз Q, мы павінны цягнуць шнур з сілай P, роўнай Q, таму што ўмова роўнавагі $P_p = Q_q$, а p і q роўны радыусу блока. Такім чынам з дапамогай нерухомага блока мы можам толькі змяняць кірунак сілы, але ніякага выйгрышу пры дапамозе нерухомага блока атрымаць нельга. Адсюль відаць, што нерухомы блок не з'яўляецца машынай у тым сэнсе, як былі азначаны машыны вышэй. Ён не з'яўляецца машынай таму, што адлегласці пунктаў прылажэння ўсіх сіл ад восі вярчэння ў ім аднолькавыя. Возьмем цяпер замест нерухомага блока цыліндр A і прымацуем да яго трывала кола B. Калі радыус кола B большы за радыус цыліндра A, то большую сілу, прыложаную да цыліндра A, можна ўроўнаважыць меншай сілай, прыложанай да кола B. У гэтым заключаецца дзеянне вората (рыс. 63). З адносін $Pp = Qq$ вынікае $P = \frac{q}{p} Q$, г. зн. чым больш p

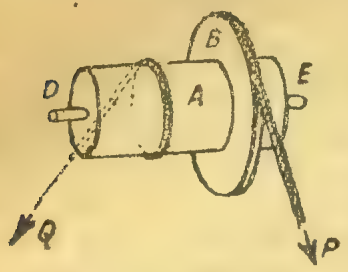


Рыс. 61. Біфілярны падвес.



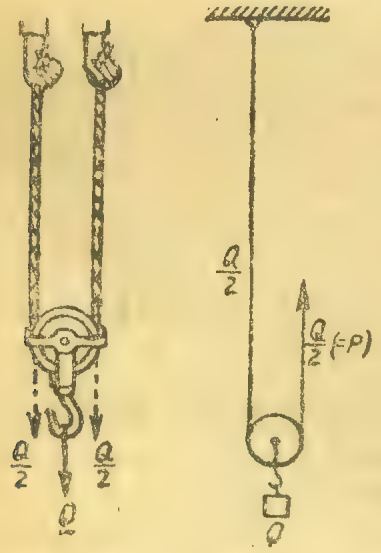
Рыс. 62. Нерухомы блок.

у параўнанні з q, тым менш прыложаная на адлегласці p ад восі сіла P, якая ўроўнаважвае сілу Q. У нашым выпадку сілы P і Q не ляжаць у адной плоскасці; але вышэй мы бачылі, што кожную сілу можна перанесці паралельна яе кірунку, прыбаўляючы пры гэтым яшчэ некаторую пэўную пару сіл. У даным выпадку гэта пара імкнецца вярцець вал DE навакол перпендыкулярнай да яго восі, і яе дзеянне знішчаецца супраціўленнем падшыпнікаў у D і E.

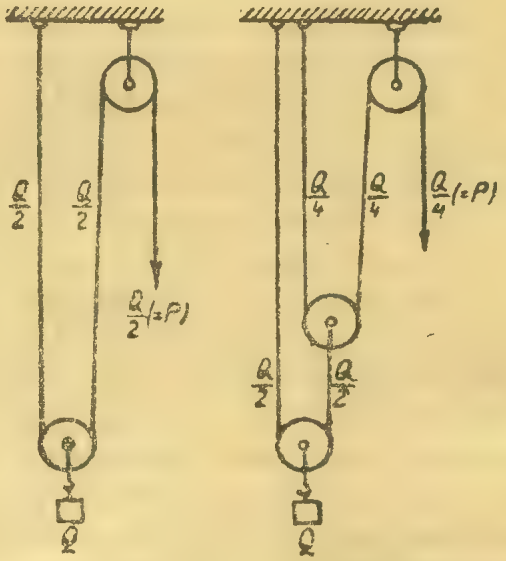


Рыс. 63. Ворат.

Вышэй было сказана, што нерухомы блок (рыс. 50 і 62) можа толькі **змяняць кірунак** сілы; паданы на рыс. 64 **рухомы** блок, які можа рухацца як адно цэлае, з'яўляецца машынай у сэнсе азначэння, данага на стар. 59. Уявім сабе, што мы трымаем рукамі канцы перакінутага праз блок шнура так, што абедзве палавіны шнура паралельныя, а да блока прыложана сіла, накіраваная вертыкальна ўніз, напрыклад груз Q; пры гэтым самы блок мы лічым невагомым. Уявім, што груз Q заменены двума прыложанымі да акружыны блок сіламі, кожная з якіх роўна $\frac{Q}{2}$ і паралельна Q. Тады кожную палавіну шнура груз цягне ўніз з сілай $\frac{Q}{2}$. Значыць, каб блок знаходзіўся ў роўнавазе, трэба каб кожная рука цягнула шнур уверх з сілай $\frac{Q}{2}$. Калі замест таго, каб утрымліваць шнур рукой, мы замацуем адзін яго канец так, як паказана на рыс. 64, то для ўтры-



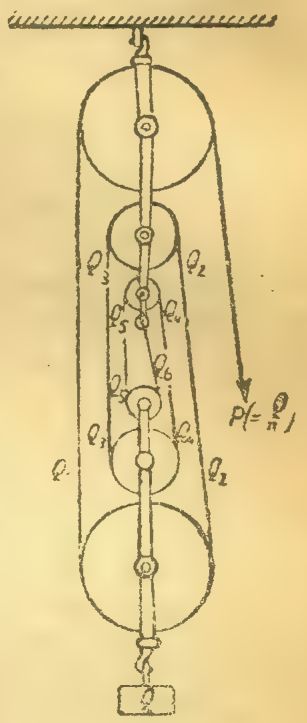
Рыс. 64. Рухомы блок як машына.



Рыс. 65 і 66. Камбінацыя рухомага і нерухомага блокаў.

мання блока ў роўнавазе дастаткова цягнуць рукой другі канец шнура з сілай, роўнай $\frac{Q}{2}$; значыць мы можам груз Q, прыложаны ў восі блока, утрымаць у роўнавазе сілай $\frac{Q}{2}$, прыложанай да акружыны блока. Калі мы перакінем свабодны канец шнура ад рухомага блока праз нерухомы блок, то мы атрымаем **паліспаст** (рыс. 65). Прымацаваўшы свабодны канец шнура да восі другога рухомага блока і замацаваўшы яшчэ канец другога шнура, як паказана на рыс. 66, можна атрымаць яшчэ большы выйгрыш у сіле: тады сіла $\frac{Q}{2}$, якая ўтрымлівае

груз Q, можа быць уроўнаважана сілай $\frac{Q}{4}$. Калі мы прымацуем свабодны канец шнура, перакінутага праз другі блок, да восі трэцяга рухомага блока, то сілаю $\frac{Q}{8}=\frac{Q}{2^3}$, прыложанай да свабоднага канца трэцяга шнура, можна ўтрымаць груз Q, падвешаны на першым блоку. Наогул, каб уроўнаважыць груз Q пры карыстанні n блокамі, да свабоднага канца шнура апошняга блока трэба прылажыць сілу $\frac{Q}{2^n}$. Такая сістэма блокаў называецца паліспастам (рыс. 66). Так напрыклад, калі груз Q (рыс. 65) роўны 200 *кг*, то для роўнавагі паліспаста дастаткова прылажыць да свабоднага канца шнура груз у 100 *кг*; заўважым, што калі гэту сістэму грузаў прывесці ў рух, так што груз у 100 *кг* будзе апускацца, а ў 200 *кг*—узнімацца, то першы з іх будзе праходзіць, апускаючыся, шлях у два разы большы, чым другі. Як і ў кожнай машыне, мы не атрымаем і тут ніякага выйгрышу ў рабоце, бо і тут мы столькі-ж выіграваем у сіле, колькі праіграваем у шляху. Калі груз у 100 *кг* апусціцца на 1 *м*, то груз у 200 *кг* узнімецца на $^1/_2$ *м* і работа як на адным, так і на другім канцы машыны будзе роўна 100 *кг*.



Рыс. 67. Паліспаст.

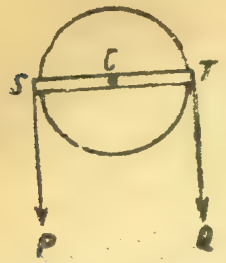
Усякая сістэма блокаў складаецца з некалькіх рухомых і нерухомых блокаў. Паліспаст, паказаны на рыс. 67, складаецца з трох рухомых і трох нерухомых блокаў. Пры роўнавазе паліспаста кожны з блокаў павінен заставацца ў спакоі, і таму ўсе часткі шнура (калі не ўзяць пад увагу няпоўную паралельнасць вяровак) павінны быць нацягнуты з аднолькавай сілай, г. зн. $Q_1=Q_2$, $Q_2=Q_3$, $Q_3=Q_4$. Другімі словамі, нацяжэнне, якое стварае груз Q, пры роўнавазе павінна размеркавацца на ўсе часткі шнура аднолькава, а таму што ў паліспасце столькі-ж адрэзкаў шнура, колькі блокаў, то сіла P, якая ўтрымлівае ў роўнавазе груз Q, будзе меншая за вагу груза ў столькі разоў, колькі блокаў ёсць у паліспасце; калі паліспаст складзены з n блокаў, то $p=\frac{Q}{n}$. Часта ўжываецца дыферэнцыяльны паліспаст: у ім нерухомы блок складзены з некалькіх блокаў рознай велічыні. Вагою груза Q і ўроўнаважваючай сілай P вызначаюцца адносіны паміж радыусамі гэтых блокаў.

Вагар. Замяніўшы ў нашых разважаннях круглы дыск прамым стрыжнем SCT, мы атрымаем іншы выгляд простай машыны—вагар. На рыс. 68 паказаны прамалінейны вагар; чым ён адрозніваецца ад ламанага вагара $S'C'T'$ відаць з параўнання рыс. 68 і 69. Даўжыні перпендыкуляраў, апушчаных з восі вярчэння на кірунак сіл, называюцца плечамі вагара; у прамалінейнага вагара на рыс. 68 плечамі служаць прамыя SC і TC, у ламанага (рыс. 69)—адрэзкі $S'C'$ і $T'C'$.

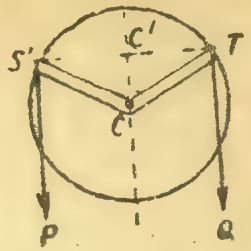
Адрозніваюць вагары першага роду (або двухплечча), у якіх, як на рыс. 68 і 69, пункт апоры (вось вярчэння) знаходзіцца паміж пунктамі прылажэння сіл T і S, і, вагары другога роду (або аднаплечча), у якіх пункты прылажэння сіл ляжаць з аднаго боку ад пункту апоры (рыс. 70).

Умовы роўнавагі вагара тыя-ж, што і для кожнага цвёрдага цела, якое можа вярцецца навакол нерухомай восі: статычныя моманты сіл адносна восі павінны быць роўныя і працілеглыя, г. зн. сілы P і Q павінны здавальняць суадносінам $Pp=Qq$,

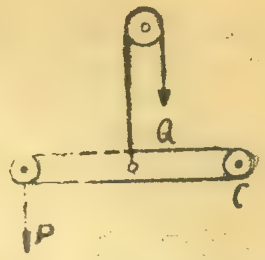
Стрыжань *ST* называецца фізічным вагаром у працілегласць матэматычнаму вагару; калі мы ўявім сабе, што стрыжань *ST* заменены цвёрдым невагомым адрэзкам прамой, то мы прыдзем да паняцця матэматычнага вагара.



Рыс. 68. Прамалінейны вагар першага роду.



Рыс. 69. Ламаны вагар.

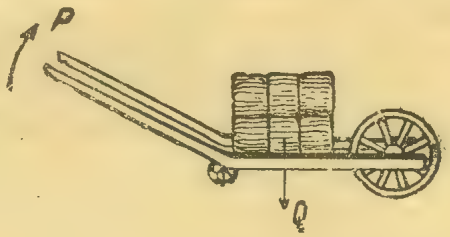


Рыс. 70. Вагар другога роду.

Фізічны вагар сам мае некаторую вагу. Таму ў некаторых выпадках, калі не патрэбна ўлічваць вагу вагара, фізічны вагар для спрашчэння замяняюць матэматычным.

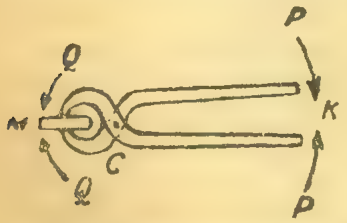
Ужыванне вагара. Пераходзячы ў нашых разважаннях ад блока да вагара, мы маглі-б замяніць круглы дыск не толькі стрыжнем, але наогул целам любой формы. Па сутнасці вагаром з'яўляецца кожнае цвёрдае цела, якое можа вярцецца навакол некаторай восі, і якому надана адпаведная, зручная для выканання якой-небудзь пэўнай работы форма. Умова роўнавагі $Pp = Qq$ справядліва для вагара

Рыс. 71. Вагар першага роду.



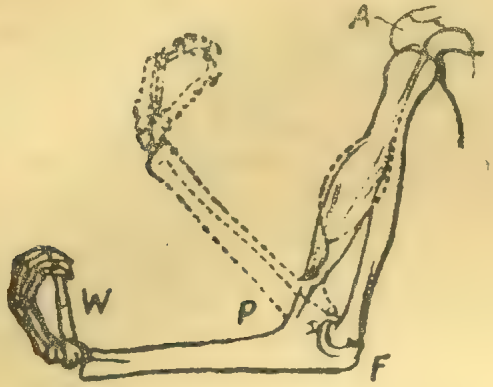
Рыс. 72. Тачка—вагар другога роду.

любой формы. Каб атрымаць яснае ўяўленне аб дзеянні вагара ў якім-небудзь прыватным выпадку, трэба перш за ўсё вызначыць палажэнне восі вярчэння і затым знайсці пункты прылажэння сіл P і Q, а таксама выясніць, у якім кірунку гэтыя сілы імкнуцца вярцець вагар. На рыс. 71 вагаром з'яўляецца прамая нягнуткая палка; яна служыць для таго, каб, перамагаючы вагу Q камня, узнімаць яго. Каб уроўнаважыць вагу камня Q, трэба да другога канца палкі прылажыць сілу P, кірунак якой паказаны стрэлкай. З рысунка відаць, дзе знаходзіцца вось вярчэння, якія даўжыні плеч вагара і ў якія бакі верцяць вагар сілы P і Q. Чым даўжэйшае плячо вагара, да канца якога прыложана сіла P, тым меншай сілай P можна ўроўнаважыць груз Q. Тачка з грузам Q (рыс. 72) таксама з'яўляецца вагаром другога роду: тут пункт апоры супадае з воссю кола. Чым даўжэйшыя ручкі тачкі (г. зн. чым большае плячо p) і чым бліжэй ляжыць груз Q да кола (чым меншае плячо q), тым меншая патрэбна сіла P, каб узняць тачку і паставіць яе так, каб яе можна было везці. Вельмі многія звычайныя інструменты прадстаўляюць сабой вагары, а б о к а м б і н а ц ы і з некалькіх вагароў. На рыс. 73 паказаны абцугі, якія з'яўляюцца злучэннем двух вагароў, прычым адно плячо ў кожнага з гэтых вагароў з'яўляецца не прамым і не

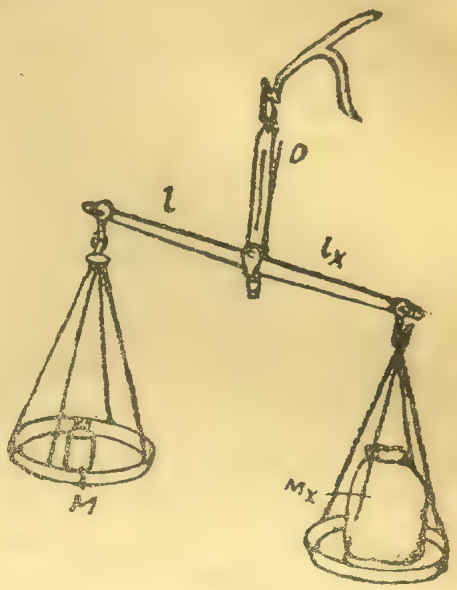


Рыс. 73. Абцугі з'яўляюцца злучэннем двух вагароў першага роду.

ламаным адрэзкам, а палавінай акружыны. Стрэлкамі паказаны кірунак сіл, якія прыдагаюцца да рукаятак абцугоў, калі мы сціскаем іх рукой. Вагаром з'яўляюцца таксама дзве злучаныя ў суставе косці рукі або нагі (рыс. 74). Рух касцей у адносінах адна да адной, напрыклад рух у локці верхняй часткі рукі адносна ніжняй (пры гэтым роля локця аналагічна ролі дзвярной ручкі) ёсць вярчэнне навакол некаторай восі, якая праходзіць праз сустаў. Косць прыводзіцца ў рух мышцай. Мышачныя валокны нацягнуты паміж двума (нічым не звязанымі адзін з адным) пунктамі, на рыс. 74 яны прымацаваны ў пунктах A і P. Калі мышачныя валокны нацягваюцца, ніжняя частка рукі верціцца ў локці і набліжаецца да верхняй часткі рукі. Перад намі вагар другога роду: пункт прылажэння груза W і сілы P ляжыць з аднаго і таго-ж боку ад восі, якая праходзіць праз F.

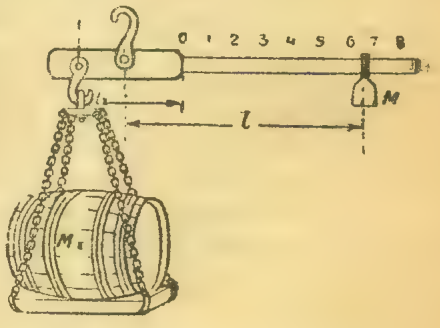


Рыс. 74. Рука як вагар другога роду.



Рыс. 75. Вагі з каромыслам—вагар першага роду.

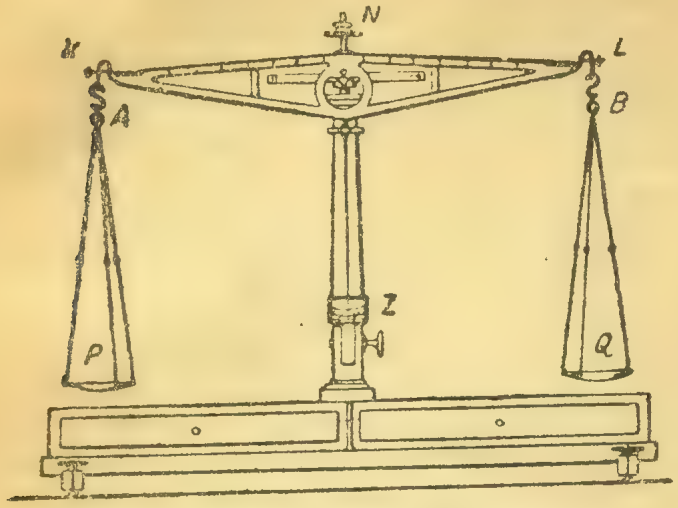
Вагі як вагар. Вагі з каромыслам прадстаўляюць сабой вагар першага роду Пры дапамозе гэтых вагаў можна вымяраць масы цел, г. зн. вызначаць, колькі грамаў масы змяшчаецца ў даным целе. Для гэтага ўзважваемую масу M_x параўноўваюць з другой вядомай масай M, якую бяруць з набору розновагаў, звычайна гірак па 50, 20, 10, 5, 2, 1 *г*. Каб параўнаць невядомую масу M_x з вядомай масай M, адну з іх падвешваюць да аднаго, а другую да другога пляча вагара першага роду (рыс. 75), які верціцца навакол гарызантальнай восі На адно плячо вагара дзейнічае вага масы M_x, г. зн. сіла $M_x g$, на другое—сіла Mg. Калі маса M_x падвешана на адлегласці l_x ад восі, а маса M на адлегласці l, то вагар будзе ў роўнавазе, калі $M_x g l_x = Mgl$. Калі M_x і M падвешаны на аднолькавых адлегласцях ад восі, г. зн. $l_x = l$, г. зн. вагі прадстаўляюць **роўнаплечны вагар**, то ўмова роўнавагі такая: $M_x = M$ і пры роўнавазе вагаў узважваемая маса роўна масе ўзятай гіркі. Калі l_x не роўна l, г. зн. вагі не роўнаплечныя, то ўмова роўнавагі: $M_x l_x = Ml$. Так напрыклад, калі мы прымем $l = 10 l_x$, г. зн. калі мы прывесім вядомую масу M, на адлегласці ад восі ў 10 разоў большай, чым узважваемую масу M_x, то $M_x l_x = M \cdot 10 l_x$, г. зн. $M_x = 10M$. Такім чынам мы можам узважыць масу M_x гірай меншай M_x у любы лік разоў [(напрыклад у 10, 100 і г. д.) (гл. маставыя вагі стар. 87)]. У залежнасці ад патрэбнай пры ўзважванні дакладнасці і ад велічыні ўзважваемай масы, вагі робяцца рознага роду; але ўмова роўнавагі вагавых вагаў заўсёды адна і тая-ж—роўнасць статычных момантаў сіл.



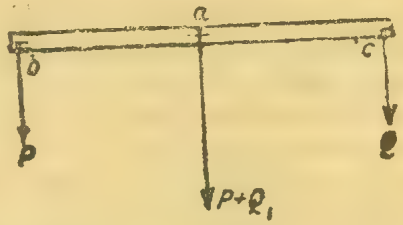
Рыс. 76. Бязмен—вагар першага роду.

Пры дакладных узважваннях карыстаюцца звычайна вагамі, паказанымі на рыс. 77. Каб на іх дамагчыся дакладнага рэзультату, павінен быць выкананы цэлы рад умоў: 1) калі на вагах няма нагрузкі, яны павінны знаходзіцца ў роўнавазе,

г. зн. трэба, каб пры гэтым указальнік Z стаяў на нулі. Таму плечы вагаў і чашкі P і Q павінны быць па меры магчымасці зусім а д н о л ь к а в ы я, і статычныя моманты ненагружаных вагаў павінны быць роўны. Набліжаючы да восі або аддаляючы ад яе гайкі K і L, якія ходзяць па гарызантальных вінтах з дробнай нарэзкай, можна некалькі змяніць моманты сіл, дзеючых на правае і на левае плячо каромысла і тым ураўніваць статычныя моманты; 2) вагі павінны быць с т р о г а р о ў н а п л е ч н ы я. Адзнакай гэтага служыць захаванне ўстаноўленай на вагах роўнавагі і ў тым выпадку, калі ўроўнаважаныя на чашках вагаў грузы абменьваюць месцамі; 3) вагі павінны знаходзіцца ва ў с т о й л і в а й роўнавазе, г. зн., будучы адхілены, яны павінны самі па сабе вярочацца ў палажэнне роўнавагі; для гэтага ц э н т р ц я ж а р у к а р о м ы с л а п а в і н е н л я ж а ц ь н і ж э й п у н к т у а п о р ы к а р о м ы с л а на адной вертыкалі з ёю. Калі-б цэнтр цяжару каромысла ляжаў вышэй восі, то пры самых малых адхіленнях ад палажэння роўнавагі каромысла вагаў перакульвалася-б; калі-б ён ляжаў на восі, то гэта быў-бы выпадак абыякай роўнавагі, і пры аднолькавай нагрузцы на абодвух плячах каромысла знаходзілася-б у роўнавазе ў любым палажэнні, а пры неаднолькавай нагрузцы каромысла зусім апускалася-б уніз у бок большага груза. Але ў той-жа час вагі не павінны мець празмерную ўстойлівасць, бо ад гэтага змяншаецца іх „чуллівасць". Т а м у ц э н т р ц я ж а р у п а в і н е н л я ж а ц ь н і ж э й в о с і в я р ч э н н я, а л е я к м а г а б л і ж э й д а я е; 4) вагі павінны быць „чуллівымі", г. зн. пры самай малой розніцы ў нагрузках на чашках вагаў каромысла павінна прыкметна адхіляцца ў бок большага груза. Ч у л л і в а с ц ю в а г а ў называецца вугал, на які каромысла адхіляецца ад палажэння роўнавагі, калі мы на адной з папярэдне ўроўнаважаных чашках павялічваем нагрузку на адзінку, напрыклад на 1 *мг*; чуллівасць вагаў, наогул кажучы, змяншаецца з павелічэннем нагрузкі на абодвух чашках, за выключэннем таго выпадку, калі выканана ўмова рыс. 78 (мы скажам аб гэтым ніжэй). Не прыводзячы доказаў, укажам, што чуллівасць вагаў тым большая, чым каромысла лягчэйшае, чым даўжэй плечы каромысла і чым бліжэй цэнтр цяжару каромысла да восі вярчэння. Чуллівасць вагаў можна змяняць, перамяшчаючы ўздоўж вінта гайку N; ад гэтага цэнтр цяжару каромысла размесціцца бліжэй да восі вярчэння або далей ад яе. Чуллівасць вагаў (C) выражаецца формулай:



Рыс. 77. Вагі для дакладных узважванняў.

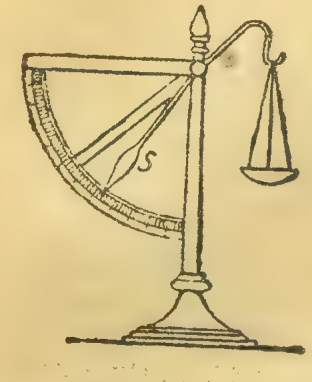


Рыс. 78. Умова роўнавагі вагаў.

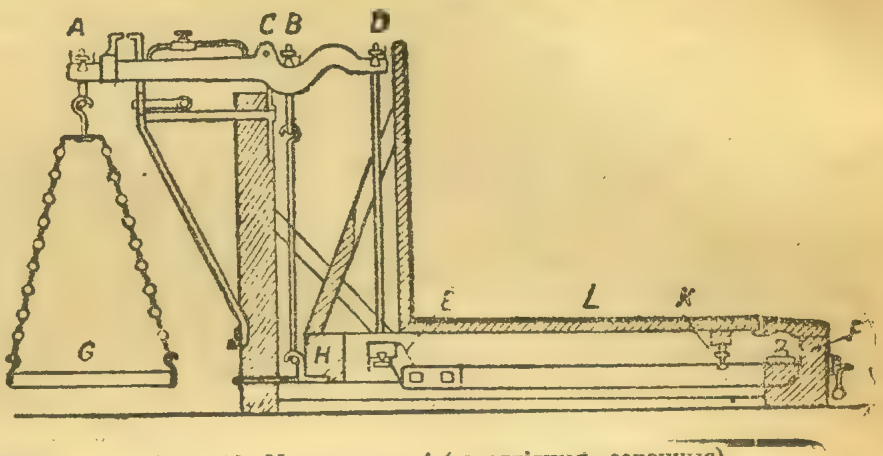
$$C = \frac{L}{Ma + M'a'} \cdot \frac{z}{s}.$$

Тут M—маса каромысла, L—яго даўжыня, M'—маса чашак і іх нагрузкі, a—адлегласць восі вярчэння ад цэнтру цяжару, a'—адлегласць паміж воссю вярчэння і плоскасцю, у якой ляжаць рэбры прызмы на канцах каромысла, z—даўжыня ўказальніка, s—даўжыня дзялення шкалы; 5) у добрых вагаў чуллівасць павінна быць н е з а л е ж н а й а д н а г р у з к і. Гэта магчыма толькі ў тым выпадку, калі рэбры трох прызм a, b і c ляжаць у адной плоскасці. Толькі ў гэтым выпадку роўнадзейная ўсіх сіл, прыложаных да b і c, пры любым палажэнні каромысла праходзіць праз нерухомае рабро прызмы a і не аказвае ніякага ўплыву на адхіленне каромысла (рыс. 78).

Апроч таго асноўнае патрабаванне, якое прад'яўляецца да вагаў—гэта поўная сіметрычнасць абодвух палавін вагаў і дасканалая цвёрдасць каромысла. (Каромысла не павінна ні прагібацца, ні як-небудзь дэфармавацца). Каб несіметрычнасць каромысла і чашак, якой трудна ўнікнуць нават пры самым дасканалым выкананні прыбора, не аказвала ўплыву на рэзультат узважвання, карыстаюцца метадам таравання (так званы метад Борда): на адну чашку кладзецца ўзважваемае цела, на другую кладзецца пясок, шрот і г. д., і вагі прыводзяць у роўнавагу. Затым цела замяняюць рознавагамі. Такім чынам узважваемая маса параўноўваецца з рознавагай на адным і тым-жа плячы і ў адной і той-жа чашцы вагаў і, значыць, рэзультат узважвання аказваецца незалежным ад сіметрычнасці вагаў.



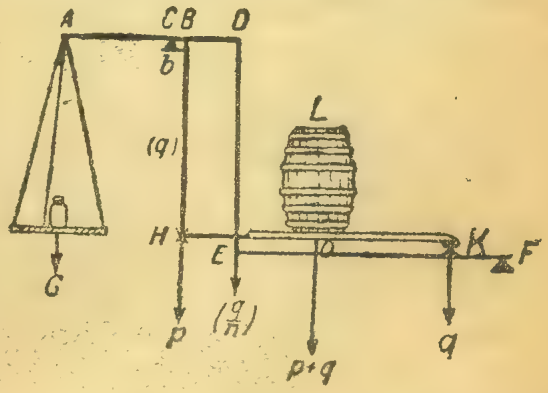
Рыс. 79. „Паштовыя" вагі.



Рыс. 80. Маставыя вагі (дзесяцічныя, соценныя).

На бязмене (рыс. 76) гіра M перасоўваецца ўздоўж доўгага пляча датуль, пакуль яна не ўроўнаважыць узважваемага груза, прывешанага да кароткага пляча вагаў. На паштовых вагах (рыс. 79) груз S узнімаецца, калі на чашку вага кладзецца нагрузка, і адлегласць S ад вертыкальнай прамой, якая праходзіць праз вось, павялічваецца датуль, пакуль яго статычны момант не зробіцца роўным моманту груза на чашцы вагаў. Рэзультат узважвання адлічваецца па шкале.

Вялікія грузы ўзважваюць на „маставых" вагах (рыс. 80 і 81—дзесяцічныя або соценныя вагі). Каб узважванне на маставых вагах давала правільны рэзультат, патрэбна, каб былі выкананы наступныя дзве ўмовы: 1) рэзультат узважвання не павінен залежаць ад таго, у якім месцы платформы вагаў паложаны груз; 2) адносіны груза, паложанага на чашку вагаў, да груза, паложанага на платформу, павінны быць дакладна такімі, якімі мы іх бярэм (для дзесяцічных вагаў гэтыя адносіны павінны быць роўнымі $^1/_{10}$). Маставыя вагі складаюцца з трох вагароў: аднаго вагара першага роду ACD і двух вагароў другога роду HK і EF. Вагар першага роду служыць каромыслам вагаў: да яго ў пункце A прывешана чашка вагаў, а ў пункце B з ім змацаваны пры дапамозе стрыжня BH канец платформы HK, на якую кладзецца ўзважваемае цела. Платформа HK з'яўляецца адным з вагароў другога роду; вось яго праходзіць праз пункт K. Гэта вось не нерухомая, а змацавана з другім вагаром другога роду EF, вось якога праходзіць праз F; гэта вось нерухомая. Ціск груза L перадаецца толькі двум пунктам H і K, прычым для знаходжання вагі цела няма патрэбы ведаць, як гэты ціск размяркоўваецца паміж пунктамі H і K. Абазначым сілу, з якой груз L ціскае на K, праз q, а сілу, з якой L цягне H, праз p (такім чынам $L = p + q$). Дапускаючы, што плячо ніжняй платформы EF у n разоў большае за ўчастак гэтай-жа платформы KF, г. зн. што $EF = nKF$, мы можам лічыць, што сіла q, прыложаная ў пункце K вагара KF

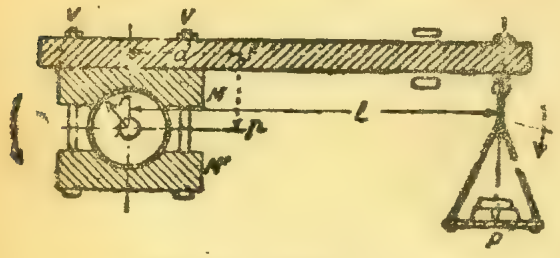


Рыс. 81. Маставыя вагі. Вагар другога роду, в ось вярчэння якога праходзіць праз F, і вагаю другога роду, восі вярчэння якога праходзяць праз K, абодва разам пераносяць вагу груза L на плячо CD вагара першага роду ACD, да пляча CA якога падвешваецца гіра G.

заменена сілай q/n, прыложанай у пункце E; гэта сіла, прыложаная ў пункце E, перадаецца на плячо CD вагара першага роду. Калі ўсё плячо CD у n разоў большае за ўчастак вагара CB, г. зн. калі $CD = nCB$, то сілу q/n, прыложаную ў пункце E, можна замяніць у n разоў большай сілай, прыложанай у пункце B; тады сілы p і q дзейнічаюць на адзін і той-жа пункт вагара CB. Значыць груз L, у якім-бы месцы платформы ён ні быў-бы паложаны, дзейнічае так, як нібыта ён прывешаны ў пункце B. (Значыць, каб узважванне не залежала ад палажэння груза на платформе, павінна быць выканана ўмова: $EF = n \cdot KF$ і $DC = n \cdot BC$ або $\frac{EF}{KF} = \frac{DC}{BC}$). Калі $AC = 10\,BC$, то будзе выканана і другая ўмова, г. зн. гірка на чашках вагаў будзе знаходзіцца ад восі вярчэння на адлегласці ў 10 разоў большай чым груз L, і значыць вагі будуць у роўнавазе, калі адносіны гіры да ўзважваемага груза роўны $^1/_{10}$.

Пры дапамозе вагарных вагаў можна вызначыць толькі м а с у цела (г. зн. лік грамаў у ім), але не в а г у цела (г. зн. не лік дын, з якімі на яго дзейнічае сіла цяжару). На самай справе, умова роўнавагі вагарных вагаў $Mx\,gl = Mgl$. Але паскарэнне сілы цяжару g на экватары меншае, чым на полюсе і значыць цела Mx на экватары лягчэйшае, чым на полюсе. Маса, якая пад шырынёй 45° важыць дакладна 1 *кг**, на полюсе будзе важыць на 2,6 *г** больш, а на экватары на 2,6 *г** менш. Але вагарныя вагі гэтай змены вагі не могуць выкрыць, бо змены g ў аднолькавай ступені ўплываюць на абедзве сілы, якія дзейнічаюць на дзве палавіны вагарных вагаў; статычны момант $Mx\,gl_x$ павялічваецца або памяншаецца ў столькі-ж разоў, колькі і момант Mgl. Мы бачым, што калі гэтыя вагі былі ўроўнаважаны, то сілы, якія верцяць плячо каромысла, будуць заставацца аднолькавымі, у які-б пункт земнага шара ні было перанесена гэта ўроўнаважанае каромысла. А калі з дапамогай вагарных вагаў не можа быць выкрыта змена вагі, то значыць такімі вагамі нельга вымерыць і самую вагу цела. Вымерыць вагу цела, г. зн. знайсці, колькі адзінак сілы (дын) заключаецца ў сіле, з якой цела прыцягваецца да зямлі, можна толькі з дапамогай спружыновых вагаў (стар. 178).

Націскач Проні. На прынцыпе вагарных вагаў аснованы націскач Проні, які ўжываецца ў тэхніцы длл вымярэння магутнасці машын (рухавікоў). Машыну прымушаюць расходваць усю сваю энергію на перамаганне некаторага вымернага супраціўлення (церця), назіраючы за тым, каб машына рабіла пэўны лік абаротаў. Пры карыстанні гэтым вымяральным прыборам (націскачом Проні) трэба: 1) прымусіць машыну п е р а м а г а ц ь некаторае супраціўленне і 2) в ы м е р ы ц ь гэта супраціўленне. Націскач Проні (рыс. 82) складаецца з двух сіметрычных адносна вала машыны



Рыс. 82. Націскач Проні.

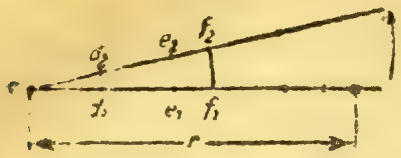
частак M і M', якія ахватваюць вал машыны, дзеючы, як тормазныя калодкі, і прымушаюць машыну перамагаць супраціўленне. Для гэтай мэты завінчваюць вінты V і V' датуль, пакуль машына не набудзе патрэбнага ліку абаротаў. Тады вал яе будзе вярцецца з вялікім церцем паміж двума тормазнымі калодкамі M і M'. Энергія, якая затрачваецца на тое, каб прымусіць вал вярцецца, робячы n абаротаў у секунду, уся цалкам пойдзе на перамаганне церця. (Калі-б прыток энергіі да машыны спыніўся, то і вал адразу-ж спыніўся-б). Калодкі MM' трывала злучаны з вагаром, які заканчваецца чашкай вагаў. Плячо вагара з чашкай служыць для вымярэння статычнага моманту вярчальнага вала. Для гэтай

мэты нагружаюць чашку вагаў датуль, пакуль плячо вагара не прыдзе ў роўнавагу. Паглядзім, пры якіх умовах надыходзіць роўнавага. Сілы церця па ўсёй акружыне вала імкнуцца захапіць і пацягнуць за сабой тормазныя калодкі і вагар разам з валам і вярцець яго ў кірунку вярчэння вала. Усе сілы церця імкнуцца вярцець націскач у адным і тым-жа кірунку. Мы можам лічыць, што ўсе яны складзены, і іх сума заменена роўнадзейнай, прыложанай у адным пункце на акружыне калодкі. Калі мы абазначым роўнадзейную сіл церця праз F, а радыус вала праз r, то статычны момант сілы, якая імкнецца вярцець націскач у кірунку вярчэння вала, будзе роўны Fr. Вага груза P імкнецца павярнуць вагар націскача навакол восі вала ў працілеглы бок; момант сілы, які імкнецца вярцець націскач у працілеглым кірунку, роўны статычнаму моманту груза P на чашцы вагаў, складзенаму з момантам уласнай вагі націскача; ён роўны $PL+pd$ (дзе p— вага націскача Проні, d—адлегласць цэнтру цяжару націскача S ад восі вала). Таму што падборам груза P націскач прыведзены ў роўнавагу, то $Fr=PL+pd$. Калі ω ёсць вуглавая скорасць вала (стар. 90), то пункт на паверхні вала праходзіць у секунду шлях $r\omega$. Уся акружына вала перамагае сілу церця, г. зн. за адну секунду на шляху $r\omega$ выконвае работу $A=Fr\omega=\omega(PL+pd)$ *кгм*, калі даўжыні выражаны ў метрах, а сіла ў кілограмах. Работа, якая выконваецца ў 1 секунду і вызначае магутнасць. Калі n ёсць лік абаротаў вала ў 1 мінуту, то, відавочна, $\omega=\frac{2\pi n}{60}$ і значыць $A=\frac{2\pi n}{60}(PL+pd)$ *кг/сек* або $\frac{2\pi n}{60\cdot 75}(PL+pd)$ к. с. Сілу церця паміж націскачом і валам пры вымярэнні ведаць не трэба, бо ў канчатковую формулу яна не ўваходзіць. Націскач Проні з'яўляецца па сутнасці дынамометрам і належыць да тормазных дынамометраў.

б) Вярчэнне цвёрдага цела навакол нерухомай восі.

Перыяд абарачэння. Вуглавая скорасць. Вымярэнне вуглоў. Лінейная скорасць. Цела, якое можа вярцецца навакол восі, знаходзіцца ў спакоі, калі роўнадзейная ўсіх прыложаных да яго сіл перасякае вось вярчэння. Калі-ж роўнадзейная прыложана ў пункце, які не ляжыць на восі, і яе кірунак не перасякае восі, тады цела прыводзіцца ёю ў вярчэнне. Час T, за які цела робіць поўны абарот навакол восі, называецца яго перыядам абарачэння. Чым далей знаходзіцца пункт вярчальнага цела ад восі вярчэння, г. зн. чым большы радыус яго вярчэння, тым большая даўжыня акружыны, якую гэты пункт павінен прайсці за час поўнага абарачэння цела, г. зн. за час T; значыць тым большая і яго скорасць. Але ў вярчальным цвёрдым целе шляхі, якія праходзяць пункты, што знаходзяцца на розных адлегласцях ад восі вярчэння, пэўным чынам звязаны са скорасцямі іх рухаў. Так, напрыклад калі пункты ляжалі на адной прамой у той час, як цела знаходзілася ў спакоі, то і ў час вярчэння цела яны таксама будуць ляжаць на адной прамой. Дапусцім напрыклад

(рыс. 82), што да пачатку вярчэння тры пункты цвёрдага цела d_1, e_1 і f_1 ляжалі на адной прамой, перпендыкулярнай да восі C; калі цела прышло ў вярчэнне, гэтыя пункты занялі палажэнне d_2, e_2, f_2. У гэтым новым палажэнні адзначаныя пункты таксама знаходзяцца на адной прамой, г. зн. як нібыта прамая, якая праходзіць праз гэтыя тры пункты, уся цалкам павярнулася на некаторы вугал. Відавочна, што за той-жа самы час усе прамыя, перпендыкулярныя да восі вярчэння цвёрдага цела, павярнуліся разам з ім каля восі на той-жа самы вугал. Скорасць вярчэння цвёрдага цела характарызуецца адносінамі вугла павароту да часу, за які цела на гэты вугал павярнулася; гэтыя адносіны называюцца вуглавой скорасцю.



Рыс. 83. Вымярэнне вуглоў.

Вядома, што вугал вымяраецца адносінамі дугі да радыуса; для выпадку, паказанага на рыс. 83, вугал павароту f_1cf_2 вымяраецца адносінамі $\frac{f_1f_2}{f_1c}$ або роўнымі ім адносінамі $\frac{e_1e_2}{e_1c} = \frac{d_1d_2}{d_1c} = \ldots$; усе гэтыя адносіны маюць для аднаго і таго-ж вугла адно і тое-ж значэнне, чаму яны і прымаюцца за меру вугла. Параўнаўшы напісаны вышэй выраз вугла павароту з адносінамі дугі, апісанай з пункту C радыусам у 1 *см* да радыуса ў 1 *см* і абазначыўшы даўжыню гэтай дугі праз φ, мы будзем мець $\frac{f_1f_2}{f_1c} = \frac{d_1d_2}{d_1c} = \ldots = \frac{\varphi}{1} = \varphi$; гэта паказвае, што велічыня вугла вымяраецца даўжынёй дугі акружыны, апісанай з вяршыні вугла радыусам у 1 *см* і абмежаванай двума бакамі вугла. Значыць вугал у 360° вымяраецца даўжынёй усёй акружыны, апісанай з яго вяршыні радыусам у 1 *см*, і вуглом у 360°, у 180°, у 90°, у 45°,... адпавядаюць дугі 2π, π, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{4}$ ... Даўжыні дуг акружын f_1f_2, $d_1d_2\ldots$, выражаныя праз дугу φ, ёсць $f_1f_2 = f_1c\varphi$, $d_1d_2 = d_1c\varphi\ldots$

Шлях, які праходзіць пункт m вярчальнага цвёрдага цела, калі ён знаходзіцца на адлегласці r ад восі вярчэння, у r разоў даўжэй шляху φ, які праходзіцца за той-жа час пунктам m_1, што знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі. Відавочна, што і скорасць пункту m таксама ў r разоў большая за скорасць пункту m_1. Скорасць пункту m_1 вымяраецца адносінамі даўжыні φ, пройдзенай ім дугі, да часу, які на гэта патрэбны. Але дугой φ вымяраецца таксама і той вугал ω, на які павярнулася за гэты-ж прамежак часу ўсё цела. Значыць адносінамі даўжыні φ дугі, пройдзенай пунктам, што знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі, да часу t, за які ён гэту дугу прайшоў, г. зн. $\frac{\varphi}{t} = \omega$ вымяраецца таксама велічыня, названая вышэй вуглавой скорасцю.

Калі цела зробіць поўны абарот навакол восі, то яно павернецца на вугал 2π. Калі перыяд абарачэння роўны T *сек*, то значыць за 1 *сек* цела павернецца на вугал $\frac{2\pi}{T}$. Але за 1 *сек* цела паварачваецца на вугал ω (па азначэнні вуглавой скорасці);

значыць $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Калі цела абарачаецца вакол сваёй восі n разоў у секунду, то $T = \frac{1}{n}$ і $\omega = 2\pi \cdot n$; n называецца лікам абаротаў.

З азначэння, якое вышэй было дана для роўнамернага і роўнамерна-пераменнага прамалінейнага руху, непасрэдна вынікае, што мы павінны разумець пад роўнамерным і роўнамерна-пераменным вярчальным рухам. Калі пункт, які знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі, у адзінку часу заўсёды праходзіць адну і тую-ж дугу даўжыні ω, то ω будзе вуглавой скорасцю цела. Трэба памятаць, што вуглавая скорасць і лінейная скорасць зусім розныя паняцці. Лінейная скорасць пункту ёсць адносіны даўжыні пройдзенай пунктам дугі да часу, за які пункт гэту дугу прайшоў, а вуглавая скорасць—адносіны вугла павароту да часу, за які паварот адбыўся. Вуглавыя скорасці ўсіх пунктаў вярчальнага цела аднолькавыя, яны супадаюць з вуглавой скорасцю ўсяго цела. Наадварот, лінейныя скорасці пунктаў вярчальнага цела тым большыя, чым большае r (г. зн. чым далей пункт ад восі). Калі вуглавая скорасць вярчэння цела вядома, то вядома і лінейная скорасць кожнага пункту цела, адлегласць якога ад восі вярчэння дана: яна роўна здабытку ω на адлегласць пункту ад восі: $v = \omega \cdot r$.

Для нас маюць асаблівую цікавасць пункты паверхні шара, які верціцца навакол аднаго з сваіх дыяметраў, бо мы самі жывем на такой паверхні; мы можам лічыць Зямлю (прынамсі прыблізна) такім вярчальным шарам. Зямля паварачваецца за суткі (г. зн. за 86 400 *сек*) на 360°; яе вуглавая скорасць роўна $\frac{360^\circ}{86\,400}$, г. зн. $^1/_4$ (вуглавой) мінуты і значыць вельмі малая. Выражаючы вугал дугою акружыны з радыусам, роўным адзінцы, мы атрымаем $\omega = \frac{2\pi}{86\,400\ сек.} = 0{,}00073$. Лінейная скорасць пункту земнай паверхні залежыць ад яе геаграфічнай шырыні φ[1]. Яна роўна $\omega \cdot r \cdot \cos\varphi$, дзе $r = 6\,377\,400$ *м* ёсць радыус Зямлі. Скорасць пункту на экватары роўна 465 *м*; скорасць пункту пад шырынёй 50°—299 *м*. Скорасці пунктаў, якія знаходзяцца на адной і той-жа шырыні, аднолькавыя, але гэтая скорасць мяняецца ад аднаго круга шырынь да другога.

Рух пад дзеяннем сіл Карыоліса. Як толькі што было сказана, лінейныя скорасці пунктаў, якія ляжаць на паверхні вярчальнага цела і знаходзяцца на розных адлегласцях ад восі вярчэння, розныя. Розніцу лінейных скорасцей вярчальнага цвёрдага цела не заўсёды можна заўважыць. Калі цела не цвёрдае, то яно пры вярчэнні дэфармуецца і гэта з'яўляецца відавочным вынікам розніцы ў скорасцях розных пунктаў яго паверхні. Аднак пераканацца ў тым, што розныя пункты вярчальнага цвёрдага цела рухаюцца з неаднолькавымі скорасцямі, можна па іншых адзнаках—ускосным шляхам, назіраючы, як рухаецца якая-небудзь

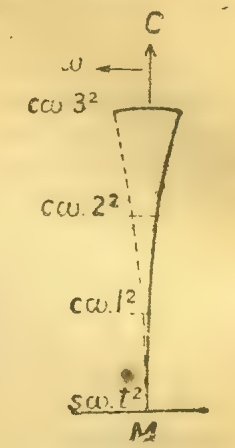
[1] Гл. зноску на стар. 94.

маса—хоць-бы матэрыяльны пункт,—не змацаваная з вярчальным цвёрдым целам, які можа свабодна перамяшчацца па яго паверхні і пераходзіць у сваім руху з аднаго паралельнага круга вярчальнага цела на другі. Калі пункт перамяшчаецца па паверхні вярчальнага цела, то яго шлях адносна пунктаў паверхні будзе адрозніваца ад таго шляху, які ён прайшоў-бы па паверхні нерухомага цела. Адхіленне рухоўнага пункту ад таго шляху, які быў-бы ім пройдзены на паверхні нерухомага цела, дае магчымасць меркаваць аб адрозненнях у скорасцях пунктаў, якія ляжаць на розных паралельных кругах вярчальнай паверхні. Гэта з'ява мае асаблівую цікавасць таму, што мы самі жывем на паверхні вярчальнага шара, і нам увесь час прыходзіцца мець справу з перамяшчэннем цел з аднаго паралельнага круга земнага шара на другі; такім з'яўляецца напрыклад цячэнне вады ў рэках, рух паветра, палёт снарада пры стрэле з дальнабойнай гарматы і г. д. Вярчэннем Зямлі абумоўлены таксама вярчэнні плоскасці вагання маятніка і адхіленне свабодна падаючага цела ад вертыкалі. На земнай паверхні адхіленні матэрыяльнага пункту ад той траекторыі, якую ён павінен быў апісаць, калі-б Зямля была нерухомай, робяцца прыкметнымі толькі ў тых выпадках, калі рух адбываецца ў працягу доўгага часу або калі скорасць цела, якое рухаецца па паверхні Зямлі, вельмі вялікая; прычына гэтага ляжыць у тым, што велічыня гэтага адхілення, як мы гэта ўбачым далей, абумоўлена здабыткам са скорасці рухоўнага цела на вуглавую скорасць вярчэння Зямлі, а вуглавая скорасць вярчэння Зямлі, як мы ўжо сказалі, вельмі малая. На паверхні цела, якое верціцца з вялікай вуглавой скорасцю, гэта адхіленне можна было-б заўважыць вельмі лёгка. Адхіленне цела, якое рухаецца па вярчальнай паверхні, абумоўлена наяўнасцю некаторага дадатковага паскарэння, выклікаемага вярчэннем цела. У гонар Карыоліса (1835), які адкрыў гэта паскарэнне, яно названа карыолісавым, а тая (фіктыўная) сіла, якая яго выклікае,—карыолісавай сілай. Мы будзем таксама карыстацца выразам карыолісавае адхіленне, называючы так адхіленне цела, якое рухаецца па паверхні Зямлі; яно адбываецца пад уплывам земнага вярчэння.

Рыс. 84. Да руху над дзеяннем сіл Карыоліса.

Каб выясніць, як узнікае гэта адхіленне, звернемся да прыкладу (рыс. 84). Круглы дыск верціцца ў гарызантальнай плоскасці (на рыс. 84—у плоскасці чарцяжа) навакол вертыкальнай восі, якая праходзіць праз яго цэнтр M. Па дыску, вышаўшы з пункту M, рухаецца без церця матэрыяльны пункт; таму што рух яго адбываецца без церця, то ён можа перамяшчаецца прамалінейна па інерцыі. Уявім сабе, што ён рухаецца па нерухомай прамой, якая ляжыць бесканечна блізка да плоскасці дыска. Пасля выхаду з цэнтру, матэрыяльны пункт рухаецца па прамой з пастаяннай скорасцю; праз час t_1 ён прыходзіць у той пункт пра-

мой, які ў пачатковы момант руху ляжаў над пунктам B дыска; але за час t_1 дыск павярнуўся на вугал α, так што пункт дыска, які (пункт) у пачатку займаў палажэнне B, цяпер перамясціўся у B_1. Праз такі-ж прамежак часу t_2 ($t_2 = t_1$), які непасрэдна надыходзіць за t_1, матэрыяльны пункт прыходзіць у той пункт, які ў пачатковы момант знаходзіўся над пунктам C дыска; але за час t_2 дыск павярнуўся яшчэ на такі-ж вугал α, так што пункт, які ў пачатку займаў палажэнне C, цяпер ляжыць у пункце C_2 і г. д. (Вярчальны дыск і нерухомая прамая вядуць сябе ў адносінах адно да другога таксама, як цыферблат і стрэлка гадзінніка, паложанага гарызантальна; розніца толькі ў тым, што ў нашым выпадку верціцца цыферблат, а стрэлка нерухомая). Адхіленне пунктаў вярчальнага дыска ад прамой, па якой рухаецца матэрыяльны пункт, напрыклад адхіленне CC_2, роўна здабытку з вугла CMC_2, вымеранага ў радыянах, на даўжыню адрэзка MC. Вугал CMC_2 роўны ωt, а адрэзак MC роўны ct, дзе ω—вуглавая скорасць дыска, c—скорасць матэрыяльнага пункту, t—час, за які пункт прайшоў шлях MC; значыць адхіленне CC_2 роўна $s = c\omega t^2 = \left(\frac{2c\omega}{2} t^2\right)$. Але такі-ж шлях s праходзіць відавочна за час t пункт, які рухаецца з паскарэннем $2c\omega$ (гэта відаць з формулы $s = \frac{gt^2}{2}$). Назіральнік, які знаходзіцца на прамой можа фармуляваць тое, што ён бачыць, так: пункты вярчальнага дыска адыходзяць у бок ад прамой, па якой перамяшчаецца матэрыяльны пункт, рухаючыся ў кірунку вярчэння са скорасцю, накіраванай перпендыкулярна да скорасці матэрыяльнага пункту з паскарэннем роўным $2c\omega$.



Рыс. 85. Адхіленне пад дзеяннем сіл Карыоліса. Гарызантальны дыск верціцца з пастаяннай вуглавой скорасцю ў плоскасці чарцяжа навакол вертыкальнай прамой, якая праходзіць праз цэнтр дыска M. З пункту M страляюць у цэль у кірунку радыуса дыска. Знарад ляціць з пастаяннай скорасцю c. З прычыны вярчэння дыска пункты, над якімі пралятае знарад, і цэль x адхіляюцца ўлева, так што знарад нападае правей цэлі. Назіральнік, які знаходзіцца на дыску, верціцца з ім і гэтага вярчэння не заўважае, зробіць вывад, што на знарад дзейнічае нейкая сіла, якая адхіляе яго ўправа. Гэта фіктыўная сіла і ёсць сіла Карыоліса. Суцэльнай рысай паказана траекторыя знарада адносна дыска, калі дапусціць, што дыск нерухомы. Гэта ёсць тая траекторыя, якую азначае назіральнік, які знаходзіцца на дыску. Пунктырная крывая паказвае сапраўднае адхіленне пунктаў дыска ад плоскасці стрэлу за час палёту знарада.

Назіральніку, які, стоячы нерухома на дыску, верціцца разам з ім і гэтага вярчэння не заўважае, здаецца, што ўвесь рух адбываецца інакш. (У палажэнні такога назіральніка аказваемся мы самі, знаходзячыся на паверхні Зямлі: мы верцімся разам з земным шарам і таксама не заўважаем гэтага вярчэння). Каб уявіць сабе, што бачыць гэты назіральнік, уявім пашыраную ва ўсе бакі неабмежаваную плоскасць, якая верціцца навакол перпендыкулярнай да яе восі, што праходзіць праз які-небудзь пункт M гэтай плоскасці. Дапусцім апроч таго, што ў нас няма ніякага цела адліку, у адносінах да якога можна было-б меркаваць аб вярчэнні гэтай плоскасці, і ўявім сабе, што з пункту M выкідваецца і ляціць знарад па прамой, паралельнай плоскасці

і бесканечна блізкай да яе. Назіральніку, які стаіць нерухома на плоскасці, будзе здавацца, што палёт знарада адбываецца так, як гэта растлумачана надпісам пад рыс. 85.

Адрозненне рухаў, якія ёсць на паверхні Зямлі (напрыклад рух паветра ў выглядзе ветру або вады ў рэчцы) ад ідэальных выпадкаў руху, аб якіх ідзе гутарка, заключаецца ў тым, што ўсе рухі на паверхні Зямлі адбываюцца з цэнтрам і апроч таго ўсе целы, якія рухаюцца па Зямлі, падпадаюць дзеянню дацэнтравай сілы. Але дзеянне абодвух гэтых прычын настолькі мізэрнае ў параўнанні з прычынай, якая стварае карыолісава адхіленне, што іх можна не прымаць пад увагу. Разглядаючы рух па паверхні зямлі, трэба мець на ўвазе, што для пункту, які знаходзіцца на геаграфічнай шырыні φ, трэба прымаць пад увагу толькі адну кампаненту $\omega \sin \varphi$ вуглавой скорасці ω Зямлі [1] (стар. 96). Да фізічных з'яў, у якіх адыгрывае ролю карыолісава адхіленне, адносіцца адхіленне вятроў, якое выклікаецца вярчэннем зямлі. Розніца паміж прытокам цяпла ў палярных і экватарыяльных шырынях выклікае пастаянную цыркуляцыю паветра. Нагрэтыя промянямі сонца паветраныя масы ўзнімаюцца каля экватара і накіроўваюцца да полюсаў; там пасля ахалоджвання паветраныя масы апускаюцца і рухаюцца затым у бок экватара: у верхніх слаях атмасферы вятры дуюць ад полюсаў да экватара, а ў ніжніх слаях—ад экватара да полюсаў (пасаты і антыпасаты). Вярчэнне Зямлі ўскладняе гэту з'яву. Верхнія слаі атмасферы, якія перамяшчаюцца ад экватара да полюсаў, паступова набліжаюцца да земнай восі і таму пасля пераходу ў больш высокія шырыні, як аказваецца, яны маюць лінейныя скорасці вярчэння большыя, чым адпаведныя пункты Зямлі. Урэшце паветраны слой у вярчальным руху пераганяе пункты земнай паверхні і ў высокіх шырынях перадаецца вятрамі, якія дуюць з захаду. У звязку з аналагічнай-жа прычынай ніжні слой атмасферы, які накіроўваецца ад полюса да экватара (з прычыны таго, што ён адстае ад пунктаў земнай паверхні), ператвараецца ў вецер, які дуе з усходу. Гэта і ёсць у істотных рысах сучаснае (пасля Ферэля, 1860) уяўленне аб прычыне адхілення вятроў.

З разгляду адхілення вятроў ад мерыдыяннага кірунку, можна вывесці такое агульнае палажэнне: кожнае цела, якое рухаецца па паверхні зямлі ўздоўж мерыдыяна ад полюса да экватара або ад экватара да полюса, павінна ў паўночным паўшар'і адхіляцца ў п р а в а, а ў паўднёвым—у л е в а. У самай справе, цела, якое рухаецца ў паўночным паўшар'і з поўдня на поўнач, прыходзіць у паўночныя шырыні, захоўваючы скорасць у к і р у н к у в я р ч э н н я З я м л і (г. зн. да ўсходу) б о л ь ш у ю, чым скорасць земнай паверхні ў паўночных шырынях, і адхіляецца на ўсход, г. зн. у п р а в а; цела, якое рухаецца ў паўночным паўшар'і з поўначы на поўдзень, прыдзе ў паўднёвыя шырыні са скорасцю ў кірунку вярчэння м е н ш а й, чым скорасць пунктаў земнай паверхні, і адхіліцца да захаду, г. зн. таксама ў п р а в а. У паўднёвым паўшар'і цела, якое рухаецца да экватара (г. зн. на поўнач), адхіліцца да захаду (г. зн. у л е в а), таксама як у л е в а (г. зн. да ўсходу) адхіліцца цела, якое рухаецца ад экватара да паўднёвага полюса.

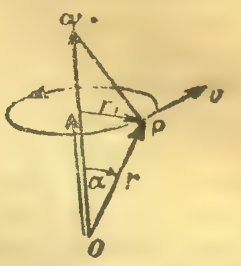
Закон Бэра. Карыолісавым адхіленнем на паверхні Зямлі Б э р (1860) вытлумачыў адну асаблівасць ва ўтварэнні берагоў у рэк, якія цякуць у кірунку па мерыдыяну; у многіх з іх правы бераг—стромкі і высокі, а левы—нізкі і адхонны. Б э р бачыць прычыну гэтай з'явы ў тым, што ў паўночным паўшар'і цякучая рака аказвае, у выніку вярчэння Зямлі, больш моцны ціск на правы бераг і імкнецца перанесці сваё русло ўправа датуль, пакуль гэтаму не перашкодзіць гарыстая мясцовасць.

Такім чынам у паўночным паўшар'і ў рэк, кірунак якіх у большай або меншай ступені набліжаецца да мерыдыяна, павінен падмывацца правы бераг, стромкі і высокі, левы-ж павінен быць адхонным. Гэта з'ява павінна быць тым больш рэзка выражана, чым бліжэй кірунак ракі да мерыдыяна; калі-ж рака ўтварае з мерыдыянам значны вугал, тады пачынае больш моцна праяўляцца ўплыў розных іншых фактараў. Калі гэта тлумачэнне правільнае, то ў паўднёвым паўшар'і левы бераг павінен быць стромкім і высокім, а правы—адхонным і нізкім, што і назіраецца ў сапраўднасці.

---

[1] Геаграфічнай шырынёю называецца вугал, складзены земным радыусам, праведзеным у даны пункт земнай паверхні, з экватарыяльнай плоскасцю.

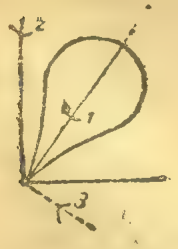
Вуглавая скорасць як вектар. Вярчальныя рухі таксама можна характарызаваць праз вектары. Для гэтага ўздоўж па восі вярчэння адкладваюць адрэзак у такім кірунку, у якім перамяшчаецца вінт з правай нарэзкай пры яго вярчэнні; даўжыня адрэзка, адкладзенага ў пэўным маштабе, бярэцца лікава роўнай вуглавой скорасці вярчэння (рыс. 86). Адкладзены такім чынам адрэзак з'яўляецца **вектарам вуглавой скорасці** (ω).



Рыс. 86. Вектар вуглавой скорасці.

Кірунак вектара ω і кірунак вярчэння звязаны адзін з адным такім-жа чынам, як паступальны і вярчальны рух рукі пры завінчванні вінта або штопара. Вектар, які характарызуе вярчэнне, называецца **восевым** вектарам (у працілегласць яму вектар, які характарызуе паступальны рух, носіць назву **палярнага** вектара). Пачатак O восевага вектара ω можа быць выбраны дзе заўгодна на восі вярчэння. Пры паказе вярчальных рухаў вектарамі сувязь паміж лінейнай скорасцю пункту вярчальнага цела і яго вуглавой скорасцю таксама выражаецца вельмі наглядна. Імгненнае палажэнне пункту P, які знаходзіцца на адлегласці r_1 ад восі вярчэння, характарызуецца радыусам-вектарам OP (роўным r) і вуглом α, пад якім радыус-вектар r нахілены да вектара вуглавой скорасці ω. Лінейная скорасць пункту P ёсць $v = \omega \cdot r_1 = \omega r \sin \alpha$. Выраз у правай частцы гэтай формулы роўны ўдвоенай плошчы трохвугольніка, бакамі якога з'яўляюцца вектары ω і r. Гэты выраз называюць **вектарным здабыткам** вектараў ω і r і паказваюць вектарам v. Даўжыня вектара v лікава роўна ўдвоенай плошчы трохвугольніка з бакамі ω і r; ён перпендыкулярны плоскасці названага трохвугольніка, і яго кірунак адпавядае руху вінта з правай нарэзкай адносна вярчэння α (на рыс. 86 адзначаны кароткай стрэлкай), з дапамогай якога вектар ω пераводзіцца ў палажэнне вектара r **самым кароткім шляхам.**

Часам цела верціцца адначасова вакол некалькіх восей. Вектарны паказ вярчальных рухаў дае магчымасць некалькі вярчэнняў навакол розных восей складваць у адзін рэзультуючы вярчальны рух навакол адной восі.


Рыс. 87. Цела, якое верціцца адначасова навакол некалькіх восей.

Разгледзім больш падрабязна вярчальны рух, які адбываецца навакол некалькіх восей адначасова. Уявім сабе вярчальны дзіцячы ваўчок, пункт апоры якога (яго вастрыё) застаецца пры вярчэнні нерухомым (рыс. 87): ваўчок верціцца, па-першае, навакол сваёй восі, і, па-другое, яго вось у той-жа час верціцца навакол вертыкальнай прамой, што праходзіць праз пункт апоры ваўчка, апісваючы навакол гэтай вертыкальнай прамой канічную паверхню, вяршыня якой ёсць вастрыё ваўчка. Калі вярчэнне ваўчка зацішаецца, то яго вось пачынае вагацца,—яна то набліжаецца да вертыкалі, то аддаляецца ад яе, значыць яна пачынае пры гэтым яшчэ вярцецца навакол гарызантальнай прамой, якая праходзіць праз пункт апоры ваўчка (трэцяя вось вярчэння). **Кожны пункт** ваўчка, апроч вастрыя, на якое ён апіраецца, адначасова верціцца навакол **трох** розных восей, і сапраўдны рух ваўчка, перад тым як ён павінен упасці, з'яўляецца камбінацыяй усіх гэтых вярчэнняў.

Вось самога ваўчка ў яго поўным руху зусім не адыгрывае якой-небудзь асаблівай выключнай ролі: гэта такая-ж вось вярчэння, як і ўсе іншыя.

Цяпер паглядзім, як складваюцца некалькі вярчэнняў і як знаходзяцца рэзультуючае вярчэнне і вось, навакол якой адбываецца гэта рэзультуючае вярчэнне. Установім асноўнае правіла для складання двух вярчальных рухаў навакол двух восей, якія праходзяць праз адзін і той-жа пункт. Няхай u_1 і u_2—два вектары, якія паказваюць вуглавыя скорасці двух вярчальных рухаў. Кожны з гэтых вектараў вызначаецца палажэннем восі вярчэння і велічынёй вуглавой скорасці адпаведнага руху; як першым, так і другім вярчэннем кожнаму пункту цела надаецца пэўная скорасць. Калі-ж складзем абодва вярчэнні, мы даведаемся таксама, якія будуць скорасці паасобных пунктаў цела, якія набываюцца імі пад уплывам вярчэнняў, што адбываюцца.

У рэзультаце складання аказваецца: 1) рэзультуючы рух таксама будзе вярчэннем навакол некаторай восі; 2) вуглавую скорасць і кірунак восі рэзультуючага вярчэння мы знойдзем, складаючы абодва вектары u_1 і u_2 паводле правіла паралелаграма: тады даўжыня рэзультуючага вектара будзе лікава роўна вуглавой скорасці рэзультуючага вярчэння, а яго кірунак вызначыць палажэнне агульнай восі вярчэння.

Рыс. 88. Раскладанне вярчэння Зямлі на два адначасовых вярчэнні вакол двух розных восей.

Адсюль вынікае, што кожнае вярчэнне навакол некаторай восі можна раскласці на некалькі вярчальных рухаў, якія адначасова адбываюцца навакол некалькіх восей. Растлумачым гэта на прыкладзе: нярэдка прыходзіцца сустракацца са з'явамі, прычынай якіх з'яўляецца вярчэнне Зямлі і якія залежаць ад геаграфічнай шырыні месца назірання (напрыклад вярчэнне плоскасці вагання маятніка ў доследзе Фуко). Для даследвання такіх з'яў бывае зручна раскласці вярчэнне Зямлі на два састаўных рухі. Вуглавую скорасць Зямлі можна паказаць вектарам v, адкладзеным ад цэнтру Зямлі і накіраваным уздоўж па земнай восі на поўнач. Даўжыня гэтага вектара лікава роўна велічыні вугла, на які Зямля паварачваецца ў 1 *сек*, г. зн. $\frac{360^\circ}{86\,400}$. Раскладзем вектар v паводле агульнага правіла раскладання вектараў на дзве ўзаемна перпендыкулярныя кампаненты v_1 і v_2. Першая кампанента (v_1) адпавядае вярчэнню плоскасці гарызонта навакол адвеснай лініі, якая праходзіць праз месца назірання A; калі шырыня месца назірання A ёсць φ, то вуглавая скорасць гэтага вярчэння будзе $\omega_1 = \omega \cdot \sin\varphi$. Кампанента v знікае толькі на экватары (дзе $\omega = 0^\circ$); на паўночным і на паўднёвым полюсах (дзе $\varphi = 90^\circ$) яна супадае з вектарам v, і значыць, там ёю выражаецца ўся вуглавая скорасць Зямлі. Другая кампанента (v_2) адпавядае вярчэнню плоскасці гарызонта навакол восі, якая праходзіць праз цэнтр Зямлі і паралельнай кірунку з месца назірання A на поўнач (у паўночным поўшар'і). Вуглавая скорасць гэтага вярчэння $\omega_2 = \omega \cos\varphi$; яна знікае на полюсах і з'яўляецца поўнай вуглавой скорасцю Зямлі на экватары.

Дацэнтравая і адцэнтравая сілы. Калі якое-небудзь цела пад дзеяннем некаторай сілы знаходзіцца ў вярчальным руху, то, калі рух адбываецца без церця, цела павінна працягваць сваё вярчэнне і пасля спынення дзеяння на яго сілы; пры гэтым вуглавая скорасць вярчэння павінна захоўваць тую-ж велічыню, якую яна мела ў момант спынення дзеяння сілы. Вярчэнне з пастаяннай вуглавой скорасцю аналагічна руху па інерцыі: цела захоўвае нязменным стан свайго руху, г. зн. кірунак вярчэння і вуглавую скорасць датуль, пакуль якая-небудзь знешняя сіла не прымусіць яго змяніць гэты стан.

Аднак, не зважаючы на такую аналогію, вярчальны рух з пастаяннай вуглавой скорасцю карэнным чынам адрозніваецца ад сапраўднага руху па інерцыі: рух па інерцыі можа быць толькі прамалінейным і роўнамерным. Пры вярчальным руху

хоць усе пункты цела і рухаюцца з пастаяннай скорасцю, але іх рухі не прамалінейныя, а кожны пункт можа рухацца крывалінейна толькі пад дзеяннем некаторай сілы. Таму мы павінны лічыць, што на кожны пункт вярчальнага цела, не зважаючы на тое, што ён рухаецца роўнамерна, дзейнічае нейкая сіла; яна адхіляе пункт ад прамой, па якой пункт перамяшчаўся, калі-б яго рух адбываўся па інерцыі. Гэта сіла, якая адхіляе рухоўны пункт ад прамалінейнага шляху, накіравана па радыусу да цэнтру апісваемай пунктам акружыны і называецца **дацэнтравай сілай**.

З прычыны сваёй інерцыі матэрыяльны пункт процістаўіць дацэнтравай сіле іншую сілу, ёй працілеглую; гэта сіла называецца **адцэнтравай**. Адцэнтравая сіла не дае вярчальнаму пункту набліжацца да цэнтру акружыны; яна таксама накіравана па радыусу акружыны, але ў бок, працілеглы дацэнтравай сіле, г. зн. **ад цэнтру**. Калі дацэнтравую сілу мы назавем **дзеяннем**, то адцэнтравая сіла з'явіцца **процідзеяннем**; відавочна, што адцэнтравая сіла можа існаваць толькі адначасова з дацэнтравай: значыць адцэнтравая сіла павінна з'яўляцца і знікаць адначасова з дацэнтравай і павінна быць роўна ёй па велічыні.

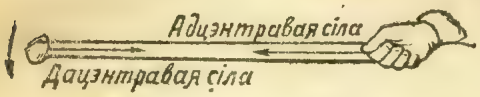
Рыс. 89. Сумесныя дзеянні адцэнтравай і дацэнтравай сіл.

У чым выражаецца дзеянне адцэнтравай сілы? Разгледзім адзін які-небудзь пункт цела; пры вярчэнні цела ён апісвае некаторую акружыну. На рыс. 89 паказана сячэнне цела плоскасцю, у якой адбываецца вярчэнне. Пункт *C* ёсць перасячэнне гэтай плоскасцю перпендыкулярнай да яе восі вярчэння, пунктырная акружына—траекторыя вярчальнага пункту; вярчэнне адбываецца ў кірунку, указаным стрэлкай. Вярчальны матэрыяльны пункт з прычыны сваёй інерцыі імкнецца рухацца прамалінейна па датычнай; цэнтр вярчэння як пункт, які ляжыць на нерухомай восі, застаецца нерухомым. І разглядаемы вярчальны пункт і цэнтр вярчэння—пункты аднаго і таго-ж цвёрдага цела і значыць адлегласць паміж імі павінна заставацца нязменнай. Такім чынам цэнтр *C* павінен заставацца **нерухомы**, а матэрыяльны пункт імкнецца **рухацца** па датычнай, але адлегласць паміж імі павінна заставацца пастаяннай. У выніку гэтага вярчальны матэрыяльны пункт імкнецца пры сваім руху **перамяшчаць цэнтр**. У гэтым заключаецца дзеянне адцэнтравай сілы на цэнтр вярчэння.

Адцэнтравая сіла імкнецца аддаліць ад цэнтру ўсе матэрыяльныя пункты цела, якія ляжаць **паміж** цэнтрам і разглядаемым вярчальным пунктам. Значыць, адцэнтравая сіла ўвесь час імкнецца перамагаць сілы сашчаплення паміж часцінкамі цела, г. зн. яна імкнецца парушыць цэласць цвёрдага цела. Калі цела з'яўляецца абсалютна цвёрдым, то дзеянне адцэнтравай сілы цалкам знішчаецца супраціўленнем цела, якое яно аказвае разрываючай яго сіле. Але рэальныя целы ніколі не бываюць зусім цвёрдымі; таму пад дзеяннем дастаткова вялікай адцэнтравай сілы часцінкі кожнага цела ў большай або меншай меры перамяшчаюцца адна адносна другой, цела дэфармуецца і можа нават

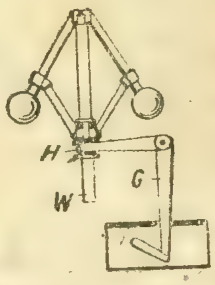
разарвацца на часткі. Наглядная ўяўленне аб дзеяннях дацэнтравай і адцэнтравай сіл, якія адыгрываюць вельмі важную ролю ў вярчальных рухах, лягчэй за ўсё атрымаць, назіраючы вярчэнне якога-небудзь цела, напрыклад камня, прывязанага на вяроўцы.

Верцячы рукой якое-небудзь цяжкае цела, прывязанае на вяроўцы (рыс. 90), мы зможам заўважыць усе асаблівасці дзеяння абодвух вывучаемых сіл, не зважаючы на тое, што гэты рух не з'яўляецца вярчэннем і д э а л ь н а г а цвёрдага цела навакол восі. З прычыны адцэнтравай сілы вяроўка нацягваецца, і мы адчуваем, як вяроўка цягне руку ў бок вярчальнага цела (адцэнтравай сілай), і каб рука не зрушвалася з месца, трэба прылажыць усілле ў працілеглы ад цела бок—да цэнтру (дацэнтравую сілу; гэта сіла перадаецца вярчальнаму целу і перашкаджае яму рухацца па інерцыі, г. зн. прамалінейна). Калі цела вярцець усё больш і больш шпарка, то дацэнтравая сіла будзе паступова павялічвацца, і, значыць, усё больш і больш будзе рабіцца і адцэнтравая сіла. Вяроўка будзе цягнуць руку ўсё мацней і мацней ад цэнтру, сама яна будзе ўсё больш і больш нацягвацца, і, нарэшце, вяроўка лопне. У той-жа момант цяга, якую адчувала рука, спыніцца (адначасова знікаюць і дацэнтравая і адцэнтравая сілы), і цела спыняе рухацца па крузе і адлятае прэч па датычнай да кругавой траекторыі.

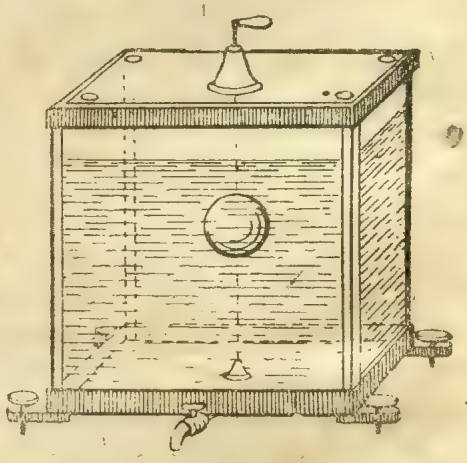


Рыс. 90. Адначасовае ўзнікненне адцэнтравай і дацэнтравай сіл.

Прыклады дэфармацыі цел пад дзеяннем адцэнтравай сілы. Прыкладам цела, якое пад дзеяннем адцэнтравай сілы толькі змяняе сваю форму, але не распадаецца на часткі, можа служыць вынайдзены Д ж э м с а м У а т а м а д ц э н т р а в ы р э г у л я т а р, які ўжываецца для рэгулявання доступу пары ў цыліндры паравой машыны (рыс. 91). Яго пабудова такая: у верхнім канцы вертыкальнага вала *W* прымацованы на шарнірах два стрыжні (плячы), якія заканчваюцца двума масіўнымі шарамі. Пры шпаркім вярчэнні вала шары, пад дзеяннем адцэнтравай сілы, аддаляюцца ад вала і ўзнімаюць плечы. Уздоўж па вале можа свабодна перамяшчацца муфта *H*, змацаваная з плечамі, якія нясуць шары. Плечы, узнімаючыся, цягнуць за сабой муфту ўверх па вале. Муфта *H* змацавана з дапамогай ламанага вагара *G* з клапанам, і чым вышэй узнімаецца муфта, тым больш шчыльна закрываецца клапан.



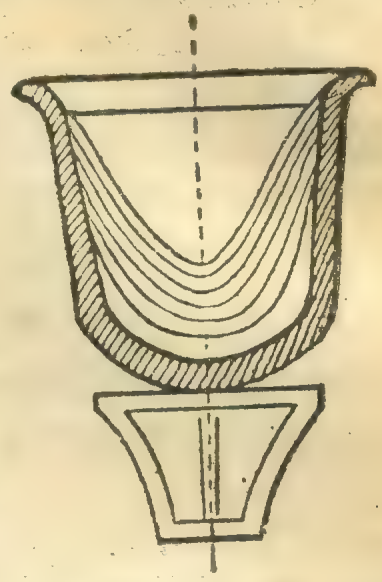
Рыс. 91. Адцэнтравы рэгулятар паравой машыны.



Рыс. 92. Дослед Плато. Вярчэнне вадкага шара.

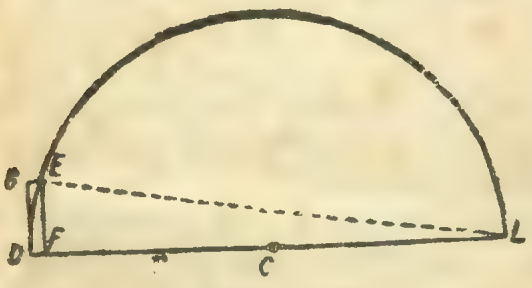
Змену формы вярчальнага цела пад дзеяннем адцэнтравай сілы можна асабліва ясна бачыць на прыкладзе вярчальнага шара. Вадкасць, свабодная ад дзеяння сілы цяжару, знаходзячыся ў спакоі і роўнавазе, набывае форму шара. Калі ўвесці некаторую колькасць аліўкавага масла ў такі раствор спірта і вады, шчыльнасць якога такая-ж самая, як і шчыльнасць масла, то ўведзенае ў раствор масла прыме форму шара і будзе плаваць унутры раствору (рыс. 92). Можна сказаць, што масляны шар, які плавае ўнутры раствору не апускаючыся, свабодны ад дзеяння сілы цяжару. Калі затым прывесці гэты вадкі шар у вярчэнне

навакол якой-небудзь восі, што праходзіць праз яго цэнтр, то шар прыме форму эліпсоіда (дослед Плато). Адцэнтравая сіла, якая развіваецца пры вярчэнні, перамагае сілы сашчаплення, якія ў вадкасці вельмі малыя, аддаляе часцінкі масла ад восі вярчэння і тым дэфармуе вадкі шар, ператвараючы яго ў эліпсоід. Адцэнтравая сіла вадкага шара найбольшая на экватары, таму найдалей перамяшчаюцца са сваіх месц часцінкі, якія ляжаць на экватары; часцінкі, якія ляжаць на полюсах, не аддаляюцца зусім, а часцінкі, якія ляжаць п між полюсамі і экватарам, перамяшчаюцца ў залежнасці ад іх адлегласці ад восі. Такім чынам шар расцягваецца ў баkі ў кірунку, перпендыкулярным да восі. З прычыны гэтага полюсы яго збліжаюцца адзін з адным, шар сплюшчваецца каля полюсаў і прымае форму эліпсоіда вярчэння. (Форма Зямлі, Месяца, планет вельмі блізкая да шарападобнай, але ў сапраўднасці ўсе гэтыя целы з'яўляюцца эліпсоідамі вярчэння, сплюснутымі каля полюсаў; з гэтага можна зрабіць заключэнне, што і Месяц, і Зямля, і іншыя планеты некалі былі пластычнымі). Зусім таксама дзеяннем адцэнтравай сілы тлумачыцца форма паверхні вадкасці ў вярчальнай судзіне (рыс. 93). Гарызантальная паверхня вадкасці пры вярчэнні прымае форму парабалоіда. Сіла, якая дзейнічае на кожны яе пункт, ёсць рэзультуючая сілы цяжару і адцэнтравай сілы. Паверхня вадкасці павінна заняць такое палажэнне, каб сіла, прыложаная ў кожным пункце паверхні, была-б да яе перпендыкулярнай. Толькі ў гэтым выпадку паверхня вадкасці будзе мець устойлівае палажэнне; калі-б сіла, якая дзейнічае на паверхню вадкасці, мела-б яшчэ кампаненту, накіраваную па датычнай да паверхні, то пад яе дзеяннем часцінкі вадкасці пачалі-б перамяшчацца датуль, пакуль паверхня не зрабілася-б перпендыкулярнай да дзеючай сілы.



Рыс. 93. Паверхня вярчальнай вадкасці.

Велічыня дацэнтравай і адцэнтравай сіл. Аб велічыні дацэнтравай сілы можна меркаваць па велічыні адхілення матэрыяльнага пункту ад той прамой, па якой ён павінен быў рухацца па інерцыі. Уявім сабе, што дацэнтравая сіла спыняе сваё дзеянне ў той момант, калі матэрыяльны пункт знаходзіцца ў пункце D (рыс. 94); у такім выпадку яго далейшы рух, пачынаючы ад пункту D, будзе прамалінейным па датычнай з той скорасцю, якую ён меў у момант знікнення дацэнтравай сілы. Калі ж дацэнтравая сіла працягвае дзейнічаць, то яна адхіляе матэрыяльны пункт ад датычнай і прымушае яго перамяшчацца далей па акружыне. Адзначаючы, наколькі вялікае адхіленне матэрыяльнага пункту ад прамой у бок акружыны за час t, можна вызначыць велічыню дацэнтравай сілы, а разам з ёй і велічыню роўнай ёй сілы адцэнтравай.



Рыс. 94. Вызначэнне дацэнтравага паскарэння.

Дапусцім, што вуглавая скорасць вярчэння пастаянная і роўна ω і што матэрыяльны пункт знаходзіцца на адлегласці r ад восі; тады яго лінейная скорасць $v = r\omega$. Гэта і ёсць тая скорасць, з якой матэрыяльны пункт рухаўся-б роўнамерна па датычнай у пункце D, калі-б дацэнтравая сіла раптам знікла. Няхай за

прамежак часу t матэрыяльны пункт перамясціўся з D у E; тады даўжыня дугі DE роўна vt. Прымем прамежак часу t за такі малы, каб можна было лічыць, што дуга DE супадае з хордай DE; тады хорда $DE = tv$. За час t матэрыяльны пункт адхіліўся ад датычнай на адлегласць GE або на роўную ёй адлегласць $DF\ (= GE)$. Абазначым сілу, якая выклікала гэта адхіленне, праз F; за час t яна дзейнічала на матэрыяльны пункт неперарыўна; значыць яна надала пункту некаторае паскарэнне. Калі маса пункту ёсць m, то набываемае ёю паскарэнне ёсць $\frac{F}{m}$, і шлях, які пункт праходзіць за час t, рухаючыся пад дзеяннем сілы F роўнамерна паскорана з паскарэннем $\frac{F}{m}$, роўны $\frac{F}{m} \cdot \frac{1}{2} t^2$. Гэты шлях і ёсць адрэзак DF, роўны GE. На аснове вядомай геаметрычнай тэарэмы $(DE)^2 = 2r \cdot DF$ і значыць $v^2t^2 = 2r\frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} t^2$, адкуль $F = \frac{mv^2}{r}$, таму што $v = r\omega$, то $F = mr\omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} mr$[1]. Апошні выраз мы атрымаем, уводзячы перыяд абарачэння T і заўважаючы, што пункт, які знаходзіцца на адлегласці r ад восі вярчэння, праходзіць за час T шлях, роўны $2\pi r$. Тады за адзінку часу пункт пройдзе шлях $\frac{2\pi r}{T}$; а таму што з другога боку, шлях, пройдзены за адзінку часу, роўны $r\omega$, то $r\omega = \frac{2\pi r}{T}$. Такім чынам дацэнтравая сіла, якая ўтрымлівае вярчальны матэрыяльны пункт на акружыне, залежыць ад масы пункту, ад радыуса акружыны (г. зн. ад адлегласці пункту ад восі) і ад скорасці пункту, а значыць ад вуглавой скорасці. Такі-ж, як ужо сказана, і выраз адцэнтравай сілы.

Рух планет. Сусветнае цегаценне. Рух пад дзеяннем цэнтральнай сілы (рух планет). Капернік і Кеплер. Кожны вярчальны матэрыяльны пункт, трывала змацаваны з воссю вярчэння C (рыс. 89), можа рухацца толькі па кругавой траекторыі. Але калі ў час яго вярчэння гэта змацаванне раптоўна разрываецца, то матэрыяльны пункт адлятае па датычнай, як камень ад абарванай вяроўкі. Калі-б здарылася так, што камень пасля абрыву вяроўкі працягваў круціцца каля рукі, то нам прышлося-б шукаць прычыну яго кругавога руху ў выглядзе нейкай сілы, якая адхіляе яго ад прамалінейнага руху па датычнай.

---

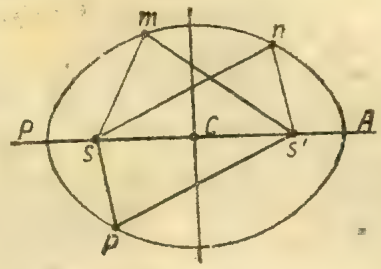
[1] Накіраванае да цэнтру паскарэнне $\frac{F}{m}$ называецца *дацэнтравым паскарэннем*. З выразу $F = \frac{mv^2}{r}$ відаць, што дацэнтравае паскарэнне роўна

$$\frac{v^2}{r} = r\omega^2 = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

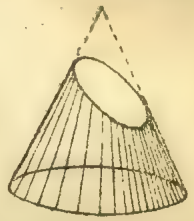
Калі-б мы заўважылі пры гэтым, што камень масы m роўнамерна рухаецца па акружыне радыуса r з перыядам абарачэння T, то мы сказалі-б, што камень рухаецца так, як калі-б з боку рукі на яго дзейнічала дацэнтравая сіла, па велічыні роўная

$$4\pi^2 rm/T^2.$$

Да такога заключэння мы прышлі-б у выпадку роўнамернага руху камня па акружыне. Не будучы жорстка змацаваным з рукой, але ўсё-ж працягваючы навакол ае рухацца, камень мог-бы апісваць каля рукі не толькі кругавую, але і якую-небудзь іншую плоскую траекторыю. І ў гэтым выпадку нам таксама давялося-б шукаць прычыну яго руху навакол рукі, як некаторага цэнтру вярчэння—або прычыну цэнтральнага руху—у выглядзе нейкай цэнтральнай сілы, увесь час накіраванай да цэнтру вярчэння.



Рыс. 95. Эліпс. $ms + ms' = nS + nS' = pS + pS'$ і г. д.



Рыс. 96. Плоскасць, нахіленая да восі і бакоў круглага конуса, перасякае яго паверхню па эліпсу.

Каб прыйсці да якога-небудзь заключэння аб велічыны і кірунку гэтай цэнтральнай сілы, перш за ўсё мы павінны былі-б ведаць форму апісваемай камнем траекторыі і яго скорасць на ёй, або больш правільна поўную змену яго скорасці (па велічыні і кірунку) пры яго руху па сваёй траекторыі.

Пакуль мы бачылі, як вызначаецца велічыня і кірунак цэнтральнай сілы толькі ў выпадку роўнамернага вярчэння па акружыне. Цэнтральным рухам, г. зн. рухам навакол якога-небудзь цела як нерухомага цэнтру без усякага бачнага злучэння або сувязі паміж цэнтрам і рухоўнай масай, з'яўляецца напрыклад рух планет навакол сонца. Сутачнае вярчэнне небасхіла і бачныя рухі планет і Сонца Капернік (1475—1543) вытлумачыў вярчэннем Зямлі навакол сваёй восі і абарачэннем Зямлі і планет навакол Сонца, як нерухомага цэнтру. Капернік лічыў, што арбіты планет і Зямлі прадстаўляюць сабой акружыны з Сонцам у цэнтры. Грунтуючыся на назіраннях Ціхо дэ Браге над палажэннямі Марса (праведзенымі ім у працягу 35 год) Кеплер (1571—1630) устанавіў, што арбіта Марса ёсць эліпс, у адным з фокусаў якога знаходзіцца Сонца [1].

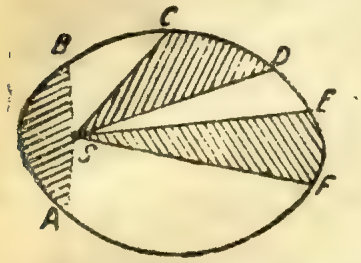
---

[1] Эліпс ёсць плоская крывая (рыс. 95), якая атрымліваецца пры перасячэнні круглага конуса плоскасцю (рыс. 96). Асноўныя ўласцівасці эліпса: сума адлегласцей якога-небудзь пункту крывой (m, n, p) ад двух пунктаў S і S', называемых фокусамі, ёсць велічыня пастаянная і роўная вялікай восі эліпса.

Планета, рухаючыся па эліптычнай арбіце, то набліжаецца да Сонца S, то аддаляецца ад яго. Пункт A вялікай восі, у якім планета знаходзіцца на найбольшай адлегласці ад Сонца, называецца афеліем (рыс. 95); пункт P вялікай восі, у якім планета знаходзіцца на найменшай адлегласці ад Сонца—перыгеліем. Калі мы абазначым праз $r\,(=CA=CP)$ палавіну вялікай восі эліпса, і праз e $(=CS=CS')$ адлегласць фокусаў ад цэнтру эліпса (а значыць

Першы закон Кеплера. (Форма планетных арбіт). Кеплер знайшоў, што гэта-ж справядліва і для ўсіх іншых планет: кожная планета рухаецца па эліпсу, у адным з фокусаў якога знаходзіцца Сонца. У гэтым і заключаецца першы закон Кеплера.

Другі закон Кеплера (скорасці планет). Даследуючы, як рухаецца па сваёй арбіце Марс, г. зн. ці з'яўляецца яго рух роўнамерным або-ж скорасць яго мяняецца, Кеплер устанавіў другі закон планетных рухаў, які адносіцца да ўсіх без выключэння планет. Гэты закон кажа, што калі планета праходзіць дугі $\smile AB$, $\smile CD$, $\smile EF$ (рыс. 97) у роўныя прамежкі часу, то плошча сектара SAB роўна плошчы сектара SCD, роўна плошчы сектара SEF і г. д. Інакш кажучы: радыус-вектар планеты, г. зн. прамая, праведзеная ад сонца да планеты, у роўныя прамежкі часу апісвае роўныя плошчы. Гэта і ёсць другі закон Кеплера. У ім заключаецца адказ на пытанне, як рухаюцца планеты навакол Сонца па эліпсах—з пастаяннай скорасцю або не. З самой формулы эліпса відаць, што калі плошчы сектароў SEF і SAB роўны, то $\smile AB$ павінна быць большай $\smile EF$ (бо SE і SF даўжэйшыя за SA і SB). Назіранні паказалі, што планета праходзіць $\smile EF$ і $\smile AB$ у роўныя прамежкі часу; гэта паказвае, што па $\smile AB$, г. зн. калі планета бліжэй да афелія, яна рухаецца з большай скорасцю, чым па $\smile EF$, г. зн. калі яна бліжэй да пера-



Рыс. 97. Другі закон Кеплера (закон плошчаў). Плошча сектароў SAB, SCD, SEF роўны.

і адлегласць паміж Сонцам і цэнтрам эліптычнай арбіты), то найбольшая адлегласць планеты ад Сонца будзе роўна $r+e$, а найменшая $r-e$; адсюль вынікае што сярэдняя адлегласць планеты ад Сонца роўна r, г. зн. роўна вялікай паўвосі эліпса.

Адлегласць $SC(=S'C)$ фокусаў ад цэнтру вызначае ступень выцягнутасці эліпса. Чым меншыя адносіны гэтай адлегласці да вялікай паўвосі, г. зн. чым менш $\frac{e}{r}$, тым бліжэй форма эліпса да круга. Адносіны $\frac{e}{r}$ называюцца эксцэнтрысітэтам эліпса. Значыць, чым меншы эксцэнтрысітэт, тым меншая розніца паміж найбольшай адлегласцю $r+e$ і сярэдняй адлегласцю r планеты ад Сонца (а таксама і паміж яе найменшай $r-e$ і сярэдняй адлегласцю r); чым меншы эксцэнтрысітэт эліптычнай арбіты, тым меншая і памылка, якую мы дапускаем, замяняючы адлегласць планеты ад Сонца, што ўвесь час змяняецца, на сярэднюю адлегласць r, г. зн. прымаючы арбіту планеты за акружыну з радыусам r.

Арбіты большасці планет так мала адрозніваюцца ад акружыны (з усіх планетных арбіт найбольш выцягнуты эліпс прадстаўляе сабой арбіта Меркурыя найменш выцягнуты—арбіта Венеры), што апроч тых выпадкаў, калі патрэбны асабліва дакладныя астранамічныя разлікі, іх можна прымаць за правільныя акружыны.

Эксцэнтрысітэт арбіты Меркурыя роўны 0,2056; Венеры—0.0068; Зямлі—0,0167. Гэта значыць: адлегласць паміж фокусамі і цэнтрам арбіты складае 20 проц. вялікай паўвосі для Меркурыя; 0,6 проц.—для Венеры і 1,67 проц.—для Зямлі. Або інакш кажучы розніца паміж найбольшай і найменшай адлегласцю планеты ад Сонца складае 40 проц. найбольшага аддалення планеты для Меркурыя, 1,2 проц.—для Венеры і 3,34 проц.—для Зямлі. Сярэдняя адлегласць планеты ад Сонца для Меркурыя роўна 58, для Венеры—108, для Зямлі—149 млн. *км*

гелія. Такім чынам усе планеты рухаюцца па сваіх арбітах няроўнамерна: скорасць планеты тым большая, чым яна бліжэй да Сонца.

Узаемнае прыцяжэнне планет і Сонца. Паходжанне сонечнай сістэмы. Замяніўшы для прастаты эліптычную арбіту акружынай (стар. 102), мы будзем замест эліптычных сектараў мець кругавыя сектары. Таму што роўным кругавым сектарам адпавядаюць роўныя дугі, то, зрабіўшы такое дапушчэнне, мы павінны таксама дапусціць, што ў роўныя прамежкі часу планета праходзіць аднолькавыя шляхі. Такім чынам няроўнамерны рух па эліптычнай арбіце мы замяняем роўнамерным рухам па ўяўнай кругавой арбіце. (Гэта значна спросціць усе нашы разважанні, і ў той-жа час мы прыдзем да заключэнняў, справядлівых і для эліптычнай арбіты). Размеры планеты і Сонца гэткія малыя ў параўнанні з іх узаемнымі адлегласцямі, што іх можна прымаць за пункты. (Дыяметр Сонца роўны прыблізна $^1/_{108}$ сярэдняй адлегласці Зямлі ад Сонца, а аб'ём Сонца ў $_{1300000}$ разоў больш за аб'ём Зямлі). Такім чынам планету, якая абарочваецца навакол Сонца па ўяўным крузе, можна разглядаць, як матэрыяльны пункт, што верціцца з пастаяннай скорасцю па акружыне каля цэнтру, у якім знаходзіцца другі матэрыяльны пункт, г. зн. мы можам лічыць, што абарачэнне планеты навакол Сонца не адрозніваецца ад руху любога пункту вярчальнага цвёрдага цела, якое не ляжыць на восі вярчэння. Разглядаючы пры зробленых дапушчэннях вярчэнне планет навакол Сонца, мы павінны прыйсці да тых-жа заключэнняў, да якіх нас прывяло вывучэнне руху пункту вярчальнага цвёрдага цела: 1) планета імкнецца аддаляцца ад цэнтру па датычнай да яе кругавой арбіце, 2) гэтаму перашкаджае дзеючая на планету сіла, накіраваная да цэнтру, 3) гэтай накіраванай да цэнтру сіле планета процістаўіць другую сілу, роўную першай па велічыні, але накіраваную ў працілеглы бок. Нам невядома, чаму планета мае гангенцыяльны рух. Вырашыць гэта пытанне спрабуе гіпотэза паходжання сонечнай сістэмы Канта-Лапласа (Кант—1755, Лаплас—1796).

Кант і Лаплас звярнулі ўвагу на тое, што рухі ўсіх цел сонечнай сістэмы вельмі падобныя паміж сабой, іменна: эксцэнтрысітэты ўсіх планетных арбіт і арбіт іх спадарожнікаў вельмі малыя, а плоскасці ўсіх арбіт складаюць адна з адной зусім невялікія вуглы, так што ўсе планеты і спадарожнікі рухаюцца амаль у адной плоскасці. З гэтага падабенства рухаў Кант і Лаплас зрабілі заключэнне аб агульным і аднастайным паходжанні ўсіх цел сонечнай сістэмы. У асноўных рысах гіпотэза Канта-Лапласа заключаецца ў наступным: матэрыя, з якой утварыліся ўсе целы сонечнай сістэмы, існавала спачатку ў выглядзе сачавіцападобнай туманнасці, якая складалася з вельмі разрэджанага газу; газ гэты складаў пяршачную атмасферу Сонца і з прычыны сваёй вельмі высокай тэмпературы пашыраўся за сучасныя арбіты найбольш аддаленых ад Сонца планет. Уся туманнасць вярцелася навакол восі, перпендыкулярнай да плоскасці сучасных планетных арбіт. Паверхня газавай туманнасці ахалоджвалася, з прычыны чаго сярэдзіна туманнасці паступова ўшчыльнялася. У выніку сціскання скорасць вярчэння туманнасці павялічвалася (паводле закону захавання моманту колькасці руху) і ад яе экватара аддзялілася газавае кальцо (стар. 98, дослед Плато). Па меры далейшага ахалоджвання туманнасць усё больш сціскалася, скорасць вярчэння рабілася ўсё большай,—ад яе аддзялілася другое кальцо, затым

трэцяе і г. д. Кольцы разрываліся на паасобныя камкі, з якіх з цягам часу ўтвараліся планеты, а з цэнтральнага ядра ўтварылася Сонца. Кант і Лаплас бачылі пацвярджэнне сваёй гіпотэзы ў існаванні кольцаў у Сатурна, а таксама ва ўтварэнні спадарожнікаў, якія ў згодзе з небулярнай гіпотэзай, паўтарылі ў зменшаных размерах утварэнне сонечнай сістэмы.

Нам невядома, што дапамагае перадачы на велізарныя адлегласці той сілы, якая ўтрымлівае планеты на іх арбітах і не дазваляе ім рухацца прамалінейна па інерцыі. Аднак мы ведаем, што гэта сіла павінна быць заўсёды накіравана да Сонца[1], і таму лічым Сонца прычынай цэнтральнага руху планет і крыніцай „прыцягвальнай" сілы, якая перашкаджае планетам аддаляцца ад Сонца ў бесканечнасць. Але калі Сонца прыцягвае планеты, то, згодна закону роўнасці дзеяння і процідзеяння, і планеты таксама павінны ў сваю чаргу прыцягваць Сонца. У такім выпадку і само Сонца павінна служыць месцам прылажэння сіл, параджаемых планетамі, якія абарачаюцца і дзейнічаюць на цэнтр вярчэння (у якім і знаходзіцца Сонца). Такім чынам даследванне цэнтральнага руху планет навакол Сонца прыводзіць нас да заключэння, што паміж планетамі і Сонцам існуе прыцяжэнне ўзаемнае, якое можна параўнаць з дацэнтравай і адцэнтравай сілай; Сонца прыцягвае планету з такой-жа сілай, з якой і планета прыцягвае Сонца. Сіла прыцяжэння планеты Сонцам ёсць для планеты дацэнтравая сіла, і яна роўна $F = 4\pi^2 \frac{mr}{T^2}$, дзе T—перыяд абарачэння планеты навакол Сонца, m—яе маса, r—радыус (уяўны) кругавой арбіты планеты, г. зн. сярэдняя адлегласць планеты ад Сонца або вялікая паўвось эліптычнай арбіты.

Трэці закон Кеплера. Перыяды абарачэння планет. Велічыня прыцяжэння паміж Сонцам і планетамі. Такім чынам сіла, з якой планета прыцягваецца да Сонца, залежыць ад масы m планеты, ад яе адлегласці да Сонца і апроч таго яшчэ ад перыяду яе абарачэння T. Але залежнасць сілы прыцяжэння ад перыяду—толькі ўяўная. Перыяды абарачэння планет розныя; астранамічныя назіранні паказваюць, што планета з большымі сярэднімі адлегласцямі ад Сонца мае большыя перыяды абарачэння. Калі m_1 і m_2—масы двух планет, якія мы абазначым (*1*), (*2*), калі r_1 і r_2 абазначаюць іх сярэднія адлегласці ад Сонца, а T_1 і T_2—перыяды, то на планету (*1*) дзейнічае з боку Сонца сіла $F_1 = \frac{4\pi^2 m_1 r_1}{T_1^2}$, а на планету (*2*) сіла $F_2 = \frac{4\pi^2 m_2 r_2}{T_2^2}$. Адносіны сіл, з якімі Сонца прыцягвае да сябе дзьве планеты, такія:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2}.$$

---

[1] Гэта заключэнне справядліва не толькі пры дапушчэнні, што арбіты планет кругавыя, але і для сапраўдных эліптычных арбіт.

Кеплер устанавіў, што паміж перыядамі абарачэння планет і іх сярэднімі адлегласцямі існуюць суадносіны: $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3}$, г. зн. квадраты часу абарачэння планет адносяцца як кубы іх сярэдніх адлегласцей ад Сонца. Гэта ёсць трэці закон Кеплера. Так напрыклад:

$$\left(\frac{T_{\text{Зямлі}}}{T_{\text{Венеры}}}\right)^2 = \left(\frac{r_{\text{Зямлі}}}{r_{\text{Венеры}}}\right)^3.$$

Замяніўшы ў знойдзеных адносінах сіл прыцяжэнняў $\frac{T_2^2}{T_1^2}$ праз $\frac{r_2^3}{r_1^3}$, мы знойдзем $\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2}$; гэты выраз не залежыць ад перыядаў абарачэння T_1 і T_2; яго можна напісаць у выглядзе:

$$\frac{F_1}{\frac{m_1}{r_1^2}} = \frac{F_2}{\frac{m_2}{r_2^2}}$$

Значкі *1* і 2 адносяцца да двух любых планет, і значыць гэтыя суадносіны справядлівы для ўсіх планет, г. зн., што адносіны $\frac{F}{\frac{m}{r^2}}$ маюць для ўсіх планет адно і тое-ж значэнне. Абазначаючы велічыню гэтых адносін праз μ, мы маем:

$$\frac{\text{дацэнтравая сіла, накіраваная да Сонца}}{\text{маса планеты/квадрат яе сярэдняй адлегласці ад Сонца}} = \frac{F}{\frac{m}{r^2}} = \mu$$

або

$$F = \frac{m}{r^2} \cdot \mu,$$

дзе μ — велічыня пастаянная для ўсіх планет. Калі-б існавала планета з масай $m = 1$, якая знаходзілася-б на адлегласці $r = 1$ ад Сонца, то сіла, з якой яна прыцягвалася-б Сонцам, была-б $F = \mu$. Гэта значыць, што μ ёсць сіла, з якой прыцягваецца да Сонца адзінка масы, што знаходзіцца на адлегласці ад Сонца, роўнай адзінцы. Калі-б масы ўсіх планет былі аднолькавыя і роўныя m, і яны знаходзіліся-б на аднолькавых адлегласцях r ад Сонца, то сілы прыцяжэння F для ўсіх мас былі-б аднолькавыя. Але ў сапраўднасці як масы планет, так і іх адлегласці ад Сонца r розныя. Маса ў 2, 3,... m разоў большая за адзінку, прыцягваецца з сілай у 2, 3,... m разоў большай, чым адзінка масы. Маса, што знаходзіцца на адлегласці ў 2, 3... r разоў большай ад Сонца, прыцягваецца да яго з сілай, роўнай $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{r^2}$ той сілы, з якой прыцягваецца да Сонца роўная ёй маса, што знаходзіцца на адлегласці, роўнай адзінцы. Такім чынам мы

бачым, што сіла прыцяжэння планеты да Сонца прапарцыянальна масе планеты і адваротна прапарцыянальна квадрату яе адлегласці ад Сонца.

Абарачэнне Месяца навакол Зямлі, рух спадарожнікаў навакол Юпітэра і г. д. з'яўляюцца таксама цэнтральнымі рухамі. На аснове гэтага Ньютон зрабіў дапушчэнне, што цэнтральны рух усіх свяціл ёсць рэзультат праяўлення адной і той-жа сілы; сілы, з якой Зямля прыцягвае да сябе Месяц або з якімі Сонца прыцягвае да сябе розныя планеты, аднолькавыя паводле сваёй прыроды; такім чынам згодна дапушчэння Ньютона сіла, з якой Зямля прыцягвае да сябе Месяц і якая ўтрымлівае Месяц на яе арбіце, ёсць паводле сваёй прыроды, тая-ж самая сіла, з якой Зямля прыцягвае да сябе ўсе целы, што знаходзяцца паблізу яе паверхні і прымушае іх „падаць"; гэта значыць, што вага ўсіх цел на земнай паверхні і цэнтральны рух усіх планет— усё гэта рэзультаты праяўлення адной і той-жа сілы.

Законы Кеплера кажуць аб рухах планет пад дзеяннем прыцягальнай сілы Сонца. Але ў сапраўднасці кожная планета падпадае таксама прыцяжэнню і з боку ўсіх іншых планет. Праўда, прыцяжэнне Сонца (з прычыны велізарнай масы Сонца) пераважае над дзеяннем усіх іншых планет; толькі дзякуючы гэтаму і маглі быць устаноўлены законы Кеплера. Але ўсё-ж гэтыя законы даюць толькі набліжанае апісанне сапраўдных рухаў планет. Шматгадовыя астранамічныя назіранні дазволілі заўважыць адхіленне ў рухах планет ад тых рухаў, якія прадпісваюцца законамі Кеплера (так званыя ўзбурэнні), абумоўленыя ўзаемнымі прыцяжэннямі планет між сабой. Адным з такіх узбурэнняў з'яўляецца павольнае вярчэнне вялікіх восей планетных арбіт (у плоскасці арбіты), у выніку чаго адбываецца перамяшчэнне перыгелія арбіты сярод нерухомых зорак. Для ўсіх вялікіх планет велічыня назіраемага вярчэння перыгелія цалкам пагаджаецца з тым значэннем, да якога прыводзіць тэорыя ўзбурэнняў; але ў самай малай з планет—у Меркурыя,—велічыня назіраемага вярчэння перыгелія—43″ у стагоддзе—значна большая за велічыню, якая атрымліваецца згодна тэорыі ўзбурэнняў. Гэткаму вялікаму вярчэнню арбіты Меркурыя, прычына чаго доўга заставалася невядомай, дала тлумачэнне тэорыя адноснасці Эйнштэйна. У Меркурыя гэта адхіленне ад Ньютонаўскай тэорыі паддаецца вымярэнню; у іншых-жа, больш далёкіх ад Сонца планет вярчэнне перыгелія настолькі малое, што вымярэнню не паддаецца, бо гэта адхіленне ад тэорыі ўзбурэнняў шпарка змяншаецца па меры павелічэння адлегласці планет ад Сонца, і ўжо ў Зямлі яно зусім не можа быць праверана назіраннем. Яно магло-б быць яшчэ заўважана ў Венеры, пасля Меркурыя найбольш блізкай да Сонца, але эксцэнтрысітэт Венеры вельмі малы, яе арбіта вельмі блізкая да круга, і таму палажэнне яе перыгелія вядома зусім не дакладна.

Абарачэнне Месяца навакол Зямлі. Месяц знаходзіцца пад дзеяннем прыцяжэння Зямлі, але чаму ён не набліжаецца да Зямлі? Паводле Ньютона, Месяц безупынна падае на Зямлю, але падае з паскарэннем у $60^2 = 3600$ разоў меншым, чым падае напрыклад з дрэва на зямлю яблыка, бо Месяц знаходзіцца ў 60 разоў далей ад цэнтру Зямлі, чым яблыка, якое падае з дрэва; Месяц адстае ад цэнтру Зямлі на адлегласці 60 земных радыусаў, а яблыка знаходзіцца ад цэнтру Зямлі ўсяго на адлегласці аднаго земнага радыуса; таму Месяц прыцягваецца да Зямлі з сілай у 3600 разоў меншай, чым да Зямлі прыцягвалася-б такая-ж па велічыні маса, якая знаходзіцца каля самай земнай паверхні.

Калі абазначыць праз M—масу Месяца, праз v—лінейную скорасць яго руху на арбіце (прымаючы, што Месяц рухаецца па кругавой арбіце з пастаяннай скорасцю), праз r—радыус арбіты, то сіла F, з якой зямля прыцягвае Месяц, адхіляе яго ад руху па датычнай да акружыны і ўтрымлівае яго на арбіце, такая: $F = M\frac{v^2}{r}$. Сіла, з якой да Зямлі прыцягвалася-б маса M, роўная масе Месяца, калі-б яна знаходзілася на зямнай паверхні, ёсць яе вага $P = Mg$. Калі гэта палажэнне Ньютона адпавядае сапраўднасці, то вага P павінна быць прыблізна роўнай 3600 F. Падстаўляючы ў выраз $\frac{P}{F} = \frac{rg}{v^2}$ лікавыя значэнні r, g і v, мы ўбачым, што дапушчэнні Ньютона цалкам спраўджваюцца.

Такім чынам Месяц увесь час „падае" на Зямлю, але паскарэнне яго падзення ў 3600 разоў меншае, чым паскарэнне цела, якое знаходзіцца на зямнай паверхні. У працягу гадзіны Месяц пройдзе ў кірунку да зямлі такую-ж адлегласць, якую падаючае цела, што знаходзіцца паблізу зямнай паверхні, пройдзе за 1 мінуту. Чаму-ж усё-такі Месяц не набліжаецца да Зямлі? Таму што апроч руху, накіраванага да Зямлі, Месяц мае яшчэ і другі рух,—у кірунку перпендыкулярным да падзення на Зямлю, падобна да таго, як камень, які верціцца на вяроўцы, таксама мае два рухі—адзін у бок рукі, да якой яго прыцягвае нацягнутая вяроўка, і другі рух—перпендыкулярны да гэтага і залежны ад інерцыі камня.

Калі-б Месяц не „падаў" безупынна на Зямлю (г. зн. калі-б знікла сіла прыцяжэння Зямлі), то з прычыны сваёй інерцыі, Месяц пачаў-бы рухацца па датычнай да арбіты і тады ён увесь час аддаляўся-б ад Зямлі. Толькі з прычыны таго, што Месяц неперарыўна падае на Зямлю з адным і тым-жа паскарэннем, яго адлегласць ад Зямлі застаецца прыблізна нязменнай.

Сусветнае цягаценне. Закон цягацення Ньютона. Гравітацыйная пастаянная. Як мы толькі што бачылі, Ньютон устанавіў агульнасць паміж прыцяжэннем Месяца да Зямлі і тою сілай, якая прыцягвае да Зямлі ўсе целы, што знаходзяцца паблізу яе паверхні, г. зн. з сілай цяжару, і прышоў да заключэння, што сіла цяжару тоесна з сілай, якая ўтрымлівае як Месяц на зямнай арбіце, так і ўсе планеты на іх сонечных арбітах. Цяжар маюць усе целы на зямнай паверхні, прычым велічыня сілы цяжару або вага цела залежыць толькі ад яго масы, г. зн. толькі ад колькасці матэрыі, якая заключаецца ў ім, і не залежыць ні ад якіх іншых хоць-бы напрыклад хімічных уласцівасцей цела. Значыць цяжар, г. зн. прычына, у выніку якой цела прыцягваецца да Зямлі, ёсць уласцівасць, якую мае матэрыя сама па сабе. Таму прыцяжэнне цела павінна быць узаемным. Кожнае матэрыяльнае цела павінна і прыцягвацца да Зямлі, і ў той-жа час яно павінна дакладна з такой-жа самай сілай прыцягваць да сябе Зямлю. Але і Зямля складаецца з такой-жа матэрыі, што і ўсе іншыя целы, а значыць уласцівасць цяжару ёсць праява агульнай уласцівасці матэрыі—уласцівасці ўзаемнага прыцяжэння. Вага цел, якія знаходзяцца на паверхні Зямлі, пры-

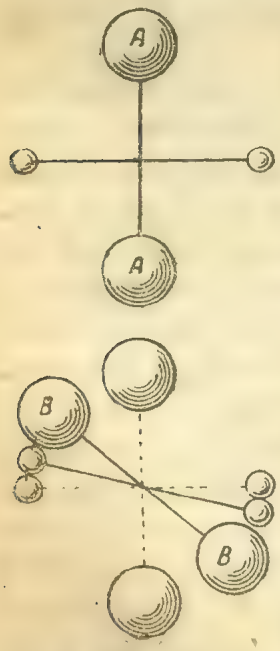
цяжэнне паміж Сонцам і планетамі, прыцяжэнне паміж Зямлёй і Месяцам,—усё гэта рэзультат дзеяння адной і той-жа сілы. Такім чынам Ньютон прышоў да заключэння аб існаванні ўзаемнага прыцяжэння паміж масамі—цегацення або гравітацыі матэрыі ва ўсім сусвеце. Ён прышоў да вываду, што прыцяжэнне ёсць уласцівасць, якую мае сама матэрыя, што кожныя два матэрыяльныя пункты прыцягваюцца адзін да аднаго з сілай f, прама прапарцыянальнай іх масам m і m' і адваротна прапарцыянальнай квадрату адлегласці паміж імі:

$$f = \frac{mm'}{r^2} \cdot k$$

(закон цегацення Ньютона, 1683). Калі масы абодвух пунктаў роўны адзінцы, г. зн. $m = m' = 1$ *г*, адлегласць паміж імі таксама роўна адзінцы, г. зн. $r = 1$ *см*, то $f = k$ дын. Сілу прыцяжэння паміж масамі ў 1 *г*, якія знаходзяцца на адлегласці 1 *см* адна ад адной, можна вымерыць: яна роўна $6{,}68 \cdot 10^{-8}$ дын. Каэфіцыент прапарцыянальнасці k называецца гравітацыйнай пастаяннай. Як паказвае формула для сілы ўзаемнага прыцяжэння, размернасць гравітацыйнай пастаяннай ёсць $см^3\, г^{-1}\, сек^{-2}$.

Калі мы заменім k яго лікавым значэннем $k = 6{,}68 \cdot 10^{-8}$ ($c^3 g^{-1} s^{-2}$), то знойдзем напрыклад, што дзве масы ў 1 *кг* кожная, якія знаходзяцца адна ад адной на адлегласці 10 *см*, прыцягваюцца адна да адной з сілай, роўнай вазе 0,00068 *мг**.

Доследны доказ закону цегацення. Шчыльнасць Зямлі. Вага цел вышэй і ніжэй земнай паверхні. Ньютон устанавіў закон цегацення, грунтуючыся выключна на рухах нябесных целаў, і для праверкі яго карыстаўся таксама выключна касмічнымі з'явамі. (Законы Кеплера і з'явы морскіх прыліваў і адліваў аказваюцца толькі вынікам закону сусветнага цегацення). Кэвендыш (1798) быў першым, які даказаў, на лабараторным доследзе, што дзве масы сапраўды прыцягваюцца адна да адной, і вымерыў велічыню сілы прыцяжэння. У агульных рысах дослед Кэвендыша заключаўся ў наступным (рыс. 98): да канца лёгкага драўлянага гарызантальнага стрыжня, падвешанага на ніці, прымацаваны два маленькіх металічных шарыкі (па 730 *г* кожны); да іх на колькі заўгодна блізкую адлегласць могуць быць паднесены два вялікіх свінцовых шары (па 158 *кг*), якія знаходзяцца на канцах другога стрыжня. Калі большыя шары знаходзяцца ў палажэнні AA (на рыс. 98 паказана палажэнне доследу, калі глядзець зверху), то маленькія шарыкі застаюцца ў спакоі, бо сілы прыцяжэння большых шароў дзеюць на іх у працілеглых кірунках. Але калі большыя шары прывесці ў палажэнне BB, то маленькія шарыкі да іх прыцягнуцца. Сіла прыцяжэння, якая дзейнічае на маленькія шарыкі, можа быць вымерана па вуглу, на які павернецца падвешаны драўляны стрыжань.



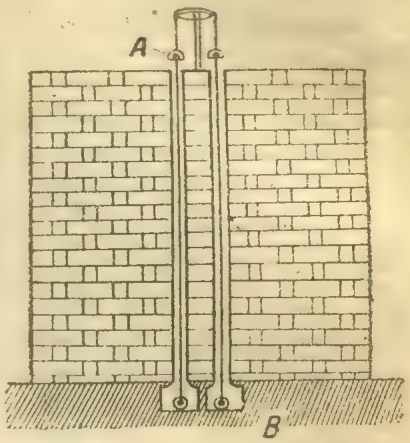
Рыс. 98. Дослед Кэвендыша для доказу н'ютонаўскага закона цегацення.

Паводле даных Кэвендыша можна вызначыць масу Зямлі. Калі маса маленькага шарыка m, а маса вялікага шара, які прыцягвае яго, m', і калі a ёсць адлегласць паміж іх цэнтрамі (лічачы, што масы аднаго і другога шароў сканцэнтраваны ў іх цэнтрах, г. зн. замяняючы ў разважаннях шары матэрыяльнымі пунктамі), мы выразім сілу прыцяжэння, якая дзейнічае на маленькі шарык, так:

$$f = \frac{mm'}{a^2} k.$$

Шар з масай m' прыцягваецца да зямлі з сілай $\frac{Mm'}{R^2}k$, дзе M — невядомая маса зямлі, а R — яе радыус. Але з другога боку, сіла, з якой маса m' прыцягваецца да зямлі, ёсць вага шара масы m'; г. зн. гэта сіла роўна $m'g$. Значыць $m'g = \frac{Mm'}{R^2}$. Адсюль непасрэдна вынікае: $\frac{f}{m'g} = \frac{mR^2}{Ma^2}$. У гэтым выразе ўсе велічыні, апроч f і M вядомы; f — вызначаецца з доследу Кэвендыша і такім чынам мы можам вымерыць масу зямлі M. Калі вызначана маса зямлі, то можна знайсці і яе шчыльнасць, бо аб'ём земнага шара вядомы. Вымярэнні паказалі, што сярэдняя шчыльнасць зямлі ў 5—6 разоў большая за шчыльнасць вады. З аналагічных доследаў можа быць вызначана гравітацыйная пастаянная.

З дапамогай падвойных вагарных вагаў, Рыхарц і Крыгар-Менцэль (1898) знайшлі для сярэдняй шчыльнасці зямлі значэнне 5,51; іх доследы лічацца найбольш дакладнымі. Схема іх доследа такая. Два аднолькавыя шары A і B падвешаны да двух плечаў вагаў так, што адзін шар, A, знаходзіцца над кавалкам свінца ў 100 000 *кг*, а другі, B, пад гэтым кавалкам свінца (рыс. 99). Кавалак свінца ў 100 000 *кг* сваім прыцяжэннем настолькі-ж павялічвае вагу шара A, наколькі змяншае вагу шара B; такім чынам адхіленне вагаў, выкліканае прысутнасцю свінцовай масы, адпавядае падвоенай сіле прыцяжэння свінцовага куска.



Рыс. 99. Вымярэнне шчыльнасці зямлі паводле спосабу Рыхарца і Крыгар-Менцэля (маштаб 1 : 40).

Згодна гіпотэзы Ньютона вага цела ёсць рэзультуючая ўсіх сіл прыцяжэння паміж кожным пунктам цела і кожным пунктам земнай масы. Значыць сіла, з якой зямля прыцягвае якое-небудзь цела, г. зн. вага гэтага цела, павінна быць прапарцыянальна яго масе, як гэта і ёсць у сапраўднасці. Апроч таго ў згодзе з гіпотэзай Ньютона вага цела павінна змяншацца (на вымерную велічыню) па меры аддалення цела ад земнай паверхні, бо ў гэтым выпадку адлегласць паміж зямлёй і прыцягваемым ёю целам павялічваецца. Гэта мы таксама назіраем у сапраўднасці: адно і тое-ж цела мае на некаторай вышыні над зямлёй меншую вагу, чым калі яно знаходзіцца зусім блізка ад земнай паверхні. Гэта было праверана Жолі на такім доследзе: у вежы, на вышыні 25 *м* над паверхняй зямлі былі ўстаноўлены вагі, і да кожнай з чашак вагаў была прывешана яшчэ другая чашка на 21 *м* ніжэй першай. Маса іртуці, узятай у колькасці 5 *кг*, важыла каля вяршыні вежы на 31,685 *мг* менш, чым каля яе асновы. Паводле тэорыі розніца ў вазе павінна скласці 33,659 *мг*.

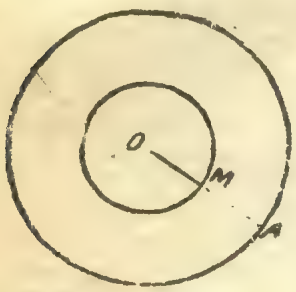
Якую вагу мае цела, змешчанае ніжэй земнай паверхні, напрыклад у глыбокай шахце? Каб адказаць на гэта пытанне, мы выкарыстаем два палажэнні устаноўленыя Ньютонам (не падаючы іх доказаў), якія кажуць аб прыцяжэнні матэрыяльнага пункту шаравым слоем. Уявім сабе, што некаторая колькасць матэрыі роўнамерна размеркавалася вельмі тонкім слоем па паверхні шара, складаючы такім чынам аднародны матэрыяльны шаравы слой. З якой сілай гэта шаравы слой прыцягвае да сябе матэрыяльны пункт? Калі матэрыяльны пункт ляжыць зне шаравага слою, то сіла прыцяжэння такая, што нібыта ўся маса слою была сканцэнтравана ў цэнтры шара; калі-ж матэрыяльны пункт ляжыць унутры шаравага слою, то сіла прыцяжэння роўна нулю. Таму што кожны аднародны суцэльны шар і кожны шаравы слой канечнай таўшчыні, мы можам уявіць сабе складзеным з вялікай колькасці вельмі тонкіх аднародных шаравых слаёў, то мы прыходзім да наступнага вываду: аднародны суцэльны шар прыцягвае да сябе матэрыяльны пункт, які ляжыць зне яго, так нібыта ўся маса шара сканцэнтравана ў яго цэнтры; пункт, які знаходзіцца ўнутры шара, прыцягваецца да яго цэнтру толькі ўнутранымі слаямі.

Лічачы зямлю за аднародны шар, мы прыходзім да такога заключэння (рыс. 100): шаравы слой MA не аказвае на пункт M унутры земнага шара ніякага дзеяння, а шар радыуса OM прыцягвае пункт M так, нібыта ўся яго маса сканцэнтравана ў цэнтры Зямлі O. У тэорыі цегацення даказваецца, што сіла,

з якой матэрыяльны пункт *M* прыцягваецца да цэнтра Зямлі, прапарцыянальна радыусу, г. зн., што яна прапарцыянальна адлегласці пункту *M* ад цэнтру Зямлі.

Такім чынам мы бачым, што сіла цяжару **найбольшая на паверхні** Зямлі і што па меры набліжэння да цэнтру Зямлі вага цела змяншаецца і у **цэнтры Зямлі** яна робіцца роўнай **нулю**. У сапраўднасці аднак земны шар не аднародны. Шчыльнасць больш глыбокіх слаёў Зямлі непараўнальна большая паверхневых слаёў. Такім чынам у сапраўднасці паскарэнне сілы цяжару (*g*) у глыбокіх шахтах (у выніку набліжэння да больш шчыльных слаёў) большая, чым на паверхні (як гэта даказваюць доследы з маятнікам, стар. 140).

Прылівы і адлівы. Каля берагоў акіяну і ў вусцях некаторых рэк узровень вады двойчы ў суткі павышаецца і паніжаецца, утвараючы **прылівы і адлівы**. Паміж двума суседнімі максімумамі прыліву праходзіць у сярэднім 12 г. 25 м. Момант найбольшай вышыні прыліву мае сувязь з праходжаннем Месяца праз мерыдыян, а вышыня, да якой узнімаецца вада ў час прыліву, залежыць ад фазы Месяца, г. зн. ад палажэння Месяца адносна Зямлі і Сонца.



Рыс. 100. Дзеянне земнага прыцяжэння на пункт, які знаходзіцца ўнутры земнага шара.

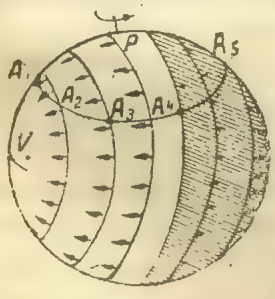
У час поўня і маладзіка, калі Сонца, Зямля і Месяц ляжаць на адной прамой, розніца паміж самай высокай вадой і самай нізкай вадой—найбольшая; у час першай і апошняй чвэрці Месяца, калі Сонца, Зямля і Месяц утвараюць тры вяршыні прамавугольнага трохвугольніка, гэта розніца найменшая. Тэорыя прыліваў, у асноўных рысах распрацаваная **Ньютонам** (1687), з'явілася бліскучым пацвярджэннем тэорыі сусветнага цягацення. У больш позніх работах аб прылівах і адлівах грунтаваліся на тэорыі **Ньютона**. Апісваючы ў агульных рысах гэту тэорыю, мы будзем разглядаць дзеянне толькі Месяца на Зямлю; паходжанне сонечных прыліваў зробіцца цалкам зразумелым, калі мы разгледзім тэорыю месяцавых прыліваў. Зямля і Месяц **прыцягваюцца ўзаемна**: як Месяц безупынна „падае" на Зямлю, так і **Зямля „падае" на Месяц**. У сапраўднасці Зямля не з'яўляецца ў адносінах да арбіты Месяца нерухомым цэнтрам і, строга кажучы, Месяц не абарачаецца навакол Зямлі, а Месяц і Зямля разам абарачаюцца навакол іх агульнага цэнтру масы (стар. 67), робячы адзін поўны абарот на працягу месяца; маса Зямлі ў 80 разоў большая ад масы Месяца, а таму іх агульны цэнтр мас ляжыць недалёка ад цэнтру Зямлі — на адлегласці роўнай $^3/_4$ земнага радыуса. З прычыны такой блізасці агульнага цэнтру цяжару Месяца і Зямлі да цэнтру Зямлі, калі не патрэбна вялікая дакладнасць, можна прымаць Зямлю за нерухомы цэнтр месяцавай арбіты і лічыць, што Месяц абарачаецца навакол яе; але для тэорыі прыліваў і адліваў вярчэнне Зямлі навакол агульнага з Месяцам цэнтру цяжару адыгрывае істотную ролю, бо пры вярчэнні Зямлі навакол агульнага цэнтру цяжару ўзнікае адцэнтравая сіла, якая дае кампаненту той сілы, якая ўзнімае ваду ў час прыліву. Як Зямля, так і Месяц безупынна імкнуцца з двух розных бакоў да іх агульнага цэнтру масы, але ў сваіх рухах застаюцца на нязменных адлегласцях ад яго. Звернутыя ў бок Месяца часткі Зямлі, як больш блізкія да яго (яны знаходзяцца ад Месяца на адлегласці 59 земных радыусаў), прыцягваюцца да Месяца больш моцна, чым цэнтр Зямлі (які знаходзіцца ад Месяца на адлегласці 60 земных радыусаў), а часткі Зямлі, звернутыя ў працілеглы ад Месяца бок, як найбольш далёкія ад яго (якія знаходзяцца ад Месяца на адлегласці 61 радыуса Зямлі), прыцягваюцца да Месяца яшчэ слабей, чым цэнтр Зямлі. Таму сіла прыцяжэння Месяца надае **звернутым да Месяца** часткам **большае** паскарэнне, чым часткам Зямлі, ад яе найбольш аддаленым. Цвёрдая частка Зямлі рэагуе на прыцяжэнне Месяца разумеецца як адно цэлае, але зусім інакш рэагуе вадкасць, якая пакрывае Зямлю,—акіян: кожная паасобная часцінка вады можа пад дзеяннем прыложанай да яе сілы прыцяжэння прыйсці ў рух. Месяц прыцягвае ваду ў пункце *V* (рыс. 101) больш моцна, чым цэнтр Зямлі *C*, і Месяц імкнецца аддаліць ваду ад *C*, г. зн. павысіць яе ўзровень у пункце *V*; у той-час Месяц прыцягвае цэнтр Зямлі *C* больш моцна, чым водную паверхню ў пункце *J*, і імкнецца, значыць, аддаліць цэнтр Зямлі ад *J*, г. зн. панізіць узровень вады ў *J*. Адпаведна гэтаму мяняецца ўзровень вады і ў іншых мясцах земнай паверхні. Але прыцяжэнне Месяца — не адзіная сіла, якая выклікае прылівы. На кожную часцінку вады дзейнічае яшчэ адцэнтравая сіла, якая ўзнікае з прычыны вяр-

чэння Зямлі навакол агульнага цэнтру мас Зямлі і Месяца. (Адцэнтравую сілу, якая ўзнікае пры вярчэнні Зямлі навакол яе восі, мы прымаць пад увагу не будзем). Рэзультуючая двух указаных сіл (прыцяжэння Месяца і адцэнтравай сілы) і ёсць сіла, якая ўтварае прылівы, пад дзеяннем якой рухаюцца часцінкі вады. На рыс. 101 падана дыяграма, якая паказвае велічыню прыліваўтвараючай сілы ў розных пунктах аднаго і таго-ж земнага мерыдыяна: на гэтым рысунку паказана сячэнне Зямлі плоскасцю якога-небудзь мерыдыяна; *DD*— полюсы, праз пункты *V* і *J* праходзіць экватар, Месяц знаходзіцца ў кірунку *M*, стрэлкамі паказана велічыня і кірунак прыліваўтвараючай сілы ў розных пунктах Зямлі. Трэба аднак заўважыць, што на ўтварэнне прыліваў уплывае толькі гарызантальная кампанента рэзультуючай двух памянутых сіл, г. зн. кампанента, паралельная паверхні Зямлі, бо толькі яна прымушае ваду рухацца. Дзеянне вертыкальнай кампаненты можа праяўляцца толькі ў тым, што ў пунктах *V* і *J* вада робіцца нібыта некалькі лягчэйшай, чым у пунктах *D*, але ўсё-ж вертыкальная кампанента недастаткова вялікая для таго, каб перамагчы сілу прыцяжэння Зямлі і прывесці ваду ў рух.

Рыс. 101. Дыяграма прыліваўтвараючай сілы.

Калі з дыяграмы (рыс. 101) выкінуць вертыкальныя кампаненты, то мы агрымаем новую сістэму размеркавання прыліваўтвараючых сіл на паверхні Зямлі, паказаную ў перспектыве стрэлкамі (рыс. 102). Гэта сіла імкнецца гнаць ваду да канцоў *V* і *J* земнага дыяметра, на працягу якога знаходзіцца Месяц. Таму ў пунктах *V* і *J* вада ўзнімаецца вышэй нармальнага ўзроўня (прыліў), і ў той-жа час уздоўж усяго мерыдыяна, плоскасць якога праходзіць перпендыкулярна да прамой *VJ*, вада апускаецца ніжэй нармальнага ўзроўня (адліў). Трэба заўважыць, што ў самих пунктах *V* і *J*, да якіх імкнецца вада ў час прыліву і ў якіх прыліўная хваля самая высокая, гарызантальная кампанента прыліваўтвараючай сілы роўна нулю; яна роўна нулю таксама і на полюсах. Апроч таго трэба адзначыць, што з прычыны свайго вярчэння навакол восі, Зямля абарачаецца да Месяца ўвесь час рознымі часткамі; таму канфігурацыя сіл, паданая на рыс. 101, неперарыўна перамяшчаецца.

Хоць мы і атрымліваем такім чынам яснае ўяўленне аб паходжанні, велічыні і кірунку сілы, якая стварае прылівы і адлівы, але дакладна наперад сказаць — як будзе адбывацца прыліў і адліў, напрыклад указаць, у які час у тым або ў іншым месцы будзе найбольшая вышыня прыліву—усё-ж аказваецца немагчымым. Дагэтуль мы маўкліва дапускалі, што Зямля пакрыта ўсюды аднолькавым слоем вады, чаго на самай справе зразумела няма. Да таго-ж акіян не імгненна прыходзіць у стан роўнавагі. Не зважаючы на гэта, з дапамогай тэорыі і разважанняў усё-ж удалося скласці табліцы прыліваў і адліваў, у якіх з дастатковай дакладнасцю ўказаны час надыходу і вышыні прыліву ў любых пунктах земнага шара.



Рыс. 102. Гарызантальныя кампаненты прыліваўтвараючай сілы A_1, A_2, A_3—кругі шырынь.

Як было ўжо зазначана вышэй, пад'ём вады ў час прыліву абумаўляецца не толькі ўплывам Месяца, але і яшчэ Сонца (прычым вышыня сонечных прыліваў у два разы меншая за вышыню месяцавых прыліваў), а таксама і некаторымі іншымі перыядычнымі з'явамі. Таму прыліўная хваля, якая праходзіць праз якое-небудзь месца ў пэўны момант часу, з'яўляецца ў сутнасці рэзультатам налажэння адна на адну некалькіх частковых прыліўных хваль. Калі для якога-небудзь месца дакладна вядомы момант найбольшага пад'ёму вады і калі апроч таго для гэтага месца вядома яшчэ вышыня якой-небудзь частковай прыліўнай хвалі, то можна зусім дакладна ўказаць, якая павінна быць вышыня пад'ёму вады, утвараемага ў даным месцы толькі адной гэтай частковай прыліўнай хва-

ляй ў любы момант. Кожная састаўная хваля можа быць пабудавана толькі адным спосабам са складаючых яе частковых хваль. Мы маем у даным выпадку поўную аналогію з музычнымі гукамі, бо кожны музычны гук складаецца з асноўнага тону, які спалучаецца з яго актавай, дуадэцымай і інш, называемымі абертонамі (верхнімі гарманічнымі). Зусім таксама складаную хвалю прыліва трэба разглядаць, як рэзультат складання асноўнай прыліўнай хвалі з „верхнімі гарманічнымі", г. зн. частковымі прыліўнымі хвалямі, прычым перыяды „верхніх гарманічных" хваль складаюць палавіну, трэць, чвэрць і г. д. перыядаў асноўнай прыліўнай хвалі.

Прадраканні прыліваў няўхільна павінны аказацца няўдалымі, калі невядома сапраўдная прычына паасобных частковых прыліўных хваль; таму якраз удалыя прадраканні служаць гарантыяй правільнасці тэорыі. І калі мы ўспомнім бесперапынную змяняльнасць сіл, якія выклікаюць морскія прылівы, складанасць абрысаў берагоў, разнастайнасць глыбінь мораў, нарэшце ўплыў вярчэння Зямлі, то мы павінны прызнаць удалыя прадраканні прыліваў за адзін з найвялікшых трыумфаў тэорыі сусветнага цягацення.

в) Вярчэнне цвёрдага цела навакол восі.

Уплыў размеркавання масы цела на яго вярчэнне навакол восі. Усё, што было сказана адносна руху аднаго матэрыяльнага пункту вярчальнага цвёрдага цела, які ляжыць у плоскасці, перпендыкулярнай да восі вярчэння (рыс. 89), датычыць да кожнага пункту цела, які ляжыць у любым перпендыкулярным да восі вярчэння сячэнні. Аднак цвёрдае цела можа вярцецца па-рознаму, у залежнасці ад таго, як размеркавана маса цела навакол восі вярчэння. На гэтым пытанні мы зараз і спынімся.

Выраз $F = mr\omega^2$ для адцэнтравай сілы паказвае, што матэрыяльныя пункты з роўнымі масамі m, якія знаходзяцца на аднолькавых адлегласцях ад восі r, развіваюць пры вярчэнні роўныя адцэнтравыя сілы і дзейнічаюць таму з аднолькавымі сіламі на вось (ω для ўсіх пунктаў цела адна і тая-ж). Калі два матэрыяльныя пункты з аднолькавымі масамі ляжаць на прамой, перпендыкулярнай да восі вярчэння, на аднолькавых адлегласцях ад восі, але з розных бакоў ад яе, то адцэнтравыя сілы, якія ўзнікаюць пры вярчэнні гэтых пунктаў, узаемна ўроўнаважваюцца і не аказваюць на вось ніякага дзеяння. Дапусцім, што ўся маса цела размеркавана навакол восі вярчэння такім чынам, што на кожнай прамой, перпендыкулярнай да восі, кожнаму матэрыяльнаму пункту, які ляжыць з аднаго боку ад восі, адпавядае роўны яму па масе пункт з другога боку восі, які знаходзіцца на той-жа адлегласці ад восі, што і першы. У такім выпадку, як ужо сказана, адцэнтравая сіла не аказвае ніякага дзеяння на вось, і можна сказаць, што вось знаходзіцца ў роўнавазе. Такі рэальны выпадак мы маем, напрыклад, калі аднародны плоскі круглы дыск верціцца навакол восі, перпендыкулярнай да яго плоскасці, якая праходзіць праз яго цэнтр (рыс. 105). Дапусцім цяпер, што дыск неаднародны; напрыклад адна яго палавіна зроблена са свінца, а другая з дрэва. Тады адцэнтравыя сілы, якія ўзнікаюць з прычыны вярчэння яго свінцовай палавіны, большыя, чым адцэнтравыя сілы, якія развіваюцца яго драўлянай палавінай, бо маса кожнай часцінкі свінцовай палавіны большая за масу кожнай часцінкі драўлянай палавіны дыска. У такім выпадку адцэнтравыя сілы, накіраваныя па адным і тым-жа дыяметры (але ў розныя бакі), ужо не будуць

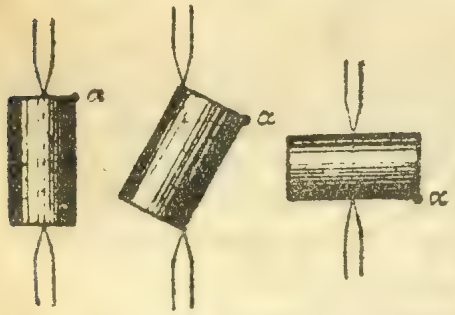
узаемна ўроўнаважваюцца, і вось не будзе знаходзіцца ў роўнавазе: яна будзе „біць", г. зн. хістацца ў месцах свайго замацавання (у падшыпніках). Форма і размеры дыска ў абодвух выпадках аднолькавыя, рознае толькі размеркаванне масы навакол восі, і таму пры вярчэнні два гэтыя дыскі дзейнічаюць на свае восі па-рознаму. Прыклад двух вярчальных дыскаў з розна размеркаванымі масамі наглядна паказвае, у чым сутнасць пытання (ці ўроўнаважваюцца пры вярчэнні адцэнтравыя сілы, ці не).

Мы ўказалі, што могуць узаемна ўроўнаважвацца адцэнтравыя сілы, якія развіваюцца якімі-небудзь **двума** пунктамі. Відавочна можа здарыцца і такі выпадак, калі адцэнтравыя сілы, якія развіваюцца напрыклад сумесным вярчэннем якіх-небудзь двух пунктаў, уроўнаважваюцца адцэнтравай сілай, ствараемай некаторым трэцім пунктам. Узаемныя адлегласці такіх трох пунктаў і іх адлегласці ад восі павінны быць такія, каб рэзультуючая адцэнтравых сіл, абумоўленых двума першымі пунктамі, уроўнаважвалася-б адцэнтравай сілай, якая развіваецца трэцім пунктам. Такім чынам узнікае задача: правесці праз цела заданай формы такую прамую, каб адцэнтравыя сілы, развіваемыя **ўсімі пунктамі цела** пры вярчэнні навакол гэтай прамой як восі, узаемна **ўроўнаважваліся-б** і не аказвалі-б на яе ніякага дзеяння. Такая прамая, з'яўляючыся воссю вярчэння, будзе знаходзіцца ў роўнавазе. Падрабязнае даследванне паказвае, што ў кожным целе існуюць **тры** такіх прамых; усе яны праходзяць праз цэнтр цяжару і ўсе яны ўзаемна перпендыкулярны. Яны называюцца **галоўнымі восямі** інерцыі.

Калі сапраўдная вось вярчэння не супадае з адной з галоўных восей інерцыі, то частка адцэнтравых сіл, якія дзейнічаюць на яе, застаецца няўроўнаважанай, і таму вось „б'е"—яна хістаецца ў пунктах замацавання. Такім чынам мы бачым, што ў агульным выпадку частка адцэнтравай сілы, якая ствараецца вярчэннем **усіх пунктаў** цела, застаецца няўроўнаважанай таму, што супадзенне восі вярчэння з галоўнай воссю ёсць толькі магчымы прыватны выпадак. У агульным выпадку няўроўнаважаная і нічым некампенсаваная частка адцэнтравай сілы імкнецца вярцець вось навакол яе пункту апоры; пры гэтым вось, імкнучыся павярнуцца, набывае новы кірунак, або нават зусім перакульваецца. Вярчальны рух, які набывае сама вось пад дзеяннем некампенсаванай долі адцэнтравай сілы, можа быць вызначаны некаторым **вектарам**; як мы ўжо ведаем (стар. 95) вектар, які характарызуе кожны вярчальны рух, павінен быць накіраваны ўздоўж той восі, навакол якой адбываецца вярчэнне; значыць у даным выпадку гэты вектар павінен быць накіраваны ўздоўж некаторай прамой, якая таксама праходзіць праз пункт апоры. Гэты вектар, які характарызуе вярчэнне самой восі, утварае значыць з вектарам вярчэння цела (г. зн. з воссю яго вярчэння) некаторы вугал. Складваючы абодва вектары паводле правіла паралелаграма, мы знойдзем тую вось, навакол якой павінна было-б вярцецца цела, калі-б яно магло **адначасова** рабіць абодва гэтыя вярчэнні (г. зн. вярчэнне цела навакол восі і вярчэнне самой восі), як было-б напрыклад, калі-б

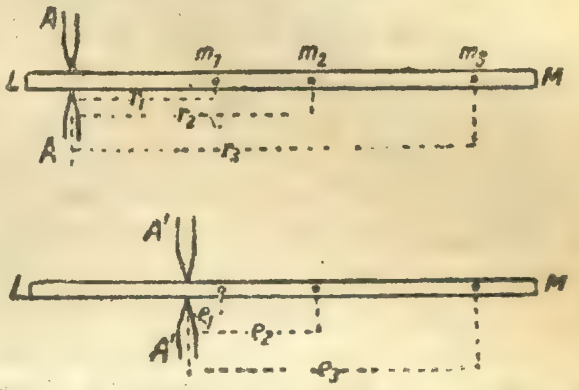
вось вярчэння не была-б замацавана ў двух пунктах. Такім чынам мы бачым, што калі вось вярчэння не супадае з адной з галоўных восей інерцыі, то пры вярчэнні цела навакол гэтай восі, сама вось вярчэння атрымлівае некаторы перпендыкулярны да яе штуршок; хоць гэты штуршок і знішчаецца супраціўленнем пунктаў замацавання, але яму таксама адпавядае некаторы пэўны вектар, прычым ён прадстаўляе сабой вярчэнне, якое гэты штуршок імкнецца надаць восі вярчэння. З усяго сказанага вынікае, якую важную ролю адыгрывае размеркаванне мас навакол восі вярчэння. Пры вывучэнні паступальнага руху цвёрдага цела кожны яго матэрыяльны пункт у паасобку не адыгрывае ніякай ролі: у гэтым выпадку мае значэнне толькі агульная маса ўсіх часцінак цела разам узятых. Ведаючы, якая маса ўсіх часцінак разам узятых, і ведаючы паскарэнне цела, мы можам знайсці рухаючую сілу. Але калі тое-ж самае цела верціцца навакол якой-небудзь восі, тады рашаючую ролю адыгрывае размеркаванне масы цела навакол гэтай восі, або інакш кажучы, адлегласці паасобных матэрыяльных пунктаў ад восі. Пры вывучэнні вярчальных рухаў аднаго паняцця масы робіцца ўжо недастаткова; мы павінны ўвесці новае паняцце—момант інерцыі.

Момант інерцыі. На стар. 90 мы казалі аб роўнамерным вярчэнні цела. Калі на вярчальнае цела безупынна дзейнічае некаторая сіла, то вярчэнне з'яўляецца паскораным. Мы ведаем, што паводле паскарэння цела, якое рухаецца паступальна, можна вызначыць велічыню дзеючай на яго сілы; пры гэтым уводзіцца паняцце масы цела. Аналагічна мы можам паставіць пытанне аб сувязі паміж вуглавым паскарэннем вярчальнага цела і верцячай сілай. Аднак пры разглядзе вярчальнага руху ўзнікае некаторае затрудненне. Калі цвёрдае цела свабодна рухаецца як адно цэлае, усе яго пункты маюць аднолькавыя скорасці, але калі цела верціцца навакол восі, то скорасці яго пунктаў розныя ў залежнасці ад іх адлегласцей ад восі вярчэння. Таму ў выпадку вярчальнага руху ўжо нельга прадставіць сабе ўсю масу цела сканцэнтраванай у адным пункце і разглядаць рух толькі аднаго гэтага пункту, як мы рабілі ў выпадку паступальнага руху; пры разглядзе вярчальных рухаў мы павінны прымаць пад увагу ў паасобку кожны пункт цела і яго адлегласць ад восі вярчэння. Апроч таго мы павінны заўважыць, што адлегласць кожнага пункту цела ад восі вярчэння вызначаецца адназначна толькі для данай пэўна выбранай восі. Мы ведаем, што палажэнне восі вярчэння вызначаецца якімі-небудзь двума замацаванымі пунктамі цела. Замацаваўшы два якія-небудзь іншыя пункты цела, мы ўстановім новую вось вярчэння, а разам з тым зменяцца і ўсе адлегласці пунктаў ад восі вярчэння (рыс. 103). Карацей кажучы—пры вярчальным руху трэба прымаць пад увагу адлегласць кожнага паасобнага матэрыяльнага пункту



Рыс. 103. Да моманту інерцыі. Пры вярчэнні аднаго і таго-ж цела навакол розных восей маса цела размеркавана навакол восі розна.

ад той восі, навакол якой цела верціцца ў даны момант. Таму пры вывучэнні вярчальных рухаў паняцце масы цела зусім не з'яўляецца істотным, і неабходна ўвядзенне новага паняцця, якое ў вярчальных рухах адыгрывала-б такую ролю, якую ў паступальным руху адыгрывае маса рухоўнага цела. Такім паняццем з'яўляецца момант інерцыі (гэты тэрмін уведзены Эйлерам). Момант інерцыі можна вымерыць непасрэдна; гэта ёсць велічыня, характэрная для цела, якое верціцца навакол якой-небудзь пэўнай восі. Але таму, што цела можа вярцецца навакол вялікага мноства восей, то кожнае цела мае вялікае мноства момантаў інерцыі. У кожным паасобным выпадку момант інерцыі знаходзіцца доследным шляхам, падобна да таго, як маса знаходзіцца ўзважваннем. (На эксперыментальным спосабе вызначэння моманту інерцыі мы тут не спынімся). Для аднародных цел, форма якіх можа быць выражана матэматычнымі формуламі, напрыклад для цыліндра, шара, эліпсоіда, момант інерцыі нятрудна вылічыць.



Рыс. 104. Адны і тыя-ж матэрыяльныя пункты знаходзяцца на адлегласцях r ад адной восі і на адлегласцях R ад другой, таму моманты інерцыі адной і той-жа сістэмы пунктаў адносна розных восей розныя.

Да паняцця моманту інерцыі мы прыходзім наступным чынам: няхай LM (рыс. 104) ёсць абсалютна цвёрдая невагомая прамая, якая верціцца ў гарызантальнай плоскасці навакол вертыкальнай восі; m_1, m_2, m_3—матэрыяльныя пункты, якія ляжаць на ёй. Адлегласць паміж гэтымі пунктамі нязменная; няхай адлегласці іх ад восі адпаведна r_1, r_2, r_3. Дапусцім, што прамая LM у выніку якой-небудзь прычыны выходзіць са стану спакою, і, верцячыся роўнамерна-паскорана, набывае пад канец першай секунды вуглавую скорасць ω (гэта значыць, што яе вуглавое паскарэнне таксама роўна ω), а затым прадастаўляецца самой сабе. Тады пункты m_1, m_2, m_3 набудуць лінейныя скорасці $r_1\omega$, $r_2\omega$, $r_3\omega$; гэта значыць, што калі-б яны маглі з гэтага моманту пачаць рухацца свабодна, то яны пачалі-б рухацца з гэтымі скорасцямі $r_1\omega$, $r_2\omega$, $r_3\omega$ па датычных да апісваемых імі акружынах. Паводле нашай умовы пункты m_1, m_2, m_3 былі першапачаткова нерухомыя, і скорасці $r_1\omega$, $r_2\omega$, $r_3\omega$ яны набылі пад канец першай секунды; значыць $r_1\omega$, $r_2\omega$, $r_3\omega$ у той-жа час лінейныя паскарэнні гэтых пунктаў, і значыць $m_1r_1\omega$, $m_2r_2\omega$, $m_3r_3\omega$ —сілы, якія дзейнічалі на іх у працягу першай секунды. Сілы $m_1r_1\omega$, $m_2r_2\omega$,..—сілы верцячыя. Кожную з іх можна замяніць другой сілай адвольна заданай велічыні, прылажыўшы яе на адпаведнай адлегласці ад восі вярчэння (стар. 71). Але вядома таксама, што некалькі верцячых сіл можна замяніць адной сілай, момант якой роўны суме момантаў усіх дзеючых сіл. У нашым выпадку сума момантаў, ёсць:

$$m_1r_1\omega r_1 + m_2r_2\omega r_2 + m_3r_3\omega r_3$$

або

$$\omega(m_1r_1^2+m_2r_2^2+m_3r_3^2)$$

або-ж

$$\omega\sum_{n=1}^{n=3}m_nr_n^2.$$

Індэкс n мае ўсе значэнні ў радзе лікаў 1, 2, 3,... ад 1 да таго ліку, які паказвае, колькі ў даным выпадку разглядаецца матэрыяльных пунктаў. У нашым прыкладзе n мае значэнне ад $n=1$ да $n=3$. Знак Σ азначае, што выраз $m_nr_n^2$ павінен быць сумiраваны. Каб гэту суму момантаў замяніць момантам адной сілы R, трэба прылажыць сілу R на такой адлегласці a ад восі, каб:

$$Ra=\omega\sum_{n=1}^{n=3}m_nr_n^2.$$

Дапусцім цяпер, што сіла R прыложана на адлегласці $a=1$ *см* ад восі. Няхай у гэтым выпадку яе велічыня будзе R_1. Мы прыходзім такім чынам да наступнага вываду: для таго, каб цвёрдая прамая, з трыма матэрыяльнымі пунктамі m_1, m_2, m_3, якія ляжаць на ёй, верцячыся навакол восі AA, дасягла-б пад канец першай секунды вуглавой скорасці ω, трэба прылажыць да яе на адлегласці 1 *см* ад восі сілу R_1, велічыня якой

$$R_1=\omega\sum_{n=1}^{n=3}m_n\cdot r_n^2.$$

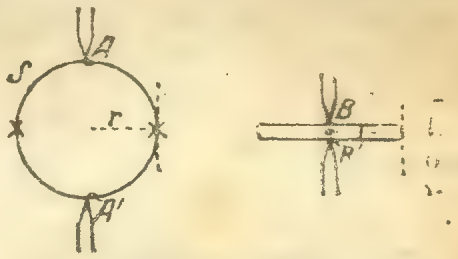
Гэты выраз дае сувязь паміж верцячай сілай і **вуглавым паскарэннем** ω, але толькі **ў адносінах да восі** AA. **Кожнай восі вярчэння адпавядае свой момант інерцыі.** Дапусцім цяпер, што тая-ж самая цвёрдая прамая з матэрыяльнымі пунктамі m_1, m_2, m_3 верціцца з тым-жа вуглавым паскарэннем ω, але навакол восі $A'A'$. Абазначым адлегласці пунктаў m_1, m_2, m_3 ад гэтай восі праз ρ_1, ρ_2, ρ_3. Дапасаваўшы да гэтага выпадку паданае вышэй, мы прыдзем да таго-ж рэзультату: каб цвёрдая прамая з матэрыяльнымі пунктамі m_1, m_2, m_3 якія ляжаць на ёй, набыла-б, верцячыся навакол восі $A'A'$, пад канец першай секунды, вуглавую скорасць ω, трэба прылажыць да яе на адлегласці 1 *см* ад восі сілу

$$R_1=\omega\cdot\sum_{n=1}^{n=3}m_n\rho_n^2.$$

Параўноўваючы рэзультаты, якія адносяцца да восі AA і да восі $A'A'$, мы бачым, што аналітычна розніца ў двух выпадках вярчэння праяўляецца ў тым, што ў выразе верцячай сілы розныя сумы $\Sigma m_nr_n^2$ і $\Sigma m_n\rho_n^2$. У абодвух выпадках рухаюцца адны і тыя-ж матэрыяльныя пункты, але навакол розных восей: у першым выпадку адлегласці матэрыяльных пунктаў ад восі абазна-

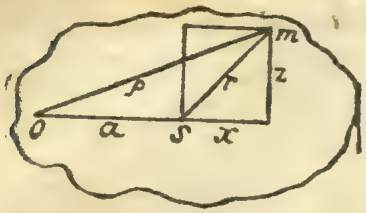
чаны літарамі r, а ў другім—літарамі ρ. Розніца ў выразах Σmr^2 і $\Sigma m\rho^2$ указвае на рознае размяшчэнне матэрыяльных пунктаў аднаго і таго-ж цела адносна розных восей вярчэння. У разгледжаным выпадку вярчэння цвёрдай прамой (рыс. 104) мы абмежаваліся суміраваннем, пашыраным толькі на тры матэрыяльныя пункты; $\sum_{n=1}^{n=3} m_n r_n^2$; у выпадку цела з якім-небудзь адвольным размеркаваннем масы, суміраванне павінна быць пашырана на ўсе матэрыяльныя пункты гэтага цела, прычым зразумела, суміруючы здабыткі mr^2, трэба браць адлегласці r пунктаў ад той восі, навакол якой у даным выпадку верціцца цела. Гэта сума і ёсць момант інерцыі цела адносна данай восі вярчэння.

Прыклад. Пры вывучэнні паступальнага руху дыска трэба ведаць масу рухоўнага дыска; але калі мы разглядалі вярчальны рух дыска навакол некаторай прамой, вызначаемай двума нярухомымі пунктамі, у якіх замацаваны гэты дыск, то неабходна ведаць, якія іменна два пункты дыска зроблены нярухомымі, інакш кажучы, трэба ведаць, як размеркавана маса дыска навакол восі вярчэння. На самай справе мы бачым, што калі адзін і той-жа дыск верціцца адзін раз навакол восі AA', а другі раз навакол восі BB' (рыс. 105), то ў гэтых двух выпадках маса вярчальнага дыска размеркавана навакол восі вярчэння зусім па-рознаму. І ў тым і ў другім выпадку найбольшая адлегласць, на якой можа знаходзіцца некаторы матэрыяльны пункт дыска ад восі, роўна радыусу дыска, які няхай будзе роўны R *см*. Пры вярчэнні дыска навакол восі AA', на адлегласці r *см* ад восі (таўшчыню дыска пад увагу не прымаем) могуць знаходзіцца толькі два пункты дыска; калі-ж воссю з'яўляецца прамая BB', то на адлегласці r ад восі знаходзяцца ўсе пункты, якія ляжаць на акружыне дыска. Апроч таго ў першым выпадку цэлае мноства пунктаў—іменна ўсе пункты, якія ляжаць на дыяметры дыска AA'—знаходзяцца на адлегласці ад восі вярчэння, роўнай нулю (ляжаць на восі), і значыць застаюцца пры вярчэнні нерухомымі; у другім-жа выпадку нерухомай застаецца шмат меншая колькасць пунктаў (калі мы будзем лічыць, што дыск мае толькі два вымярэнні, то толькі адзін пункт—цэнтр дыска). Ужо на гэтым прыкладзе можна бачыць, што адзін і той-жа дыск у сэнсе размеркавання масы навакол восі вярчэння, у першым з указаных выпадкаў вярчэння з'яўляецца як-бы зусім іншым вярчальным целам, чым у другім. Гэта выражаецца ў тым, што ў двух гэтых выпадках моманты інерцыі вярчальнага дыска, як сумы здабыткаў матэрыяльных пунктаў на квадраты адлегласцей гэтых пунктаў да восі вярчэння (Σmr^2), аказваюцца зусім рознымі. Не падаючы вылічэнняў гэтых момантаў інерцыі, укажам, што ў першым выпадку (пры вярчэнні навакол восі AA', рыс. 105) момант інерцыі дыска роўны $\frac{MR^2}{4}$, а ў другім (пры вярчэнні навакол восі BB') ён у два разы большы і роўны $\frac{MR^2}{2}$ (M—маса дыска, R—яго радыус). Што гэта азначае? Уявім сабе, што для таго каб прывесці дыск у вярчэнне, мы прыкладваем да яго на адлегласці 1 *см* ад восі некаторую сілу, якая надае дыску пэўнае вуглавое паскарэнне. Уявім сабе далей, што ўся маса дыска заменена толькі адным матэрыяльным пунктам, які знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі, прычым у адным выпадку гэты пункт замяняе ўсю масу дыска, які верціцца навакол восі AA', а ў дру-



Рыс. 105. Момант інерцыі аднаго і таго-ж цела адносна розных восей. Восі AA' і BB' праходзяць праз цэнтр дыска; восі, абазначаныя пунктырам, праходзяць праз пункт, які ляжыць на акружыне дыска, і паралельны галоўным восям інерцыі, праходзячым праз цэнтр цяжару.

гім—масу дыска, які верціцца навакол восі BB'. У такім выпадку, для таго каб адна і тая-ж сіла надала гэтаму матэрыяльнаму пункту такое-ж вуглавое паскарэнне, якое яна надае дыскам у двух умовах іх вярчэння, трэба, каб у першым выпадку маса матэрыяльнага пункту была роўна $\frac{MR^2}{4}$, а ў другім: $\frac{MR^2}{2}$. Так напрыклад, калі $M = 5$ *кг* і $R = 5$ *см*, то ў першым выпадку матэрыяльны пункт, які замяняе масу дыска, павінен мець масу ў 31,25 *кг*, а ў другім—масу ў 62,5 *кг*[1].



Рыс. 106. Суадносіны паміж момантам інерцыі адносна любой восі, момантам інерцыі адносна восі, якая праходзіць паралельна ёй праз цэнтр цяжару (S).

Перанясенне восі вярчэння паралельна самой сабе. Момант інерцыі адносна якой-небудзь адвольнай восі і момант інерцыі адносна восі, якая праходзіць паралельна ёй праз цэнтр цяжару, звязаны паміж сабой простымі суадносінамі. Разгледзім для прастаты цела, якое прадстаўляе сабой вельмі тонкую пласцінку (рыс. 106). Дапусцім, што яно верціцца навакол восі, якая праходзіць праз пункт O і перпендыкулярна да плоскасці чарцяжа. Адлегласці матэрыяльных пунктаў ад восі абазначым праз ρ; тады момант інерцыі цела адносна гэтай восі будзе $T\rho = \Sigma m\rho^2$. Няхай цяпер гэтае-ж цела верціцца навакол другой восі, іменна навакол восі паралельнай першай і праходзячай праз цэнтр цяжару S цела, які прымем за пачатак каардынат; калі мы абазначым адлегласці пунктаў цела ад новай восі праз r, то момант інерцыі цела адносна новай восі, якая праходзіць праз цэнтр цяжару, будзе: $T\sigma = \Sigma mr^2$. З пабудовы (рыс. 106) мы маем:

$$\rho^2 = r^2 + a^2 + 2ax,$$

адкуль

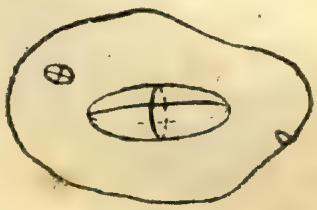
$$\Sigma m\rho^2 = \Sigma mr^2 + a^2 \Sigma m + 2a \Sigma mx.$$

Але $\Sigma mx = O$, бо $\Sigma mx = M\xi$ (стар. 78), дзе ξ ёсць каардыната цэнтру цяжару, а ў нашым выпадку мы выбралі восі каардынат так, што цэнтр цяжару S ляжыць у пачатку каардынат і значыць $\xi = O$. Таму $T\rho = T\sigma + Ma^2$, г. зн. момант інерцыі адносна якой-небудзь восі A роўны моманту інерцыі адносна восі, што праходзіць паралельна ёй праз цэнтр цяжару восі, складзенаму з момантам інерцыі адносна восі A усёй агульнай масы цела, сканцэнтраванай у цэнтры цяжару (Штэйнер). Таму з усіх момантаў інерцыі, узятых адносна розных паралельных восей, найменшым з'яўляецца момант інерцыі адносна восі, якая праходзіць праз цэнтр цяжару. На рыс. 105 паданы дыск, які верціцца навакол восі, праходзячай праз цэнтр цяжару. Калі-ж мы перанясем вось вярчэння паралельна самой сабе, так каб яна супала з прамой, абазначанай пунктырам, то момант інерцыі павялічыцца на MR^2; значыць у першым выпадку замест $\frac{MR^2}{4}$ ён зробіцца роўным $\frac{5MR^2}{4}$, а ў другім замест $\frac{MR^2}{2}$ ён будзе роўны $3M\frac{R^2}{2}$. У першым выпадку ён павялічыцца ў 5 разоў, у другім—у 3 разы.

Эліпсоід інерцыі. Сярод усіх восей вярчэння, якія праходзяць праз адзін і той-жа (адвольна выбраны) пункт, існуюць дзве ўзаемна перпендыкулярныя восі, якія маюць асаблівае значэнне: момант інерцыі цела адносна адной з іх—найменшы (сярод момантаў інерцыі адносна восей, якія праходзяць праз даны пункт) і момант інерцыі адносна другой—найбольшы сярод усіх іншых момантаў інерцыі. Дзве гэтыя восі і яшчэ трэцяя, перпендыкулярная ім або ім, называюцца галоўнымі восямі інерцыі (пар. вышэй стар. 113); моманты інерцыі адносна гэтых восей называюцца галоўнымі момантамі інерцыі цела. Адкладзем на ўсіх восях, якія праходзяць праз які-небудзь пункт цела па

[1] Момант інерцыі лікава роўны масе, якая знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі вярчэння, набываючай пад дзеяннем прыложанай да яе сілы тое-ж самае вуглавое паскарэнне, якое набудзе ўсё вярчальнае цела, што знаходзіцца пад дзеяннем такой-жа сілы, прыложанай на адлегласці адзінкі ад восі. Аднак трэба мець на ўвазе, што размернасць моманту інерцыі [*г см*^{2}].

абодвы бакі ад гэтага пункту адрэзкі, роўныя $1/\sqrt{T}$, дзе T—момант інерцыі цела адносна адпаведнай восі (Пуансо). Канцы ўсіх гэтых адрэзкаў будуць ляжаць на некаторым эліпсоідзе, які называецца **эліпсоідам інерцыі** (рыс. 107) для данага пункту цела (сам гэты пункт з'яўляецца цэнтрам эліпсоіда інерцыі). Эліпсоід інерцыі, цэнтр якога супадае з цэнтрам цяжару, называецца **цэнтральным эліпсоідам інерцыі**, восі гэтага эліпсоіда і моманты інерцыі адносна іх называюцца **галоўнымі восямі інерцыі** (або свабоднымі восямі) і **галоўнымі момантамі інерцыі цэнтру цяжару**. Паводле тэорэмы **Штэйнера**, момант інерцыі адносна якой-небудзь восі, праходзячай праз цэнтр цяжару, ёсць найменшы з момантаў інерцыі адносна ўсіх восей, якія маюць той-жа кірунак (г. зн. паралельных першай восі); таму, калі мы будзем разглядаць велічыні $1/\sqrt{T}$, якія адносяцца да розных, але паралельных паміж сабой, восей, то знойдзем, што велічыня $1/\sqrt{T}$ мае найбольшае значэнне для восі, праходзячай праз цэнтр цяжару; гэта значыць, што эліпсоід інерцыі для цэнтру цяжару (цэнтральны эліпсоід інерцыі)—найбольшы з усіх эліпсоідаў інерцыі. Эліпсоід тым меншы, чым далей ад цэнтру цяжару той пункт, для якога ён пабудаваны (рыс. 107). Можа здарыцца, што эліпсоід, адпаведны якому-небудзь пункту, з'явіцца эліпсоідам вярчэння; тады ўсе дыяметры эліпсоіда, якія праходзяць праз яго цэнтр і перпендыкулярныя да яго восі вярчэння, роўны, і ўсе яны з'яўляюцца галоўнымі восямі інерцыі. У прыватным выпадку, калі эліпсоід інерцыі ёсць шар, галоўнай воссю інерцыі з'яўляецца кожная прамая, якая праходзіць праз яго цэнтр.



Рыс. 107. Эліпсоід інерцыі.

Радыус інерцыі. Момант інерцыі Σmr^2 некаторага цела з масай $M = \Sigma m$ мы можам у думках замяніць роўным яму момантам інерцыі некаторага кальца, з масаю μ і радыусам ρ, якое верціцца навакол той-жа восі, перпендыкулярнай да плоскасці кальца. Таму што момант інерцыі кальца адносна восі, перпендыкулярнай да яго плоскасці і праходзячай праз яго цэнтр, роўны $\mu\rho^2$ і паводле ўмовы $\Sigma mr^2 = \mu\rho$, то мы павінны адпаведна падабраць масу μ і радыус ρ кальца. Маса кальца μ можа набываць розныя значэнні ў залежнасці ад таго, які мы возьмем радыус ρ (або наадварот, ρ будзе мець розныя значэнні ў залежнасці ад выбару μ). Маса μ, адпаведная данаму пэўнаму значэнню ρ, называецца „прыведзенай масай". Тое значэнне радыуса ρ, для якога прыведзеная маса роўна масе цела M, называецца **радыусам інерцыі цела**; абазначым яго праз K. У гэтым выпадку $\Sigma mr^2 = MK^2$ — можна таксама лічыць, што ўся маса M цела сканцэнтравана ў адным пункце, які знаходзіцца на адлегласці K ад восі вярчэння; момант інерцыі гэтага матэрыяльнага пункту роўны MK^2 і роўны значыць моманту інерцыі Σmr^2 усяго цела.

Раўнанне руху вярчальнага цела. Разгледзім цяпер замест цвёрдай прамой (рыс. 104) цела адвольнай формы, якое верціцца навакол якой-небудзь восі. Момант інерцыі цела адносна гэтай восі ёсць Σmr^2. Дапусцім далей, што, калі да некаторага пункту цела, які знаходзіцца на адлегласці a ад восі, прылажыць сілу R, то цела, калі яго прывесці ў **роўнамерна-паскоранае вярчэнне**, набудзе як скончыцца першая секунда вуглавую скорасць ω. Тады згодна сказанага (стар. 116)

$$R \cdot a = \omega \Sigma mr^2.$$

Гэта раўнанне адыгрывае пры вярчэнні тую-ж ролю, як і раўнанне $P = M_v$ пры паступальным руху[1]. Падабенства абодвух гэтых раўнанняў робіць ясным сэнс паняцця „момант інерцыі". Каб аналогія паміж двума гэтымі выразамі зрабілася яшчэ больш нагляд-

[1] v — скорасць, набытая за секунду (г. зн. паскарэнне).

най, зменім некалькі выраз $R \cdot a = \omega \Sigma mr^2$: калі сіла, верцячая цела навакол воеі, адносна якой момант інерцыі роўны Σmr^2, і прыводзячая нерухомае цела праз 1 секунду ў вярчальны рух з вуглавой скорасцю ω (г. зн. надаючы яму вуглавое паскарэнне ω), прыложана на адлегласці 1 *см* ад восі, то яна павінна быць роўна $R_1 = \omega \Sigma mr^2$. Параўноўваючы гэты апошні выраз з суадносінамі $P = mv$, мы бачым, што ў левай частцы абодвух роўнасцей R_1 і P — сілы; у правай частцы ω і v — скорасці, набываемыя праз 1 секунду пасля пачатку руху, г. зн. велічыні, якія выражаюць паскарэнне руху. Таму што сіла роўна масе, памножанай на паскарэнне і першы множнік правай часткі выразу $P = mv$ якраз прадстаўляе сабой масу рухоўнага цела, то натуральна таксама разглядаць другі множнік правай часткі выразу $R_1 = \omega \Sigma mr^2$ (г. зн. момант інерцыі Σmr^2) як **сімвал** масы, колькасна роўнай Σmr^2. Абазначаючы гэту масу праз μ, мы атрымаем: $R_1 = \omega\mu$. Перапісаны ў такім выглядзе выраз сілы R_1 азначае, што сіла R_1, дзеючы на масу μ у працягу адзінкі часу, надасць ёй **лінейную скорасць** ω. Але лінейная скорасць вярчальнага матэрыяльнага пункту лікава роўна яе вуглавой скорасці толькі ў тым выпадку, калі яна **знаходзіцца на адлегласці** 1 *см* ад восі вярчэння. Таму ў роўнасці $R_1 = \omega\mu$ мы павінны лічыць, што маса $\mu = \Sigma mr^2$ сканцэнтравана ў адным пункце, які знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі, і што ў гэтым-жа пункце прыложана сіла R_1. Такім чынам мы можам растлумачыць момант інерцыі Σmr^2 як выраз для масы, сканцэнтраванай у адным пункце, які знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі, і нязменна звязаны з воссю. Сімвал Σmr^2 адыгрывае ў вярчальным руху цела такую-ж ролю, як сімвал Σm у руху паступальным. Момант інерцыі (адносна данай восі), роўны адзінцы, мае матэрыяльны пункт масаю ў 1 *г*, які знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад восі. Размернасць моманту інерцыі $[l^2m]$.

Момант колькасці руху. Імпульс моманту сілы. Тыя-ж самыя разважанні, якія раней прывялі нас да паняцця колькасці руху і імпульсу сілы, прыводзяць нас да паняцця моманту колькасці руху і да паняцця імпульсу моманту сілы. Вуглавое паскарэнне мы ўяўляем сабе як тую вуглавую скорасць ω, якую вярчальнае цела, якое першапачаткова было ў спакоі, набывае праз адну секунду. Узяўшы адносіны вуглавой скорасці Ω, набытай вярчальным целам за час τ да гэтага прамежку часу τ (у дапушчэнні, што вярчэнне было роўнамерна-паскораным), г. зн. велічыню Ω/τ і лічачы, што прамежак часу τ знікальна малы, мы можам лічыць, што вярчальнае цела **імгненна** атрымала некаторы штуршок, які прывёў яго ў вярчэнне з вуглавой скорасцю Ω, або інакш, што цела падпала дзеянню „імгненнага“ імпульса моманту сілы.

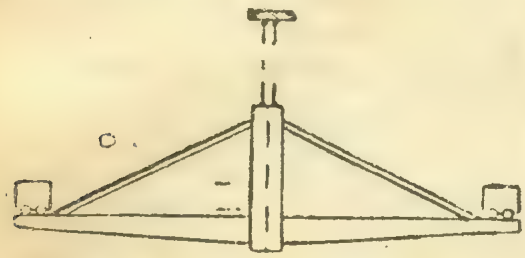
Момантам колькасці руху матэрыяльнага пункту m адносна якога-небудзь цэнтру O называюць здабытак колькасці руху mv на плячо r, г. зн. на даўжыню перпендыкуляра, апушчанага з цэнтру на кірунак вектара колькасці руху. **Момантам колькасці руху сістэмы матэры-**

яльных пунктаў (г. зн. цела) адносна якога-небудзь цэнтру называецца сума момантаў колькасці руху, адносна таго-ж цэнтру ўсіх матэрыяльных пунктаў, складаючых гэта цела. Момант колькасці руху ёсць вектар, які адкладваецца па восі вярчэння, велічыня і кірунак якога характарызуюць той імгненны штуршок, які павінен успрыняць цела, каб імгненна перайсці з стану спакою ў стан разглядаемага вярчэння.

Сіла F, якая дзейнічае на матэрыяльны пункт m на працягу вельмі малога прамежку часу τ, надае яму колькасць руху mv, роўную імпульсу сілы (або націску сілы) $F\tau$; тая-ж сіла, якая дзейнічае на матэрыяльны пункт m, які знаходзіцца на адлегласці r ад некаторай восі, навакол якой ён можа вярцецца, надае гэтаму матэрыяльнаму пункту момант колькасці руху $mv \cdot r = mr\omega \cdot r = mr^2\omega$, роўны імпульсу моманту сілы $Fr\tau$. Калі сіла F дзейнічае на некаторую сістэму матэрыяльных пунктаў, г. зн. на цела масы M, то яна ў агульным выпадку надае целу і колькасць руху Mv і момант колькасці руху $T\omega$, дзе T—момант інерцыі цела адносна восі вярчэння. Калі сіла F падзейнічала на свабоднае цвёрдае цела, то набытая целам колькасць руху Mv у дакладнасці роўна імпульсу сілы $F\tau$. Калі сіла F падзейнічала на цела, якое можа свабодна вярцецца навакол восі, то імпульс моманту сілы $Fr\tau$ толькі ў тым выпадку роўны набытаму целам моманту колькасці руху $T\omega$, калі вось вярчэння цела была галоўнай воссю інерцыі. У супраціўным выпадку частка вярчальнага дзеяння сілы F знішчаецца рэакцыяй восі.

Закон захавання моманту колькасці руху. Закон плошчаў. Вярчэнне цела, на якое не дзейнічае ніякая знешняя сіла, адбываецца з пастаяннай вуглавой скорасцю і пры гэтым відавочна выраз $\omega\Sigma mr^2$ захоўвае пастаянную велічыню. (Калі на цела, якое рухаецца паступальна, не дзейнічаюць ніякія знешнія сілы, то застаецца пастаянным здабытак mv). Паглядзім, ці будзе выказанае меркаванне справядліва і ў тым выпадку, калі паасобныя матэрыяльныя пункты вярчальнага цела перамяшчаюцца адзін адносна другога ў час вярчэння. (Заўважым, што ў адносінах паступальнага руху цела такое пытанне не можа ўзнікнуць, бо маса цела не залежыць ад узаемнага размяшчэння матэрыяльных пунктаў). Калі размяшчэнне матэрыяльных пунктаў вярчальнага цела змяняецца, то робяцца іншымі і адлегласці паасобных пунктаў цела ад восі вярчэння і відавочна мяняецца таксама і момант інерцыі цела. Як адаб'ецца гэта змена на вярчэнні цела? На рыс. 97 паданы найпрасцейшы выпадак такога роду; матэрыяльны пункт m абарачаецца навакол пункту S. У час руху змяняецца яго адлегласць r ад цэнтру вярчэння і адначасова змяняецца таксама і яго скорасць; але пры гэтым скорасць і адлегласць увесь час застаюцца звязанымі адна з адной так, што радыус-вектар пункту m у роўныя прамежкі часу апісвае роўныя плошчы. Або, інакш кажучы, сектарыяльная скорасць матэрыяльнага пункту, які абарачаецца навакол некаторага цэнтру, застаецца нязменнай. (У гэтым заключаецца закон плошчаў, або закон захавання момантаў колькасцей руху).

Чым бліжэй знаходзіцца ў даны момант часу матэрыяльны пункт да цэнтру вярчэння, тым хутчэй ён рухаецца, і наадварот, чым ён далей у даны момант часу ад цэнтру, тым яго скорасць меншая: пры гэтым вуглавая скорасць пункту ω змяняецца адваротна прапарцыянальна квадрату адлегласці пункту ад цэнтру вярчэння. Калі двум адлегласцям пункту ад цэнтру r і r_1 адпавядаюць вуглавыя скорасці ω і ω_1 то $\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{r_1^2}{r^2}$. Таму што ў гэтым выпадку маса, якая абарачаецца, складаецца з аднаго толькі матэрыяльнага пункту m, і яе момант інерцыі роўны mr^2, то апошняя роўнасць паказвае, што ў кожны момант часу вуглавая скорасць абарачальнага пункту адваротна прапарцыянальна яе моманту інерцыі. Калі мы як раней абазначым праз ω і ω_1 вуглавыя скорасці, адпаведныя адлегласцям r і r_1 ад цэнтру вярчэння, то $\omega mr^2 = \omega_1 mr_1^2$. Мы бачым, што ў даным выпадку здабытак імгненнай вуглавой скорасці (г. зн. той вуглавой скорасці, якую мае пункт у даны момант) на момант інерцыі, адпаведны той адлегласці ад цэнтру, на якой знаходзіцца ў гэты момант абарачальны пункт,—ёсць велічыня пастаянная. Здабытак $\omega \cdot mr^2 = m\omega r \cdot r = mv \cdot r$ ёсць момант колькасці руху. Таму можна больш агульна фармуляваць адзначаную закономернасць так: у вярчальнага матэрыяльнага пункту, на які не дзейнічаюць знешнія сілы, момант колькасці руху захоўваецца нязменным. Закон плошчаў ёсць самы просты выпадак закона захавання моманту колькасці руху, які ў вярчальным руху адыгрывае па сутнасці тую-ж ролю, якую ў паступальным руху цела адыгрывае закон інерцыі.



Рыс. 108. Закон захавання моманту колькасці руху. Ізотомеограф (стрыжань біфілярна падвешаны ў полі адцэнтравых сіл зямлі).

Тое-ж самае, што сказана адносна аднаго матэрыяльнага пункту, які абарачаецца навакол цэнтру (адлегласць яго ад цэнтру, можа ў час руху змяняцца), можна даказаць таксама і адносна сістэмы пунктаў. Пры адсутнасці знешніх сіл вуглавая скорасць сістэмы пунктаў і яе момант інерцыі змяняюцца адваротна прапарцыянальна яе моманту інерцыі і наадварот, так што здабытак іх застаецца пастаянным. Гэта можна наглядна паказаць на ізотомеографе. Ізотомеограф прадстаўляе сабой сіметрычны брус, падвешаны гарызантальна пры дапамозе біфілярнага падвесу (рыс. 108). Уздоўж бруса могуць рухацца дзве аднолькавыя дадатковыя масы, размешчаныя сіметрычна адносна падвесу; іх можна адначасова перасоўваць з канцоў да сярэдзіны бруса і наадварот. Нават калі брус нерухомы адносна акружаючых яго прадметаў, ён усё-ж мае некаторую вуглавую скорасць, бо ён таксама, як і ўсе акружаючыя яго прадметы, прымае ўдзел у вярчэнні Зямлі. (Калі-б брус быў падвешаны на паўночным полюсе, то яго ву-

главая скорасць была-б роўна вуглавой скорасці Зямлі; пад шырынёй φ яго вуглавая скорасць роўна адпаведнай кампаненце вуглавой скорасці Зямлі). Уявім сабе, што брус весіць нерухома, і дадатковыя масы знаходзяцца на яго канцах. Няхай яго вуглавая скорасць (якую мы непасрэдна не заўважаем) ёсць ω; назавем яго момант інерцыі—A; у такім выпадку яго момант колькасці руху—$A\omega$. Калі мы раптоўна перамесцім дадатковыя масы да сярэдзіны бруса, то яго момант інерцыі зменшыцца: няхай ён зробіцца роўным A'. Таму што здабытак вуглавой скорасці на момант інерцыі павінен заставацца ранейшым, то вуглавая скорасць бруса павялічыцца і зробіцца роўнай $\omega' = \frac{A}{A'}\omega$. Такім чынам брус раптоўна набывае іншую (большую) вуглавую скорасць, чым усе акружаючыя яго прадметы, і першы міг пасля перамяшчэння мас можна ясна бачыць, што ён знаходзіцца ў вярчэнні адносна акружаючых яго прадметаў. (Як толькі брус адхіліцца, на яго зараз жа пачне дзейнічаць з боку біфілярнага падвесу момант вярчэння, які імкнецца вярнуць яго ў ранейшае палажэнне; у рэзультаце брус пачынае рабіць гарызантальныя вярчальныя ваганні. Хаген у Рыме (1910, 1919) з вялікім поспехам карыстаўся гэтым апаратам—ізотомеографам—для доказу вярчэння зямлі. З дапамогай прылады, падобнай да ізотомеографа, можна вельмі наглядна пераканацца ў законе захавання момантаў колькасцей руху на самым сабе. Прылада гэта прадстаўляе сабой гарызантальную лаўку ў выглядзе дыска, якая можа вярцецца навакол вертыкальнай восі; калі стаць на гэту лаўку, трымаючы на выцягнутых у бакі руках грузы, і прывесці яе ў вярчэнне, а затым шпарка сагнуўшы рукі, наблізіць грузы да тулава, то зусім ясна адчуеш, што вярчэнне паскорылася.

Раўнанне, аб якім ідзе гутарка, такое:

Імгненная вуглавая скорасць$\times$*імгненны момант інерцыі*=const;

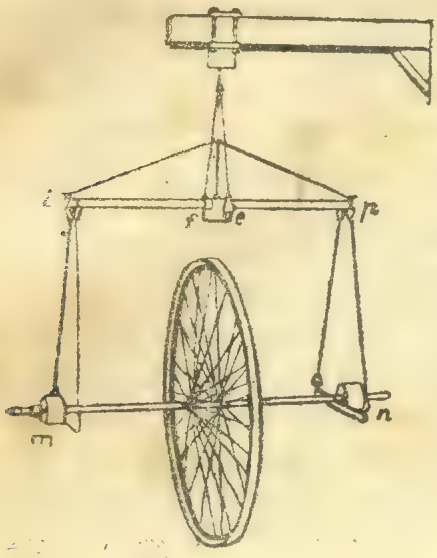
гэта раўнанне датычыць вярчальнага цела, на якое не дзейнічаюць знешнія сілы; яно цалкам аналагічна закону захавання колькасці руху (mv) масы m, якая рухаецца паступальна і прычым захоўвае з прычыны інерцыі сваю імгненную скорасць.

Ваўчок. Рух Пуансо. Возьмем якое-небудзь цела, установім вертыкальна яго галоўную вось інерцыі, праходзячую праз цэнтр цяжару, замацуем вось двума вастрыямі і прывядзем цела навакол яе ў вярчэнне У такім выпадку сіла цяжару не будзе аказваць на вярчэнне ніякага ўплыву, бо пункт прылажэння сілы цяжару (г. зн. цэнтр цяжару) ляжыць на вертыкальнай восі вярчэння, і накіраваная ўніз сіла цяжару знішчаецца супраціўленнем апоры. Апроч таго будуць узаемна ўроўнаважвацца адцэнтравыя сілы, бо іменна гэтым і характарызуецца галоўная вось інерцыі (стар. 113). Значыць вось будзе знаходзіцца ў такім палажэнні, як нібыта на яе наогул не дзейнічаюць ніякія сілы. У такім выпадку верхняе вастрыё, якое замацоўвае другі пункт восі, зусім непатрэбна; калі мы выдалім верхняе замацаванне, то гэта не зробіць ніякага ўплыву на вось: у такім выпадку можна сказаць, што цела мае с в а б о д н у ю в о с ь.

Аднак у сапраўднасці выпадак вярчэння цела навакол вертыкальнай свабоднай восі не можа быць ажыццёўлены ў чыстым відзе: церце ў пункце апоры і супраціўленне паветра вельмі хутка адхіляюць вось ад вертыкальнага палажэння. Пры гэтым вось, маючы нязменны ніжні пункт апоры, пачынае рабіць некаторы

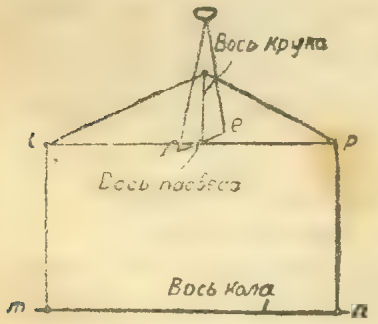
вярчальны рух, апісваючы конічную паверхню, прычым яна ўсё больш і больш аддаляецца ад вертыкалі, затым пачынае вагацца каля пункту апоры і нарэшце перакульваецца.

Калі мы адкінем абмежаванні, якія былі наложаны намі ў разгледжаным прыкладзе, г. зн. не будзем лічыць, што пункт апоры абавязкова знаходзіцца на паверхні цела (ён можа быць у любым пункце цела) і не будзем лічыць, што цэнтр цяжару абавязкова павінен быць размешчаны на вертыкальнай прамой над пунктам апоры, то мы будзем мець агульны выпадак цвёрдага цела адвольнай формы, умацаванага ў адным пункце і здольнага вярцецца навакол гэтага пункту любым спосабам. Такое цела называецца гіраскопам або ваўчком. (Ваўчок, які разглядаецца ў тэарэтычнай механіцы, зусім не падобны да цацачнага дзіцячага ваўчка. Каб унікнуць блытаніны, чытач не павінен думаць аб цацачным ваўчку). Вярчэнне ваўчка паддаецца элементарнаму вывучэнню толькі пры наступных абмежавальных умовах: па-першае, цэнтр цяжару ваўчка павінен супадаць з яго пунктам апоры, каб ваўчок быў свабодны ад дзеяння сілы цяжару. Па-другое, на ваўчок не павінны дзейнічаць ніякія іншыя сілы апроч сілы цяжару—у гэтым выпадку ваўчок называецца свабодным. Па-трэцяе, ваўчок павінен быць целам вярчэння, г. зн. ён павінен мець вось сіметрыі. Пры гэтых умовах ён называецца свабодным сіметрычным ваўчком. Такі ваўчок мы і будзем разглядаць.

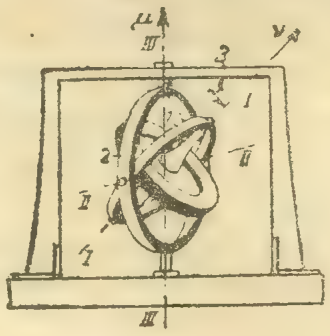


Рыс. 109. Падвес Прандтля.

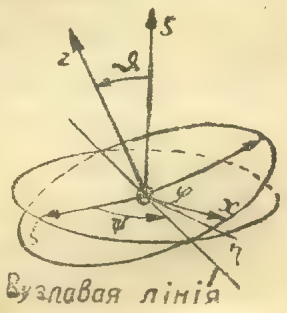
Як можна зрабіць толькі адзін пункт цвёрдага цела нерухомым? Для гэтага праводзяць праз даны пункт (у разглядаемым выпадку праз цэнтр цяжару) тры ўзаемна перпендыкулярныя восі; затым робяць так, каб цела магло вярцецца навакол кожнай з гэтых восей у паасобку. У такім выпадку пункт, праз які праходзяць восі, будучы агульным усім тром восям, як іх пункт перасячэння, аказваецца адзіным нерухомым пунктам цела; навакол яго цела можа вярцецца ва ўсіх кірунках. У практычным ажыццяўленні напрыклад бывае: цела падвешваецца так, як падвешана кола на рыс. 109 (падвес Прандтля). Падвешанае такім чынам кола можа адначасова вярцецца навакол кожнай з восей, абазначаных на рыс. 110, і застаецца нерухомым толькі агульны ўсім гэтым тром восям пункт перасячэння—цэнтр цяжару кола. Часцей карыстаюцца другім падвесам, іменна—падвесам Кардана (рыс. 111). Ён складаецца з трох кольцаў, якія ўваходзяць адно ў адно, з трыма ўзаемна перпендыкулярнымі дыяметрамі (адпаведнымі тром восям прамавугольнай сістэмы каардынат). Кожнае з кольцаў можа вярцецца навакол свайго дыяметра, знаходзячыся ўнутры кольца, якое яго ахоплівае. Масы знешніх кольцаў робяцца малымі ў параўнанні з масай самога ваўчка.



Рыс. 110. Схема падвесу Прандтля. Кола падвешана на паралелаграме *lmnp*. Бок *lp* можа вярцецца навакол восі *lf* і нават навакол вертыкальнай восі.



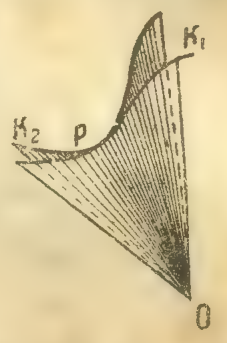
Рыс. 111. Карданаўскі падвес.



Рыс. 112. Эйлераўскія вуглы.

Калі цвёрдае цела мае толькі адзін нерухомы пункт, то яно можа вярцецца навакол любой прамой, якая праходзіць праз гэты пункт. Сапраўднае вярчэнне цела навакол некаторага нерухомага пункту ёсць рэзультат адначасовага

вярчэння навакол некалькіх восей. Таму ў кожны паасобны момант часу вярчэнне цела навакол нерухомага пункту можна разглядаць як вярчэнне цела навакол некаторай восі вярчэння. Аднак вельмі істотна, што гэту вось можна лічыць нерухомай толькі ў працягу дастаткова малага прамежку часу, бо палажэнне восі вярчэння ўвесь час мяняецца; таму яна называецца імгненнай воссю. Яе палажэнне мяняецца не толькі ў прасторы, але і адносна самога цела; гэта значыць, што ў кожны момант часу на гэтай восі ляжаць не тыя пункты цела, якія ляжалі на ёй у папярэдні момант (зразумела, апроч таго пункту цела, які заўсёды застаецца нерухомым). Каб апісаць паслядоўныя палажэнні цела, якое верціцца навакол нерухомага пункту, мы выкарыстаем адначасова дзве сістэмы гарызантальных каардынат (рыс. 112), агульны пачатак якіх O супадае з нерухомым пунктам цела. Адну з гэтых каардынатных сістэм мы будзем лічыць нерухомай у прасторы, а другую—нязменна звязанай з вярчальным целам і нерухомай адносна яго; такім чынам другая сістэма каардынат перамяшчаецца ў прасторы разам з целам—яна верціцца ў пункце O як на шарніры. Каб атрымаць поўную карціну руху цела, трэба для кожнага моманту часу ведаць палажэнне імгненнай восі і імгненную вуглавую скорасць адносна гэтай восі. Палажэнне імгненнай восі аднясем да абодвух сістэм каардынат—і да сістэмы xyz—нерухомай у прасторы, і да сістэмы ξ, η, ζ,—нязменна звязанай з вярчальным целам. Каб гэта можна было зрабіць, трэба перш за ўсё ведаць вуглы, якія ўтвараюцца імгненнай воссю з восямі x, y, z і з восямі ξ, η, ζ. Палажэнне каардынатнай сістэмы ξ, η, ζ адносна сістэмы xyz вызначаецца эйлеравымі вугламі: вуглом ϑ паміж восямі ζ і z, вуглом ψ паміж воссю x і вузлавой лініяй і вуглом φ, які ўтвараецца вузлавой лініяй з воссю ξ. Вузлавой лініяй называецца прамая, па якой плоскасць xy перасякаецца з плоскасцю $\xi\eta$.



Рыс. 113. Да руху Пуансо (рухомы і нерухомы аксоіды).

Правядзем цяпер у сістэме xyz праз пачатак O усе прамыя, якія прадстаўляюць сабой паслядоўныя палажэнні імгненнай восі вярчэння. Так мы атрымаем злучнасць прамых (геаметрычнае месца імгненных восей у сістэме xyz), якія ўтвараюць род паверхні конуса з вяршыняй у пункце O. Гэты конус нерухомы ў прасторы; ён называецца нерухомым аксоідам. У прыватным выпадку ён можа быць круглым конусам. Калі мы праробім такую-ж пабудову ў сістэме $\xi\eta\zeta$, то мы таксама атрымаем конус з вяршыняй у пункце O. Гэты другі конус нязменна звязаны з целам і значыць ён рухаецца ў прасторы (верціцца навакол пункту O); гэты конус называецца рухомым аксоідам. Дапусцім, што мы ў які-небудзь момант часу спынім вярчэнне цела: прамая PO (рыс. 113), якая ў гэты момант з'яўляецца імгненнай воссю вярчэння цела, павінна ляжаць адначасова на абодвух конусах (аксоідах), бо ў кожны момант цела мае толькі адну імгненную вось. Відавочна, імгненная вось можа толькі ў тым выпадку прыналежаць паверхням абодвух конусаў, калі гэтыя два конусы датыкаюцца адзін аднаго па гэтай прамой. Усё гэта датычыць любога моманту часу. Відавочна, што гэта магчыма толькі ў тым выпадку, калі рухомы аксоід коціцца (бяз слізгання) па нерухомым аксоідзе. Тады ў кожны паасобны момант прамая, па якой судатыкаюцца абедзве гэтыя паверхні, з'яўляецца імгненнай воссю вярчэння цела. Такім чынам рух цела, якое мае адзін нерухомы пункт O, можа быць апісаны так: некаторы конус, нязменна звязаны з целам, коціцца па нерухомым у прасторы конусе, прычым прамая імгненнага судатыкання абодвух конусаў у кожны момант нерухомая і з'яўляецца імгненнай воссю вярчэння цела. Гэта карціна вярчэння цвёрдага цела навакол нерухомага пункту дана Пуансо, чаму і рух такога роду называецца рухам Пуансо.

У агульным выпадку руху Пуансо форма абодвух конусаў (аксоідаў) можа быць вельмі складанай. Але ў прыватным выпадку свабоднага сіметрычнага ваўчка абодвы аксоіды—круглыя конусы. Рух свабоднага сіметрычнага ваўчка мы зараз і разгледзім.

Выдзелім якую-небудзь вось, якая праходзіць праз цэнтр цяжару ваўчка (вось вярчэння), прытрымаем яе, прывядзем ваўчок у вярчэнне навакол гэтай восі, а затым прадаставім яго самаму сабе. Рух Пуансо будзе ў даным выпадку такім, як падана на рыс. 114: ваўчок роўнамерна верціцца навакол сваёй восі сіметрыі (ν), і ў той-жа час вось фігуры ваўчка (яго вось сіметрыі) сама апісвае

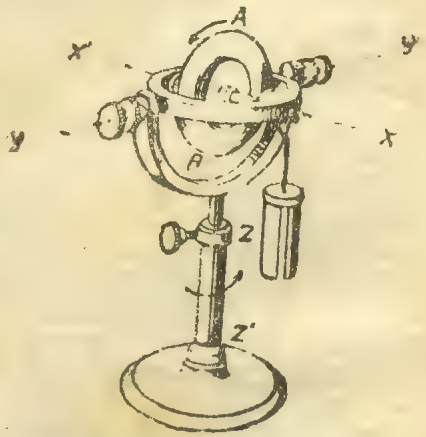
круглы конус навокал восі вярчэння Θ, прычым вось сіметрыі верціцца з пастаяннай вуглавой скорасцю μ у кірунку вярчэння ваўчка. Вось сіметрыі ваўчка ёсць вось рухомага конуса, а Θ—вось нерухомага конуса. Імгненнай воссю вярчэння з'яўляецца прамая, па якой рухомы конус датыкаецца нерухомага ў той час, як ён коціцца па ім. Вуглавая скорасць ω, з якой ваўчок верціцца навакол імгненнай восі, складаецца з вуглавой скорасці ν, з якой ваўчок верціцца навакол сваёй восі сіметрыі, і з вуглавой скорасці μ, якой сама вось сіметрыі апісвае конус (так званы прэцэсійны конус) навакол восі Θ.

Асноўныя законы дзеяння ваўчка (гіраскопа). Тыя спецыяльныя ўмовы, пры якіх рух ваўчка аказаўся даступным элементарнаму вывучэнню,—гэта былі, па-першае, сіметрыя цела ваўчка і, па-другое,—адсутнасць знешніх сіл. Мы прышлі да наступнага рэзультата: калі вось сіметрыі свабоднага ваўчка супадае з кірункам моманту колькасці руху, або інакш,—калі мы ваўчку нададзім вярчальны імпульс навакол яго восі сіметрыі, то ён пачынае вярцецца навакол гэтай восі, як калі-б яна была замацавана. Заўважым, што ваўчок верціцца такім чынам нават і ў тым выпадку, калі гэта вось вярчэння не вертыкальная[1]. Цікава, што такі ваўчок імкнецца захаваць кірунак сваёй восі пры штуршках. Калі такі ваўчок дастаткова масіўны і верціцца вельмі шпарка, то нават моцны ўдар па восі надае яму толькі некаторае ваганне. Гэтае ваганне ёсць ні што іншае, як надзвычай шпаркі прэцэсійны рух (з вельмі маленькім вуглом прэцэсіі) навакол восі, кірунак якой некалькі адрозніваецца ад першапачатковай восі моманту колькасці руху, якая супадала з воссю фігуры ваўчка (г. зн. яго з воссю сіметрыі). Гэта тлумачыцца наступным чынам: удар па восі надае ваўчку яшчэ некаторы момант колькасці руху, кірунак якога адрозніваецца ад кірунку восі фігуры ваўчка. Гэты новы момант колькасці руху складаецца з ранейшым (кірунак якога супадае з воссю фігуры) згодна правіла паралелаграма. Кірунак новага моманту колькасці руху адрозніваецца ад першапачатковага; гэты кірунак і з'яўляецца той воссю, навакол якой адбываецца прэцэсія, г. зн. тое дрыжэнне, якім суправаджаецца ўдар па восі ваўчка. Чым большы першапачатковы момант колькасці руху, г. зн. чым больш шпаркае першапачатковае вярчэнне ваўчка навакол сваёй восі, тым менш адхіліцца вось ад свайго першапачатковага кірунку пад дзеяннем удару.

Рыс. 114. Прэцэсійны рух ваўчка.

Рыс. 115. Штуршок аднолькавай сілы выклікае розны вахіл восі, гледзячы па тым, які момант колькасці руху вярчальнай сістэмы.

Вось ваўчка, які мае вялікі момант колькасці руху, Θ_2 адхіліцца на вугал меншы, чым вось ваўчка, які мае меншы момант колькасці руху Θ_1, калі восі абодвух ваўчкоў атрымліваюць удар аднолькавай сілы (рыс. 115).



Рыс. 116. Груз, падвешаны да гарызантальна змешчанай восі сіметрыі ваўчка, прымушае гэту вось вярціцца навакол вертыкальнай восі (*ZZ*).

Калі-ж на вось ваўчка сіла аказвае працяглае ўздзеянне, то гэта выражаецца не ў дрыжэнні восі, а ў паступовай змене яе палажэння. Рыс. 116 паказвае рэзультат цягі, якая безупынна дзейнічае зверху ўніз на вось ваўчка. Пад уплывам такой цягі вось фігуры пачынае паварачвацца навакол восі *zz'*, імкнучыся наблізіцца да восі *yy'*. (Трэба адзначыць, што вярчальны ваўчок пад уплывам прывешанага груза прыходзіць у вярчэнне зусім не нава-

[1] Тут гутарка ідзе аб руху ваўчка пры адсутнасці знешніх сіл, напрыклад аб руху ваўчка, падпёртага ў цэнтры цяжару.

кол восі *yy'*, каля якой ён пачаў-бы вярцецца пад дзеяннем таго-ж груза, калі-б ён першапачаткова быў у спакоі. Прывешаны да восі ваўчка груз дзейнічае на вярчальны ваўчок зусім інакш, чым на той, які знаходзіцца ў стане спакою).

Вось фігуры (або, інакш кажучы, вось сіметрыі) ваўчка імкнецца супасці па кірунку з дадатковым момантам колькасці руху. Згаджаючыся з поглядамі Фуко, кажуць: ваўчок імкнецца свой кірунак вярчэння зрабіць паралельным[1] кірунку вярчэння дадатковага моманту колькасці руху. Імкненне восі фігуры супасці па кірунку з кірункам дадатковага вярчэння і ёсць асноўны закон дзеяння ваўчка (гіраскопа).

Знешні вярчальны момант адыгрывае для вярчальнага ваўчка прыкладна такую-ж ролю, як дацэнтравая сіла для пункту, які абарачаецца па акружыне: 1) дацэнтравая сіла можа толькі падтрымліваць ужо наяўны кругавы рух, каб стварыць кругавы рух патрэбны некаторы тангенцыяльны штуршок; зусім таксама на ваўчок, які верціцца навакол сваёй восі сіметрыі, павінен падзейнічаць некаторы сілавы момант, каб вектар моманту колькасці руху больш не супадаў з воссю фігуры, і апошняя прышла-б у рух; 2) калі дацэнтравая сіла спыняе дзеянне, то матэрыяльны пункт пачынае рухацца роўнамерна і прамалінейна па датычнай; калі знешні сілавы момант спыняе сваё дзеянне, то вось фігуры не застаецца нерухомай, і пачынае рабіць правільны прэцэсійны рух навакол нерухомага вектара моманту колькасці руху; 3) роўнасць дзеяння і процідзеяння адпавядае для ваўчка роўнасці паміж момантам знешніх сіл, якія дзейнічаюць на ваўчок і тым „рэактыўным" момантам, які аказвае ваўчок на цела, якое служыць крыніцаю гэтых знешніх сіл. Гэты рэактыўны гіраскапічны момант роўны па велічыні, але працілеглы па знаку моманту знешніх сіл, якія дзейнічаюць на ваўчок.

Рыс. 117. Гіраскапічны компас устанаўліваецца па мерыдыяну.

Гэты гіраскапічны момант успрыймаецца як непадатлівасць ваўчка ў час яго шпаркага вярчэння, калі яго спрабуюць прымусіць рабіць некаторыя рухі, якія адбываюцца пад дзеяннем знешняга сілавога моманту.

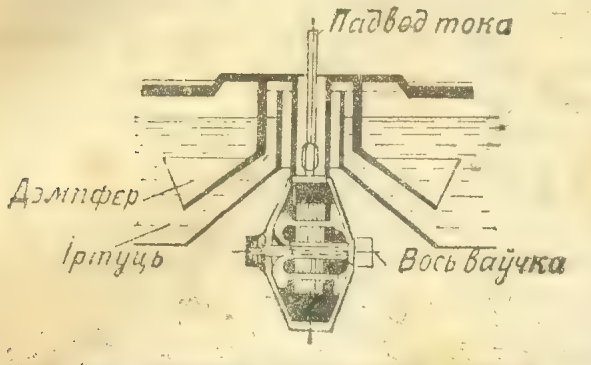
Тэхнічнае ўжыванне ваўчка. Ваўчок як гіпотэза для тлумачэння некаторых фізічных з'яў. Дзіўныя ўласцівасці ваўчка, які шпарка верціцца, асабліва яго імкненне пры пэўных умовах захоўваць нязменным кірунак сваёй восі ў прасторы, з'яўляюцца вельмі каштоўнымі для многіх тэхнічных мэт. Мы назавем перш за ўсе гіраскапічны компас, які ўжываецца на караблях (Аншутц). Замест магнітнай стрэлкі, якая верціцца ў гарызантальнай плоскасці, на якую могуць уплываць жалезныя часткі карабля, у гіраскапічным компасе ўжываецца ваўчок, які вельмі хутка верціцца, прычым вось фігуры яго гарызантальна і можа вярцецца ў гарызантальнай плоскасці (г. зн. навакол вертыкальнай восі). Сутачнае вярчэнне Зямлі навакол яе восі з'яўляецца знешнім вярчальным момантам адносна восі фігуры ваўчка. Пад дзеяннем гэтага знешняга вярчальнага моманту вось фігуры ваўчка імкнецца размясціцца паралельна восі вярчэння Зямлі, г. зн. уздоўж мерыдыяна (рыс. 117), прыгым так, каб вектар моманту колькасці руху ваўчка і вектар моманту колькасці руху Зямлі былі-б накіраваны ў адзін бок. Таму што вярчэнне Зямлі дзейнічае на ваўчок неперарыўна, то вось фігуры ваўчка нарэшце прымае гэта палажэнне і застаецца ў ім зусім таксама, як звычайная магнітная стрэлка, якая павярнулася на поўнач, застаецца ў гэтым палажэнні. У якасці ваўчка ўжываюць матор трохфазнага току (каля 5 *кг* вагою). Гэты матор з мэтаю атрымання магчыма большага моманту колькасці руху робіць да 25 000 абаротаў у мінуту. Кожух матора знаходзіцца ў спецыяльным паплаўку, які плавае ў ртуці. Бак, у які наліта ртуць, падвешаны пры дапамозе карданаўскага падвесу (рыс. 118).

---

[1] Але не антыпаралельным.

Зусім таксама, як на гіраскапічны компас, вярчэнне Зямлі дзейнічае на кожнае кола, якое верціцца навакол гарызантальнай восі—ці то махавое кола паравой машыны, ротар паравой турбіны, кола веласіпеда, лакаматыва і г. д. У гэтых адносінах усе гэтыя вярчальныя целы трэба разглядаць як ваўчкі. Аднак той сілавы момант, які на іх дзейнічае з прычыны вярчэння Зямлі, не паказвае на гэтыя масіўныя колы ніякага колькі-небудзь прыкметнага ўплыву; больш дакладна, тут справа зводзіцца да нязначнага дадатковага ціску на падшыпнікі.

Аднак трэба зазначыць, што іменна маюць на ўвазе, кажучы аб так званых „гіраскапічных" дзеяннях, якія суправаджаюць шпаркае вярчэнне масіўных цел. Напрыклад гіраскапічны эфект мае месца, калі колы вагона чыгункі апісваюць некаторую крывую на закругленні палатна; калі шпарка мяняецца курс судна, у корпусе якога ёсць шпаркавярчальная турбіна; аналагічны эфект мае месца пры рэзкай змене кірунку палёту аэраплана, у выніку наяўнасці вярчальнага прапелера і матора (момант колькасці руху якіх вельмі вялікі з прычыны вялікага ліку абаротаў). Гэтыя гіраскапічныя дзеянні не павінны перавышаць пэўных велічынь, інакш яны могуць прывесці да небяспечных вынікаў.

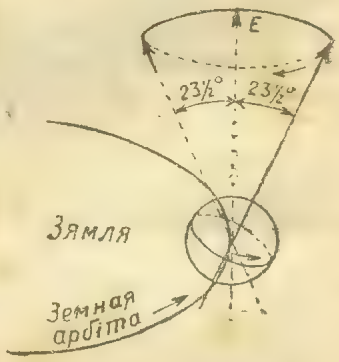


Рыс. 118. Пабудова гіраскапічнага компаса.

У гіраскапічным компасе інерцыя, уласцівая ваўчку, служыць толькі для ўказання кірунку на полюс. Аднак можна выкарыстаць інерцыю ваўчка для таго, каб механічная сістэма, звязаная з дастаткова моцным ваўчком, захоўвала пэўны кірунак ў прасторы. Інерцыя спецыяльна пабудаванай турбіны, якую можна разглядаць як ваўчок, можа служыць для знішчэння або, правільней кажучы, для паслаблення качкі судна (Шлік). На аднарэйкавай чыгунцы ваўчок служыць стабілізатарам, які не дае вагону аднарэйкавай чыгункі перакуліцца. Зусім таксама ваўчок, змешчаны ў міне Уайтхеда, падтрымлівае кірунак яе руху.

Нарэшце разгледзім яшчэ два прыклады, звязаныя з законамі ваўчка, якія маюць вельмі вялікае значэнне,— адзін для астраноміі, другі для фізікі.

Зямля, якая ёсць крыху сплюснуты эліпсоід вярчэння, з'яўляецца ваўчком, які верціцца навакол сваёй восі сіметрыі (рыс. 119). Не зважаючы на малую вуглавую скорасць момант колькасці руху гэтага ваўчка вельмі вялікі (у параўнанні з магчымымі знешнімі ўздзеяннямі). Знешнімі ўздзеяннямі з'яўляюцца сілы прыцяжэння іншых нябесных цел. Найбольш моцна знешняе ўздзеянне праяўляецца з боку маленькага, але блізкага Месяца і далёкага, але вельмі вялікага Сонца. Іх дзеянне на экватарыяльны пояс Зямлі прымушае земную вось павольна апісваць конус, які называецца прэцэсійным конусам. Вугал пры вяршыні гэтага конуса роўны 47° (земная вось нахілена да экліптыкі пад вуглом $23\,1/2° = \frac{47°}{2}$); поўны абарот па ўтвараючай прэцэсійнага конуса земная вось робіць ў 25 700 год. З прычыны прэцэсійнага руху земнай восі пункты роўнадзеяння павольна перамяшчаюцца сярод зорак насустрач гадавому руху Сонца, чаму Сонца кожны раз уступае ў іх крыху раней; такім чынам мы бачым, што „предварение равноденствий" абумоўлена з'явай прэцэсіі. На прэцэсію земнай восі накладваецца нутацыя (дробныя ваганні восі вярчэння), якую можна выявіць, не зважаючы на яе малое значэнне (8″). За час аднаго прэцэсійнага абароту земная вось робіць каля 1 400 нутацыйных рухаў.



Рыс. 119. Зямля як ваўчок. Прэцэсійны конус.

Электрон, які абарачаецца ў атаме навакол яго цэнтральнага ядра, у электрычных адносінах эквівалентны пастаяннаму кругавому току (малекулярныя токі Ампера); у механічных-жа адносінах атам з электронам, які абарачаецца навакол цэнтру, эквівалентны ваўчку. Такая сістэма мае пэўны момант колькасці руху і з прычыны гэтага імкнецца захаваць

сваё палажэнне ў прасторы; калі-ж знешнія сілы змяняюць арыентоўку гэтай сістэмы, то цела, якое з'яўляецца крыніцай знешніх сіл, само павінна атрымаць або аддаць адпаведны момант колькасці руху.

Доследным шляхам удалося ўстанавіць такую перадачу моманту колькасці руху як з якаснага, так і колькаснага боку. Эйнштэйн і дэ Гааз даказалі гіраскапічныя ўласцівасці атамаў на такім доследзе: калі намагнічанае цела раптоўна перамагніціць, то электроны, якія верцяцца навакол атамных ядраў у адным і тым-жа кірунку, адразу пераменяць кірунак вярчэння на адваротны (восі ваўчкоў-атамаў перавернуцца). Дзякуючы гэтаму ўсе элементарныя ваўчкі-атамы зменяць свой момант колькасці руху. Усё цела, складзенае з гэтых атамаў-ваўчкоў, таксама павінна раптоўна змяніць свой момант колькасці руху. У доследзе Эйнштэйна і дэ Гааза целам, складзеным з атамаў-ваўчкоў, служыў маленькі жалезны стрыжанёк, падвешаны на лёгкай ніці. Кожны раз пры яго перамагнічванні стрыжанёк падпадаў дзеянню змены моманту колькасці руху і набываў некаторую скорасць, закручваючыся каля ніці, на якой ён быў падвешаны. Доследам Эйнштэйна і дэ Гааза даказана, што атамы падобны да ваўчкоў і што рэальна існуюць амперавы малекулярныя токі.

Маятнік. Матэматычны маятнік. Дагэтуль мы разглядалі вярчальнае цела, свабоднае ад дзеяння сілы цяжару. Вызваленне ад дзеяння сілы цяжару дасягалася тым, што цела, якое верціцца навакол аднаго нерухомага пункту, было падвешана так (напрыклад на карданавым падвесе), каб яго цэнтр цяжару супадаў з пунктам апоры (свабодны ваўчок), а ў цела, якое верціцца навакол нерухомай восі, была ўстаноўлена вертыкальна вось вярчэння. Рух ваўчка, цэнтр цяжару якога не ляжыць у пункце апоры або на восі вярчэння, вельмі складаны, і нельга цалкам вывучыць яго пры дапамозе прыёмаў элементарнай матэматыкі. У агульных рысах аднак вярчэнне цела каля невертыкальнай восі можа быць даследавана элементарным спосабам. Да гэтага пытання мы цяпер і звернемся.

Рыс. 120. Цвёрдае цела, якое верціцца навакол невертыкальнай восі.

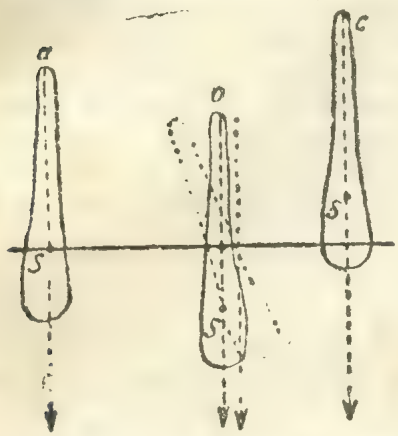
Калі вось вярчэння цела не вертыкальная, а нахіленая (рыс. 120), то адна кампанента сілы цяжару ляжыць у плоскасці перпендыкулярнай да восі і можа таму прывесці цела ў вярчальны рух. Гэта кампанента тым большая, чым бліжэй да прамога вугал паміж воссю і кірункам сілы цяжару. У далейшым мы будзем дапускаць, што вось вярчэння гарызантальная, так што кірунак сілы цяжару перпендыкулярны да восі.

Сіла цяжару зусім не выкліча вярчэння цела, калі яе кірунак перасякае вось, г. зн. калі яе пункт прылажэння (цэнтр цяжару) ляжыць на самой восі (рыс. 121, *a*), або ляжыць на праходзячай праз вось вярчэння адвеснай прамой ніжэй (рыс. 121, *b*) або вышэй (рыс. 121, *c*) восі.

Першы выпадак (*a*) адпавядае абыякай роўнавазе цела, другі (*b*)—калі цэнтр цяжару займае найбольш нізкае палажэнне роўнавагі—устойлівай і трэці (*c*)—няўстойлівай роўнавазе цела.

Калі цела знаходзіцца ў палажэнні ўстойлівай роўнавагі (*b*) і на яго дзейнічае толькі сіла цяжару, то яно застаецца нерухомым, сіла цяжару не можа прывесці цела ў вярчэнне.

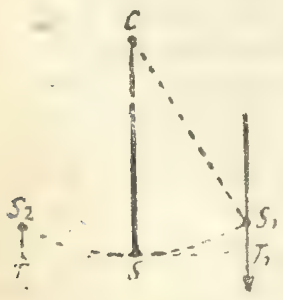
Але калі якая-небудзь іншая сіла адхіліць цела ад палажэння роўнавагі і прывядзе яго ў палажэнне, абазначанае на рысунку пунктырам, а затым дзеянне яе спыніцца, то ў новым палажэнні кірунак сілы цяжару ўжо не будзе перасякаць вось вярчэння і таму пад дзеяннем сілы цяжару цела цяпер прыдзе ў вярчэнне.



Рыс. 121. Цвёрдае цела, якое верціцца навакол нерухомай гарызантальнай восі—фізічны маятнік (*b*).

Цэнтр цяжару будзе імкнуцца вярнуцца да ранейшага самага нізкага палажэння: падышоўшы да гэтага палажэння з пэўнай скорасцю, цэнтр цяжару, рухаючыся па інерцыі, пяройдзе праз яго і, пачынаючы ўзнімацца ў працілеглы бок, будзе паступова траціць сваю скорасць; за тым спыніцца і зноў пачне падаць, набліжаючыся да палажэння роўнавагі, зноў пяройдзе праз яго і г. д., адным словам, ён будзе рабіць **вагальныя** рухі. Зусім такія-ж рухі на паралельных дугах акружыны будуць рабіць і ўсе іншыя пункты вагальнага цела.

Цела, якое робіць вагальныя рухі, верцячыся пад дзеяннем сілы цяжару навакол гарызантальнай восі (рыс. 121, *b*), называецца **фізічным** (або складаным) маятнікам (у працілегласць матэматычнаму (або простаму) маятніку). **Матэматычны маятнік** ёсць некаторая абстрактная схема, карыстаючыся якой лёгка фармуляваць закон ваганняў рэальнага фізічнага маятніка. Уявім сабе, што ўся маса фізічнага маятніка сканцэнтравана толькі ў адным матэрыяльным пункце *S*, звязаным з воссю вярчэння *C* цвёрдай невагомай прамой *SC* (*SC* ёсць адлегласць пункту *S* ад восі), мы атрымаем **матэматычны маятнік**; ён мае ўсе характэрныя для маятніка ўласцівасці. Таму што матэрыяльны пункт *S* знаходзіцца на нязменнай адлегласці ад восі, то ён можа рухацца толькі па размешчанай у вертыкальнай плоскасці акружыне радыуса *SC*, цэнтр якой *C* ляжыць на гарызантальнай восі вярчэння. Мы можам уяўляць сабе матэматычны маятнік такім, які паданы на рыс. 122, або такім, як на рыс. 123, дзе матэрыяльны пункт коціцца без церця па жолабе, які мае форму дугі акружыны радыуса *SC*. Няхай маятнік адхілены ад палажэння роўнавагі і прыведзены ў палажэнне S_1, пасля чаго прадастаўлены сам сябе. Пад дзеяннем сілы цяжару ён вернецца назад у палажэнне роўнавагі *S*, маючы некаторую пэўную скорасць, у выніку чаго перакачнецца на другі бок. Адлегласць, на якую ён адкоціцца, або вышыня, на якую ён узнімецца, перайшоўшы



Рыс. 122. Матэматычны маятнік.

Рыс. 123. Матэрыяльны цункт на ўвагнутым баку акружыны рухаецца, як маятнік.

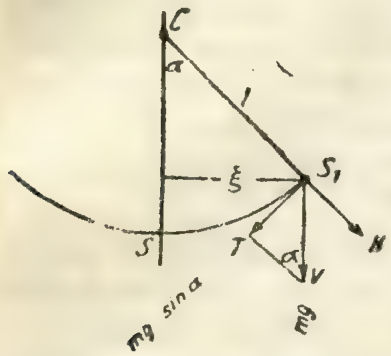
на другі бок, залежыць ад той скорасці, якую маятнік меў у пункце S. Шлях ад S да S_1 можна ўявіць сабе, як складзены з паасобных прамалінейных адрэзкаў (стар. 11), і значыць можна лічыць, што маятнік S у кожны паасобны момант часу рухаецца па нахіленай плоскасці. Вугал нахілу такой плоскасці да гарызонту ў кожны момант супадае з вуглом нахілу датычнай да акружыны, праведзенай у тым пункце, дзе ў даны момант знаходзіцца маятнік. Скорасць цела, якую яно мае, скатваючыся з нахіленай плоскасці, каля асновы плоскасці роўна скорасці цела, якое свабодна падае з вышыні нахіленай плоскасці (стар. 57). Маятнік праходзіць па цэлым радзе нахіленых плоскасцей, якія пераходзяць адна ў другую, агульная вышыня якіх роўна S_1T_1. Значыць скорасць маятніка ў пункце S роўна той скорасці, якую ён меў-бы, свабодна падаючы з вышыні S_1T_1.

Маючы ўказаную скорасць, маятнік, перахіснуўшыся ўлева, можа ўзняцца на вышыню S_2T_2, якраз роўную S_1T_1, так што $\smile S_1S$ роўна $\smile SS_2$. Значыць, калі-б не было церця, то ваганні маятніка працягваліся-б бесканечна, маятнік ніколі не прышоў-бы ў стан спакою. Існуюць толькі два пункты, у якіх ён мог-бы застацца ў спакоі: гэта—пункт, які ляжыць па вертыкалі н а д воссю і пункт, які ляжыць вертыкальна п[ад] воссю (палажэнне роўнавагі S); але да першага пункту маятнік ніколі не даходзіць, бо ён не можа ўзняцца на вышыню, большую за тую, з якой ён падае ($S_1T_1 = S_2T_2$); а ў другі пункт S маятнік заўсёды прыходзіць са скорасцю, якая адрозніваецца ад нуля, і таму заўсёды пераходзіць праз яе. Само сабою зразумела, што маятніка, які вагаецца без церця, у сапраўднасці не існуе. Таму што маятнік пры сваіх ваганнях управа і ўлева ўзнімаецца на аднолькавую вышыню, то і час яго пад'ёму павінен быць роўны часу яго падзення. Дуга паміж пунктамі S і S_1 або S і S_2 называецца а м п л і т у д а й ваганняў; час, на працягу якога маятнік робіць адно поўнае ваганне, г. зн. час, за які ён, вышаўшы з пункту S_1, пераходзіць у пункт S_2 і зноў варочаецца ў выходнае палажэнне S_1, называецца п е р ы я д а м в а г а н н я ў маятніка. Таму што прамежак часу, на працягу якога маятнік робіць адно поўнае ваганне, застаецца нязменным, то перыядам вагання маятніка карыстаюцца для вымярэння часу; падлічваючы лік ваганняў маятніка і ведаючы велічыню яго перыяду, можна дакладна і зручна вымяраць прамежкі часу. Каб выразіць вымяраемы прамежак часу ў секундах, трэба ведаць, як выражаецца ў секундах перыяд ваганняў маятніка. Зараз мы і звернемся да вызначэння перыяду ваганняў маятніка.

Перыяд ваганняў маятніка. Для знаходжання перыяду вагання маятніка мы выкарыстаем раўнанне $R = \frac{\omega \cdot \Sigma mr^2}{a}$, дзе R— ёсць верцячая сіла [1]). Паглядзім чаму роўна сіла R у даным выпадку. На маятнік, які мае масу m, дзейнічае сіла цяжару mg;

[1]) Трэба памятаць, што ў гэтым раўнанні ω—ёсць вуглавое паскарэнне.

на рыс. 124 яна прадстаўлена вектарам S_1V. Кампанента S_1K сілы цяжару, накіраваная па радыусу, знішчаецца супраціўленнем пункту прывесу; тангенцыяльная кампанента сілы цяжару S_1T і ёсць верцячая сіла R. З трохвугольніка S_1TV мы знаходзім: $\frac{S_1T}{S_1V}=\sin\alpha$, значыць $S_1T=S_1V\cdot\sin\alpha$ або-ж абазначыўшы S_1T праз R і замяняючы S_1V выразам mg, мы будзем мець: $R=mg\cdot\sin\alpha$. Гэта паказвае, што сіла, якая дзейнічае на маятнік з масаю m і прыводзіць яго ў рух, у кожны момант часу роўна вазе маятніка mg, памножанай на сінус таго вугла α, на які ў даны момант маятнік адхілены ад палажэння роўнавагі ($\alpha=\angle S_1VT=\angle S_1CS$). У матэматычным маятніку, які мы зараз разглядаем, прымаючы яго за складзены з аднаго толькі матэрыяльнага пункту, сума Σmr^2 ператвараецца ў ml^2, дзе l ёсць даўжыня маятніка. Апроч таго матэрыяльны пункт у матэматычным маятніку з'яўляецца яго цэнтрам цяжару і пунктам прылажэння верцячай сілы. Таму ў формуле



Рыс. 124. Перыяд вагання матэматычнага маятніка.

$$R=\frac{\omega\Sigma mr^2}{a}$$

трэба прыняць $a=l$; тады мы маем раўнанне:

$$mg\cdot\sin\alpha=\frac{\omega ml^2}{l}.$$

(У гэтым раўнанні злева стаіць цяжкая маса, а справа—інертная маса, мы прымаем іх роўнымі адна адной). З апошняга раўнання мы маем: $\omega=\frac{g}{l}\sin\alpha$. Такім чынам вуглавое паскарэнне ω у якім-небудзь пункце траекторыі маятніка залежыць ад сінуса вугла, на які ў даны момант маятнік адхілены. Таму што вугал α, разам з ім і $\sin\alpha$ безупынна змяняюцца, то безупынна змяняецца і вуглавое паскарэнне ω. Яно мае найбольшае значэнне, калі вугал α найбольшы, г. зн. калі маятнік знаходзіцца ў пунктах найбольшага аддалення S_1 або S_2; вуглавое паскарэнне ω мае найменшае значэнне, калі α найменшае, г. зн. калі маятнік праходзіць праз палажэнне роўнавагі S.

Заўвага. Гутарка ідзе аб вуглавым паскарэнні, г. зн. аб змене вуглавой скорасці, а не аб самой вуглавой скорасці.

У пункце S_1 (або S_2) скорасць маятніка роўна нулю; па меры таго як маятнік набліжаецца да пункту S, яго скорасць увесь час узрастае. Але змена скорасці, г. зн. паскарэнне, робіцца тым менш, чым бліжэй маятнік да S, і ў самым пункце S скорасць яго не мяняецца зусім. Таму што аж да таго моманту, калі

маятнік прыдзе ў пункт S, скорасць яго безупынна ўзрастала, то ў самым пункце S маятнік мае найбольшую скорасць; гэта згодна з тым, што падаючае цела мае найбольшую скорасць у самым нізкім пункце пройдзенага ім шляху. Пры руху з пункту S скорасць маятніка зноў пачынае змяншацца, бо сіла цяжару цягне яго назад. З прычыны гэтага рух маятніка робіцца зацішаным (маятнік мае адмоўнае паскарэнне) зусім таксама, як раней (пры руху ад пункту S_1 да S) ён быў паскораным.

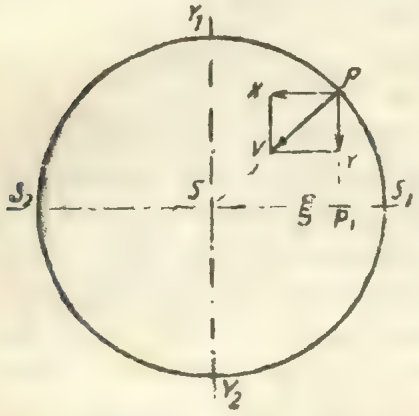
Калі вуглавое паскарэнне ёсць ω, то лінейнае паскарэнне маятніка ёсць $l\omega = g\sin\alpha$. Таму што $\sin\alpha = \frac{\xi}{l}$ (рыс. 124), то $l\omega = \frac{g}{l}\xi$. Паскарэнне сілы цяжару g і даўжыня маятніка l—велічыні пастаянныя, пры ваганнях маятніка пераменнай велічынёй з'яўляецца толькі адлегласць ξ маятніка ад палажэння роўнавагі. Значыць паскарэнне $l\omega$ (накіраванае па датычнай да траекторыі маятніка) залежыць толькі ад адлегласці маятніка, ад яго палажэння роўнавагі; як паказвае апошняя формула, яно прама прапарцыянальна гэтай адлегласці. (Ад масы маятніка m вуглавое паскарэнне не залежыць; гэта згодна з тым, што ўсе целы падаюць аднолькава шпарка, г. зн. што сіла цяжару надае ўсім целам аднолькавае паскарэнне).

Такім чынам мы цяпер ведаем, што паскарэнне маятніка, а значыць і сіла, якая прыводзіць яго ў рух, будучы прапарцыянальнымі адлегласці ξ маятніка ад палажэння роўнавагі, безупынна змяняюцца. Кірунак паскарэння—значыць і кірунак сілы, якая верціць маятнік,—у кожным пункце траекторыі супадае з датычнай у гэтым пункце, і значыць таксама безупынна змяняецца. Таму рух маятніка з'яўляецца рухам дастаткова складаным, і для таго каб знайсці перыяд ваганняў маятніка элементарным спосабам, мы павінны зрабіць спрашчэнне, прымаючы $\smile S_1CS_2$ за такую малую, што яе можна замяніць хордай (вугал S_1CS_2 павінен быць не больш 8—9°). Тады мы можам лічыць траекторыю маятніка прамой лініяй, і сілу, якая дзейнічае на маятнік, накіраванай па гэтай прамой, і праходзячай заўсёды праз адзін і той-жа пункт S. Адлегласць мы будзем вымяраць уздоўж па хордзе, якую мы цяпер замест дугі лічым траекторыяй маятніка.

У гэтых дапушчэннях паскарэнне маятніка (а значыць і сіла, якая дзейнічае на яго) прапарцыянальна адлегласці маятніка ад палажэння роўнавагі і заўсёды накіравана ў адзін і той-жа пункт.

Супаставім цяпер гэты рэзультат з другім, атрыманым намі раней. Пункт масы m, які роўнамерна рухаецца па акружыне радыуса r з вуглавой скорасцю ω, прыцягваецца да цэнтру сілай $F = mr\omega^2$, і значыць мае паскарэнне $\frac{F}{m} = r\omega^2$, накіраванае да цэнтру (дацэнтравае паскарэнне). Раскладзем гэта дацэнтравае паскарэнне PV (роўнае $\omega^2 r$, рыс. 125) на кампаненты PX і PY

і знойдзем, чаму роўна кампанента PX. Мы маем $\frac{PX}{PV}=\frac{\xi}{r}$ і значыць $PX=\frac{PV}{r}\xi$ паскарэнне пункту P у кірунку, перпендыкулярным да прамой Y_1Y_2 прапарцыянальна адлегласці пункту P ад прамой Y_1Y_2—зусім таксама, як і пры руху маятніка. Апусцім цяпер з пункту P перпендыкуляр на прамую S_1S_2 і няхай P' ёсць аснова гэтага перпендыкуляра. Тады пры руху пункту P па акружыне, пункт P' будзе рухацца па прамой S_1S, прычым паскарэнне пункту будзе прама прапарцыянальна яго адлегласці ад прамой Y_1Y_2. Можна выказаць адваротную думку: калі мы заўважаем, што паскарэнне пункту P' прапарцыянальна яго адлегласці ад Y_1Y_2, то гэта значыць, што пункт P' рухаецца па прамой S_1S_2, увесь час застаючыся на перпендыкуляры, апушчаным на гарызантальны дыяметр з пункту P; у той час, як пункт P праходзіць па верхняй поўакружыне, P' рухаецца па гарызантальным дыяметры S_1S_2 у адзін бок, а калі пункт P перамяшчаецца па ніжняй поўакружыне, пункт P' ідзе ў адваротны бок; P' праходзіць дыяметр S_1S_2 і ў той і ў другі бок за аднолькавы прамежак часу, бо пункт P рухаецца па акружыне роўнамерна, і значыць апісвае абедзве паўакружыны на працягу роўных прамежкаў часу. Са сказанага мы бачым, што маятнік рухаецца зусім таксама, як рухаецца пункт P', які з'яўляецца праекцыяй на адзін з дыяметраў пункту P, калі апошні роўнамерна рухаецца па акружыне. Пры вывучэнні рухаў маятніка мы можам атоесніць яго з рухам гэтай праекцыі і выказаць такое заключэнне: час, на працягу якога маятнік праходзіць шлях ад S_1 праз S да S_2 і назад, роўны часу, на працягу якога некаторы пункт P, для якога маятнік увесь час з'яўляецца праекцыяй на дыяметр, апісвае з пастаяннай вуглавой скорасцю акружыну радыуса SS_1. Час абарачэння пункту лёгка вылічыць. Мы знайшлі, што $PX=\frac{PV}{r}\xi$. Але $PX=$ $=\frac{g}{l}\xi$, бо PX роўна паскарэнню маятніка і накіравана да палажэння роўнавагі. Такім чынам мы атрымліваем:



Рыс. 125. Да вылічэння перыяду вагання матэматычнага маятніка.

$$\frac{g}{l}\xi=\frac{PV}{r}\xi$$

і значыць

$$PV=\frac{g}{l}r.$$

PV ёсць паскарэнне пункту P у кірунку да цэнтру. Яно роўна

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Значыць

$$\frac{g}{l} \cdot r = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

або

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{l}{g},$$

адкуль

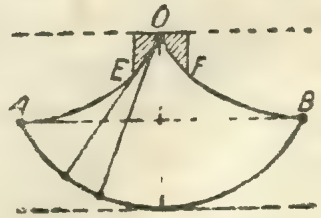
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

T—ёсць час, на працягу якога пункт P пройдзе поўную акружыну адзін раз. Значыць T ёсць таксама час, на працягу якога аснова P' перпендыкуляра, апушчанага з пункту P на дыяметр S_1S_2 (г. зн. паводле нашай умовы маятнік), пройдзе па сваёй траекторыі ў абодва бакі (ад S_1 да S_2 і назад). Такім чынам перыяд вагання маятніка $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, а час, за які ён пройдзе сваю траекторыю толькі ў адзін бок, ёсць паўперыяд (або, як яго іншы раз называюць, час аднаго вагання $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Перыяд вагання залежыць толькі ад паскарэння сілы цяжару і ад даўжыні маятніка, але не залежыць ні ад масы маятніка, ні ад таго вугла, на які маятнік быў адхілены ад палажэння роўнавагі, пры ўмове аднак, што гэты вугал (у адпаведнасці са зробленым намі дапушчэннем) не перавышае 8—9°.

Перыяд вагання можна лічыць зусім незалежным ад вугла адхілення толькі пры ваганнях з малой амплітудай.

Цыклаідальны маятнік. Зусім незалежным ад вугла адхілення (ізохронным) аказваецца перыяд вагання маятніка, які рухаецца па дузе цыклоіды—у так званага цыклаідальнага маятніка. Не падаючы доказаў, укажам, што для таго, каб маятнік апісваў дугу цыклоіды, яго робяць так, як паказана на рыс. 126 (Гюгенс): маятнік падвешваюць на гнуткай ніці паміж двума целамі абмежаванымі дугамі цыклоід (OE і OF). Пры ваганні маятніка ніць выгібаецца ўздоўж дуг цыклоід OE і OF; геаметрычныя ўласцівасці цыклоіды такія, што ў выніку гэтага маятнік сам апісвае дугу цыклоіды і робіць ізохронныя ваганні. Перыяд вагання яго $T = 2\pi \sqrt{\frac{2h}{g}}$, дзе h—вышыня цыклоіды (а поўперыяд $t = \pi \sqrt{\frac{2h}{g}}$). Для малых ваганняў перыяд яго роўны перыяду звычайнага маятніка даўжыні $2h$.



Рыс. 126. Цыклаідальны маятнік.

Балістычны маятнік. Калі нерухомы маятнік, які знаходзіцца ў стане роўнавагі, атрымлівае гарызантальны штуршок, то ён адхіляецца ад палажэння роўнавагі на некаторы вугал α. Пры дапамозе падобнага балістычнага маятніка часта вызначаюць канечную скорасць невялікіх снарадаў, прычым карыстаюцца

залежнасьцю паміж гарызантальнай скорасцю, наданай маятніку штуршком, і вышынёй, на якую ён узнімаецца. (Балістычны маятнік прадстаўляе сабой скрыню, напоўненую пяском, шротам або яшчэ чым-небудзь у гэтым родзе; удар паміж знарадам і скрыняй не пругкі). Для прастаты мы будзем разглядаць балістычны маятнік як матэматычны. Няхай маса знарада m, скорасць яго ў момант, калі ён ударяецца аб маятнік—v, маса маятніка—M, а агульная скорасць маятніка і знарада пасля ўдару — V. Паводле закону непругкага ўдару: $mv = (M + m)V$. Калі m вельмі малое ў параўнанні з M, то $v = \frac{M}{m}V$. Агульная скорасць V ёсць тая гарызантальная скорасць, якую маятнік атрымлівае ў момант удару. Набываючы гэту скорасць, маятнік адхіляецца на вугал α, прычым ён узнімаецца на вышыню $h = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha)$. Паміж вышынёй узняцця h і скорасцю V існуе залежнасць (стар. 42).

$$h = \frac{V^2}{2g}.$$

Таму што

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \text{ або } \pi\sqrt{\frac{l}{g}} = t,$$

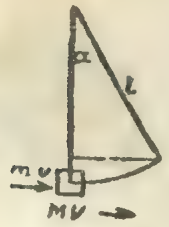
і значыць

$$\sqrt{lg} = \frac{gt}{\pi},$$

то

$$V = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = g\frac{t}{\pi}\sqrt{2(1-\cos\alpha)} = \frac{2}{\pi}\cdot gt\sin\frac{\alpha}{2}.$$

Такім чынам мы атрымліваем: $v = \frac{2}{\pi}\frac{M}{m}gt\sin\frac{\alpha}{2}$. Гэты вывад справядлівы толькі ў тым выпадку, калі мы разглядаем балістычны маятнік як матэматычны. Калі-ж мы будзем разглядаць яго як фізічны маятнік, то вывад будзе шмат больш складаны; нам прыдзецца знайсці жывую сілу, якую набывае маятнік з прычыны штуршка, і прыняць яе роўнай рабоце, якая затрачваецца на тое, каб маятнік, што знаходзіцца ў палажэнні роўнавагі, узняць на вышыню h, адхіляючы яго на вугал α.



Рыс. 127. Балістычны маятнік.

Згасанне ваганняў. Лагарыфмічны дэкрэмент. Мы дапускалі, што амплітуда ваганняў маятніка застаецца нязменнай і што энергія маятніка значыць не змяншаецца Аднак гэта не мае месца ў выпадку рэальнага маятніка. У сапраўднасці пры кожным размаху маятнік траціць (з прычыны супраціўлення паветра, церця ў пункце падвесу) частку сваёй энергіі, і таму яго амплітуды паступова змяншаюцца; гэта з'ява носіць назву з г а с а н н я ваганняў. Калі згасанне такое вялікае, што ўжо праз прамежак часу, роўны палавіне перыяду, амплітуда робіцца роўнай нулю, то ваганне называецца а п е р ы я д ы ч н ы м. Прычынай згасання з'яўляюцца розныя супраціўленні, якія звычайна (у далейшым мы гэта так і будзем лічыць) бываюць прапарцыянальна скорасці. Калі супрацўленне прапарцыянальна скорасці, і маятнік першапачаткова адхілены ад палажэння роўнавагі на вельмі невялікі вугал, то амплітуды маятніка з цягам часу змяншаюцца ў геаметрычнай прагрэсіі. Няхай α_1, α_2, α_3—паслядоўныя амплітуды; тады $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} = k$, дзе k ёсць некаторая пастаянная.

Таму што ў лічніку стаіць большая амплітуда, чым у назоўніку, то пастаянная k ёсць няправільны дроб. Пры вылічэннях часта бывае больш зручна карыстацца натуральным лагарыфмам велічыні k; $\delta = \log k$ (або, што тое-ж самае, рознасцю натуральных лагарыфмаў суседніх амплітуд). Натуральны лагарыфм адносін двух суседніх амплітуд $\delta = \log k$ называецца л а г а р ы ф м і ч н ы м д э к р э м е н т а м з г а с а н н я. Так напрыклад, калі $k = 1{,}25$, то $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} = \ldots = 1{,}25 = \frac{125}{100}$; α_2 на 20 проц. меншая за α_1, і α_3 на 20 проц. меншая за α_2 і г. д.

Кожная наступная амплітуда роўна толькі 80 проц. папярэдняй. Далей $\delta = \operatorname{Log} a_1 - \operatorname{Log} a_2 = \operatorname{Log} a_2 - \operatorname{Log} a_3 = \operatorname{Log} 1{,}25 = 0{,}0969$. Лагарыфмы амплітуд змяншаюцца ў арыфметычнай прагрэсіі; у арыфметычнай прагрэсіі рознасць двух суседніх членаў пастаянная, у нашым выпадку яна роўна $\delta = 0{,}0969$.

Фізічны маятнік. Цэнтр вагання. Абаротны маятнік. Формулы $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ і $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ адносяцца да матэматычнага маятніка. У сапраўднасці-ж мы заўсёды маем справу з фізічнымі маятнікамі, якія складаюцца з вялікага мноства матэрыяльных пунктаў, кожны з якіх знаходзіцца на сваёй нязменнай адлегласці ад восі вярчэння (у матэматычным маятніку мы абазначалі гэту адлегласць праз l). Кожны матэрыяльны пункт фізічнага маятніка сам па сабе прадстаўляе матэматычны маятнік. З выразаў $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ і $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ вынікае, што пункт вагаецца тым шпарчэй, чым бліжэй ён да восі. Такім чынам фізічны маятнік складаецца з вялікага мноства матэматычных маятнікаў, якія вагаліся-б з рознымі перыядамі, калі-б яны былі свабодныя. Але таму, што ўсе гэтыя матэматычныя маятнікі з'яўляюцца пунктамі аднаго і таго-ж цвёрдага цела, то час, на працягу якога яны робяць адно поўнае ваганне, для ўсіх іх павінен быць аднолькавым, г. зн. кожны фізічны маятнік павінен мець некаторы пэўны перыяд вагання τ. Само сабою зразумела, што існуе таксама і такі **матэматычны маятнік**, перыяд якога роўны перыяду τ данага фізічнага маятніка. Даўжыня λ гэтага матэматычнага маятніка павінна быць звязана з перыядам τ суадносінамі $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{g}}$ і значыць яго даўжыня $\lambda = g\frac{\pi^2}{4\pi^2}$; λ называецца **прыведзенай даўжынёй фізічнага маятніка**. Для знаходжання прыведзенай даўжыні фізічнага маятніка зноў выкарыстаем раўнанне $R = \frac{\omega\Sigma mr^2}{a}$, дзе $R = Mg\sin\alpha$ (стар. 132) і M—маса фізічнага маятніка. Успомнім, што ω—вуглавая скорасць, якая набываецца за першую секунду, г. зн. вуглавое паскарэнне. У гэтай роўнасці вядомымі велічынямі з'яўляюцца масы фізічнага маятніка M і яго момант інерцыі Σmr^2, шуканаю велічынёю з'яўляецца прыведзеная даўжыня фізічнага маятніка. Масу M фізічнага маятніка будзем лічыць сканцэнтраванай у цэнтры цяжару і абазначым адлегласць цэнтру цяжару маятніка ад восі праз s; у такім выпадку $a = s$. Лічачы, як ужо сказана, што момант інерцыі Σmr^2 вядомы, абазначым яго праз Θ, тады $Mg\sin\alpha = \frac{\omega\Theta}{s}$ або $g\sin\alpha = \frac{\omega\Theta}{sM}$. Адпаведнае раўнанне для матэматычнага маятніка даўжыні λ было (стар. 133) $g\cdot\sin\alpha = \omega\lambda$. Адсюль вынікае: вуглавое паскарэнне фізічнага маятніка з масай M і момантам інерцыі Θ, цэнтр цяжару якога знаходзіцца на адлегласці S ад восі, у кожны даны момант роўны вуглавому паскарэнню **матэматычнага маятніка**, адхіленага ад палажэння роўнавагі на той-жа вугал α і маючага даўжыню $\lambda = \frac{\Theta}{sM}$. Такім чынам мы можам ўяўляць сабе ўсю масу фізічнага маятніка сканцэнтраванай толькі ў адным пункце, які знаходзіцца на адлегласці λ ад восі; пры гэтым, перыяд фізічнага маятніка τ застаецца тым-жа самым. Гэты пункт называецца **цэнтрам вагання**; прамая, якая праходзіць праз цэнтр вагання і паралельная восі вярчэння, называецца **воссю вагання**. Перыяд вагання кожнага пункту, які ляжыць на восі вагання, аднолькавы з перыядам вагання фізічнага маятніка. Паданая даўжыня фізічнага маятніка λ большая, чым адлегласць цэнтру цяжару ад восі (s): калі мы правядзем праз цэнтр цяжару вось, паралельную восі вярчэння, і абазначым праз Θ момант інерцыі фізічнага маятніка адносна восі, якая праходзіць праз цэнтр цяжару, то мы будзем мець $\Theta = \Theta_s + Ms^2$, адкуль $\Theta > Ms^2$ і $\frac{\Theta}{Ms} > s$, г. зн. $\lambda > s$. Цэнтр вагання ляжыць значыць заўсёды ніжэй цэнтру цяжару. Простае вылічэнне паказвае, што $\lambda = s + \frac{k^2}{s}$, дзе s мае ранейшае значэнне, а k—радыус інерцыі (стар. 119). Мы знайшлі $\Theta = \Sigma mr^2 + Ms^2 = Mk^2 + Ms^2 = M(k^2 + s^2)$; значыць $\lambda = \frac{M(k^2+s^2)}{sM} = \frac{k^2}{s} + s$; адсюль $(\lambda - s)\,s = k^2$ і абазна-

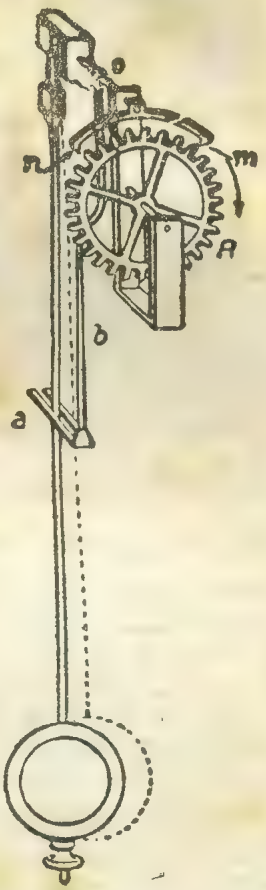
чаючы $(\lambda - s) = s'$, мы атрымаем $ss' = k^2$. Выраз $\lambda = \frac{k^2}{s} + s$, які вызначае адлегласць паміж воссю вярчэння і воссю вагання, прыводзіць да вельмі важнага і цікавага выніку; **перыяд вагання фізічнага маятніка не зменіцца, калі яго воссю вярчэння зрабіць вось вагання.**

У такім выпадку ранейшая вось вярчэння будзе новай воссю вагання. Сапраўды, калі мы абазначым праз λ' прыведзеную даўжыню маятніка, адпаведную новай восі вярчэння, і праз s' адлегласць цэнтру цяжару ад новай восі, то мы знойдзем $\lambda' = s' + \frac{k^2}{s'}$; а таму, што $ss' = k^2$, то $\lambda' = \frac{k^2}{s} + s = \lambda$. У выніку гэтых суадносін радыус інерцыі атрымлівае нагляднае значэнне. Калі ў якой-небудзь вертыкальнай плоскасці, што праходзіць праз цэнтр цяжару, мы выбярэм дзве восі такім чынам, каб цела як навакол адной, так і навакол другой восі вагалася-б з аднолькавымі перыядамі, то адлегласць гэтых восей ад цэнтру цяжару павінны быць або роўнымі, або іх здабытак ад множання павінен быць роўны k^2. Сапраўды з $s + \frac{k^2}{s} = s' + \frac{k^2}{s'}$ вынікае: $(s - s') = \frac{k^2(s - s')}{ss'}$. Калі $(s - s')$ не роўна нулю, то мы можам падзяліць на гэты выраз абедзве часткі роўнасці, і мы атрымаем, як і вышэй, $ss' = k^2$. Гэта значыць, што адлегласць паміж гэтымі двума восямі роўна даўжыні такога матэматычнага маятніка, перыяд якога роўны перыяду данага фізічнага маятніка (матэматычнага маятніка, сінхроннага з даным фізічным). На гэтай уласцівасці грунтуецца практычны спосаб, з дапамогай якога можна зрабіць вымярэнні прыведзенай даўжыні фізічнага маятніка. Для гэтага служыць так званы **абаротны маятнік** (Катэр, Боненбергер), зроблены наступным чынам (рыс. 128): да стрыжня маятніка прымацаваны дзве прызмы з паралельнымі рэбрамі, якія можна перасоўваць уздоўж стрыжня, рабро верхняй прызмы служыць воссю вярчэння, а рабро ніжняй прызмы праходзіць праз цэнтр вагання. Маятнік вісіць абапіраючыся рабром верхняй прызмы на адпаведную падстаўку. Каб ператварыць вось вярчэння ў вось вагання і наадварот, трэба проста перавярнуць маятнік і падвесіць яго на ніжняй прызме. Перасоўваючы прызмы ўздоўж стрыжня, можна змяняць адлегласць паміж імі датуль, пакуль перыяды маятніка ў першым і ў другім палажэннях не зробяцца аднолькавымі. Пры дапамозе абаротнага маятніка вызначаюць даўжыню секуднага маятніка. Пры такім спосабе вымярэння не трэба ведаць ні моманту інерцыі абаротнага маятніка, ні размеркавання яго масы навакол восі; мае значэнне толькі адлегласць паміж прызмамі.

Рыс. 128. Абаротны маятнік.

Дослед з маятнікам Фуко. З прычыны таго, што ўсе пункты вярчальнага цела імкнуцца па інерцыі захаваць палажэнне сваёй кругавой траекторыі ў прасторы, то і ўсе пункты **фізічнага маятніка** таксама імкнуцца захаваць нязменным палажэнне плоскасці вагання датуль, пакуль знешняя якая-небудзь сіла не зменіць гэтага палажэння. На гэтай уласцівасці маятніка захоўваць плоскасць вагання грунтуецца дослед **Фуко**, які служыць непасрэдным доказам вярчэння Зямлі. Уявім сабе, што маятнік змешчаны на адным з земных полюсаў, і плоскасць вагання маятніка супадае з плоскасцю якога-небудзь пэўнага мерыдыяна. Уявім, што на тым-жа мерыдыяне стаіць назіральнік і глядзіць на маятнік. Спачатку назіральнік бачыць, што маятнік вагаецца ў плоскасці мерыдыяна і пры кожным ваганні то набліжаецца да назіральніка, то, адхіствючыся ў працілеглы бок, аддаляецца ад яго. Праз шэсць гадзін (чвэрць сутак) Зямля, а разам з ёй і назіральнік, робяць паварот каля земнай восі на 90°. Таму што маятнік знаходзіцца пад дзеяннем толькі адной сілы цяжару, то і ў гэтым выпадку яго ваганні будуць адбывацца ў ранейшай плоскасці; цяпер ужо плоскасць вагання маятніка будзе перпендыкулярнай да плоскасці адзначанага мерыдыяна, і назіральнік будзе цяпер бачыць нібы ваганні маятніка адбываюцца справа налева і злева направа; яму пакажацца, што павярнулася іменна плоскасць ваганняў маятніка. Праз, 24 гадзіны (цэлыя суткі) назіральнік заўважыць, што плоскасць вагання маятніка,

зрабіўшы адзін поўны абарот, супала са сваім першапачатковым палажэннем. Само сабою зразумела, што ўся гэта з'ява тлумачыцца тым, што на працягу сутак Зямля, з назіральнікам, які знаходзіцца на ёй, зрабіла абарот у 360° навакол плоскасці вагання маятніка, што засталася нязменнай у прасторы. Уяўнае вярчэнне плоскасці вагання маятніка, які знаходзіцца ў якім-небудзь пункце на земнай паверхні, прапарцыянальна сінусу шырыні месца. Таму вугал, на які паварачваецца на працягу сутак плоскасць вагання маятніка, тым меншы, чым бліжэй маятнік да экватара; на экватары ён роўны нулю (г. зн. плоскасць вагання не верціцца на экватары зусім). Для свайго доследу Фуко карыстаўся (у Парыжы ў 1851 г.) маятнікам, зробленым з свінцовага шара масаю ў 2 *кг*, падвешаным на стальным дроце, даўжынёю 17 *м*; перыяд ваганняў гэтага маятніка быў роўны 16,40″.



Рыс. 129. Гадзіннік з маятнікам.

Гадзіннік з маятнікам. Метраном. Секундны маятнік. Як ужо было заўважана вышэй, маятнікам, з прычыны нязменнасці яго перыяду ваганняў зручна карыстацца для вымярэння прамежкаў часу. Дапусцім, што які-небудзь маятнік робіць адно ваганне, пераходзячы з аднаго крайняга палажэння ў другое (палавіна поўнага вагання) на працягу адной секунды. Падлічыўшы лік ваганняў, якія маятнік зробіць на працягу вымяраемага прамежку часу, мы вызначым працягласць вымяраемага прамежку часу ў секундах. Пастаянства перыяду ваганняў маятніка выкарыстоўваецца ў гадзіннікавым маятніку (Гюйгенс, 1656), які служыць для таго, каб праз строга роўныя прамежкі часу на адзін момант затрымліваць рух механізма ў гадзінніку. У гэтай перыядычнай „затрымцы" і заключаецца па сутнасці ідэя пабудовы гадзінніка (рыс. 129). Гадзіннікавы механізм роўнамерна верціць стрэлку перад цыферблатам (для прастаты будзем гаварыць толькі аб адной мінутнай стрэлцы) і такім чынам за роўныя прамежкі часу яна паварачваецца на аднолькавыя вуглы. Вымярэнне часу вядзецца па даўжыні дугі, апісанай канцом стрэлкі. Стрэлка насаджана на вось ходавага кола гадзінніка, змешчанага з задняга боку цыферблата. Яна верціцца разам з ходавым колам і таму яе рух будзе роўнамерным толькі пры ўмове роўнамернага вярчэння ходавага кола. Апошняе прыводзіцца у рух гірай, прывешанай да шнура, наматанага на вось кола (на рысунку не паказаны). Гіра пры сваім падзенні разматвае шнур і верціць кола, а разам з ім і стрэлку гадзінніка. Калі-б у гадзінніку не было ніякіх іншых прылад, апроч падаючай гіры і кола са стрэлкай, то гіра падала-б датуль, пакуль не разматаўся-б увесь шнур, прычым стрэлка вярцелася-б спачатку павольна, а потым усё шпарчэй і шпарчэй; у гэтым выпадку вымярэнне часу было-б немагчымым. Каб надаць колу роўнамернае вярчэнне, робяць наступнае: неўзабаве пасля таго, як механізм прышоў у рух, г. зн. пакуль скорасць кола яшчэ вельмі малая, яго на адзін міг затрымліваюць, затым адразу-ж адпускаюць, пасля гэтага зноў затрымліваюць і г. д. Адным словам, вярчэнне кола затрымліваецца праз роўныя прамежкі часу і робіцца такім чынам прыблізна роўнамерным.

Маятнік якраз і служыць у гадзінніку для таго, каб затрымліваць вярчэнне кола праз роўныя прамежкі часу. Ходавае кола робіцца зубчатым, а маятнік забяспечваюць храпавіком *mn*, які, будучы нязменна звязаны з маятнікам стрыжнем *oba*, вагаецца разам з ім. Кожны раз, калі маятнік знаходзіцца ў крайнім палажэнні, храпавік зачапляецца за зубцы ходавага кола канцамі *m* або *n* і тым самым затрымлівае вярчэнне кола і падзенне груза. Як толькі маятнік прайшоў праз палажэнне роўнавагі, зубец кола аслабаняецца ад храпавай прылады, і кола зноў можа працягваць вярчальны рух. Пры кожным ваганні маятніка зубец кола, саслізгваючы з храпавай прылады па нахіленай плоскасці, якая ёсць на прыладзе, атрымлівае ад гэтай прылады некаторы штуршок; гэтым штуршком кампенсуецца страта энергіі маятніка, якая адбываецца з прычыны наяўнасці церця і супраціўлення паветра. Зараз-жа пасля гэтага за зубчатае кола зачапляецца другі канец

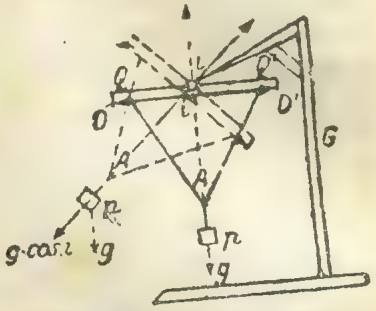
храпавіка і зноў адбываецца тое-ж самае—затрымка вярчэння кола і падзення груза і г. д. Такім чынам мы бачым, што ходавае кола можа вярцецца толькі ў той час, пакуль маятнік рухаецца ад палажэння роўнавагі да аднаго з сваіх крайніх палажэнняў; за гэты час ён паварачваецца толькі на адзін зубец. Але гэты прамежак часу такі малы, што вярчэнне кола ў агульным можна лічыць за роўнамернае; таму і стрэлка рухаецца таксама прыблізна роўнамерна. Такім чынам, карыстаючыся маятнікам, можна паскоранае вярчэнне ходавага кола ператварыць у прыблізна роўнамернае.

У гадзінніку з маятнікам чутна, як храпавік зачапляецца за ходавае кола (гэта і ёсць „ціканне" гадзінніка). Па ціканні гадзінніка можна аценьваць прамежкі часу і на-слых; але такой ацэнкай часу, маючы звычайны гадзіннік, наогул кажучы (за выключэннем паасобных выпадкаў спецыяльных фізічных вымярэнняў), не карыстаюцца. Спецыяльным прыборам, прызначаным для ацэнкі прамежкаў часу на-слых, служыць м е т р а н о м. (М е л ь ц э л ь, 1815). Метраном прадстаўляе сабой фізічны маятнік з вельмі гучным ціканнем, прычым на стрыжні гэтага маятніка насаджаны грузік, які можа перасоўвацца ўверх і ўніз уздоўж стрыжня. Метраном ужываецца ў музыцы для ўстанаўлення пажаданага тэмпу выканання музычнага твору. Перасоўваючы грузік уздоўж стрыжня, мы змяняем адлегласць цэнтру цяжару ад восі, а значыць і прыведзеную даўжыню фізічнага маятніка, г. зн. змяняем перыяд метранома, а значыць і яго „тэмп".

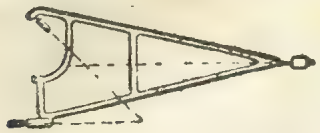
Даўжыня маятніка, час вагання (або поўперыяд) якога роўны адной секундзе (такі маятнік называецца с е к у н д н ы м), вядома вельмі дакладна; таму карыстаючыся формулай $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, можна вельмі дакладна вызначыць паскарэнне сілы цяжару g. Абазначым даўжыню секуднага маятніка праз l_1; таму што $t=1$ *сек.*, то з апошняй формулы знаходзім $1=\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$ і $g=\pi^2 l_1\,\frac{см}{сек^2}$. Паскоранне, якое надаецца маятніку сілай цяжару, не залежыць ад масы маятніка. Як было ўжо зазначана вышэй, гэта азначае толькі, што ўсе целы падаюць аднолькава шпарка. Роўнасць g для ўсіх мас эксперыментальна даказваецца на аснове формулы $g=\pi^2 l_1$, якая гаворыць нам, што даўжыня секуднага маятніка аднолькавая для ўсіх маятнікаў адной і той-жа формы, але розных мас (г. зн. зробленых з розных матэрый). Такім чынам на доследах з маятнікам можна вельмі проста даказаць тоеснасць g для ўсіх цел.

Гарызантальны маятнік. Будучы адпаведным чынам падвешаны, маятнік вельмі чула рэагуе на ваганні глебы, таму ён з'яўляецца істотнай часткай прыбора, які служыць для рэгістрацыі зямлятрасенняў — с е й с м о г р а ф а; пры дапамозе гэтага прыбора вядзецца запіс і вызначаюцца перыяд, кірунак і амплітуда ваганняў глебы. Для таго, каб маятнік быў дастаткова чуллівым да ваганняў глебы, яго перыяд павінен быць вельмі вялікім; чым большы перыяд маятніка, тым больш ён чуллівы. Калі вось вярчэння маятніка гарызантальная, як было ў тых выпадках, якія мы дагэтуль разглядалі, то маятнік верціцца пад дзеяннем усёй сілы цяжару, і перыяд яго поўнага вагання роўны $T=2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{g}}$ (λ — прыведзеная даўжыня маятніка). Павялічыць перыяд вагання маятніка можна перш за ўсё павялічваючы λ, але таму што павелічэнне λ абмежавана месцам знаходжання маятніка, то для павелічэння перыяду вагання больш зручна карыстацца другім спосабам—іменна зменшыць дзеянне на маятнік сілы цяжару; з гэтай мэтай трэба падвесіць маятнік так, каб паскарэнне, якое надаецца яму сілай цяжару, складала-б толькі некаторую долю g. Гэтага можна дасягнуць, устанаўліваючы вось вярчэння пад некаторым вуглом да гарызонту (рыс. 130). Стрыжань QQ' прымацаваны да падстаўкі G у адным пункце, навакол якога ён можа вярцецца. У падшыпніках D і D' стрыжня QQ' умацавана трохвугольная рамка, да вяршыні A якой прыроблены груз P. Трохвугольная рамка з грузам з'яўляецца маятнікам, а стрыжань QQ'—воссю вярчэння маятніка. Рамка-маятнік вагаецца ў плоскасці, перпендыкулярнай да чарцяжа. Калі мы павернем вось QQ' навакол замацаванага пункту так, каб яна склала вугал i з вертыкаллю, то на маятнік будзе дзейнічаць толькі кампанента $g\cos i$ сілы цяжару, і яго перыяд будзе $T_i=2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{g\cos i}}$. Чым большы вугал i, тым большы і перыяд T_i. Пры $i=90°$, T_i будзе бесканечна вя-

лікім; гэта значыць, што маятнік, які мае вертыкальную вось вярчэння, знаходзіцца ў абыякавай роўнавазе. Трэба значыць, каб маятнік вагаўся не ў дакладна гарызантальнай плоскасці, а ў плоскасці блізкай да гарызантальнай. Таму назва „гарызантальны маятнік“ (гарызантальны сейсмограф), даная такому маятніку Цэльнерам, не зусім дакладная. На рыс. 131 паказана звычайная форма гарызантальнага маятніка. Яго рух падобны да руху дзвярэй, якія верцяцца на петлях касяка, пастаўленага не зусім вертыкальна. Калі петлі змешчаны зусім дакладна адна пад другой на адной і той-жа вертыкалі, то дзверы застаюцца ў роўнавазе ў любым палажэнні (а гэта мае месца, калі $i = 90°$). У супраціўным выпадку яны будуць знаходзіцца ў роўнавазе толькі ў адным пэўным палажэнні. Будучы выведзенымі з гэтага палажэння, дзверы пачнуць рабіць вагальныя рухі каля свайго палажэння роўнавагі (пры ўмове не надта вялікага церця). Калі маятнік-рамка знаходзіцца ў палажэнні роўнавагі, яго цэнтр цяжару ляжыць у плоскасці, праведзенай праз яго вось вярчэння (г. зн. праз стрыжань QQ') і праз кірунак сілы цяжару. Адхілім крыху вось вярчэння (паварачваючы яе навакол замацаванага пункту); у выніку гэтага маятнік таксама прыдзе ў новае палажэнне. Вугал паміж новым палажэннем роўнавагі маятніка і ранейшым будзе даволі значным нават і ў тым выпадку, калі вось павернецца на зусім малы вугал. Такім чынам гарызантальны маятнік вельмі чула рэагуе на самыя мізэрныя змены ў нахіле восі вярчэння і на змены ў кірунку сілы цяжару, ён, так сказаць, „паказвае“ іх у моцна павелічаным выглядзе. Так напрыклад, калі вось вярчэння гарызантальнага маятніка нахілена пад вуглом у 2″ да вертыкалі, і мы адхілім яе ў плоскасці, перпендыкулярнай да палажэння роўнавагі ўсяго толькі на 0,01″, то новае палажэнне роўнавагі маятніка складзе з ранейшым вугал у 17″. Калі-б мы пажадалі зрабіць такім-жа чуллівым вертыкальны маятнік, то яго прышлося-б зрабіць вельмі доўгім.



Рыс. 130. Гарызантальны маятнік (схематычна).


Рыс. 131. Гарызантальны маятнік.

Цяпер замест падвесу на вастрыях ужываюць так званы цэльнераўскі падвес: лёгкая металічная трубка (каля 25 *см* даўжыні) падтрымліваецца ў гарызантальным палажэнні двума тонкімі нацягнутымі дротамі. Гэтыя драты ахопліваюць трубку і прымацоўваюцца вышэй і ніжэй трубкі да падстаўкі. Прамая, якая зяучае абодва размешчаныя адзін над адным пункты замацавання, служыць воссю вярчэння. Гарызантальны маятнік упершыню апісаны Генглерам (1833) пад назвай „астранамічных вагаў“.

Уплыў вярчэння Зямлі на вагу цела. Форма Зямлі. У розных пунктах земнай паверхні даўжыні секундных маятнікаў розныя.

Так напрыклад:

	Даўжыня секундnага маятніка	Паскарэнне сілы цяжару
На экватары	99,100 *см*	978,06 *см/сек²*
Пад шырынёй 45°	99,357 „	980,61 „

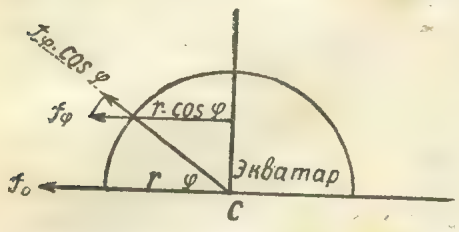
Паскарэнне сілы цяжару g (а значыць і вага цела) павялічваецца ад экватара да полюсаў. Гэтаму даецца наступнае тлумачэнне: сіла, з якой маса цісне на падстаўку, што падтрымлівае яе, г. зн. сапраўдная вага цела, меншая за тую сілу, з якой Зямля прыцягвае да сябе гэту масу, бо некаторая доля сілы земнага прыцяжэння ўроўнаважваецца адцэнтравай сілай, што развіваецца з прычыны вярчэння Зямлі. Калі мы абазначым праз r радыус і праз τ—перыяд абарачэння Зямлі каля сваёй восі, то адцэнтравае паскарэнне, якое надае целам адцэнтравая сіла пры вярчэнні Зямлі, будзе

на экватары (шырыня 0°) $f_0 = \frac{4\pi^2 r}{\tau^2}$.

Пад шырынёй φ (радыус паралельнага круга роўны $r\cos\varphi$)

$$f_\varphi = \frac{4\pi^2 r}{\tau^2}\cos\varphi = f_0\cdot\cos\varphi.$$

На экватары (рыс. 132) паскарэнне f_0 накіравана прама праціллегла сіле цяжару (сіла земнага прыцяжэння накіравана да цэнтру Зямлі C, адцэнтравае паскарэнне—па радыусу ад цэнтру); на некаторай шырыні φ прама праціллеглай сіле земнага прыцяжэння (заўсёды накіраванай да цэнтру Зямлі) аказваецца толькі некаторая частка адцэнтравага паскарэння, іменна яго кампанента $f_\varphi\cos\varphi = f_0\cos^2\varphi$. Дапусцім, што Зямля нерухомая і прадстаўляе сабой аднародны ідэальны шар. Ва ўсіх пунктах паверхні аднароднага шара сіла прыцяжэння да яго цэнтру аднолькавая; няхай G ёсць паскарэнне, якое сіла прыцяжэння да цэнтру надае якой-небудзь масе, што знаходзіцца на земнай паверхні. У сапраўднасці Зямля верціцца навакол сваёй восі і адцэнтравыя паскарэнні f_0 (на экватары), якія ўзнікаюць з прычыны вярчэння Зямлі і іх радыяльныя кампаненты $f_\varphi\cos\varphi$ (на шырыні φ), будучы накіраванымі ў бок, праціллеглы G, змяншаюць паскарэнне сілы цяжару. Абазначым тыя накіраваныя да цэнтру Зямлі паскарэнні, якія з'яўляюцца рэзультуючымі паскарэнняў сілы цяжару і адцэнтравых паскарэнняў і якія ў сапраўднасці маюць усе целы, што знаходзяцца на паверхні Зямлі праз g_0 (на экватары) і g_φ (на шырыні φ). У такім выпадку



Рыс. 132. Сіла цяжару залежыць ад геаграфічнай шырыні.

на экватары $g_0 = G - f_0$
пад шырынёй $g_\varphi = G - f_0\cos^2\varphi$.

Такім чынам уплыў адцэнтравай сілы вярчэння Зямлі на змяншэнне велічыні G найбольш моцна праяўляецца на экватары; чым большае φ, г. зн. чым бліжэй да полюса, тым менш дае сябе адчуваць уплыў адцэнтравай сілы земнага вярчэння на змяншэнне G: на полюсе яна не аказвае на паскарэнне G ніякага ўплыву. Так змяняецца з геаграфічнай шырынёй сапраўднае паскарэнне сілы цяжару g. Мы можам таму сказаць, што і вага mg масы m найменшая на экватары і найбольшая на полюсе Зямлі. Калі ў формуле $f_0 = \frac{4\pi^2 r}{\tau}$ мы выразім r (радыус Зямлі) у метрах, а τ (перыяд сутачнага абарачэння Зямлі) у секундах, то мы знойдзем $f_0 = 34$ *мм/сек²*. Адсюль: $g_0 = G - 34$ *мм/сек²*. Гэты выраз паказвае, што на экватары адцэнтравая сіла змяншае паскарэнне: g на 34 *мм/сек²*. Доследы з маятнікам на экватары даюць для g_0 значэнне $g_0 = 9{,}7806$ *м/сек²*.

Адносіны f_0/G прыблізна роўны $\frac{1}{289}$: на экватары f_0 складае прыблізна $\frac{1}{289}$ G, і столькі-ж разоў сіла земнага прыцяжэння там меншая за сапраўдную вагу цела. Калі-б f_0 было ў 289 разоў большае, чым у сапраўднасці, то целы, якія знаходзяцца на экватары, зрабіліся-б невагомымі; пры гэтым адцэнтравая сіла і квадрат вуглавой скорасці вярчэння Зямлі навакол восі павінны быць у 289 разоў большымі, а вуглавая скорасць Зямлі павінна быць у 17 разоў большая, чым ў сапраўднасці; у такім выпадку, Зямля рабіла-б абарот навакол восі ў $\frac{24}{17}$ гадзіны і па нашым гадзінніку „суткі" былі-б роўны толькі 1 *г.* 25 *м.*

Калі, карыстаючыся значэннем $f_0/G = \frac{1}{289}$, мы вылічым, якія павінны быць даўжыні секундных маятнікаў на розных шырынях, то мы прыдзем да рэзультатаў, якія не супадаюць з доследнымі данымі. З непасрэдных доследаў з маятнікам знаходзяць такія значэнні іх даўжынь, якія прыводзяць да значэння

$$f_0/G = \frac{1}{192}\left(\text{а не } \frac{1}{289}\right);$$

гэтыя-ж доследныя даныя прыводзяць да розніцы значэнняў паскарэння сілы цяжару на экватары і на полюсе $G - g_0 = 52$ *мм/сек*² (а не 34 *мм/сек*²). Прычына гэтага несупадзення тэарэтычна вылічаных велічынь з доследнымі данымі заключаецца ў наступным: адцэнтравая сіла не з'яўляецца а д з і н а й прычынай змяншэння вагі цела пры пераходзе ад полюса да экватара. Мы атрымалі значэнні: $f_0/G = \frac{1}{289}$ і $G - g_0 = 34$ *мм/сек*² у дапушчэнні, што Зямля мае форму ідэальнага шара. У сапраўднасці аднак Зямля ёсць шар, крыху сплюснуты каля полюсаў. Вымярэнні паказалі, што палярны радыус Зямлі на $\frac{1}{298}$ карацей экватарыяльнага. Такім чынам змена вагі цела ў залежнасці ад геаграфічнай шырыні месца абумаўляецца двума прычынамі: уплывам адцэнтравай сілы вярчэння Зямлі і сплюснутасцю Зямлі каля полюсаў.

Зямля набыла форму сплюснутага шара ў той час, калі яна была яшчэ ў вадкім стане; яна тады дэфармавалася пад дзеяннем адцэнтравай сілы, большай каля экватара, чым каля полюсаў, і атрымала форму, блізкую да эліпсоіда вярчэння.

Паверхні ўзроўня. Залежнасць сілы цяжару ад шырыні. Аднак Зямля па сваёй форме не з'яўляецца дакладным, а толькі п р ы б л і з н ы м эліпсоідам вярчэння, і сіла цяжару на земнай паверхні змяняецца не толькі ўздоўж мерыдыянаў.

Перш за ўсё на палажэнне роўнавагі і на перыяд маятніка робяць уплыў горы і ўзвышшы. Адзначым далей, што мы можам, разважаючы тэарэтычна, чакаць, што на земнай паверхні лініі, уздоўж якіх сіла цяжару мае адно і тое-ж значэнне (ізагамы), павінны супадаць з кругамі шырынь. Аднак у сапраўднасці гэтага не наглядаецца.

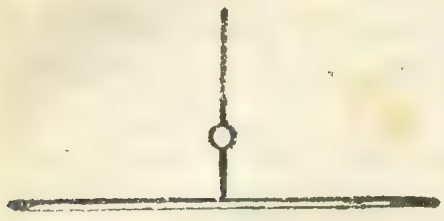
Усё гэта служыць пацвярджэннем таго, што Зямля толькі прыблізна мае форму эліпсоіда вярчэння. Праўда, усе няроўнасці на паверхні Зямлі—усе горы і лагчыны—такія малыя ў параўнанні з яе размерамі, што Зямлю можна лічыць у адносінах да гор і нізін, якія на ёй знаходзяцца, зусім гладкай, і пры ўсіх разважаннях без колькі-небудзь значнай недакладнасці можна ф і з і ч н у ю п а в е р х н ю Зямлі замяніць т э а р э т ы ч н а й.

Аднак мы не маем магчымасці напісаць раўнанне гэтай тэарэтычнай паверхні, мы можам яе толькі пабудаваць па пунктах. Тэарэтычнай земнай паверхняй мы лічым такую паверхню, якая ў кожным сваім пункце нармальна да адпаведнай адвеснай лініі. Пабудаваная такім чынам паверхня наогул называецца п а в е р х н я й у з р о ў н ю, так што т э а р э т ы ч н а я п а в е р х н я З я м л і ё с ь а д н а з п а в е р х н е й у з р о ў н ю. (Назва „паверхня ўзроўню" ўзята па аналогіі са з'явамі ў вадкіх целах. Свабодная паверхня вадкасці, якая знаходзіцца пад дзеяннем сілы цяжару і адцэнтравай сілы, у кожным сваім пункце нармальна да роўнадзейнай двух гэтых сіл. Сапраўды, калі-б роўнадзейная двух названых сіл не была-б перпендыкулярнай да свабоднай паверхні вадкасці, то яна мела-б кампаненту, датычную да паверхні; пад дзеяннем гэтай сілавой кампаненты верхнія слаі вадкасці прышлі-б у рух і перамяшчаліся-б датуль, пакуль датычная кампанента роўнадзейнай не зрабілася-б роўнай нулю).

Паверхні ўзроўню можна будаваць зразумела н а л ю б о й в ы ш ы н і над паверхняй Зямлі. Калі мы пабудуем такім чынам цэлае сямейства паверхняй узроўню, то гэтыя паверхні будуць канцэнтрычна ахопліваць адна другую. Пабудаваўшы сямейства паверхней узроўню так, каб кожная паверхня адпавядала пэўнаму значэнню паскарэння g, і каб значэнне g для кожнай з пабудаваных паверхней адрозніваліся-б адно ад другога на адну і тую-ж велічыню, мы заўважым, што паверхні ўзроўню ляжаць бліжэй адна да другой там, дзе g мае большыя значэнні, і што яны знаходзяцца на найбольшай адлегласці адна ад другой там, дзе g мае меншыя значэнні. Розныя паверхні ўзроўню нідзе не дакранаюцца адна другой. З самога вызначэння паверхні ўзроўню вынікае, што кірунак сілы цяжару ў кожным пункце поля сілы земнага прыцяжэння н а р м а л ь н ы д а п а в е р х н і ў з р о ў н ю, якая праходзіць праз даны пункт. Калі дзве суседнія паверхні ўзроўню непаралельны, то гэта значыць, што кірунак нармалі да паверхні змяняецца пры пераходзе ад адной паверхні да другой. Неперарыўная крывая, нармальная да ўсіх паверхней узроўню, называецца с і л а в о й л і н і я й; датычная да яе ў кожным яе пункце супадае з кірункам

сілы цяжару ў гэтым пункце. (Аб паверхнях узроўню і сілавых лініях электрычнага поля гл. у II частцы). Больш падрабязна на гэтым пытанні мы спыняцца тут не будзем.

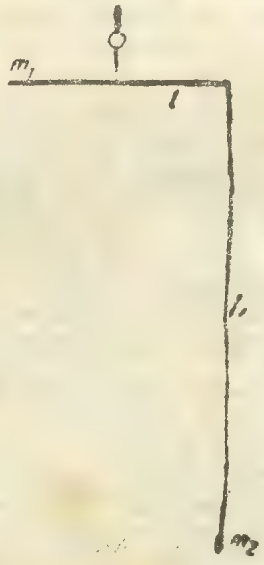
Калі-б Зямля была цалкам аднародная і не вярцелася, то паверхні ўзроўню (а значыць і тэарэтычная паверхня Зямлі, як адна з паверхней узроўню) былі-б канцэнтрычнымі шаравымі паверхнямі; пры ўмове вярчэння Зямлі навакол сваёй восі паверхні ўзроўню ператвараюцца ў эліпсоіды вярчэння; калі-ж апроч гэтага мы прымем пад увагу неаднароднасць саставу Зямлі і павелічэнне яе шчыльнасці па меры набліжэння да цэнтру, то мы знойдзем, што паверхні ўзроўню з'яўляюцца яшчэ больш складанымі паверхнямі (сфероіды вярчэння). Сапраўдная-ж паверхня Зямлі не належыць ні да аднаго з гэтых тыпаў паверхней: яна называецца г е о і д а м. У тых частках, дзе Зямля пакрыта вадой, гэта паверхня супадае з паверхняй мора.



Рыс. 133. Круцільныя вагі Этвёша першага роду.

З а ў в а г а. Паверхні ўзроўню ў кожным сваім пункце вызначаюць к і р у н а к сілы цяжару (ён супадае з нармаллю да паверхні), але н е в е л і ч ы н ю сілы цяжару.

Круцільныя вагі Этвёша. Для вызначэння формы Зямлі вельмі важна дакладна ведаць кірунак і велічыню сілы цяжару ў розных пунктах земнай паверхні. Адным з найважнейшых прыбораў для вымярэнняў такога роду з'яўляюцца круцільныя вагі Э т в ё ш а (рыс. 133 і 134). Нават самыя чуллівыя маятнікі маюць меншую чуллівасць, чым круцільныя вагі. Пры дапамозе гэтых вагаў вымяраецца не велічыня сілы цяжару, а р о з н і ц а ў к і р у н к а х або р о з н і ц а ў в е л і ч ы н і сілы цяжару ў двух блізкіх адзін да аднаго (40 *см*) пунктах. Гэты прыбор мае вялікае значэнне для некаторых пытанняў т э а р э т ы ч н а й ф і з і к і, бо велізарная чуллівасць круцільных вагаў дае магчымасць: 1) вызначаць розніцу кірункаў сілы цяжару ў двух пунктах, якія знаходзяцца адзін ад аднаго на адлегласці некалькіх дэцыметраў (на адлегласці даўжыні каромысла да вагаў); 2) даказаць роўнасць цяжкой і інертнай масы з дакладнасцю да $\frac{1}{2 \cdot 10^8}$.



Рыс. 134. Круцільныя вагі Этвёша другога роду.

Круцільныя вагі маюць таксама вялізнае значэнне і д л я п р ы к л а д н о й ф і з і к і. З прычыны сваёй чуллівасці яны з'яўляюцца абсалютна неабходным інструментам у практычнай геалогіі, у прыватнасці пры даследванні ўнутраной будовы верхніх пластоў земнай кары.

Паглядзім цяпер, як дзейнічаюць вагі Этвёша. Уявім сабе лёгкі аднародны стрыжань (каромысла вагаў), падвешаны ў сваім сярэднім пункце да тонкага дрота (рыс. 133). Няхай да абодвух канцоў стрыжня падвешаны на невялікіх шнурах а д н о л ь к а в а й д а ў ж ы н і якія-небудзь грузікі. Шнуры звісаюць па прамых, якія супадаюць з кірункамі сілы цяжару ў канцах стрыжня. Такім чынам па палажэнні вісячага шнура можна меркаваць аб палажэнні перпендыкулярнай да шнура паверхні ўзроўню. Уявім вертыкальную плоскасць, у якой знаходзяцца каромысла і а д з і н з шнуроў; назавем гэту плоскасць нармальнай плоскасцю. Калі і другі шнур увесь ляжыць у той-жа (нармальнай) плоскасці, то значыць і кірунак сілы цяжару ў пункце падвесу другога шнура таксама ляжыць у той-жа самай плоскасці. Дапусцім цяпер, што другі шнур не ляжыць у нармальнай плоскасці; гэта значыць. што сіла цяжару, прыложаная ў пункце падвесу другога шнура, таксама не ляжыць у нармальнай плоскасці, а складае з ёю некаторы вугал. Сілу цяжару, прыложаную ў пункце падвесу другога шнура (г. зн. каля канца каромысла вагаў), можна раскласці на дзве кампаненты: вертыкальную, якая ляжыць у нармальнай плоскасці, і гарызантальную, перпендыкулярную да даўжыні стрыжня (рыс. 135). Гэта гарызантальная кампанента сілы цяжару вывядзе

каромысла вагаў з роўнавагі, паварочваючы яго навакол дроту, на якім яно вісіць, і закруціць дрот на некаторы вугал. Чым меншы вугал паміж нармальнай плоскасцю і кірункам сілы цяжару, прыложанай у пункце падвесу другога шнура, якім выклікаецца пэўны паварот каромысла, тым вагі больш чулыя.

Круцільныя вагі Этвёша (у тым выглядзе, у якім імі карыстаўся для сваіх работ па электрастатыцы яшчэ Кулон) называюцца вагамі першага роду; яны зроблены так: каромыслам з параўнальна вялікім момантам інерцыі служыць алюмініевая трубка даўжынёю 40 *см*, на канцах якой знаходзяцца два грузы па 30 *г*; каромысла падвешана за сярэдзіну гарызантальна, на асобым дроце з ірыдыевай платыны; гэты дрот з'яўляецца найбольш істотнай часткаю ўсяго прыбора. Да каромысла прымацавана люстэрка для вымярэння вугла павароту прыбора паводле спосабу трубы і шкалы. Перыяд вагання каромысла роўны прыблізна $^1/_2$ гадзіны.

Рыс. 135. Сілы, дзеючыя на круцільныя вагі. *E*—канец каромысла (калі глядзець уздоўж каромысла), *ES*—кірунак сілы цяжару, які складае некаторы вугал з нармальнай плоскасцю (на рысунку пераўвялічаны). *ESv* — вертыкальная кампанента сілы цяжару, якая ляжыць у нармальнай плоскасці, *ESn* — гарызантальная кампанента, якая ляжыць у гарызантальнай плоскасці перпендыкулярна да каромысла. Гэта апошняя кампанента і верціць каромысла.

Калі кірункі сіл цяжару, якія дзейнічаюць на два грузікі, не ляжаць у адной вертыкальнай плоскасці, то, як было растлумачана вышэй, гарызантальная кампанента сілы цяжару, якая дзейнічае на адзін з грузаў, прыводзіць каромысла ў вярчэнне; прычым каромысла паварочваецца на такі вугал, пры якім ажыццяўляецца роўнавага паміж двума верцячымі сіламі: па-першае, той якая абумоўлена наяўнасцю гарызантальнай кампаненты сілы цяжару і імкнецца закруціць каромысла каля дроту, на якім вісіць прыбор, і па-другое, той, якая абумоўлена ўласцівасцямі падвесу і імкнецца раскруціць прыбор. Для дакладнага вызначэння вугла закручвання карыстаюцца спосабам люстранога адліку (Пагендорф).

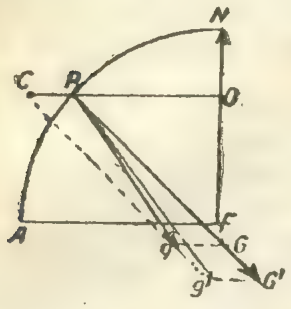
Калі адзін груз змешчаны ніжэй другога, як гэта мае месца ў круцільных вагах другога роду, то, як гэта загадзя вядома, сіла цяжару, прыложаная да ніжняга грузу, адрозніваецца ад сілы цяжару, прыложанай да верхняга грузу; гэтыя сілы цяжару будуць адрознівацца не толькі па велічыні, але і па кірунку. Згодна з паданымі вышэй разважаннямі, аднесенымі да вагаў першага роду, мы заўважым, што калі кірункі абодвух сіл цяжару, прыложаных да грузаў, ляжаць у адной і той-жа нармальнай плоскасці, то каромысла вагаў застанецца ў роўнавазе; але калі кірунак сілы цяжару, прыложанай да ніжняга грузу, складае некаторы вугал з плоскасцю, у якой ляжыць каромысла вагаў і кірунак сілы цяжару, прыложанай да верхняга грузу, то гарызантальная кампанента сілы цяжару другога грузу выведзе вагі са стану роўнавагі і паверне каромысла навакол падвесу на некаторы вугал.

Пры дапамозе круцільных вагаў другога роду можна вызначыць змену па велічыні сілы цяжару ў гарызантальнай плоскасці. Для вызначэння пры дапамозе вагаў Этвёша шуканых велічынь неабходна зрабіць вымярэнне некалькіх азімутах.

Паблізу якіх-небудзь вялікіх цяжкіх мас (гор, залежаў руды) форма паверхні ўзроўня можа аказацца істотна зменена. Круцільныя вагі першага роду дазваляюць вызначыць гэту змену формы паверхні ўзроўня і такім чынам выявіць наяўнасць цяжкіх залежаў. Пры дапамозе круцільных вагаў другога роду можна меркаваць аб велічыні мас, якія скажаюць паверхні ўзроўня: паблізу краю масы, якая скажае форму паверхні ўзроўня, ёсць найбольш рэзкія змены ў ходзе гарызантальнага градыента сілы цяжару. (Напрыклад каля граніцы залежаў жалезнай руды).

Карыстаючыся круцільнымі вагамі, Этвёш з вялікай дакладнасцю праверыў тоеснасць паскарэння сілы цяжару для цел, якія складаюцца з розных матэрый. Ён разважаў так: сіла цяжару, або вага цела, на земнай паверхні ёсць рэзультуючая сілы, з якой цела прыцягваецца да цэнтра Зямлі, і адцэнтравай сілы, г. зн. сілы інерцыі. Няхай у пункце *P* земнай паверхні знаходзіцца якое-небудзь цела. На рыс. 136 *N*—паўночны полюс, *NF*—вось вярчэння Зямлі, *APN*—мерыдыян; *PC* (на рысунку пераўвялічана)—адцэнтравая сіла, *PG*—сіла, з якой цела, змешчанае ў пункце *P*, прыцягваецца да цэнтра Зямлі, і *Pg*—роўнадзейная гэтых двух сіл, г. зн. дзеючая сілы цяжару (або вага цела). Пад уплывам адцэнтравай сілы сіла прыцяжэння *PG* як-бы адхіляецца ад свайго сапраўднага кірунку; з прычыны

наяўнасці адцэнтравай сілы, сіла цяжару, як аказваецца, мае велічыню не PG, а Pg. (На экватары і на полюсах гэта адхіленне знікае, найбольшае значэнне яно мае на шырыні 45°.) Калі-б у пункце P сіла цяжару на розныя матэрыі аднолькавых мас дзейнічала розна, то сілавая кампанента, якая абумоўлена прыцяжэннем да Зямлі, для гэтых матэрый таксама была-б розная, г. зн. для адных матэрый яна была-б большая, а для другіх меншая чым PG. Няхай напрыклад для якога-небудзь цела, якое складаецца з пэўнай матэрыі, сіла прыцяжання да Зямлі была-б PG'. Роўнадзейная двух двух сіл была-б у гэтым выпадку Pg і кірунак яе адрозніваўся-б ад кірунку роўнадзейнай Pg, якая адносіцца да якога-небудзь іншага цела такой-жа масы, але складзенага з іншай матэрыі. Значыць, калі целы аднолькавай масы, але рознага саставу, прыцягваюцца Зямлёю па-рознаму, то гэта павінна адбівацца на кірунку іх сіл цяжару, што можна выявіць пры дапамозе круцільных вагаў.



Рыс. 136. Да доказу роўнасці цяжкой і інертнай масы. Сіла цяжару Pg складаецца з сілы прыцяжэння Зямлі PG і адцэнтравай сілы інерцыі PC. Калі круцільныя вагі паказваюць пастаянны кірунак сілы цяжару Pg, то гэта азначае наступнае; калі нават сіла PG змянілася, то сіла PC павінна была змяніцца, бо толькі ў гэтым выпадку дыяганаль новага паралелаграма гэтых двух сіл мае той-жа кірунак, што і раней.

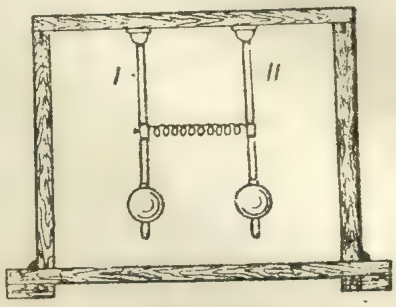
У доследах Этвёша—да аднаго канца каромысла быў прывешаны заўсёды адзін і той-жа платынавы груз, да другога канца—паслядоўна прывешваліся гіркі, выраблены з розных даследуемых матэрый. Затым каромысла ўстанаўлівалася перпендыкулярна мерыдыяну ў кірунку з усходу на захад; калі-б кірунак сілы цяжару для платыны і для даследуемай матэрыі (напрыклад для медзі) быў-бы розны то пасля таго, як увесь прыбор быў-бы павернуты на 180°, яго каромысла павінна было-б заняць іншае палажэнне, чым пры першым вымярэнні. Паводле даных доследаў, Этвёша розніца ў кірунках сілы цяжару для розных матэрый у кожным выпадку меншая, чым $\frac{1}{60\,000}$ дугавой секунды, што адпавядае дакладнасці вымярэння да $\frac{1}{2\cdot 10^8}$.

Звязаныя маятнікі (Обербек, 1888). Рухі маятніка з'яўляюцца найбольш простым і найбольш лёгкім для вывучэння выпадкам вагальных рухаў, якія ляжаць у аснове акустыкі і оптыкі, і адыгрываюць вялікую ролю ў многіх механічных і электрычных працэсах. Вагальным рухам прысвечаны спецыяльны раздзел, тут-жа мы толькі разгледзім некаторыя асобныя выпадкі рухаў маятніка, цікавыя з пункта погляду тэорыі ваганняў.

Як мы ўжо бачылі, ваганні кожнага фізічнага маятніка залежаць толькі ад тых індывідуальных адзнак, якія ўласцівы данаму маятніку (Θ, M, s) і яшчэ ад паскарэння сілы цяжару ў тым месцы, дзе знаходзіцца маятнік. Рухі маятніка, на які не дзейнічаюць ніякія знешнія сілы, апроч сілы цяжару, называюцца свабодным ваганнем і перыяд такога маятніка называецца яго ўласным перыядам. Ваганні маятніка набываюць зусім іншы характар, калі на яго, апроч сілы цяжару, дзейнічае яшчэ якая-небудзь знешняя сіла.

У механіцы, акустыцы і асабліва ў з'явах электрычных ваганняў, на якіх грунтуецца бяздротавая перадача сігналаў, маюць вялікае значэнне ваганні так званых звязаных сістэм. Калі мы ўявім сабе дзве паасобныя сістэмы, з якіх кожная можа вагацца падобна да маятніка, з уласным перыядам ваганняў і ўявім сабе далей, што гэтыя дзве сістэмы не залежаць адна ад адной, а вагаюцца так, што ваганні першай перадаюцца другой, ваганні другой у сваю чаргу—першай, то абедзве гэтыя сістэмы

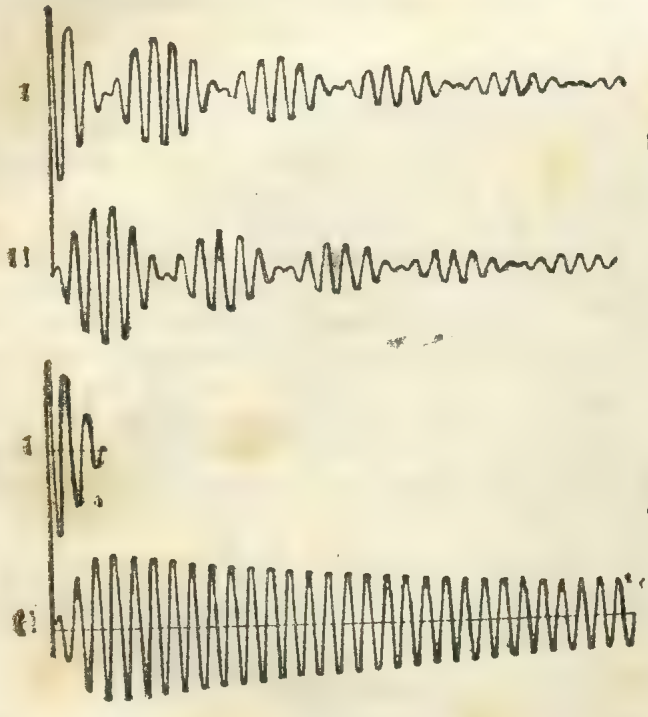
ўтвараюць адну звязаную вагальную сістэму. Прыкладам такой звязанай вагальнай сістэмы могуць служыць два маятнікі, звязаныя адзін з адным спружынкай. Кожны з іх мае ўласны перыяд ваганняў, але з прычыны сувязі (у выглядзе спружынкі) ваганні кожнага з маятнікаў будуць перадавацца другому. Тут магчымі два выпадкі: 1) звязаныя маятнікі могуць мець розныя ўласныя перыяды або 2) калі два звязаныя маятнікі зусім аднолькавыя, то яны будуць мець роўныя ўласныя перыяды (у апошнім выпадку кажуць, што мае месца рэзананс маятнікаў). Мы разгледзім у якасці прыкладу звязанай сістэмы іменна апошні выпадак (рыс. 137).



Рыс. 137. Звязаныя кі.

Спынімся, карыстаючыся гэтым прыкладам, на двух характэрных выпадках звязаных ваганняў.

Першы выпадак. Прытрымліваючы маятнік *II*, прымусім вагацца маятнік *I* і затым аслабонім *II*. Пасля гэтага рухі маятніка *I* будуць паступова перадавацца маятніку *II* і, калі ўласныя перыяды маятнікаў аднолькавыя (ёсць рэзананс ваганняў), то размахі маятніка *II* будуць рабіцца ўсё большымі, між тым як ваганні маятніка *I* будуць паступова аслабяваць. Нарэшце маятнік *I* зусім спыніцца; гэта будзе ў той момант, калі ваганні маятніка *II* акажуцца найбольш інтэнсіўнымі. Затым з'ява паўтараецца ў адваротным парадку: ваганні маятніка *II* аслабяваюць, а маятнік *I* пачынае вагацца ўсё больш моцна; пасля таго, як маятнік *II* спыніцца, будзе зноў паўтарацца тое-ж самае датуль, пакуль уся з'ява з прычыны згасання не спыніцца. На рыс. 138 (уверсе, пад лічбай 1) паказаны графічна ваганні двух звязаных маятнікаў *I* і *II*. З гэтага графіка відаць, што амплітуда кожнага з іх перыядычна то павялічваецца, то змяншаецца, прычым максімальныя амплітуды маятніка *I* дасягаюцца якраз у той момант, калі маятнік *II* мае мінімальныя амплітуды, і наадварот. Перыядычныя павелічэнні і змяншэнні амплітуд называюцца біеннямі. Біенні, якія ўзнікаюць у звязанай сістэме, могуць адбывацца часцей або радзей у залежнасці ад таго, наколькі моцная сувязь паміж паасобнымі часткамі вагальнай звязанай сістэмы. У нашым выпадку частата біенняў



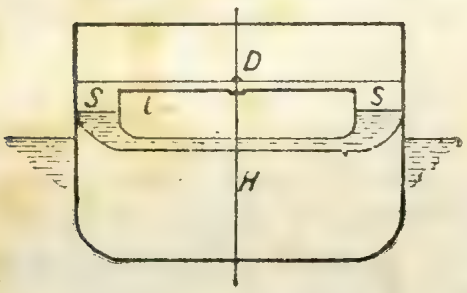
Рыс. 138. Ваганні ў звязанай сістэме.

таксама залежыць ад таго як звязаны маятнікі. Калі спружынка злучае маятнік унізе (выпадак больш моцнай сувязі), то біенні адбываюцца часцей, чым тады, калі спружынка злучае маятнік уверсе каля падвесу (выпадак больш моцнай сувязі).

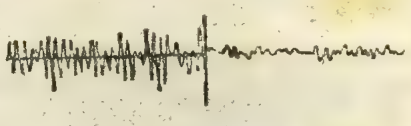
Другі выпадак. Пачынаем дослед таксама, як і ў першым выпадку: прытрымаўшы маятнік *II*, прывядзем у ваганне маятнік *I*, пасля чаго аслабонім маятнік *II*; затым дачакаемся, калі маятнік *I*, перадаўшы сваю энергію маятніку *II*, спыніцца, і ў гэты момант перарвем сувязь паміж імі (напрыклад, зняўшы спружынку, якая злучае іх, або зняўшы маятнік *I* з падвесу). У такім выпадку маятнік *II* будзе працягваць свае ваганні ўжо як свабодны маятнік; у далейшым ён не можа перадаць свае ваганні другому маятніку.

Ход гэтай з'явы паказаны графічна на рыс. 138, пад лічбай 2 унізе. Гэты выпадак носіць назву „ударнага ўзбуджэння". Ударнае ўзбуджэнне звязаных сістэм мае асаблівае значэнне ў з'явах электрычных ваганняў.

Тэхнічныя ўжыванні механічных звязаных сістэм. У навігацыі ваганні звязаных сістэм выкарыстоўваюць для таго, каб аслабіць бакавую качку судна. Кожнае судно, якое плыве па вадзе, мае ўласны перыяд ваганняў і яго можна параўнаць з адным з маятнікаў толькі што разгледжанай вагальнай сістэмы. Хвалі, якія дзейнічаюць на гэта судно, прымушаюць яго вагацца (падобна да таго, як у разгледжаным прыкладзе маятнік *I* прымушаў вагацца *II*). Качка робіцца асабліва інтэнсіўнай у тым выпадку, калі перыяд хваль блізкі да перыяду ўласных ваганняў судна, г зн. калі ёсць рэзананс паміж хвалямі і ўласнымі ваганнямі карабля. У гэтай з'яве ваганні судна адстаюць да ваганняў хваль па фазе на 90°, у выніку чаго найбольшага свайго адхілення судно дасягае на $^1/_4$ перыяда пазней, чым хваля дасягае свайго найбольшага нахілу. З гэтым і звязана асноўная ідэя пабудовы прылады для паслаблення качкі. З гэтай мэтай на караблі змяшчаюць бак, напоўнены вадой (рыс. 139). Ваду, якая знаходзіцца ў баку, можна параўнаць з другім маятнікам разгледжанай звязанай сістэмы. (Такім чынам у даным выпадку звязаную вагальную сістэму складаюць само судно і вада ў баку). Бак, схематычна паданы на рыс. 139, складаецца з двух рэзервуараў змешчаных з абодвух бакаў судна, знізу злучаных паміж сабою каналам, які ляжыць упоперак судна. Вада напаўняе ўвесь папярочны канал *H*—цалкам, а рэзервуары *S*—толькі да палавіны. Верхнія часткі рэзервуараў, запоўненыя паветрам, таксама злучаны паміж сабой трубой. Размеры ўсёй гэтай пабудовы такія, што перыяд уласных ваганняў вады, якая запаўняе рэзервуары *S* і канал *H*, супадае з перыядам уласных ваганняў судна. Калі з прычыны рэзанансу паміж ваганнямі судна і ваганнямі хваль амплітуды ваганняў карабля зробяцца вельмі вялікімі, то гэтыя ваганні перадаюцца вадзе, якая знаходзіцца ў баку. Пры гэтым ваганні вады таксама будуць адставаць па фазе ад ваганняў судна на 90°, чаму фаза ваганняў хваль і фаза ваганняў вады ў баку будуць адрознівацца на 180°. У такім выпадку ваганні вады ў баку будуць аказваць дзеянне якраз працілеглае дзеянню хваль і гэта паслужыць перашкодай да ўзрастання амплітуды ваганняў судна. Клапан *D* у верхняй трубе, якая злучае два рэзервуары, прызначаны для рэгулявання прытоку паветра; рэгулюючы паступленне паветра, ён дае магчымасць прыстасаваць рух вады ў баку да стану мора ў даны момант. На рыс. 140 графічна паказаны ваганні судна да і пасля ўключэння апісанай прылады.



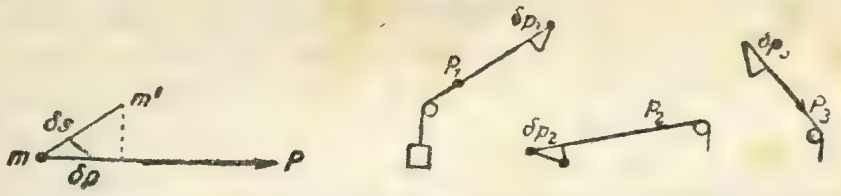
Рыс. 139. Ужыванне звязаных ваганняў у навігацыі.


Рыс. 140. Ваганні судна да і пасля ўключэння прылады, якая паслабляе качку.

В) АГУЛЬНЫЯ ПРЫНЦЫПЫ МЕХАНІКІ.

Тэарэтычная механіка даследуе стан руху (або спакою) сістэмы матэрыяльных пунктаў у тым выпадку, калі: 1) вядома і можа быць матэматычна сфармулявана ўнутраная сувязь паміж пунктамі сістэмы (у далейшым мы будзем заўсёды дапускаць, што разглядаемая сістэма ёсць цвёрдае цела); 2) вядомы ўмовы, якія сцясняюць рух сістэмы, або, як кажуць, сувязі, наложаныя на сістэму; 3) вядомы сілы, якія дзейнічаюць на сістэму. Задачай статыкі з'яўляецца: знайсці ўмовы, пры якіх сілы, дзеючыя на сістэму, узаемна ўроўнаважваюцца, у выніку чаго сістэма застаецца ў спакоі. Задача дынамікі заключаецца ў даследванні руху сістэмы, калі сілы, якія дзейнічаюць на яе, узаемна не ўроўнаважваюцца. Задача статыкі рашаецца прынцыпам магчымых перамяшчэнняў. Задача дынамікі рашаецца прынцыпам д'Аламбера.

Агульны прынцып статыкі: прынцып магчымых перамяшчэнняў. Магчымым перамяшчэннем сістэмы пунктаў назы-



Рыс. 141. Прынцып магчымых перамяшчэнняў. δs ёсць магчымае перамяшчэнне матэрыяльнага пункта m; δp — праекцыя гэтага магчымага перамяшчэння на кірунак сілы P, якая дзейнічае на пункт m.

ваецца пераход сістэмы з палажэння, сумяшчальнага з умовамі, якія сцясняюць рух сістэмы (або інакш дапускаюцца „сувязямі") у іншае такое-ж (дапушчальнае, магчымае) палажэнне, бесканечна блізкае да першага. (Прыцып магчымых перамяшчэнняў растлумачаны на прыкладзе вагара, рыс. 142). Пры пераходзе сістэмы з аднаго „дапушчальнага сувязямі" палажэння ў іншае, кожны пункт m сістэмы праходзіць бесканечна малы шлях δs; у звязку з малой велічынёй адрэзка δs, яго можна лічыць прамалінейным; δs ёсць магчымае перамяшчэнне пункта (рыс. 141). Пры гэтым зусім не мае значэння, ці перамяшчаецца пункт у сапраўднасці або не, мае значэнне толькі тое, што ён можа рабіць гэта перамяшчэнне. (Паняцце магчымага перамяшчэння робіць ясным, як сцясняюць рух сістэмы сувязі, на яе наложаныя. Мы растлумачым гэта на прыкладах рыс. 142 і 143).

Дапусцім, што на матэрыяльны пункт масы m дзейнічае сіла P і няхай δs ёсць магчымае перамяшчэнне, а δp—праекцыя δs на кірунак сілы P. Здабытак $P\delta p$ называецца магчымай работай пры магчымым перамяшчэнні δs. Прынцып магчымых перамяшчэнняў (Іаган Бернулі, 1717) кажа: калі сістэма складаецца з n матэрыяльных пунктаў m_i і на кожны пункт дзейнічае сіла P_i, то сілы P_i узаемна ўроўнаважваюцца, калі сума магчымых работ уз-

доўж усіх магчымых перамяшчэнняў сістэмы роўна нулю, г. зн. калі:

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_i \cdot \delta p_i = 0.$$

Па сутнасці кажучы, даказаць гэты прынцып немагчыма; яго можна толькі звесці да іншых, яшчэ больш простых палажэнняў (аксіом). Наглядназць гэтага прынцыпа значна павялічваецца, калі мы ўспомнім, што здабытак ад множання сілы на шлях $P \cdot \delta p$ ёсць работа. Няхай цяпер A, B, C—сістэмы матэрыяльных пунктаў, паміж якімі існуе некаторая пэўная сувязь. (Устанаўліваць дакладна, якога роду гэта сувязь, мы не будзем). Няхай P_1, P_2, P_3, ...—сілы, якія дзейнічаюць на гэтыя пункты, δp_1, δp_2, δp_3, ...—праекцыі бесканечна малых магчымых перамяшчэнняў на кірунак сілы. Згодна прынцыпа магчымых перамяшчэнняў, калі сістэма знаходзіцца ў роўнавазе, то $P_1\delta p_1 + P_2\delta p_2 + P_3\delta p_3 + \ldots = 0$. Мы не можам непасрэдна бачыць, чаму гэта так; але ўявім сабе, што сілы заменены адпаведнымі грузамі. Грузы, прымацаваныя да шнуроў, перакінуты праз блокі і нацягваюць шнуры ў кірунках адпаведных сіл (рыс. 141). Суадносіны $\Sigma P \cdot \delta p = 0$ служаць выразам таго, што цэнтр цяжару ўсёй сістэмы грузаў займае самае нізкае палажэнне з тых, якія дапускаюцца наложанымі на сістэму сувязямі. Калі-б адна частка грузаў апусцілася, то другая-б адпаведна ўзнялася, але цэнтр цяжару сістэмы працягваў-бы займаць ранейшае палажэнне (прычым алгебраічная сума здабыткаў ад множання $P\delta p$ засталася-б роўнай нулю).

Рыс. 142. Паясненне прынцыпа магчымых перамяшчэнняў на прыкладзе вагара.

Ужыванне гэтага прынцыпа найпрасцей ілюстраваць на прыкладзе вагара. Да канца цвёрдай прамой mn, якая можа вярцецца ў плоскасці чарцяжа навакол нерухомага пункта O, прыложаны дзве паралельныя, накіраваныя ў адзін і той-жа бок і перпендыкулярныя да прамой mn сілы P_1 і P_2. У гэтым выпадку існуюць толькі два „сумяшчальных з умовамі, якія сцясняюць рух сістэмы", перамяшчэнні. Сапраўды, адзіны магчымы для прамой mn рух—гэта вярчэнне навакол нерухомага пункта O; апроч таго прамая mn можа вярцецца толькі ў плоскасці чарцяжа. Значыць магчымы толькі два вярчэнні: у кірунку руху стрэлкі гадзінніка і ў працілеглым кірунку. Няхай канец m прамой mn (рыс. 142) апісвае бесканечна малую дугу δp_1, а канец n—дугу δp_2. Дугі δp_1 і δp_2 з прычыны іх малой велічыні можна лічыць прамалінейнымі адрэзкамі, а значыць можна лічыць, што яны супадаюць з кірункамі сіл P_1 і P_2 і тоесны са сваімі праекцыямі на кірункі гэтых сіл. Магчымая работа сілы P_1 на магчымым перамяшчэнні δp_1 роўна $-P_1\delta p_1$; яна адмоўная, бо кірунак сілы P_1 і кірунак руху працілеглыя. Магчымая работа сілы P_2 на магчымым перамяшчэнні δp_2 роўна $+P_2\delta p_2$. У адпаведнасці з прынцыпам магчымых перамяшчэнняў $P\delta p_2 - P\delta p_1 = 0$. Але з прычыны ўмоў, якія сцясняюць рух сістэмы (прамая mn—цвёрдая, і рух ёсць вярчэнне ў плоскасці чарцяжа навакол нерухомага пункта O), δp_1 і δp_2 не незалежны. З чарцяжа (рыс. 142) мы знаходзім $\frac{\delta p_1}{\delta p_2} = \frac{p}{q}$. Таму суадносіны $P_2\delta p_2 - P_1\delta p_1 = 0$ ператва-

раюцца ў роўнасць $P_1 \cdot p = P_2 \cdot q$. Зусім такую-ж умову роўнавагі мы знайшлі раней, выходзячы з зусім імшых меркаванняў.

Другі прыклад. Знойдзем умову роўнавагі для дыферэнцыяльнага паліспаста (рыс. 143). Сіла P_1 і груз Q узаемна ўроўнаважваюцца. Якія існуюць тады суадносіны паміж сіламі P_1 і Q і паміж адлегласцямі R і r? Сіла Q размяркоўваецца ўздоўж усяго шнура, які ахоплівае рухомы блок і таму сілы нацяжэння P_2 і P_3 абодвух частак шнура роўны. Магчымыя перамяшчэнні δp_2 і δp_3 пунктаў прылажэння сіл P_2 і P_3 сумяшчальныя з умовамі, якія сцясняюць рухі сістэмы (г. зн. перамяшчэнні, якія дапускаюцца сувязямі), паказаны на рыс. 143. Магчымая работа сілы P_3 на перамяшчэнні δp_3 ёсць $-P_3\delta p_3$; яна адмоўная, бо кірунак сілы і кірунак магчымага руху ўзаемна праціглеглыя. Згодна прынцыпу магчымых перамяшчэнняў: $P_1\delta p_1 + P_2\delta p_2 - P_3\delta p_3 = 0$. Але мы маем

Рыс. 143. Тлумачэнне прынцыпа магчымых перамяшчэнняў на прыкладзе паліспаста.

$$1)\ \delta p_3 = \delta p_1;\ 2)\ \frac{\delta p_2}{\delta p_1} = \frac{r}{R};\ 3)\ P_3 = P_2\ \ (= Q/2);$$

значыць:

$$P_1 \cdot \delta p_1 + P_2 \cdot \frac{r}{R} \cdot \delta p_1 - P_2 \cdot \delta p_1 = 0;\ \ P_1 = P_2\left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

і нарэшце

$$P_1 = \frac{Q}{2R}(R - r).$$

Агульны прынцып дынамікі: прынцып д'Аламбера (1743). Асноўным прынцыпам дынамікі з'яўляецца прынцып д'Аламбера, якім усе задачы дынамікі зводзяцца да задач статыкі, кожная рухоўная сістэма прыводзіцца да сістэмы, якая знаходзіцца ў роўнавазе. Няхай на якую-небудзь сістэму матэрыяльных пунктаў, якая знаходзіцца ў руху, дзейнічае некаторая сіла G. Гэту сілу, якою сістэма прыводзіцца ў рух, мы будзем называць рухаючай або знешняй сілай. Дапусцім, што рух сістэмы сцеснены пэўнымі ўмовамі, або, інакш кажучы, на сістэму наложаны сувязі і няхай гэтыя сувязі выражаюцца ў тым, што на сістэму (або паміж паасобнымі часткамі або пунктамі сістэмы) дзейнічаюць сілы, роўнадзейная якіх роўна B. Гэтыя сілы называюцца сіламі сувязі. Рух сістэмы пунктаў з'яўляецца рэзультатам сумеснага дзеяння сіл B і G. Калі мы абазначым рэзультуючую сіл G і B праз GB, то мы можам сказаць: сістэма рухаецца так, як нібыта яна зусім свабодна (г. зн. як нібыта на яе не наложана ніякіх сувязей) і на яе дзейнічае адна толькі сіла па велічыні і па кірунку роўная сіле GB. Няхай маса ўсёй сістэмы ёсць m. Дапусцім, што сіла GB надае сістэме паскарэнне q. Гэта ёсць тое паскарэнне, якое сапраўды мае сістэма. Такім чынам сістэма рухаецца так, як нібыта яна зусім свабодная і на яе дзейнічае сіла mq. Для таго каб звесці цяпер такую рухоўную сістэму да сістэмы, якая знаходзіцца ў роўнавазе, д'Аламбер далучае да сіл G і B яшчэ адну (фіктыўную) сілу, па велічыні роўную роўнадзейнай GB, але накіраваную ў праціглеглы бок; гэта фіктыўная сіла, якая называецца сілай інерцыі, роўна—mq. Такім чынам прынцып д'Аламбера заключаецца ў наступным: умовы роўнавагі могуць быць

дапасаваны і да знаходжання руху сістэмы; трэба толькі да рэальных сіл G і B дадаць яшчэ фіктыўную сілу інерцыі $(-mq)$. Прынцып д'Аламбера можна выразіць раўнаннем: $GB - mq = 0$. Роўнадзейная GB знаходзіцца па значэннях сіл G і B, а mq—па масе сістэмы і тым паскарэнні q, якое сістэма мае ў сапраўднасці.

Растлумачым гэты прынцып на прыкладзе Дапусцім, што некаторая маса m надае ўздоўж нахіленай плоскасці, якая ўтварае з гарызонтам вугал α. У такім выпадку рухаючай сілай з'яўляецца сіла цяжару, г. зн. вага масы m; значыць $G = mg$. Сілай сувязі з'яўляецца рэакцыя нахіленай плоскасці, перпендыкулярная да нахіленай плоскасці. Пад дзеяннем гэтых сіл маса m рухаецца ўздоўж нахіленай плоскасці ўніз з невядомым нам паскарэннем q; яна рухаецца так, як нібыта яна свабодная і на яе дзейнічае адна сіла, па велічыні роўная mq і накіраваная ўздоўж нахіленай плоскасці, згодна прынцыпу д'Аламбера: $(mg,\ mg \cdot \cos\alpha) - mq = 0$.

Элементарная геаметрычная пабудова на рыс. 28 дае нам выраз у дужках. Мы атрымліваем:

$$\sqrt{(mg)^2 - (mg \cdot \cos\alpha)^2} - mq = 0,$$

адкуль:

$$mq = \sqrt{m^2 g^2 \sin^2\alpha} = mg \sin\alpha$$

і значыць у згодзе з раней атрыманым рэзультатам $q = g \cdot \sin\alpha$.

Разгледзім яшчэ адзін прыклад, іменна дапасуем прынцып д Аламбера да руху ў атвудавай машыне. Нахай m_1 і m_2 масы двух грузаў атвудавай машыны (рыс. 13), прычым m_1 ёсць маса грузу разам з перагрузкам. Мы дапускаем, што шнур, на якім вісяць грузы m_1 і m_2 і блок зусім невагомыя і што даўжыня шнура нязменная (г. зн. шнур—нерасцяжны). Апроч сілы цяжару на масы m_1 і m_2 ніякія іншыя сілы не дзейнічаюць, і рухаючымі сіламі з'яўляюцца, значыць, вагі мас m_1 і m_2, роўныя $m_1 g$ і $m_2 g$; іх рэзультуючая ёсць: $G = m_1 g - m_2 g$ (мы бярэм знак — у аднаго з гэтых складаемых, бо кірункі рухаў, якія надаюцца сіламі $m_1 g$ і $m_2 g$, працілеглыя: адна сіла дзейнічае ўверх, а другая ўніз). Роўнадзейная сіла сувязі ў гэтым выпадку роўна нулю. На самай справе, мы дапусцілі, што шнур нерасцяжны; нерасцяжнасць шнура выражаецца ў тым, што масы цягнуць яго ў працілеглых кірунках, а шнур нацягваецца з роўнымі і працілегла накіраванымі сіламі, у выніку чаго ўсе сілы ўзаемна ўроўнаважваюцца. Сіла mq роўна $m_1 x_1 — m_2 x_2$, дзе x_1 і x_2—пакуль што яшчэ невядомыя нам паскарэнні мас m_1 і m_2. Адлегласць паміж масамі m_1 і m_2, вымераная ўздоўж шнура—нязменная: таму скорасці абодвух мас у кожны даны момант роўны, а значыць роўны і паскарэнні x_1 і x_2. Таму што x_1 накіравана ўніз, а x_2—уверх, то мы павінны прыняць $x_2 = -x_1$. Таму $mq = m_1 x_1 + m_2 x_2$.

Канчаткова мы маем:

$$(G, B) - mq = 0$$

$$(m_1 g - m_2 g,\ 0) - (m_1 x_1 + m_2 x_1) = 0;$$

$$m_1 g - m_2 g - (m_1 x_1 + m_2 x_1) = 0;$$

$$x_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g.$$

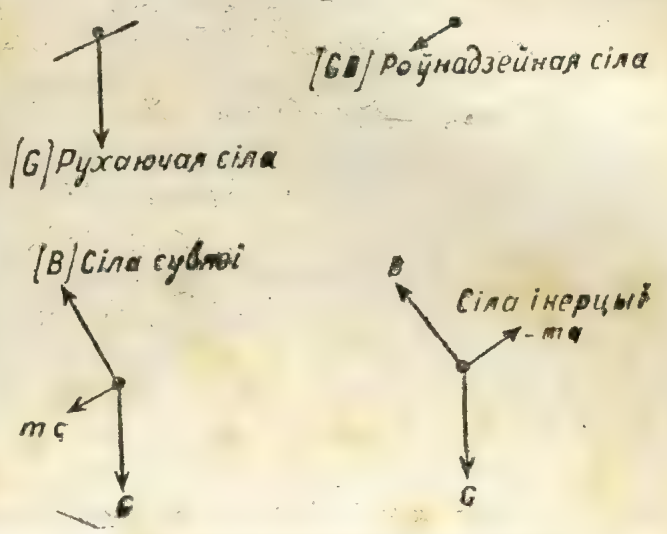
Калі мы заменім m_1 праз $M + m$, а m_2 праз M, то атрымаем той-жа выраз, што і раней, а іменна:

$$x_1 = \frac{mg}{2M + m}.$$

Адноснасць руху. Адкінуўшы цяпер даследванне прыватных тыпаў руху, зоймемся агульным пытаннем аб адноснасці руху. Мы ўжо і раней (стар. 9) казалі аб адноснасці руху, але нам прышлося адкласці больш падрабязнае абмеркаванне гэтага

пытання да азнаямлення з некаторымі агульнымі паняццямі, якія адносяцца да руху матэрыяльных пунктаў і сістэм. Спынімся перш за ўсё на адным простым прыкладзе.

Уявім сабе, што ў адкрытым моры знаходзіцца судно, якое рухаецца ў кірунку з поўдня на поўнач са скорасцю 1 *м/сек*, і ўявім, што на палубе судна знаходзіцца назіральнік, які ідзе са скорасцю 1 *м/сек* у кірунку з поўначы на поўдзень. Палажэнне назіральніка адносна земнай паверхні, відавочна, не мяняецца; але трэба падкрэсліць, што яго палажэнне не мяняецца т о л ь к і адносна земнай паверхні, бо разам з зямлёй ён верціцца навакол земнай восі, рухаецца разам з Зямлёй навакол Сонца са скорасцю 30 *км/сек*, а разам з сонечнай сістэмай ён рухаецца сярод нерухомых зорак. Аднак на з'явы і працэсы, якія адбываюцца на судне, усе гэтыя рухі Зямлі не робяць ніякага ўплыву, і назіральнік, які ідзе па палубе, заўважае толькі змену яго адлегласці ад прадметаў, што знаходзяцца на борце карабля.

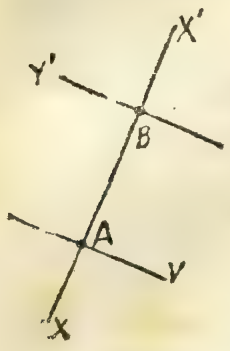


Рыс. 144. Сілы ў прынцыпе д'Аламбера.

Калі судно стаіць на якары, назіральнік-жа стаіць на палубе нерухома, то і ён прымае ўдзел ва ўсіх рухах Зямлі, але гэтага ён не заўважае. Уявім сабе, што сонечная сістэма рухаецца ў кірунку да якога-небудзь пэўнага пункта сусвету, які знаходзіцца ў „абсалютным" спакоі; назіральнік, нязменна звязаны з сонечнай сістэмай, мог-бы сцвярджаць, што ён знаходзіцца ў спакоі, а пункт (які знаходзіцца ў абсалютным спакоі) набліжаецца да сонечнай сістэмы; але з такім-жа зусім правам другі назіральнік, які знаходзіцца ў гэтым нерухомым пункце, сцвярджаў-бы, што іменна ён знаходзіцца ў спакоі, а сонечная сістэма рухаецца ў кірунку да яго. Разгледзім цяпер рух самога судна адносна вады. Дапусцім напрыклад, што судно рухаецца са скорасцю 1 *м/сек*, але ў той-жа час вада з такой-жа скорасцю рухаецца ў працілеглым кірунку. Тады судно а д н о с н а б е р а г а будзе заставацца ў спакоі; але адносна вады яно будзе рухацца зусім таксама, як калі-б вада сапраўды знаходзілася ў спакоі, і судно сапраўды рухалася-б. І тое і другое мы можам сцвярджаць з аднолькавым правам.

Усе гэтыя прыклады паказваюць, што трэба разумець пад а д н о с н а с ц ю р у х у. Для таго каб зрабіць паняцці больш дакладнымі і строгімі, разгледзім (замест судна, вады і берагоў) матэрыяльны пункт і прамавугольную сістэму каардынат як сістэму адліку. Няхай *A* і *B*—два матэрыяльныя пункты, якія рухаюцца па адной і той-жа прамой адна другой насустрач з адноснай скорасцю *v*. Дапусцім, што апроч гэтых двух пунктаў у прасторы

нічога не існуе і ўявім, што ў кожным з іх знаходзіцца па назіральніку. Кожны назіральнік бачыць, што яго адлегласць ад другога пункта змяншаецца. Няхай у які-небудзь пачатковы момант часу гэта адлегласць была роўна a, а праз прамежак часу t яна зменшылася на vt. Назіральнік, які знаходзіцца ў пункце A, скажа: „я знаходжуся ў спакоі, B рухаецца ў кірунку да мяне", і калі ён прыме пункт A, у якім ён знаходзіцца, за пачатак каардынат, а прамую, па якой ён рухаецца, за вось x, то ён выразіць рух пункта B раўнаннем $x = a - vt$. Назіральнік, які знаходзіцца ў пункце B, скажа з такім-жа правам зусім тое-ж самае: „я знаходжуся ў спакоі, A рухаецца ў кірунку да мяне" і, змяшчаючы пачатак сістэмы каардынат у пункце B, выразіць рух пункта A такім-жа раўнаннем $x = a - vt$. Карацей кажучы, прамая, па якой рухаюцца абодва пункты, з'яўляецца агульнай воссю абсцыс двух сістэм прамавугольных каардынат, восямі ардынат якіх служаць прамыя Y і Y'; восі X і X' супадаюць, а Z і Z' перпендыкулярны плоскасці чарцяжа (рыс. 145). Пачаткі абодвух гэтых каардынатных сістэм рухаюцца адзін аднаму насустрач прамалінейна і роўнамерна з адноснаю скорасцю v. Кожны назіральніх можа з поўным правам сцвярджаць: „я знаходжуся ў спакоі, а прадметы, якія мяняюць сваё палажэнне адносна мяне,—рухаюцца". І ні адзін з назіральнікаў не можа вырашыць, ці правільна яго сцвярджэнне або правільна адваротнае сцвярджэнне.



Рыс. 145. Да адноснасці руху.

Інерцыяльная сістэма адліку. Мала таго: ні той, ні другі назіральнік ніколі не можа вырашыць, чыё сцвярджэнне правільнае—ці самога назіральніка, ці працілеглае—не толькі ў тым выпадку, калі мае месца толькі што апісаны рух, а ва ўсіх выпадках,—калі назіральнік сочыць за любым рухам.

Якое-б ні было палажэнне назіральніка і які-б рух ён ні разглядаў, ён заўсёды можа даць два тлумачэнні: ён можа лічыць, што ён сам нерухомы, а рухаецца той прадмет, палажэнне якога адносна яго змяняецца, або наадварот—лічыць, што прадмет, які ён назірае, знаходзіцца ў спакоі, а сам ён рухаецца. Абодва ўяўленні аднолькава несупярэчлівыя. Каб апісаць які-б там ні было рух, заўсёды трэба выбраць якую-небудзь пэўную сістэму каардынат,—тую сістэму адліку, да якой мы адносім рух; выбраць-жа сістэму мы можам зусім адвольна. Выбраная сістэма каардынат павінна здавальняць аднаму патрабаванню: адносна яе павінен выконвацца закон інерцыі, бо толькі ў такой сістэме справядлівы законы механікі. Праўда, у сцвярджэнні „матэрыяльны пункт, прадстаўлены самому сабе, рухаецца прамалінейна і роўнамерна"—прама не гаворыцца, што гэты закон справядлівы ў якой-небудзь пэўнай сістэме каардынат, але па сутнасці, па ўнутраным сэнсе, закон інерцыі змяшчае ў сабе пэўным чынам выбраную сістэму каардынат. Сістэма каардынат, у якой справядлівы закон інерцыі, называецца галілеевай, або інерцыяльнай

сістэмай. Прырода не дае нам ніякай, так сказаць, натуральнай інерцыяльнай сістэмы, адносна якой існаваў-бы абсалютны прамалінейны і роўнамерны рух (рух, які адбываецца па інерцыі). Сапраўды, сістэма каардынат толькі тады атрымлівае фізічны сэнс, калі мы звязваем яе з якім-небудзь рэальным целам. Але калі мы звяжам каардынатную сістэму з якім-небудзь целам (напрыклад з Сонцам або Зямлёю), то тыя дапушчэнні, пры якіх справядлівы закон інерцыі, г. зн. адсутнасць якіх-небудзь знешніх уздзеянняў, ужо не будуць выкананы, бо паміж целамі існуе ўзаемнае прыцяжэнне. Такім чынам рух выключна па інерцыі ёсць абстракцыя. Аднак тыя сістэмы каардынат, якімі карыстаецца класічная механіка, набліжана можна лічыць „інерцыяльнымі сістэмамі". Калі дзе-небудзь у сусветнай прасторы існуе матэрыяльны пункт, бесканечна аддалены ад усіх мас і свабодны ад якіх-бы там ні было знешніх уздзеянняў, то для яго будзе справядлівы закон інерцыі. Сістэма каардынат, да якой аднесены такі пункт і будзе інерцыяльнай сістэмай. Усякая іншая сістэма, якая рухаецца адносна гэтай каардынатнай сістэмы прамалінейна і роўнамерна, таксама з'яўляецца інерцыяльнай сістэмай. У адносінах да тых працэсаў, з якімі мае справу класічная механіка, рух Зямлі можна разглядаць, як прамалінейны і роўнамерны (гл. зноску на стар. 10); такім чынам сістэму, звязаную з Зямлёю, можна з некаторым набліжэннем лічыць інерцыяльнай сістэмай. Тая акалічнасць, што мы не заўважаем паступальнага руху Зямлі навакол сонца, таксама кажа за тое, што мы маем права лічыць сістэму, звязаную з Зямлёй, інерцыяльнай сістэмай.

Прынцып адноснасці ў класічнай механіцы. Формулы пераварэння. Выходзячы з законаў Н'ютона, можна даказаць, што для апісання механічных працэсаў могуць быць дапасаваны з аднолькавым правам усякія сістэмы адлікаў, якія рухаюцца адна адносна другой прамалінейна і роўнамерна. Ва ўсіх такіх сістэмах механічныя працэсы працякаюць зусім аднолькава. У гэтым і заключаецца прынцып адноснасці класічнай механікі. Дапусцім, што мы маем дзве сістэмы каардынат xyz і $x'y'z'$. Няхай гэтыя сістэмы рухаюцца адна адносна другой уздоўж восі x (г. зн. пачатак адной сістэмы перамяшчаецца ўздоўж восі абсцыс другой сістэмы, так што восі x і x' супадаюць, а восі y і y', z і z'—паралельны (з пастаяннай) адноснай скорасцю v. Для пераходу ад каардынат x', y', z' да каардынат x, y, z мы маем у гэтым выпадку такія формулы пераварэння:

$$x' = x - vt;\ y' = y;\ z' = z;\ t' = t.$$

Заўвага. Каардыната часу адна і тая-ж, заўсёды $t' = t$, якбы мы не пераварылі прасторавыя каардынаты. Гэта значыць, што ў класічнай механіцы час не залежыць ад стану руху каардынатнай сістэмы і вымярэнне часу не залежыць ад руху той сістэмы адліку, з якой звязаны назіральнік. Калі мы заменім, карыстаючыся формуламі пераварэння, каардынаты x, y, z, t,

каардынатамі x', y', z', t', г. зн. пяройдзем ад адной сістэмы каардынат да другой, то форма, у якой выражаюцца законы Ньютона, застаецца нязменнай. Адсюль мы бачым, што для апісання механічных працэсаў абедзве сістэмы зусім роўнакаштоўныя і што ў гэтых мэтах наогул ні адна з гэтых двух сістэм, якія рухаюцца адна адносна другой роўнамерна і прамалінейна, не мае пераваг перад другой.

Мы можам лічыць адну з двух каардынатных сістэм нерухомай, другую—рухоўнай, але якую іменна мы будзем лічыць нерухомай, а якую рухоўнай—гэта ўсёроўна ў літаральным сэнсе гэтага слова, бо ў механіцы няма ніякага спосабу адрозніць, якая іменна сістэма нерухомая, а якая рухаецца роўнамерна і прамалінейна.

Супярэчнасць у прынцыпе адноснасці класічнай механікі: скорасць святла не залежыць ад руху сістэмы адліку (пастаянства скорасці святла). Датуль, пакуль думалі, што ўсе фізічныя з'явы могуць быць вытлумачаны механічнымі рухамі і працэсамі, г. зн. усе фізічныя з'явы могуць быць зведзены да з'яў, якія вывучаюцца ў класічнай механіцы, лічылі, што і прынцып адноснасці пашыраецца на ўсе фізічныя працэсы. Аднак аказалася, што гэта не так: для электрамагнітных працэсаў (да якіх адносяцца таксама і светлавыя з'явы), што адбываюцца ў рухоўных целах, прынцып адноснасці класічнай механікі несправядлівы. У гэтым пытанні рашаючую ролю адыгрывае незалежнасць скорасці пашырэння электрамагнітных працэсаў ад руху сістэмы адліку або, інакш кажучы, пастаянства скорасці святла (c). Пастаянства скорасці святла прымусіла пераглядзець прынцып адноснасці класічнай механікі і замяніць яго іншым—больш агульным і абымаючым яго прынцыпам. На гэтым пытанні мы зараз і спынімся.

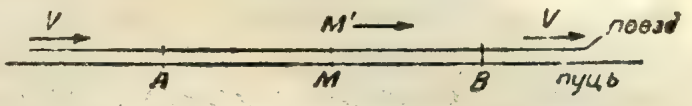
Няхай мы маем дзве сістэмы каардынат xyz і $x'y'z'$, адна з якіх перамяшчаецца адносна другой роўнамерна і прамалінейна з некаторай адноснай скорасцю v. Дапусцім далей, што мы вымяраем скорасць некаторага працэсу, адзін раз адносячы яго да сістэмы каардынат xyz, а другі раз—да сістэмы $x'y'z'$. Таму што каардынатныя сістэмы самі рухаюцца адна адносна другой са скорасцю v, то, згодна прынцыпа адноснасці класічнай механікі, мы павінны знайсці два розных значэнні для скорасці разглядаемага працэсу пры ўмове, што скорасць гэтага працэсу канечная. (Адносна працэсу, які адбываецца з бесканечна вялікай скорасцю, у класічнай механіцы загадзя дапускаецца, што скорасць яго ў абодвух сістэмах аднолькавая, іменна, бесканечна вялікая).

Аказваецца аднак, што дапушчэнне аб тым, што мы знойдзем два розных значэнні скорасці аднаго і таго-ж працэсу, аднесенага да двух розных, узаемна перамяшчальных сістэм, не пацвярджаецца. У прыродзе існуе працэс, які працякае з канечнай скорасцю, і скорасць якога аднолькава ў двух перамяшчальных адна адносна другой сістэмах; гэты працэс і ёсць пашырэнне святла. Вядомы дослед Майкельсона (параўнанне скорасці святла ў кірунку паступальнага руху Зямлі і ў кірунку, перпендыкулярным да кірунку яе руху) прывёў да

заключэння, што скорасць святла аднолькавая ва ўсіх сістэмах адліку, незалежна ад таго, ці рухаецца даная сістэма адліку ці знаходзіцца ў спакоі.

Вымяраемая доследным шляхам скорасць святла ў кожнай сістэме адліку аднолькавая па ўсіх кірунках[1]) і ў пустой прасторы з вялікай дакладнасцю роўна $3 \cdot 10^{10}$ *см/сек* (больш дакладна $2{,}9985 \cdot 10^{10}$ *см/сек*). У каардынатнай сістэме *xyz* гэты працэс—пашырэнне святла па ўсіх кірунках з адной і той-жа нязменнай скорасцю *c*—выразіцца раўнаннем: $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$.

Адноснасць „адначасовасці". Адноснасць „вызначэння часу". Такім чынам мы бачым, што пастаянства скорасці святла супярэчыць прынцыпу адноснасці класічнай механікі, справядліваму для ўсіх механічных працэсаў. Гэта супярэчнасць ухілена Эйнштэйнам[2]). Ім было паказана, што прынцып адноснасці сумяшчальны з законам пашырэння святла, калі даць свабоднае ад унутраных супярэчнасцей азначэнне паняццю „адначасовасці падзей"; пры гэтым выясняецца, што і само паняцце „адначасовасці падзей" таксама ёсць паняцце адноснае.



Рыс. 146. Да аналізу паняцця „адначасовасці".

Паняцце „адначасовасці" не патрабуе ніякага азначэння, калі гутарка ідзе аб часовым супадзенні двух падзей, якія адбываюцца ў адным і тым-жа або амаль у адным і тым-жа месцы. Кожны разумее, што азначае напрыклад „адначасова" выцягнуць абедзве рукі, „адначасова" адкрыць вочы і адкрыць рот. Зусім іншая справа, калі дзве падзеі, аб „адначасовасці" якіх мы павінны меркаваць, адбываюцца ў прасторава аддаленых адзін да аднаго пунктах. Што азначае, напрыклад, у двух розных і дастаткова далёкіх адзін ад аднаго пунктах *A* і *B* прамалінейнага чыгуначнага палатна адначасова ўдарыла маланка (рыс. 146)? Для фізіка якое-небудзь агульнае паняцце мае сэнс толькі тады, калі ён, вывучаючы некаторы асобны канкрэтны выпадак, знаходзіць у ім усе тыя-ж самыя адзнакі, якія ўтвараюць абыймаючае гэты выпадак агульнае паняцце. Таму фізік запатрабуе такога азначэння паняцця „адначасовасці", якое давала-б яму ў рукі спосаб, з дапамогай якога было-б магчыма на аснове адзнак, атрыманых з доследных даных, зрабіць заключэнне, ці сапраўды абодва ўдары маланкі адбыліся ў адзін і той-жа момант часу, ці не. Да азначэння „адначасовасці", якое здавальняе патрабаванні фізіка, Эйнштэйн прыходзіць шляхам такіх разважанняў: вымяраецца адлегласць паміж пунктамі *A* і *B* і ў пункце *M* на сярэдзіне гэтага адрэзка змяшчаецца назіральнік з аптычным прыборам, які дае яму магчымасць адразу бачыць пункты *A* і *B*, якія

---

[1]) Апроч некаторых крышталічных асяроддзяў, дзе скорасць святла ў розных кірунках розная.

[2]) У задачу нашай кнігі не ўваходзіць апісанне тэорыі адноснасці; мы скажам толькі некалькі слоў аб тых ідэях гэтай тэорыі, якія прывялі да паглыблення асноўных паняццяў, маючых фундаментальнае значэнне для элементарнай механікі.

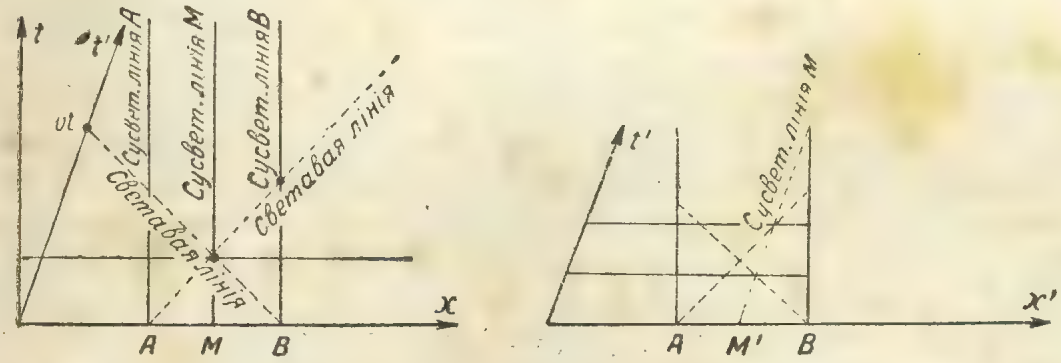
ляжаць адзін каля аднаго. Калі назіральнік бачыць, што абодва ўдары маланкі адбываюцца ў адзін і той-жа момант, то ён скажа, што яны адбываюцца адначасова і ў сапраўднасці гэтыя два ўдары маланкі будуць адначасовымі для данага назіральніка з яго пункта погляду. Заўважце, што гэтыя падзеі адначасовыя толькі для данага назіральніка.

Дапусцім цяпер, што па палатне роўнамерна рухаецца надзвычай доўгі цягнік. Ці будуць абодва ўдары маланкі, якія з пункта погляду назіральніка, што стаіць нерухома каля чыгуначнага палатна, адбываюцца адначасова, таксама адначасовымі з пункта погляду назіральніка, які едзе ў цягніку? Не, для такога назіральніка гэтыя дзве падзеі не будуць адначасовымі ў звязку з наступнай прычынай. Калі мы кажам, што адносна чыгуначнага палатна ўдары маланкі ў пунктах A і B адбыліся адначасова, то гэта азначае, што промені святла, якія выходзяць з пунктаў A і B (куды ўдарыла маланка) сустракаюцца ў сярэднім пункце M чыгуначнага шляху AB. Цяпер M' ёсць сярэдзіна нашага доўгага цягніка: M' рухаецца ўправа з той-жа скорасцю, што і цягнік (калі меркаваць гледзячы з палатна чыгункі). Дапусцім, што ўдары маланкі адбываюцца якраз у той момант, калі пункт M' цягніка супадае з пунктам M палатна. Калі-б назіральнік у цягніку, знаходзячыся ў M', не перамяшчаўся разам з цягніком, то промені святла, якія выходзяць з A і B, сустрэліся-б у M',—яны дасягалі-б назіральніка „адначасова". Але назіральнік рухаецца разам з цягніком насустрач прамяню, які выходзіць з B, у той-жа час аддаляючыся ад прамяня, які выходзіць з A (мяркуючы з чыгуначнага палатна). Таму назіральнік, які едзе ў цягніку, убачыць святло, што ідзе ад пункта B, раней, чым святло ад A, і скажа, што ўдар маланкі ў пункце B адбыўся раней, чым у пункце A. Значыць назіральнік у цягніку ўбачыць усю з'яву інакш і вытлумачыць яе па-іншаму, чым назіральнік, які нерухома стаіць у пункце M чыгуначнага палатна. Такім чынам падзеі, адначасовыя адносна палатна чыгункі, аказваюцца ўжо не адначасовымі адносна цягніка, які рухаецца, і наадварот. У гэтым сэнсе кожнае цела адліку мае свой уласны, асобы час. Калі мы прымем гэта пад увагу, то прынцып адноснасці будзе сумяшчальным з законам пашырэння святла, г. зн. з указаным вышэй фактам, што скорасць святла ў пустаце пастаянная для ўсіх сістэм адліку. Больш падрабязна на гэтым пытанні мы спыняцца не будзем. Паводле Эйнштэйна, пастаянства скорасці святла і прынцып адноснасці руху з'яўляюцца асноўнымі законамі прыроды. Два гэтыя прынцыпы паложаны ў аснову спецыяльнай тэорыі адноснасці.

Эйнштэйнава азначэнне адначасовасці прыводзіць таксама да вызначэння таго, што ёсць часовая каардыната падзей. Уявім сабе, што ў пунктах A і B змешчаны зусім аднолькава зробленыя гадзіннікі, якія ідуць таксама аднолькава. Дапусцім апроч таго, што адначасовыя (у сэнсе данага вышэй азначэння) палажэнні стрэлак гадзіннікаў—аднолькавыя (г. зн. у адзін і той-жа

час стрэлкі займаюць аднолькавыя палажэнні на цыферблатах). Тады „часовай каардынатай“ або „часам“ якой-небудзь падзеі мы назавем паказанні гадзінніка (палажэнне стрэлкі гадзінніка), які знаходзіцца ў непасрэднай блізасці да месца падзеі. Выраз: „У даным месцы земнай паверхні сонца ўсходзіць у 5 г. 10 м. 6 с.“ азначае такім чынам: у даным месцы земнай паверхні сонца ўсходзіць (або першыя промені сонца з'яўляюцца над гарызонтам) адначасова з праходжаннем стрэлкі гадзінніка, які знаходзіцца ў тым-жа самым месцы, праз палажэнне, абазначанае на цыферблаце 5 г. 10 м. 6 с. Інакш кажучы, вызначаючы часовую каардынату якой-небудзь падзеі, мы ўстанаўліваем адначасовасць падзей, з якіх адна ёсць даная падзея, а другая—праходжанне стрэлкі гадзінніка, які знаходзіцца ў месцы назірання, праз пэўнае палажэнне на цыферблаце. Але паняцце „адначасовасці“—адноснае: казаць аб адначасовасці або неадначасовасці двух падзей мае сэнс толькі ў тым выпадку, калі абедзве падзеі аднесены да аднаго і таго-ж назіральніка або да сістэмы каардынат, якая знаходзіцца ў спакоі адносна гэтага назіральніка. Значыць і ўказанне „часу“ падзеі мае сэнс толькі тады, калі ўказана сістэма адліку, да якой час аднесены.

Геаметрычная інтэрпрэтацыя адначасовасці паводле Міньковўскага-Эйнштэйна. З'яву, якая паслужыла нам для растлу-



Рыс. 147. Геаметрычная інтэрпрэтацыя адначасовасці паводле Міньковўскага.

мачэння паняцця адначасовасці, можна зрабіць больш нагляднаю, разглядаючы яе як „падзею“, разумеемую ў сэнсе разважанняў Міньковўскага, скарыстаўшы сусветныя лініі і сусветныя пункты (стар. 15). „Падзея“ адбываецца на палатне чыгункі. Калі мы прымем чыгуначнае палатно за вось x, то мы можам зусім не ўводзіць у разгляд восей y і z і значыць „сусвет“ Міньковўскага, які ў агульным выпадку ёсць чатырохмерная многастайнасць $xyzt$, у даным выпадку будзе двухмернай плоскасцю xt. Мы праводзім вось t (рыс. 147) перпендыкулярна восі x (аднак, як мы ўбачым ніжэй, гэта не мае істотнага значэння). Тады сусветнымі лініямі пунктаў A, M і B, якія пакояцца ў спакоі на восі x, у сістэме xt (якую мы для зручнасці назавем S-сістэмай) будуць тры прамыя, якія праходзяць праз A, M і B і перпендыкулярныя да восі x. Дапусцім, што ў момант часу t-0 у пунктах A і B даюцца светлавыя сігналы. Калі дасягнуць гэтыя светлавыя сігналы назіраль-

ніка, які знаходзіцца ў спакоі ў пункце M? Скорасць светлавых сігналаў аднолькавая і ў тым і ў другім кірунку ўздоўж восі x (г. зн. і ў кірунку ад A да B і ў адваротным кірунку); таму сусветнымі лініямі светлавых сігналаў, якія ідуць з пунктаў A і B да назіральніка, у пункт M, будуць дзве прамыя, нахіленыя пад аднолькавымі вуглами да восі x; гэтыя прамыя называюцца с в е т л а в ы м і л і н і я м і. Яны перасякаюць сусветную лінію M назіральніка ў адным і тым-жа пункце, і, значыць, каардыната t іх супаўшых пунктаў перасячэння—адна і тая-ж. Абодва светлавыя сігналы дасягаюць, значыць, пункта M у адзін і той-жа момант часу. Гэта азначае, што з пункта погляду назіральніка, які знаходзіцца ў спакоі ў пункце M, абодва сігналы „адначасовыя".

Паглядзім цяпер, што бачыць назіральнік, які едзе ў цягніку, што рухаецца з пастаяннай скорасцю ў кірунку ад A да B. Гэты назіральнік адносіць з'яву да сістэмы $x't'$ (або карацей кажучы, да S'-сістэмы), нязменна звязанай з цягніком; сістэма S' рухаецца, значыць, прамалінейна і роўнамерна ў адносінах да сістэмы S. Як гэта можна інтэрпрэтаваць? Выяснім, як накіравана вось x'.

Калі мы будзем лічыць час аднолькавым і ў сістэме S і ў сістэме S', у згодзе з асноўным палажэннем Н'ю т о н а аб а б с а л ю т н ы м ч а с е, паводле якога час працякае роўнамерна і без усякай сувязі з якімі-небудзь знешнімі прадметамі, то мы заўсёды будзем мець $t=t'$, і вось x', у кожным пункце якой $t'=0$, супадае з воссю x, у кожным пункце якой $t=0$. Як размешчана вось t' адносна восі x? Вось t' ёсць сусветная лінія пачатку сістэмы S'. Пачатак сістэмы S' рухаецца ўздоўж восі x са скорасцю v; у момант часу t яго каардыната x будзе роўна vt. Значыць яго сусветная лінія праходзіць праз сусветны пункт $x=vt$. На рыс. 147 гэта сусветная лінія падана прамой t'. Да сістэмы $x't'$ (рыс. 147 справа) і адносіць падзею назіральнік, які знаходзіцца ў цягніку. Сам назіральнік нерухомы ў адносінах да сістэмы $x't'$, і таму яго сусветная лінія паралельна восі t'. Сусветнымі лініямі светлавых сігналаў будуць тыя-ж светлавыя лініі, што і раней, а таму дзве светлавыя лініі будуць цяпер перасякаць сусветную лінію назіральніка ў д в у х р о з н ы х пунктах. Каардынаты t' гэтых пунктаў перасячэння розныя, і значыць абодва светлавыя сігналы дасягаюць назіральніка M' не ў адзін і той жа момант часу, г. зн. з пункта погляду назіральніка, які знаходзіцца ў M' (які рухаецца разам з сістэмай S' адносна сістэмы S), сігналы не адначасовыя. (Няроўнасць адрэзкаў, адсякаемых прамой, паралельнай восі x на восях t і t', г. зн. няроўнасць прамежкаў часу, мы можам убачыць толькі на чарцяжы, інакш кажучы, мы можам выявіць гэту няроўнасць геаметрычна, але не фізічна).

Формулы ператварэння Ларэнца. Спецыяльны прынцып адноснасці (Эйнштэйн). Для таго каб прынцып адноснасці пагаджаўся з законам пашырэння святла, формулы ператварэння павінны адрознівацца ад формул класічнай механікі. Такія формулы ператварэння былі ўстаноўлены Л а р э н ц а м. У адпаведнасці з імі, Э й н ш т э й н фармуляваў прынцып адноснасці так: для

апісання ўсіх працэсаў прыроды роўнакаштоўны ўсе сістэмы, якія рухаюцца адна адносна другой прамалінейна і роўнамерна. Калі адна сістэма рухаецца паралельна восі x іншай сістэмы з пастаяннай скорасцю v, то формулы пераўтварэння Ларэнца, для пераходу ад каардынат адной сістэмы да каардынат другой сістэмы будуць:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};\quad y' = y,\quad z' = z,\quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\ \text{(Ларэнц)},$$

дзе c ёсць скорасць пашырэння святла ў пустаце.

Гэтыя формулы пераўтварэння адрозніваюцца ад тых формул, якія мы далі вышэй (стар. 155):

$$x' = x - vt,\quad y' = y,\quad z' = z,\quad t' = t.$$

Суадносіны паміж гэтымі двума групамі формул пераўтварэння відавочныя: калі v вельмі малое ў параўнанні з c, так што член $\frac{v^2}{c^2}$ такі малы ў параўнанні з астатнімі членамі, што яго можна не браць пад увагу, то формулы пераўтварэння Ларэнца пераходзяць у формулы пераўтварэння класічнай механікі (член $\frac{v^2}{c^2}$ можна не прымаць пад увагу ва ўсіх тых выпадках, з якімі мае справу класічная механіка). Адхіленне ад законаў класічнай механікі, якое выяўляецца ў розніцы паміж ранейшымі і новымі формуламі пераўтварэння, робіцца прыкметным толькі пры выключна. шпаркіх рухах, калі скорасць v можа быць параўнана са скорасцю святла c і адносіны $\frac{v^2}{c^2}$ не прымаць пад увагу ўжо нельга

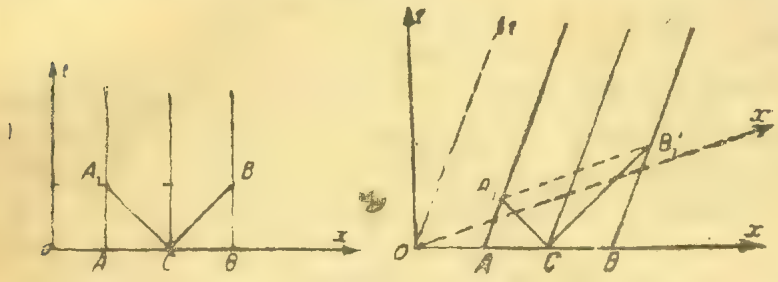
Сярод вядомых нам рухаў такія вялізныя скорасці сустракаюцца толькі пры рухах электронаў. Пры ўсіх іншых рухах адхіленні ад законаў класічнай механікі вельмі малыя для таго, каб іх можна было заўважыць. Практычна на нашы маштабы і гадзіны руху, з якімі мы звычайна маем справу, яны не аказваюць ніякага ўплыву; толькі ў тым выпадку, калі-б нашы маштабы і гадзіны рухаліся-б са скорасцю, блізкай да скорасці святла, нам трэба было-б пагадзіць іх паказанні з новымі формуламі.

Лёгка пераканацца ў тым, што формулы Ларэнца пагаджаюцца з законам пашырэння святла ў пустаце. Тое, што святло пашыраецца аднолькава па ўсіх кірунках, у сістэме x', y', z', t' выражаецца раўнаннем

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0.$$

Калі мы заменім x' і t' значэннямі, данымі вышэй, і прымем $y' = y$, $z' = z$, то гэтае раўнанне пяройдзе ў раўнанне $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$, паданае вышэй (стар. 157).

Розніца часовых каардынат t і t' прымушае нас зноў пераглядзець тое пытанне, якое (стар. 160) мы вырашылі, выходзячы з асноўнага палажэння Н'ютона аб абсалютным, аднолькавым для ўсіх сістэм адліку часу. Грунтуючыся на гэтым н'ютонаўскім поглядзе на час, г. зн. прымаючы $t' = t$, мы заключылі, што вось x' супадае з воссю x; аднак розніца часовых каардынат, устаноўленая Ларэнцам, паказвае, што наша заключэнне было няправільным. Агульны спосаб пабудовы восі x', якая адпавядае данай восі t', можа быць атрыманы з некаторых аналітыка-геаметрычных меркаванняў. Не закранаючы агульнага спосабу пабудо вывосі x', адпаведна данай восі t', мы на прыкладзе пакажам, як пабудаваць вось x'. Пры гэтым пабудова восі x' у нашым прыкладзе супадае з пабудовай, якая выцякае з агульнага метаду. Дапусцім, што на восі x нерухомай прамавугольнай сістэмы каардынат xt пакояцца тры пункты A, B, C (рыс. 148); сусветнымі лініямі гэтых трох пунктаў з'яўляюцца тры перпендыкулярныя да восі x прамыя. Дапусцім што C ёсць сярэдзіна адрэзка AB і ўявім назіральніка, які знаходзіцца ў пункце C. У момант $t = 0$ гэты назіральнік падае светлавы сігнал. Светлавы сігнал пашыраецца ўздоўж восі x у абодва бакі ад C з аднолькавай скорасцю. Таму сусветныя лініі променяў святла, якія ідуць ад сігналу (светлавыя лініі), нахілены пад аднолькавымі вугламі да восі x і перасякаюць сусветныя лініі пунктаў A і B на аднолькавых адлегласцях ад восі x. Значыць пункты перасячэння A_1 і B_1 ляжаць на адной і той-жа прамой, паралельнай восі x, г. зн. іх каардынаты t аднолькавыя; гэта і значыць, што абедзве падзеі—адначасовыя. А што будзе, калі пункты A, B і C рухаюцца роўнамерна з аднолькавай скорасцю v у кірунку ад A да B? Назіральнік, які перамяшчаецца разам з пунктам C, адносіць усе назіраемыя ім рухі да сістэмы $x't'$, якая нязменна звязана з ACB, і значыць рухаецца са скорасцю v уздоўж восі x. Вось t' з'яўляецца сусветнай лініяй пачатку сістэмы x' і t' і мы знойдзем яе палажэнне адносна восей t і x таксама, як і раней (стар. 160). З прычыны таго, што пункты A, B і C рухаюцца ўздоўж восі x, то сусветнымі лініямі іх будуць цяпер прамыя, нахіленыя пад некаторым вуглом да восі x; гэтыя прамыя паралельныя восі t', бо пункты A, B і C нерухомы адносна сістэмы S'. Сусветныя лініі променяў святла (светлавыя лініі), якія ідуць ад сігналу, застануцца тымі-ж самымі, але пункты перасячэння A'_1 і B'_1 светлавых ліній з сусветнымі лініямі пунктаў A і B, цяпер ўжо не будуць ляжаць на адной і той-жа прамой, і значыць з пункта погляду назіральніка, нерухомага адносна сістэмы xt, яны ўжо не будуць адначасовымі: з яго пункта погляду святло дасягае



Рыс. 148. Пабудова восі, x' адпаведнай данай восі t'.

пункта A (цяпер ужо рухоўнага) раней, чым пункта B. Але назіральнік, які перамяшчаецца з сістэмай S', з поўным правам лічыць падзеі A'_1 і B'_1 адначасовымі. Сапраўды ён карыстаецца сістэмай $x't'$, а ў гэтай сістэме A'_1 і B'_1 ляжаць на адной і той-жа паралельнай восі x' прамой. Такім чынам сістэма S', якая рухаецца (разам з назіральнікам) адносна сістэмы S, з'яўляецца косавугольнай сістэмай $x't'$, абедзве восі якой нахілены да восей x і t пад некаторымі вугламі. Агульны спосаб пабудовы восі x', які адпавядае данай восі t', вынікае з формул ператварэння Ларэнца. Пры гэтым скорасць святла c адыгрывае вельмі істотную ролю. З прычыны таго, што скорасць святла c надзвычай вялікая, розніца ў кірунках восей x' у сістэм каардынат, якія рухаюцца адна адносна другой, практычна мізэрная, або інакш кажучы, кірунак восей x' практычна пастаянны (таксама як і ў звычайнай кінематыцы).

Адзначым яшчэ адзін вынік формул ператварэння Ларэнца: працягласць працэсу, аднесенага да сістэмы S', не будзе супадаць з працягласцю таго-ж працэсу, калі мы аднясём яго да сістэмы S, і даўжыня якога-небудзь адрэзка, аднесенага да сістэмы S', не будзе роўна даўжыні таго-ж самага адрэзка, калі мы аднясём яго да сістэмы S. Гэта значыць, што працягласць адной секунды, зусім таксама, як і даўжыня аднаго сантыметра, можа быць вызначана толькі ў адносінах да данай выбранай сістэмы каардынат. Так напрыклад: уявім, што ў пачатку сістэмы S' змешчаны гадзіннік (нерухомы адносна S'), які адбівае секунды; з пункта погляду назіральніка, нязменна звязанага з сістэмай S, гадзіннік рухаецца са скорасцю v, а таму, з яго пункта погляду, паміж двума паслядоўнымі ўдарамі гадзінніка праходзіць не 1 сек., а $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ сек., г. зн. прамежак часу большы за 1 сек. Такім чынам гадзіннік, які знаходзіцца ў руху, ідзе крыху павольней, чым той, які знаходзіцца ў спакоі. Далей дапусцім, што на восі x' пакоіцца метравы маштаб (паложаны ўздоўж восі x'); з пункта погляду назіральніка, нязменна звязанага з сістэмай S, маштаб рухаецца ў кірунку восі x' са скорасцю v, і таму для назіральніка, звязанага з сістэмай S, даўжыня маштаба будзе не 1 $м$, а $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ $м$: маштаб, які рухаецца ў кірунку яго даўжыні, карацейшы за той, які знаходзіцца ў спакоі. (Павелічэнне працягласці прамежкаў, часу і скарачэнне даўжынь у рухоўных сістэмах выцякае з формул ператварэння Ларэнца для t' і для x').

Кожны з двух назіральнікаў, аб якіх мы казалі на стар. 152, мог-бы з аднолькавым правам сказаць: „Я нерухомы, прадметы, якія змяняюць сваё палажэнне ў адносінах да мяне, рухаюцца". Ведаючы формулы ператварэння Ларэнца, кожны з назіральнікаў з аднолькавым правам мог-бы сказаць яшчэ: „Мой гадзіннік паказвае сапраўдны час, гадзіннік-жа, які рухаецца разам

з іншай сістэмай, паказвае падоўжаныя секунды, і значыць адстае; сантыметры, нанесеныя на маім маштабе, ёсць сапраўдныя сантыметры, а сантыметры, нанесеныя на маштабе, які перамяшчаецца разам з другой сістэмай,—пакарочаны". Трэба адзначыць аднак, што кожны з назіральнікаў мог-бы заўважыць гэта пакарачэнне даўжынь і падаўжэнне прамежкаў часу толькі ў тым выпадку, калі скорасць v блізкая да скорасці святла.

Тэарэма складання скорасцяй. Згодна з паданым на стар. 38 пры складанні двух роўнамерных і аднолькава накіраваных рухаў, якія маюць скорасці v і u, скорасць рэзультуючага руху W будзе $W = v + u$. Зусім такое-ж значэнне для W мы атрымаем, карыстаючыся галілеевымі формуламі ператварэння: дапусцім, што пункт рухаецца роўнамерна ўздоўж восі x' са скорасцю u, тады $x' = ut'$. Гэта раўнанне вызначае рух пункта адносна некаторай сістэмы K'. Для таго каб знайсці скорасць таго-ж пункта адносна іншай сістэмы K, трэба замяніць x' і t' праз $x - vt$ і t (стар. 155). Так мы знаходзім: $x - vt = ut$ або $x = (v + u)\,t$, і значыць як і раней $W = v + u$.

Рыс. 149.

Зусім іншае значэнне для W мы атрымаем, выходзячы з формул ператварэння Ларэнца. У гэтым выпадку для x' і t' мы атрымаем (стар. 161),

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = u \cdot \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_2}}}$$

нарэшце:

$$x = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}} \cdot t,$$

і значыць

$$W = \frac{u + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}.$$

Справядлівасць гэтай формулы пацвярджаецца, калі дапасаваць паданыя разважанні да доследу, праведзенага Фізо. Дослед Фізо датычыўся скорасці руху асяроддзя на скорасць святла, якое пашыраецца ў гэтым асяроддзі. Няхай напрыклад вадкасць цячэ па трубе R у кірунку, указаным стрэлкай, са скорасцю v (рыс. 149). Унутры вадкасці святло пашыраецца са скорасцю u, якая адрозніваецца ад скорасці святла ў пустаце c.

Калі-б вадкасць была ў спакоі, то назіральнік, які знаходзіцца зне вадкасці, вымераў-бы гэту скорасць святла u.

Але калі вадкасць рухаецца, то наш назіральнік павінен вымераць іншую скорасць. Паводле звычайнай н'ютонавай механікі (формулы ператварэння Галілея) мы чакалі-б у рэзультаце вымярэння скорасці $W = u + v$. Паводле тэорыі адноснасці (формулы ператварэння Ларэнца) мы атрымаем: $w = \frac{u + v}{1 + \frac{u \cdot v}{c}}$. Іменна гэты рэзультат і быў атрыманы ў свой час Фізо і запатрабаваў для свайго тлумачэння спецыяльных гіпотэз. У тэорыі адоснасці ён атрымліваецца як вынік агульных палажэнняў. Зееман, які паўтарыў гэты дослед з намерам праверыць „формулу складання" Ларэнца, паказаў з дакладнасцю да 1 проц што гэта формула правільная. Заўважым, у прыватнасці, што калі-б скорасць

святла ў рухоўным асяроддзі была c (г. зн. рухоўнае асяроддзе было пустатой або светланосным эфірам), то тэарэма складання дала-б $w = \frac{c+v}{1+\frac{v}{c}} = c$, г. зн. скорасць святла ў пустаце (у эфіры) заўсёды адна і тая-ж, як гэта дапускае тэорыя адноснасці. Гэты апошні вывад, зразумела, не прадстаўляе нічога новага, бо дапушчэнне аб пастаянстве скорасці святла ў пустаце паложана ў аснову формул пераварэння Ларэнца—Эйнштэйна.

Паняцце масы ў тэорыі адноснасці. Інертнасць энергіі. Новая фармулёўка прынцыпа адноснасці прывяла і да новага паняцця масы. Эйнштэйн адзначае гэта як найважнейшы рэзультат агульнага характару, які выцякае з тэорыі адноснасці. Мы абмяжуемся тут толькі тым, што падамо асноўныя формулы, да якіх прыводзіць тэорыя адноснасці. Згодна вывадаў тэорыі адноснасці інертная маса цела не з'яўляецца велічынёю пастаяннай: яна ўзрастае разам з павелічэннем скорасці яе руху. Калі абазначыць праз m_0 масу цела, якое знаходзіцца ў спакоі, праз v—скорасць руху масы, праз c—скорасць святла, то маса, якая мае скорасць v, паводле вывадаў тэорыі адвоснасці мае велічыню:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

З прычыны таго, што ў звычайных умовах v шмат меншае за c, то назоўнік напісанага выразу амаль заўсёды блізкі да 1 і выявіць змену масы цела са зменаю скорасці ў звычайных вывучаемых намі рухах не ўдаецца. Залежнасць масы ад энергіі можна аднак прасачыць на электронах (гл. ч. II), што ўпершыню было зроблена Кауфманам (1906). Ён зрабіў дослед над патокам электронаў, сярод якіх былі электроны, што мелі скорасці, роўныя амаль $^3/_4$ скорасці святла; на іх можна доследным шляхам пераканацца, што маса электрона аказваецца тым большай, чым большая яго скорасць.

Развіццё электрадынамікі (светлавы ціск, Лебедзеў) прывяло да заключэння, што энергіі таксама ўласціва інертнасць. Гэта трэба разумець так: дапусцім, што масы двух цел A і B (якія разумеюцца ў звычайным сэнсе слова „маса") аднолькавыя, але цела A мае большую энергію, чым цела B, прычым гэта лішкавая энергія A можа быць, напрыклад, цеплавой энергіяй. Сучасныя навуковыя даныя прыводзяць да заключэння, што ў гэтым выпадку цела A мае і большую інертнасць, чым цела B. Інакш кажучы, калі некаторае цела, якое рухаецца са скорасцю v, набывае (або аддае) без змены скорасці свайго руху некаторую колькасць энергіі (у выглядзе цеплавой або прамяністай энергіі), то інертнасць гэтага цела павялічваецца, або адпаведна памяншаецца.

Згодна вывадам тэорыі адноснасці энергія E матэрыяльнага пункта звязана з масай яго m_0, якая знаходзіцца ў спакоі

(г. зн. з масай, якую пункт мае, застаючыся нерухомым раўнаннем $m_0 = \frac{E}{c^2}$. Гэта значыць, што энергія E мае масу $m = \frac{E}{c^2}$ і кожная маса m эквівалентна некаторай колькасці энергіі $E = mc^2$. Адсюль вынікае, што калі матэрыяльны пункт (або якое-небудзь цела) набывае некаторую колькасць энергіі, то разам з гэтым узрастае яго маса.

Палажэнне, якое з'явілася вынікам тэорыі адноснасці, што кожная змена энергіі звязана са зменай масы, натуральна прыводзіць да такога ўяўлення: усюды, дзе ёсць маса, ёсць таксама і магчымасць атрымаць энергію.

Калі-б тая маса m, якую мае цела ў стане спакою, знішчылася, то замест яе мы павінны былі-б атрымаць вялізную колькасць энергіі mc^2.

Калі некаторая маса m_0, якая першапачаткова знаходзілася ў спакоі, набывае скорасць v (інакш кажучы, набывае некаторы запас кінетычнай энергіі E), то згодна са сказаным вышэй гэта роўнасільна павелічэнню яе інертнай масы на велічыню $\frac{E}{c^2}$; у такім выпадку маса цела аказваецца роўнай $m_0 + \frac{E}{c^2}$ або, згодна напісанай вышэй формуле,

$$m_0 + \frac{E}{c^2} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Ведаючы, што энергія, якую мае кожная маса, выражаецца здабыткам ад множання mc^2, мы знойдзем, што энергія пункта (або цела), які мае масу m_0, што першапачаткова знаходзілася ў спакоі, пры сваім руху са скорасцю v мае велічыню

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

або

$$\left(m_0 + \frac{E}{c^2}\right) c^2.$$

Зусім таксама, калі цела або матэрыяльны пункт масы m рухаецца са скорасцю v і ў час свайго руху набывае энергію E, прычым скорасць руху застаецца нязменнай, то яго энергія робіцца роўнай

$$\frac{\left(m + \frac{E}{c^2}\right) \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Выраз энергіі, якую мае пункт або цела, што рухаецца са скорасцю v,

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

(тут m—абазначае масу, якая першапачаткова знаходзілася ў спакоі) ператвараецца ў бесканечнасць, калі скорасць v робіцца роўнай скорасці святла; значыць v заўсёды застаецца меншай скорасці святла, якою-б вялікай ні была энергія, ужытая на павелічэнне скорасці руху. Такім чынам скорасць святла адыгрывае ў прыродзе ролю г р а н і ч н а й скорасці. Раскладаючы гэты выраз у рад, мы атрымаем:

$$mc^2 + m\frac{v^2}{2} + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \dots$$

Першы член mc^2 не змяшчае скорасці v і таму не мае значэнне ў пытаннях, якія датычаць залежнасці энергіі матэрыяльнага пункта ад яго скорасці. Гэты член mc^2 (калі меркаваць з пункта погляду назіральніка, звязанага з сістэмай каардынат, якая рухаецца разам з целам) прадстаўляе сабою тую энергію, якую цела мела ўжо р а н е й, чым яно набыло дадатковую энергію E, г. зн. калі цела знаходзілася ў спакоі (гл. вышэй). Другі член $\frac{mv^2}{2}$ прадстаўляе сабой кінетычную энергію цела; звычайна ўжо трэці член напісанага рада аказваецца настолькі малым, што яго можна не прымаць пад увагу (усе наступныя члены тым больш можна не прымаць пад увагу). Такім чынам закон захавання масы зліваецца ў адзін агульны закон з законам захавання энергіі. Прычынаю таго, што закон захавання масы быў адкрыты як асобны незалежны закон і заўсёды пацвярджаўся на доследзе, з'яўляецца тая акалічнасць, што змена энергіі ў кожнага вагомага цела знікальна малая ў параўнанні з яго масаю m.

Агульны прынцып адноснасці. Прынцып эквівалентнасці. У згодзе з асноўнымі ўяўленнямі інертная маса цела павялічваецца, калі цела набывае энергію; у залежнасці ад запасу энергіі цела мае тую або іншую інертную масу. Г э т а з н а х о д з і ц ц а ў с у п я р э ч а н н і з р о ў н а с ц ю ц я ж к о й і і н е р т н а й м а с ы. Аднак пасля доследаў Э т в ё ш а роўнасць цяжкой і інертнай масы можа лічыцца бясспрэчнай. Э й н ш т э й н ухіліў і гэту супярэчнасць. Для таго каб ухіліць супярэчнасць паміж пастаянствам скорасці святла і прынцыпам адноснасці класічнай механікі, Э й н ш т э й н у сваіх ранейшых працах абагульніў прынцып адноснасці класічнай механікі; зусім таксама, для таго каб ухіліць другую супярэчнасць, аб якой зараз ідзе гутарка, Э й н ш т э й н абагульніў устаноўлены ім спецыяльны прынцып адноснасці. Устанаўленнем прынцыпа адноснасці для ў с і х рухаў, а не толькі для роўнамерных і прамалінейных, быў пакладзены пачатак а г у л ь н а й т э о р ы і а д н о с н а с ц і.

Цесную сувязь паміж палажэннем аб роўнасці інертнай цяжкой масы і агульным прынцыпам адноснасці можна ўясніць сабе наступным чынам: пры вярчэнні цел узнікаюць адцэнтравыя сілы; каб выявіць вярчэнне якога-небудзь цела, дастаткова ўстанавіць наяўнасць гэтых адцэнтравых сіл; такім чынам выявіць вярчэнне некаторага цела можна без наяўнасці якіх-небудзь іншых цел. Але з чыста кінематычнага пункта погляду вярчэнне нічым не адрозніваецца ад паступальнага руху. Пры вярчэнні Зямлі мы таксама назіраем толькі адносны рух, рух адносна іншых цел, і можам разглядаць яго як вярчэнне гэтых іншых цел навакол нерухомай Зямлі ў працілеглым кірунку. (Сістэма Каперніка па сутнасці не можа быць даказана; яна можа быць толькі апраўдана сваёй прастатой і несупярэчнасцю).

Паводле ўяўленняў класічнай механікі адцэнтравая сіла ёсць праява інерцыі цела, або, дакладней, праява інерцыі паасобных матэрыяльных пунктаў цела. Поле адцэнтравай сілы з'яўляецца полем сіл інерцыі.

Мы кажам аб сілавых палях, калі размяшчэнне ў прасторы сілы, якая безупынна мяняецца ад пункта да пункта, задана некаторай пэўнай функцыяй. Адцэнтраваныя сілы, якія ўзнікаюць пры вярчэнні цела ўнутры яго і на яго паверхні, утвараюць сілавое поле, якое пашыраецца на ўвесь займаемы гэтым целам аб'ём. Нішто не перашкаджае нам ўявіць, што гэта сілавое поле пашыраецца за паверхню данага вярчальнага цела. Напрыклад мы можам уявіць, што поле адцэнтравай сілы, якая існуе з прычыны вярчэння, пашыраецца за паверхню Зямлі, інакш кажучы, уявіць сабе ў акружаючай Зямлю прасторы сілавое поле—поле адцэнтравых сіл Зямлі. З прычыны таго, што адцэнтравая сіла ў адпаведнасці з тымі ўяўленнямі, якія мы дагэтуль мелі, залежыць толькі ад інертнай масы цела, але не ад яго цяжкой масы, то гэта поле з'яўляецца па сутнасці полем сілы інерцыі,—у працілегласць полю сілы цяжару, пад дзеяннем якога ўсе целы імкнуцца „упасці" на Зямлю.

Такім чынам на Зямлі накладаюцца адно на другое некалькі сілавых палёў: поле сілы цяжару, абумоўленае прыцяжэннем матэрыяльных часцінак Зямлі, накіраваных да цэнтра Зямлі; поле адцэнтравых сіл, накіраваных ад восі вярчэння паралельна плоскасцям кругоў шырынь; поле цягацення нябесных цел (перш за ўсё Месяца і Сонца).

Сцвярджаючы адноснасць вярчэння не толькі з кінематычнага, але і з дынамічнага пункта погляду (што мы і робім, калі прымаем, што масы, якія верцяцца навакол нерухомага цела, павінны сваім „гравітацыйным дзеяннем" выклікаць адцэнтравыя сілы навакол гэтага цела), мы па сутнасці разглядаем поле сіл інерцыі, як поле цягацення. Гэта ўяўленне апраўдваецца роўнасцю цяжкай і інертнай масы цел. Якое гэта мае значэнне для асноў механікі, Эйнштэйн растлумачвае на такім уяўным доследзе. Дапусцім, што ў якім-небудзь месцы пустой прасторы, дзе з усёй строгасцю спраўджваецца закон інерцыі, змяшчаецца скрыня, якая

мае форму пакоя. У скрыні знаходзіцца назіральнік. Уявім, што на скрыню дзейнічае сіла, якая надае яму паскарэнне, накіраванае ад ног назіральніка да яго галавы. Паскарэнне перадаецца назіральніку ціскам падлогі і назіральнік стаіць у скрыні зусім таксама, як мы стаім у пакоі. Калі ён трымае які-небудзь прадмет у руцэ, то паскарэнне скрыні перадаецца таксама і гэтаму прадмету. Калі назіральнік выпусціць гэты прадмет з рук, то паскарэнне скрыні ўжо не будзе перадавацца выпушчанаму з рук прадмету і ён будзе набліжацца да падлогі („падаць" на падлогу) з пэўным паскарэннем. Назіральнік пераканаецца, што гэта паскарэнне заўсёды аднолькавае, з якім-бы прадметам ён ні рабіў доследы. Грунтуючыся на ранейшых сваіх доследах у полі сілы цяжару, назіральнік прыдзе да вываду, што ён знаходзіцца ў пастаянным полі сілы цяжару. Дапушчальнасць свайго ўяўлення ён угрунтоўвае на вядомай яму ўласцівасці поля цяжару—надаваць усім целам аднолькавае паскарэнне. Ён будзе лічыць, што скрыня знаходзіцца ў спакоі, хоць адносна галілеевай прасторы скрыня рухаецца паскорана. Калі назіральнік падвесіць на шнуры да верхняй крышкі („столі") скрынкі якое-небудзь цела, то шнур нацягнецца ў вертыкальным кірунку. Прычыну нацяжэння шнура назіральнік у скрыні вытлумачыць наступным чынам: „На падвешанае цела ў полі цяжару дзейнічае сіла, накіраваная ўніз, уроўнаважаная нацяжэннем вяроўкі; фактарам, які вызначае велічыню нацяжэння вяроўкі, з'яўляецца цяжкая маса падвешанага цела". З другога боку, назіральнік, які знаходзіцца зне скрынкі і бачыць паскарэнне руху яе, скажа: „Вяроўка робіць паскораны рух разам са скрыняй і перадае яго падвешанаму целу. Нацяжэнне вяроўкі якраз такое, каб магла ажыццявіцца перадача паскарэння целу. Велічыня нацяжэння вяроўкі вызначаецца інертнай масай цела". Інтэрпрэтацыя палажэння аб роўнасці цяжкой і інертнай масы цела прыводзіць нас такім чынам да заключэння, што інертнасць і цяжар з'яўляюцца праявай адной і тойжа ўласцівасці цела; гэта агульная ўласцівасць праяўляе сябе як інерцыя або як цяжар у залежнасці ад таго, да якой сістэмы адліку аднесены тыя працэсы, якія ў даны момант адбываюцца.

Такім чынам інерцыя і цяжар з'яўляюцца неадлучнымі адна ад аднаго; і таму адзін з асноўных законаў механікі—закон інерцыі, з'яўляецца не поўным законам, паколькі ён не закранае з'яў цягацення. На гэтай аснове Эйнштэйн замест закона інерцыі, які ляжыць у аснове класічнай механікі, дае новае больш шырокае палажэнне, якое ўключае ў сябе абодва паняцці—і паняцце цяжару і паняцце інерцыі. Сцвярджэнне, што адна і тая-ж уласцівасць цела праяўляецца як цяжар і як інерцыя ў залежнасці ад таго, да якой сістэмы адліку аднесены працэсы, што адбываюцца, з'яўляецца асновай прынцыпа эквівалентнасці, з якім прыходзіцца перш за ўсё сустракацца ў агульнай тэорыі адноснасці.

Прынцып эквівалентнасці можна фармуляваць так: усякая змена ў працяканні якога-небудзь працэсу, успрыймаемая

назіральнікам як дзеянне поля цягацення, была-б ім успрынята зусім таксама-ж і ў тым выпадку, калі-б поля цягацення не існавала, але калі-б назіральнік быў звязаны з сістэмай адліку, якая мае адпаведнае паскарэнне, характарызуючае гэта поле цягацення.

Г) ПРУГКІЯ ЎЛАСЦІВАСЦІ ЦВЁРДЫХ ЦЕЛ.

Дагэтуль мы разглядалі рух „цвёрдага" цела, якое складаецца з „матэрыі", нічога не кажучы аб уласцівасцях самога цела. Тэарэтычная механіка дапускае такі падход, але ў сапраўднасці цел, якія-б цалкам здавальнялі азначэнню „цвёрдага" цела няма. Матэрыю мы пазнаём па яе „уласцівасцях", якія мы вызначаем словамі: „цвёрдая, вадкая, газападобная, жорсткая, мяккая, вязкая, крохкая, пругкая" і г. д.

Уласцівасцю матэрыі можна назваць яе здольнасць у даных умовах выконваць пэўнае дзеянне, або яе здольнасць пэўным чынам рэагаваць на дзеянне якіх-небудзь знешніх сіл. Напрыклад, называючы цела пругкім, мы пад пругкасцю падразумяваем здольнасць цела прымаць сваю ранейшую форму або свой ранейшы аб'ём пасля таго, як знешнія сілы, якія змянілі форму або аб'ём цела, спыняюць сваё дзеянне. Называючы цела цяжкім, мы пад цяжарам падразумяваем здольнасць цела пад уплывам прыцяжэння Зямлі ціснуць на падстаўку, на якой яно ляжыць, або пераходзіць з больш высокага палажэння ў больш нізкае („падаць"). Умовамі, пры якіх праяўляюцца ўласцівасці пругкасці і цяжару, з'яўляюцца—у першым выпадку—наяўнасць знешніх сіл, якія змяняюць форму або аб'ём цела, у другім—прыцяжэнне Зямлі; але, называючы цела пругкім або цяжкім, мы не кажам кожны раз аб гэтых знешніх умовах.

Даследванні паказваюць, што ўласцівасці матэрыі так звязаны адна з адной, што немагчыма поўнасцю апісаць якую-небудзь адну з іх, не закранаючы яе сувязі з іншымі. Таму апісанне якой-небудзь адной уласцівасці матэрыі заўсёды бывае павярхоўным і адносіцца толькі да асаблівых характэрных выпадкаў. Далей згодна самога азначэння лік уласцівасцей матэрыі бязмежны і адкрыцце кожнай дагэтуль невядомай сілы дае магчымасць пазнаць, новыя дагэтуль невыяўленыя ўласцівасці матэрыі. Так напрыклад было пры адкрыцці рэнтгенаўскіх прамяняў або радыёактыўных элементаў. Карацей кажучы, бесканечна рознастайныя ўласцівасці матэрыі вельмі трудна натуральным шляхам падзяляць на групы.

Працяжнасць. Дзялімасць. Атамы. З прычыны таго, што матэрыя запаўняе прастору, то яна, як і сама прастора, мае працяжнасць. Кожнае цела мае трохмерную працяжнасць, г. зн. канечную даўжыню, шырыню і таўшчыню, якія выражаюцца лікам. Матэрыя дзяліма, бо кожнае цела можна раскласці на больш дробныя часткі. Згодна атамнай тэорыі матэрыі пры ўсё больш і больш дробным дзяленні матэрыі мы ўрэшце прыдзем да атамаў—найдрабнейшых матэрыяльных часцінак,

якія самастойна існуюць і з'яўляюцца асновай структуры матэрыі. Меркаванні, звязаныя з кінетычнай тэорыяй газаў і з некаторымі аптычнымі з'явамі, прыводзяць да вываду, што прыкладна 10 000 000 атамаў, шчыльна ўложаных побач адзін з адным, пакрылі-б даўжыню ў 1 *мм.* Хімічны аналіз паказвае, што целы складаюцца з розных матэрый, якія ў сваю чаргу прадстаўляюць сабой злучэнне **элементаў**—якімі з'яўляюцца напрыклад жалеза, цынк, кісларод і інш. Самі элементы — гэта **простыя** матэрыі, якія не паддаюцца далейшаму хімічнаму раскладанню. Адсюль узнікае дапушчэнне, што лік хімічна нераскладаных матэрый роўны ліку **розных тыпаў атамаў**. Гэта, зразумела, не азначае, што саміх атамаў нельга раскласці. Можна напрыклад уявіць сабе, што атам золата раскладзены, але **часткі**, на якія ён распадаецца, ужо не будуць часцінкамі золата. Прыродадаследчыкі шмат цікавіліся пытаннем аб тым, ці не пабудаваны атамы розных элементаў **з адной і той-жа** матэрыі—свайго роду асноўнай матэрыі. Адкрыцце радыёактыўнасці і рэнтгенаўскіх променяў (канец 90-х гадоў XIX стагоддзя) кінула новае святло на гэтыя пытанні і стварыла новую галіну даследвання—фізіку атама. Фізіка атама прыходзіць да вываду, што атамы ўсіх элементаў пабудаваны з двух асноўных частак электрычнага тыпу—адмоўна зараджаных **электронаў** і дадатна зараджаных **пратонаў**. Гэтыя састаўныя часткі, лік і размяшчэнне якіх могуць быць розныя, звязаны ў атаме ў адно надзвычай трывалае цэлае, якое не разбураецца нават пад дзеяннем самых моцных фізічных і хімічных уздзеянняў. Шматлікія ўласцівасці розных элементаў зводзяцца ў канчатковым выніку да рознага размяшчэння ў атамах адмоўных электронаў і дадатна зараджаных ядраў, састаўленых пераважна з пратонаў. Не зважаючы на ўсю трываласць атамаў, нельга ўявіць сабе справу так, што іх састаўныя часткі—ядры і электроны—размешчаны блізка адны да адных. Электроны знаходзяцца ад ядраў на адлегласцях у сотні тысяч разоў большых, чым размеры электронаў і толькі невялікая частка таго, што мы называем атамам, запоўнена ядрамі і электронамі; электроны ўвесь час рухаюцца з вялікімі скорасцямі навакол дадатна зараджаных ядраў, і аблятаючы такую параўнальна вялікую прастору, як аб'ём атама, запаўняюць гэты аб'ём падобна да таго, як махавік, вобад якога падтрымліваецца спіцамі, пры шпаркім вярчэнні запаўняе прастору значна большую за яго сапраўдны аб'ём. Зусім таксама, як вярчэнне махавіка перашкаджае іншым целам пранікнуць у прастору паміж яго спіцамі, так і электроны, якія абягаюць перыферыю атама, адмяжоўваюць пэўны аб'ём яго. Такім чынам, не зважаючы на пустату ўнутры атама, захоўваецца ўласцівасць непранікальнасці матэрыі, што пацвярджаецца штодзённым вопытам. Нам невядомы такія сілы, якія былі-б у стане парушыць структуру атама і ўсунуць адзін атам у другі. Калі-б гэта зрабілася магчымым, а апошнія работы фізікаў адкрываюць такую магчымасць, то гэта прывяло-б да разбурэння атама, зусім таксама, як калі-б зрабіць аналагічнае ў адносінах да махавіка. Але ад махавіка пасля разбурэння засталіся-б

абломкі жалеза, а ад атама—электроны і ядры, г. зн. атам пры гэтым распаўся-б або ператварыўся ў іншы атам.

У гэтым сэнсе матэрыю называюць непранікальнай. Сцвярджэнне „адно цела ўвайшло ўнутр другога цела" з'яўляецца няправільным: цела можа ўвайсці толькі ў прастору, з якой яно выцесніла другое цела; так напрыклад цвік уваходзіць у прастору, раней занятую дрэвам. Непранікальнасць матэрыі можна характарызаваць як сілу, з якой адно цела супраціўляецца выцясненню сябе іншым целам з займаемай ім прасторы. Гэта сіла носіць такім чынам адштурхвальны характар і дзейнічае на граніцы цела.

Сашчапленне. Стан матэрыі. Той факт, што атамы звязаны адзін з адным і ўтвараюць цела, можа быць вытлумачаны толькі існаваннем сіл узаемнага прыцяжэння паміж атамамі, якія супраціўляюцца аддзяленню іх адзін ад аднаго (г. зн. раздрабленню цела). Гэтыя сілы абумаўляюцца ўзаемным прыцяжэннем паміж электрычнымі састаўнымі часткамі паасобных атамаў; іх звычайна называюць сіламі сашчаплення. Велічынямі сіл сашчаплення характарызуюцца розныя станы матэрыі (агрэгатныя станы): цвёрды, вадкі і газападобны. Надзвычайна малая велічыня адмоўна зараджаных электронаў і дадатна зараджаных ядраў, якія састаўляюць атам, робіць зразумелым, што сіла ўзаемнага прыцяжэння дзейнічае прыкметна толькі ў напасрэднай блізасці да перыферыі атама і зусім знікае на адлегласцях, якія паддаюцца вымярэнню. Ніколі нельга прывесці ў такое цеснае судатыканне два адпаліраваных кавалкі шкла, каб яны пачалі весці сабе, як адно цела. Цвёрдыя і вадкія целы вельмі трудна сціснуць; іх атамы ляжаць так блізка адзін ад аднаго, што электрычныя сілы, якія звязваюць іх, вельмі інтэнсіўна процідзейнічаюць далейшаму збліжэнню. Калі-б сашчапленне заўсёды было такім, якім мы яго дапусцілі, вызначаючы паняцце цвёрдага цела, то існавалі-б толькі цвёрдыя целы. У сапраўднасці аднак сілы сашчаплення бываюць розныя, чым і абумаўляецца існаванне трох відаў цел—цвёрдых, вадкіх і газападобных. Дакладнае размежаванне гэтых паняццяў немагчыма, бо пераход ад цвёрдага ў газападобны стан суправаджаецца паступовай зменай сіл сашчаплення.

Шчыльнасць і ўдзельная вага. Тры станы матэрый адрозніваюцца адзін ад аднаго галоўным чынам ступенню сувязі паміж часцінкамі ў цвёрдых целах, вадкасцях і газах. Гэта розніца праяўляецца таксама ў іх шчыльнасці, г. зн. у колькасці масы, якая прыпадае на адзінку аб'ёму. Такім чынам абазначыўшы масу, аб'ём і шчыльнасць цела адпаведна літарамі m, v і d, мы маем паміж гэтымі трыма велічынямі суадносіны $d = \frac{m}{v}$. У залежнасці ад таго, большая або меншая колькасць грамаў данай матэрыі змяшчаецца ў кубічным сантыметры, гэта матэрыя называецца больш або менш шчыльнай. Шчыльнасць бывае розная не толькі ў цел, якія знаходзяцца ў розных агрэгатных

станах. У якасці прыкладаў могуць служыць хоць-бы цвёрдыя алюміній і золата, вадкасці—вада і іртуць і газы—вадарод і вуглекіслата (вуглекіслы газ).

Паняцце **ўдзельнай вагі** істотна адрозніваецца ад паняцця **шчыльнасці**. Удзельнай вагой цела называюцца адносіны яго шчыльнасці да шчыльнасці вады. Фраза: „удзельная вага іртуці роўна прыблізна 13,6" азначае, што маса іртуці, заключанай у якім-небудзь пэўным аб'ёме прыкладна ў 13,6 раза большая за масу вады, якая знаходзіцца ў такім-жа аб'ёме. Колькасны выраз удзельнай вагі не залежыць ад таго, у якіх адзінках мы вымяраем масу і аб'ём данага цела і вады (у кубічных дзюймах або кубічных сантыметрах). Калі S ёсць удзельная вага, d—шчыльнасць данай матэрыі, а d_w—шчыльнасць вады, то $S=\frac{d}{d_w}$. Шчыльнасць вады d_w (г. зн. яе маса ў 1 $см^3$ пры 4° С) прымаецца роўнай 1; адсюль вынікае, што ўдзельная вага матэрыі ў адносінах да вады паводле **лікавага значэння** роўна яе шчыльнасці. Ніжэй у табліцы паданы лікі, якія адначасова азначаюць і шчыльнасць і ўдзельную вагу (у адносінах да вады).

Трэба памятаць, што тут тоесны толькі лікавыя значэнні, а не самыя паняцці. Размернасці шчыльнасці і ўдзельнай вагі розныя: размернасць шчыльнасці ёсць $\frac{г}{см^3}$ або $[l^{-3}m^1]$, а ўдзельная вага ёсць абстрактны лік (нулявой размернасці).

Вадарод	0,000089	Шкло	2,7—4,5
Вадзяная пара	0,0006	Базальт	2,9
Азот	0,00125	Бром	3,0
Паветра	0,00129	Цынк	7,2
Кісларод	0,00143	Волава	7,3
Корак	0,24	Жалеза	7,8
Літый	0,59	Нікель	8,7
Кальцый	0,86	Медзь	8,9
Гутаперча	0,98	Серабро	10,6
Вада	1,00	Свінец	11,3
Магній	1,75	Іртуць	13,6
Кварц	2,65	Золата	19,4
Алюміній	2,67	Платына	21,5
Граніт, мрамар, грыфель	2,7	Ірыдый	22,4

Лікі, паданыя ў табліцы, справядлівы толькі прыблізна. Нават для хімічна чыстых матэрый (напрыклад медзі, золата, серабра і г. д.) іх шчыльнасць залежыць ад тых механічных уздзеянняў, якім яны падпадалі (пракатка, вальцоўка і г. д.). Для атрымання зусім дакладных рэзультатаў трэба ў кожным паасобным выпадку вызначаць шчыльнасць **данага кавалка** медзі, серабра або золата. Для вадкасці павінна быць указана тэмпература, пры якой яна мае даную шчыльнасць; для газаў—тэмпература і ціск, пад якім газ знаходзіцца. Паданая табліца паказвае, што існуюць целы, якія хоць і з'яўляюцца пры звычайнай тэмпературы вадкасцямі, усё-ж маюць большую шчыльнасць, чым большасць

цвёрдых цел (напрыклад іртуць, бром). Ціск у некалькі соцень атмасфер робіць паветра і кісларод, не ператвараючы іх у вадкасці, больш шчыльнымі, чым многія цвёрдыя целы. Адносіны шчыльнасці ірыдыя і вадарода роўны прыкладна 250 000 : 1. З дапамогай паветранага насоса можна колькі заўгодна зменшыць шчыльнасць вадарода і атрымаць такім чынам матэрыі, шчыльнасці якіх адносіліся-б да іншых, як міліярд да адзінкі.

Пругкасць. Трываласць. Перамяшчэнні, якія могуць адбывацца з паасобнымі часцінкамі, пад уздзеяннем знешніх сіл, у цвёрдых целах аказваюцца найменшымі. Тым не менш узаемныя размяшчэнні часцінак, з якіх складаецца кожнае цвёрдае цела, усё-ж могуць змяняцца, і таму кожнае рэальнае цела зусім не падобна да цвёрдага цела тэарэтычнай механікі. Калі сілы сашчаплення часцінак цвёрдага цела перамагаюцца знешнімі ўздзеяннямі, то гэта цела разрываецца або разломваецца. Трываласць цела характарызуецца супраціўленнем, якое цвёрдае цела аказвае парушэнню яго цэласці. Калі да якога-небудзь цвёрдага цела прыкладваюцца знешнія сілы, то перш чым надыйдзе разрыў або разлом, адбываецца змена формы (або аб'ёму) гэтага цела (у залежнасці ад характару знешніх уздзеянняў). Сілы сашчаплення перашкаджаюць гэтым зменам формы або аб'ёму (або як звычайна кажуць — дэфармацыям формы або аб'ёму цела) і пасля спынення знешняга ўздзеяння поўнасцю або часткова аднаўляюць першапачатковы аб'ём або першапачатковую форму цела. Здольнасць цела аднаўляць сваю форму або свой аб'ём называецца пругкасцю. Вадкасці і газы маюць здольнасць аднаўляць толькі свой аб'ём (яны маюць толькі пругкасць аб'ёму); цвёрдыя целы не толькі аднаўляюць аб'ём, але і сваю форму (апроч аб'ёмнай пругкасці, яны маюць яшчэ пругкасць формы). Пругкія ўласцівасці цвёрдых цел, як напрыклад металаў, дрэва, скуры, гумы і інш., нярэдка выкарыстоўваюцца ў практычных мэтах.

Поўнае аднаўленне першапачатковай формы (або аб'ёму) цвёрдага цела пад дзеяннем пругкіх сіл адбываецца толькі ў тым выпадку, калі дэфармацыя не дасягнула некаторай граніцы; калі-ж гэтая граніца была пяройдзена, то пасля спынення знешняга ўздзеяння адбываецца толькі частковае аднаўленне, г. зн. дэфармацыя цела часткова захоўваецца (астатачная дэфармацыя). У першым выпадку пры адносна слабых знешніх уздзеяннях, якія не перавышаюць названай граніцы, цвёрдыя целы з'яўляюцца ідэальна пругкімі, а ў другім, пры адносна вялікіх дэфармуючых уздзеяннях,—не ідэальна пругкімі. Тая дэфармуючая сіла, пасля перавышэння якой ужо не адбываецца поўнага аднаўлення першапачатковай формы (або аб'ёму) цвёрдага цела, называецца граніцай пругкасці. Калі да якога-небудзь цвёрдага цела прылажыць дэфармуючыя яго знешнія сілы, велічыня якіх увесь час павялічваецца, то перш чым будзе дасягнута граніца пругкасці, дэфармуемае цела павінна прайсці стадыю ідэальнай пругкасці, затым пасля таго, як будзе пяройдзена граніца пругкасці, для

яго надыходзіць стадыя астатачнай дэфармацыі. Граніца пругкасці не ёсць якая-небудзь матэматычна дакладна вызначаная велічыня: яе колькасны выраз залежыць ад той дакладнасці, з якой можа быць вымерана астатачная дэфармацыя. Калі-б маглі зрабіць вымярэнні астатачных дэфармацый з шмат большай дакладнасцю, чым гэта робіцца ў цяперашні час, то можа быць для многіх матэрый мы знайшлі-б больш нізкія граніцы пругкасці.

Тая знешняя сіла, якою выклікаецца разбурэнне цэласці цела, называецца граніцай трываласці.

Разрыў або разлом цела, якое мае крышталічную структуру, азначае разбурэнне крышталічнай рашоткі гэтага цела; астатачная дэфармацыя ўзнікае з прычыны таго, што крышталічныя слаі (г. зн. пэўныя рады атамаў у крышталічнай рашотцы) саслізгваюць адны адносна другіх; пры гэтым крышталічная рашотка не разбураецца, і крыштал застаецца такім-жа крышталам, але супроць кожнага атама ўжо ляжыць не той атам, які ляжаў раней, а нейкі іншы.

Пругкі гістэрэзіс. Пругкае паслядзеянне. Рэлаксацыя. Ідэальна пругкае цвёрдае цела, якое спачатку нагружаюць, а потым паступова разгружаюць, павінна было-б пры разгрузцы прымаць тыя-ж самыя формы, якія яно прымала пры нагрузцы: кожнай данай пэўнай нагрузцы павінна адпавядаць пэўная форма цела. У сапраўднасці аднак гэты працэс не з'яўляецца зваротным: аднолькавым грузам адпавядаюць пры разгрузцы большыя дэфармацыі, чым пры нагрузцы. Такім чынам мы бачым, што ў рэзультаце нагрузкі ў рэальнага пругкага цела атрымліваецца некаторая астатачная дэфармацыя. Частка яе, пасля пэўнага прамежку часу, знікае. Запазненне знікання гэтай часткі дэфармацыі называецца пругкім паслядзеяннем. Другая— і часта вельмі значная частка астатачнай дэфармацыі застаецца і ў далейшым. Розніца ў дэфармацыях пры нагрузцы і разгрузцы называецца, згодна Варбурга, пругкім гістэрэзісам. Практычна пругкае паслядзеянне і астатачную дэфармацыю вельмі трудна адрозніць адно ад аднаго, бо запазняльная дэфармацыя ідзе паволі і можа працягвацца цэлыя тыдні. Усю гэту з'яву спрабавалі вытлумачыць унутраным церцем паасобных часцінак цвёрдага цела. Але гэтаму тлумачэнню супярэчыць з'ява рэлаксацыі. Так называюць наступную з'яву: уявім сабе, што мы трымаем дрот, адзін канец якога нерухома замацаваны ўвесь час у нацягнутым стане, і вымераем сілу, патрэбную для атрымання пастаяннага нацяжэння. Тады аказваецца, што для атрымання данага нацяжэння неабходна ў першы момант пэўная сіла; але калі трымаць нацяжэнне пастаянным, то велічыня сілы, якая падтрымлівае гэта нацяжэнне, паступова змяншаецца, дрот „змяншае напружанне", не скарачаючыся. Рэлаксацыя абумаўляецца не ўнутраным церцем; таму і для тлумачэння запазняльнай дэфармацыі прыходзіцца дапускаць, што ўнутраное церце залежыць толькі ад скорасці дэфармацыі. Здавальняючай тэорыі з'яве запазнення тымчасам не дана. Астатачныя дэфар-

мацыі адыгрываюць істотную ролю пры ўжыванні цвёрдых цел у якасці матэрыялу для будынкаў і машын, бо там мы заўсёды маем справу з працяглымі знешнімі ўздзеяннямі.

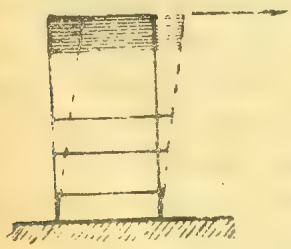
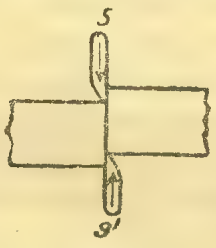
Розныя віды пругкасці. Від дэфармацыі залежыць не толькі ад першапачатковай формы цела, але і ад таго, якім чынам на яго дзейнічае сіла: ці імкнецца яна **сціснуць** цела, або **расцягнуць**, **сагнуць**, **закруціць** яго і г. д. Таму можна казаць аб пругкасці пры **сціскванні**, **расцяжэнні**, **выгібе** і г. д. і зусім таксама аб трываласці пры **сціскванні**, **расцяжэнні**, **выгібе** і г. д. Адно і тое-ж цела можа **адначасова** падпадаць дзеянню **розных** прычын, якія змяняюць яго форму. Мы аднак будзем разглядаць толькі такі выпадак, калі дзейнічае толькі адна з гэтых прычын і абмяжуемся выпадкам прызматычнага або цыліндрычнага стрыжня.

Рыс. 150. Дэфармацыі пры расцяжэнні і сціскванні.

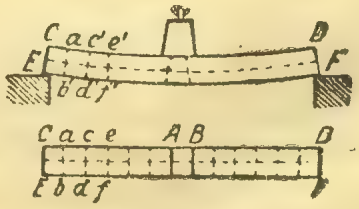
1. Цела знаходзіцца пад дзеяннем сіл **расцяжэння** (рыс. 150, *a*), якія імкнуцца падоўжыць і ўрэшце разарваць яго. Супраціўленне, якое аказвае пры гэтым цела, характарызуецца адпаведна **пругкасцю** і **трываласцю пры расцяжэнні**.

2. Цела знаходзіцца пад дзеяннем сіл **сціскання** (рыс. 150, *b*), якія імкнуцца пакараціць і ўрэшце расціснуць яго. Яго супраціўленне пры гэтым характарызуе **пругкасць** і **трываласць** пры **сціскванні**. Калі правесці перпендыкулярна даўжыні стрыжня два папярочных сячэнні *A* і *B*, то мы ўбачым, што пры расцяжэнні гэтыя сячэнні імкнуцца аддаліцца адно ад аднаго, пры сціскванні—наблізіцца адно да аднаго.

3. Цела знаходзіцца пад дзеяннем сіл (рыс. 151, 152), якія імкнуцца **зрушыць** адну яго частку адносна другой і разбурыць цэласць цела. Аказваемае пры гэтым супраціўленне характарызуе яго **пругкасць** і **трываласць** пры зруху.

Рыс. 151—152. Дэфармацыя пры зруху.



Рыс. 153. Выгіб.

Змену формы цела пры зруху можна наглядна паказаць, уявіўшы для гэтага прызматычны стрыжань (рыс. 151), складзены з вельмі тонкіх паралельных слаёў, якія звязаны адзін з адным толькі сіламі церця. Калі палажыць на стрыжань руку і пачаць рухаць яе паралельна аснове, г. зн. прылажыць да яго сілу ў кірунку, указаным стрэлкай, то стрыжань прыме форму, азначаную пунктырам. Пры гэтым кожны слой перамесціцца адносна другога, застаючыся яму паралельным, у кірунку дзею-

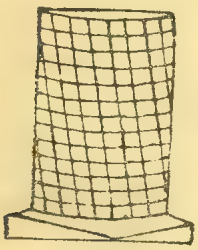
чай сілы, і пры гэтым тым больш, чым далей ён ад асновы. Слупок, складзены з ліскоў паперы, захавае атрыманую такім чынам форму і пасля таго, як мы прымем ад яго руку. Калі-ж узяць прызму з гумы, аснова якой умацавана на стале, і змяніць форму такім-жа спосабам, то пасля таго, як гума будзе прадастаўлена сама сабе, яна зноў зойме ранейшае палажэнне з прычыны сваёй пругкасці.

Рыс. 154. Кручэнне.

Пругкасць зруху адыгрывае ролю, напрыклад, калі мы рэжам цела ножніцамі (рыс. 152). Набліжаючы лязы S і S', мы выклікаем зрух адной палавіны цела адносна другой. Трываласць зруху адыгрывае ролю напрыклад пры прасвідроўванні адтулін у жалезным лісце.

4. Цела падпадае дзеянню сіл (рыс. 153), якія імкнуцца сагнуць і ўрэшце зламаць яго. Яго супраціўленне пры гэтым характарызуе пругкасць і трываласць пры выгібе. Два папярочных сячэнні A і B да дэфармацыі перпендыкулярныя восі цела, пасля дэфармацыі ўжо не паралельны адно другому: некаторыя іх пункты наблізіліся адзін да аднаго, некаторыя—аддаліліся.

Няхай на дэфармуемым стрыжні (рыс. 153 унізе) праведзены прамыя ab, cd і папярочныя сячэнні, паралельныя A і B. Пасля дэфармацыі яны прымуць палажэнне $a'b'$, $c'd'$ і г. д. Адлегласці ac, ce..., зрабіліся карацейшымі, адлегласці bd, df,...—даўжэйшымі, г. зн. слаі, блізкія да цэнтра крывізны стрыжня, пакарачаюцца, а знешнія слаі расцягваюцца. Паміж CD, EF павінен знаходзіцца слой, які не падпадае ні пакарачэнням, ні падаўжэнням, а толькі змяняе сваю форму. Ён называецца „нейтральным слоем". У кожным папярочным сячэнні стрыжня гэты слой праходзіць праз цэнтр цяжару сячэння.


Рыс. 155.

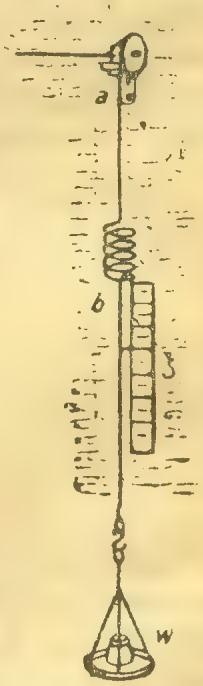
5. На цела дзейнічаюць сілы P і Q (рыс. 154), якія імкнуцца павярнуць яго ў працілеглых кірунках, г. зн. закруціць і ўрэшце разарваць. Супраціўленне, якое пры гэтым аказваецца целам, характырызуе яго пругкасць і трываласць пры кручэнні. Два папярочных сячэнні A і B (перпендыкулярныя восі цела) застаюцца паралельнымі адно другому і пасля дэфармацыі, але аказваюцца павернутымі адно адносна другога: адно злёгку паварочваецца навакол восі стрыжня ў кірунку гадзіннікавай стрэлкі, другое або павернута ў тым-жа кірунку на меншы вугал, або-ж павярнулася ў працілеглым кірунку. Яшчэ больш наглядна гэту дэфармацыю можна апісаць так (рыс. 155). Цыліндр з гумы, аснова якога замацавана, пачынаюць на верхнім канцы вярцець паралельна аснове. Гэта вярчэнне перадаецца праз увесь цыліндр. Ён паварочваецца навакол сваёй восі; тыя сячэнні, якія да дэфармацыі былі паралельны аснове, застаюцца такімі-ж і пасля дэфармацыі. Аснова пры гэтым зусім

не паварочваецца, верхні канец паварочваецца найбольш і наогул паварот кожнага сячэння тым большы, чым большая яго адлегласць ад асновы. Калі на вышыні 1 *см* вугал павароту ёсць φ, то на вышыні 2 *см* ён роўны 2 φ і г. д. На развёртцы цыліндра вярчэнне праяўляецца тым, што тыя пункты, якія да дэфармацыі ляжалі на прамых, паралельных восі, пасля дэфармацыі размешчаны па вінтавой лініі.

Рыс. 156. Вымярэнне каэфіцыента пругкасці дроту.

Закон Гука; сувязь паміж дэфармацыяй і дзеючай сілы. Сувязь паміж велічынёй дэфармуючай сілай і выкліканай ёю дэфармацыяй, калі не пяройдзена граніца пругкасці (гл. стар. 174), выражаецца наступным законам: велічыня дэфармацыі прапарцыянальна велічыні дэфармуючай сілы. Інакш кажучы, калі даная сіла выклікае пэўнае падаўжэнне (або пакарачэнне, або закручванне), то ў два разы большая сіла выклікае ў два разы большае падаўжэнне (або пакарачэнне, закручванне і г. д.), калі толькі пры гэтым дэфармацыя не дасягнула яшчэ граніцы пругкасці. Гэты закон дае магчымасць вызначыць сувязь паміж сілай і дэфармацыяй і ўвесці ў якасці меры пругкасці каэфіцыент пругкасці.

Пакуль не пяройдзена граніца пругкасці, падаўжэнне дроту, выкліканае яго нацяжэннем, прапарцыянальна нагрузцы. Для многіх матэрый граніца пругкасці прыблізна вядома. Напрыклад нацягнуты дрот з непрапаленага серабра з папярочным сячэннем у 1 $мм^2$ можа вытрымаць нагрузку ў 11,2 *кг** (рыс. 156), не пераходзячы праз граніцу пругкасці. Пры такой нагрузцы дрот у 1 *м* даўжыні падаўжаецца на 1,5 *мм*, значыць пры нагрузцы ў 1 *кг** яго падаўжэнне роўна $\frac{1,5}{11,2} = 0,134$ *мм*, г. зн. прыкладна 1/7400 першапачатковай даўжыні (1 *м*).



Рыс. 157. Спружынавыя вагі, дынамаметр.

Каэфіцыент пругкасці. Модуль пругкасці. Гэты дроб 1/7400 называецца каэфіцыентам пругкасці серабра. Каэфіцыентам пругкасці (α) называецца тая частка першапачатковай даўжыні дроту з папярочным сячэннем у 1 $мм^2$, на якую дрот выцягваецца пад уплывам расцягваючай яго сілы ў 1 *кг**. Для ўсіх матэрый каэфіцыент пругкасці ёсць вельмі малы дроб. Таму найбольш зручна задаваць лікавыя значэнні модуля пругкасці (модуль расцяжэння, модуль Юнга). У нашым прыкладзе сіла ў 1 *кг** падаўжае сярэбраны дрот на 1/7400 *м*; значыць нагрузка да 7400 *кг** павінна была-б падоўжыць дрот на 1 *м*, г. зн. павялічыць яго даўжыню ў два разы, калі-б граніца пругкасці была

адпаведна выдалена (г. зн. калі-б у гэтых граніцах быў справядлівы закон Гука). У сапраўднасці аднак для большасці матэрый такое падаўжэнне немагчыма, з прычыны таго, што раней надыходзіць разрыў. У паданым прыкладзе велічыня 7 400 *кг** (адваротная значэнню 1/7400) называецца модулем пругкасці.

Модуль пругкасці $E=\frac{1}{\alpha}$ ёсць той лік кілограмаў, пад дзеяннем якога дротз папярочным сячэннем у 1 *мм*² падвоіў-бы свак даўжыню, калі-б гэта дэфармацыя задавальняла закону Гука (і калі-б даная матэрыя наогул вытрымлівала такую нагрузку)[1].

Законам Гука можна карыстацца для таго, каб праз дэфармацыю пругкага цела вымяраць дэфармуючую сілу. Такога роду прыборам з'яўляюцца хоць-бы звычайныя спружынавыя вагі, на якіх вымяраецца вага цела, г. зн. сіла, з якой Зямля прыцягвае яго масу (рыс. 157); у гэтых вагах ёсць вінтападобная спружына, адзін канец якой *a* замацаваны, а другі *b*—свабодны. Такая спружына падаўжаецца (пакарачаецца), калі на яе дзейнічае расцягваючая (сціскаючая) сіла ў кірунку *ab*, прычым гэта дэфармацыя тым большая, чым большая дзеючая сіла. Пасля спынення дзеяння сілы спружына прымае ранейшую форму. Калі да яе прывесіць масу *w*, то *b* апускаецца ўніз тым больш, чым цяжэйшая маса. Пад дзеяннем адной і той-жа масы канец *b* апусціцца на экватары менш, чым на полюсе, або на прамежным паміж імі пункце, бо паскарэнне сілы цяжару g, а з ім і вага цела *Mg*, як мы ведаем, павялічваецца ад экватара да полюса. Калі пры гэтым па шкале *S* вагаў перасоўваецца паказальная стрэлка, то, падвешваючы да спружыны масы пэўнай велічыні і ведаючы *g* для месца вымярэння, можна пабудаваць шкалу, градуяваную на дыны. Аналагічнай установкай (з адпаведнымі зменамі) можна вымяраць любое расцяжэнне і сцісканне, напрыклад сілу, з якой конь цягне калёсы (пры гэтым трэба будзе спружыну ўставіць паміж вупражжу і калёсамі). Такія прыборы, якія служаць для вымярэння сіл, называюцца дынамаметрамі.

Адхіленні ад закона Гука. Існаванне пругкага паслядзеяння супярэчыць закону Гука: яно паказвае, што наогул не існуе адназначнай сувязі паміж дэфармуючай сілай і дэфармацыяй. Калі напружанне знікае, то дэфармацыя знікае не адразу следам за ім, а паступова імкнецца да нуля згодна нейкага яшчэ невядомага закона. Аднак нават і чыста пругкія дэфармацыі, як паказала ўдакладненне метадаў вымярэння, толькі прыблізна задавальняюць закону Гука. Асабліва значныя адхіленні даюць літае жалеза, многія мінералы, а таксама многія звязваючыя матэрыі, важныя ў тэхнічных адносінах (цэмент, бетон і г. д.).

Пругкія пастаянныя. Модуль сціскання. Падаўжэнне цела заўсёды суправаджаецца скарачэннем у кірунку, перпендыкулярным да падаўжэння. Гэта папярочнае сцісканне прапарцыянальна расцяжэнню. Калі даўжыня цыліндрычнага стрыжаня ёсць *l*, а яго дыяметр—*d* і ён расцягваецца λ (λ/l называецца адносным падаўжэннем), то дыяметр яго папярочнага сячэння падпадае адноснаму скарачэнню $\frac{\delta}{d}$. Дослед паказвае, што $\frac{\delta}{d}=\nu\frac{\lambda}{l}$; адносіны $V=\frac{\delta}{d}:\frac{\lambda}{l}$, якія

[1] Як мы бачым, модуль Юнга вымяраецца ў *кг/мм*². Аднак ён можа быць вымераны і ў іншых адзінках, калі расцягваючая сіла і папярочнае сячэнне будуць вымераны не ў *кг** і *мм*², а іншымі мерамі. Размернасць модуля Юнга заўсёды такая: $\left[\frac{\text{сіла}}{\text{плошча}}\right]$

называюцца каэфіцыентам Пуасона, ёсць велічыня, пастаянная для данай матэрыі, прычым яна ляжыць у граніцах ад 0,2 да 0,5.

Згодна закону Гука пакуль не пяройдзена граніца пругкасці дэфармацыя прапарцыянальна нагрузцы. Розным магчымым дэфармацыям адпавядаюць розныя каэфіцыенты прапарцыянальнасці, якія наогул называюцца пругкімі пастаяннымі. Тэорыя паказвае, што для ізатропных матэрый, уласцівасці якіх аднолькавыя па ўсіх кірунках, лік гэтых пастаянных не большы 2. Гэтымі пастаяннымі з'яўляюцца каэфіцыент расцяжэння α і каэфіцыент зруху β[1]. Велічыні d, β і ν звязаны суадносінамі: $\alpha = \frac{\beta}{2(1+\nu)}$. Такім чынам ізатропнае цела мае толькі два незалежных каэфіцыенты пругкасці.

Побач з модулем расцяжэння $E = \frac{1}{\alpha}$ і зруху $G = \frac{1}{\beta}$ у якасці велічыні, якая характарызуе пругкія ўласцівасці цвёрдага цела, існуе яшчэ модуль усебаковага сціскання. Гэта ёсць змена аб'ёму 1 $см^3$ пад уплывам прыложанага да яго ціску, роўнага адзінцы. Велічыня, адваротная яму, ёсць каэфіцыент усебаковага сціскання. Калі цела падпадае ўсебаковаму сцісканню, прычым ціск, які дзейнічае на цела, роўны p, а адносная змена ўдзельнага аб'ёму ёсць $\frac{\Delta v}{v}$, то $p = \left(\lambda + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\beta}\right)\cdot\frac{\Delta v}{v}$. Фактар $\lambda + \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\beta}$ ёсць модуль усебаковага сціскання K, а велічыня $k = \frac{1}{K}$ — каэфіцыент сціскання. Модуль сціскання звязаны з модулем Юнга і каэфіцыянтам Пуасона суадносінам $K = 1/3\frac{E}{1-2\nu}$, адкуль вынікае, што $0 < \nu < 0{,}5$, бо калі-б было $1 - 2\nu > 0{,}5$, то K было-б адмоўным і цела пры расцяжэнні сціскалася-б, а пры сцісканні расшыралася, што супярэчыць досведу.

Абсалютнае супраціўленне. Цвёрдасць. Пасля таго, як граніца пругкасці ўжо пяройдзена, форма цела застаецца зменнай. Выгляд і велічыня гэтай астатачнай змены залежаць ад прыроды цела і ад сілы, якая дзейнічала на яго[2]. Рана ці позна яна дасягае такіх размераў, пры якіх цела разрываецца, ламаецца і г. д. Уласцівасці цел у абсягу паміж граніцай пругкасці і канчатковым яго распадзеннем, па якіх мы падзяляем целы на цягучыя, коўкія, крохкія, сыпучыя, цвёрдыя, мяккія і г. д. не паддаюцца ні адназначнаму вызначэнню, ні дакладнаму вымярэнню.

На практыцы звычайна выпрабоўваюць целы на абсалютнае супраціўленне ў адносінах да расцяжэння і сціскання. Тая нагрузка, пры якой цела ад расцяжэння або сціскання ламаецца, называецца граничнай (або разбураючай) нагрузкай. Гранічная нагрузка, аднесеная да адзінкі паверхні, ёсць абсалютнае супраціўленне цела пры расцяжэнні або сцісканні, якое (супраціўленне) называецца яшчэ граніцай трываласці (або супраціўленнем разрыву).

---

[1] Аналагічна каэфіцыенту расцяжэння, каэфіцыентам зруху называецца той вугал, на які адбываецца пад уплывам скошваючай сілы, роўнай адзінцы, зрух прамой, што была першапачаткова перпендыкулярам да асновы кубіка з рабром, роўным адзінцы (рыс. 151). Велічыня, адваротная каэфіцыенту зруху, ёсць модуль зруху.

[2] Пругкасць і трываласць металаў вельмі цікава праяўляецца на монакрышталічных дротах. Частка крышталічнай рашоткі перасоўваецца як цэлае адносна іншай часткі, не парушаючы сваёй унутранай структуры і цэльнасці дроту. Гэта перамяшчэнне адбываецца па пэўных кірунках у пэўных плоскасцях.

Доўгія стрыжні, якія знаходзяцца пад ціскам, могуць быць разбураны раптоўным ударам задоўга да дасягнення граніцнай нагрузкі. Пры пэўнай нагрузцы стрыжань знаходзіцца ў стане няўстойлівай роўнавагі. Напружанне, якое адпавядае гэтай крытычнай нагрузцы, называецца абсалютным супраціўленнем удару.

	Абсалютнае супраціўленне пры расцяжэнні *кг/см²*	Абсалютнае супраціўленне пры сціскані *кг/см²*
Нікелевая сталь . .	5 600—7 500	—
Літая сталь	3 500—7 000	—
Літае жалеза . . .	1 200—3 200	7 000— 8 500
Граніт	40—80	1 000— 2 000
Мрамар	20—60	500— 1 500
Шкло	300—900	6 000—12 000

Выгіб выклікае ў цвёрдым целе адначасовае з'яўленне напружанняў расцяжэння і сціскання. Стрыжань, зроблены з вязкай матэрыі, можна вельмі моцна згібаць не ламаючы. Напрыклад прамы стрыжань з літага жалеза або сталі можна гнуць без трэшчын пад вострым вуглом з вельмі малым дыяметрам крывізны, г. зн. амаль на 180°.

Шматразовыя змены нагрузкі вельмі моцна ўплываюць на абсалютнае супраціўленне матэрыялу. Калі вельмі часта падвешваць да дроту адзін за адным грузы, то ён можа разарвацца раней, чым нагрузка дасягне граніцнага значэння. Аднак, калі велічыня нагрузкі не перавышае пэўнага значэння, то і колькі заўгодна частыя ўздзеянні не могуць выклікаць разрыву, нават напрыклад штуршкі гадзіннікавага маятніка, якія паўтараюцца 150 мільёнаў разоў у год. На абсалютнае супраціўленне ўплывае таксама скорасць нагружэння. Пры нагружэнні „штуршкамі" вязкае цела можна весці сябе, як ідэальна крохкае. Напрыклад вар пры павольным нагружэнні вядзе сябе, як вязкая вадкасць, а ад удару ламаецца, як крохкае цела. Аналагічнае месца ў металаў.

За цвёрдасць матэрыі прымаюць тое супраціўленне, якое яна аказвае ўвядзенню ў займаемую ёю прастору іншага цела, напрыклад іголкі, нажа, шара. У мінералогіі размяшчаюць целы ў парадку цвёрдасці, прычым крытэрыем служыць магчымасць вострым вуглом адной матэрыі правесці рысу па паверхні другой. Тая матэрыя, якою можна правесці рысу на другой, лічыцца з двух найбольш цвёрдай. Шкалой цвёрдасці служыць рад вядомых матэрыялаў, якія ўжываюцца як нармальныя ўзоры пры параўнанні з іншымі целамі. Найчасцей ужываецца шкала Моза (1812). У ёй матэрыі размяшчаюцца ў парадку ўзрастаючай цвёрдасці так: 1) тальк, 2) гіпс, 3) вапняковы шпат, 4) плавікавы шпат, 5) апатыт, 6) палявы шпат, 7) кварц, 8) тапаз, 9) карунд, 10) алмаз. Цвёрдасць якога-небудзь цела вызначаецца

паводле яго палажэння паміж матэрыямі гэтай шкалы. Так напрыклад самае мяккае шкло—флінтглас—ляжыць паміж плавіковым шпатам і апатытам; самае цвёрдае—борасілікат—ляжыць перад кварцам. Для колькаснага вызначэння цвёрдасці шляхам драпання служыць склераметр (А. Зеебек, 1833), у якім пад ціскам пэўнага груза іголка з алмаза або з загартаванай сталі праводзіць рысу па выпрабоўваемым целе, над якім яна знаходзіцца. Мерай цвёрдасці служыць тут найменшы груз, неабходны для стварэння драпіны або пры пастаянным грузе шырыня або глыбіня драпіны. У тэхніцы цвёрдасць вымяраецца доследам з уціскананнем шара (Брынель, 1900): шар з загартаванай сталі з дыяметрам у некалькі міліметраў уціскаецца ў адпаліраваную плоскую паверхню даследуемай матэрыі, і затым вымяраецца дыяметр паглыблення, якое атрымліваецца на гэтай паверхні.

Будова цвёрдага цела. Кожнае цела складаецца з паасобных матэрыяльных часцінак. Займаемая ім прастора не запоўнена неперарыўнай матэрыяй, але запоўнена дыскрэтнымі масамі, паміж якімі ёсць пустыя прамежкі. Паводле даных доследу гэта справядліва і для такіх матэрый, якія здаюцца нам неперарыўнымі, нават пры разглядзе ў самы моцны мікраскоп. У некаторых целах часцінкі размешчаны адна адносна другой у „ідэальным беспарадку",—такія целы мы называем аморфнымі або назбаўленымі структуры. У іншых целах часцінкі размешчаны пэўным парадкам—гэта целы, якія маюць пэўную структуру. Розніца паміж целамі, якія маюць унутраную структуру і целамі, якія не маюць яе, звычайна кідаецца ў вочы ўжо па іх знешнім выглядзе. Такім чынам з'яўляецца пытанне аб тым, як звязана ўнутраная будова і знешняя форма цела (мы маем на ўвазе будову цвёрдага цела).

Каб апісаць як знешнюю форму цела, так і яго ўнутраную будову, адносяць палажэнне складаючых яго матэрыяльных пунктаў да якой-небудзь каардынатнай сістэмы; калі ўзяць якую-небудзь іншую сістэму, то атрымаецца і новае апісанне (г. зн. іншыя каардынаты складаючых яго частак).

Калі мы ператворым адну каардынатную сістэму ў іншую, то гэтым самым мы пяройдзем ад аднаго апісання да другога. Наогул кажучы, пры такім пераходзе апісанне мяняецца. Аднак ёсць такія асаблівыя ператварэнні, якія не суправаджаюцца зменамі і даюць тое-ж самае апісанне. Наяўнасць такіх ператварэнняў звязана з тымі ўласцівасцямі цела, якія мы звычайна называем уласцівасцямі сіметрыі.

У істотным характарыстыка сіметрыі наступная. Уявім сабе які-небудзь „несіметрычны" ў звычайным жыццёвым сэнсе гэтага слова прадмет, напрыклад руку. Будзем апісваць гэты прадмет, карыстаючыся якой-небудзь каардынатнай сістэмай; тады кожны раз пры пераходзе да іншай каардынатнай сістэмы зменіцца і апісанне. Зусім інакш вядзе сябе „сіметрычны" (у звычайным сэнсе) прадмет, напрыклад, знешні выгляд чалавека; у гэтым выпадку для кожнай адвольна выбранай сістэмы, адносна якой апісваецца знешні выгляд чалавека, знойдзецца іншая сістэма

каардынат, якая дае апісанне, ідэнтычнае з апісаннем першай. Гэтыя абедзве каардынатныя сістэмы размешчаны, як прадмет і яго вобраз у люстраной плоскасці, змешчанай у сярэдняй (вертыкальнай) плоскасці чалавечага цела (сагітальны разрэз). Мы кажам у такім выпадку: прадмет (чалавек) мае плоскасць сіметрыі (люстраную сіметрыю).

Сіметрыя. Ізатропія. Аднароднасць. Ператварэнні, якія пераводзяць адну адвольна выбраную сістэму каардынат у іншую, што дае ідэнтычнае апісанне, могуць быць геаметрычна выкананы трыма рознымі спосабамі (або аперацыямі сумяшчэння): вярчэннем, люстраным адбіццём і перамяшчэннем.

Звычайна сіметрычным прадметам мы называем такі, які мае адпаведны знешні выгляд; аднак гэта прыводзіць толькі да аднабаковага ўяўлення аб сіметрыі. Тром зазначаным аперацыям сіметрыі адпавядаюць тры віды сіметрыі: ізатропія, ортаморфія, аднароднасць; але толькі другі з іх непасрэдна заўважаецца вокам.

Цела называецца ізатропным або анізатропным гледзячы па тым, ці мае яно правільную структуру, ці яно пазбаўлена структуры (аморфнае). Аморфнымі целамі з'яўляюцца, напрыклад: паветра, вада, шкло. Правільную структуру маюць крышталы. Крышталь мае натуральныя плоскасці, рэбры, вуглы,—словам мае пэўную форму, і гэта ўказвае на тое, што не ўсе кірункі ў крышталі роўнапраўныя. У паветры, у вадзе, у шкле ні адзін кірунак не адрозніваецца ад другога; перамяшчаючыся з аднаго пункта паветранага асяроддзя (або вады, або шкла) у другі па любым кірунку, мы будзем знаходзіць тыя-ж самыя ўласцівасці асяроддзя; такое-ж узаемнае прыцяжэнне часцінак, такую-ж пругкасць асяроддзя, такую-ж цеплаправоднасць і г. д. Гэтым і характарызуецца ізатропная матэрыя. У крышталях справа зусім іншая; пераходзячы з якога-небудзь пункта ўнутры крышталя па розных кірунках у яго іншыя пункты, мы будзем знаходзіць, наогул кажучы, рознае сашчапленне часцінак, розную электраправоднасць і г. д. Такога роду ўласцівасць характарна для анізатропных цел. Такім чынам цела называецца ізатропным або анізатропным у залежнасці ад таго, ці існуюць па розных кірунках, у ім праведзеных, якія-небудзь адрозненні ў яго ўласцівасцях або не. Ізатропія ёсць від сіметрыі, які выражаецца ў тым, што ператварэнні, якія не мяняюць апісання цела, дапускаюць самыя разнастайныя павароты выходнай сістэмы каардынат.

Трэба адзначыць, што строга ізатропным можа быць толькі непарыўнае асяроддзе; перарыўнае або дыскрэтнае асяроддзе (якім і з'яўляюцца ў сапраўднасці ўсе целы, складзеныя з паасобных часцінак) можа быць толькі статычна ізатропным. Калі ў дыскрэтным асяроддзі яго ўласцівасці па розных кірунках мяняюцца статычна неўпарадкавана, то атрымаецца статычнае роўнапраўе ўсіх кірункаў, г. зн. статычная ізатропія; калі-ж уласцівасці мяняюцца статычна ўпарадкавана, то мы маем справу з анізатропіяй. Такім чынам кожнае фізічнае цела (дыскрэтнае асяроддзе) можа быць або анізатропным, або статычна ізатропным, але не строга ізатропным.

Газы і вадкасці—целы статычна ізатропныя, зусім таксама як і цвёрдыя целы, якія складаюцца з паасобных беспарадачна размешчаных дробных крышталікаў (мікракрышталы). Калі-ж гэтыя дробныя крышталікі размешчаны ў пэўным парадку, то цела анізатропна, як і кожны крышталь.

Пераходзячы да другога віду сіметрыі, спынімся перш за ўсё на двух тыпах прамавугольных каардынатных сістэм, якія называюцца прававінтавой і левавінтавой (або, карацей, правай і левай). Уявім сабе прамавугольную сістэму каардынат, у якой вось z накіравана вертыкальна ўверх. Уявім сабе далей, што вярчэннем навакол восі z, мы пераводзім вось X у палажэнне восі O. Калі пры гэтым мы павінны зрабіць такое-ж вярчэнне, якому падпадае галоўка вінта з $\frac{\text{правай}}{\text{левай}}$ нарэзкай, увінчваемага ўздоўж адмоўнага кірунку восі, то гэта сістэма каардынат ёсць $\frac{\text{прававінтавая}}{\text{левавінтавая}}$ (або $\frac{\text{правая}}{\text{левая}}$).

Цела, маючае такую структуру, што для кожнай прававінтавой сістэмы адносна якой даецца яго апісанне, знойдзецца адпаведная левавінтавая сістэма

адносна якой апісанне будзе ідэнтычна першаму, называецца ортаморфным; калі-ж адпаведнай левай сістэмы, адносна якой апісанне захавалася-б такім-жа, не існуе, тады цела называецца энантыаморфным. У ортаморфнага цела яго выгляд супадае з люстраным яго адбіццём, у энантыаморфнага цела не супадае.

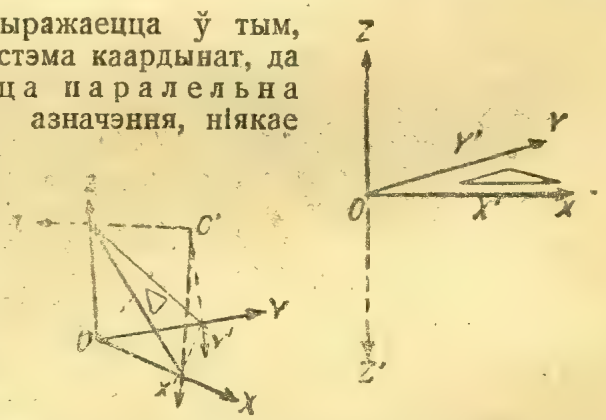
На рыс. 158 паданы два энантыаморфных крышталы: кожны з іх з'яўляецца люстраным адбіццём другога. Кожны з паданых на гэтым рысунку крышталаў мае ўсе тыя-ж элементы, што і другі, аднак гэтыя два крышталы ніякім чынам не могуць быць сумешчаны. Энантыаморфнымі з'яўляюцца таксама два вінты,— адзін з правай, другі з левай нарэзкай. Ортаморфны напрыклад усе плоскія фігуры. Рыс. 159 паказвае гэта на трохвугольніку, які ляжыць у плоскасці XY сістэмы XYZ (правы чарцеж), і на трохвугольніку, які ляжыць у плоскасці, перасякаючай восі каардынат наўкось (левы чарцеж). Каб паказаць, што трохвугольнік ортаморфны, сістэму XYZ адлюстроўваем у плоскасці трохвугольніка; такім чынам атрымліваем сістэму $X'Y'Z'$.

Рыс. 158. Энантыаморфныя крышталы.

Разглядаючы паасобныя элементы аб'ёму цела, мы можам сустрэць выпадкі, калі шчыльнасць матэрыі або аднолькавая ва ўсіх элементах, або яна мяняецца ад элемента да элемента. У першым выпадку цела называецца аднародным, або гомагенным, у другім—неаднародным або гетэрагенным. У большасці выпадкаў целы з'яўляюцца гомагеннымі (напрыклад вада, шкло), але ўпаўне аднародных цел не існуе, як у гэтым пераконваюць нас многія з'явы—напрыклад рассеянне святла.

Мы лічым ваду аднароднай матэрыяй; В. Тамсон падлічыў, што калі колькасць вады, якая заключаецца ў аб'ёме футбольнага мяча, размеркаваць па аб'ёме зямнога шара, то неаднароднасць матэрыі зробіцца зусім нагляднай; тады паасобныя малекулы вады будуць раздзелены прамежкамі размерамі ад дыяметра шрацінкі да дыяметра мяча.

Як праява сіметрыі аднароднасць выражаецца ў тым, што апісанне цела не змяняецца, калі сістэма каардынат, да якой аднесена цела, перамяшчаецца паралельна самой сабе. Паводле данага вышэй азначэння, ніякае матэрыяльнае цела не можа быць строга аднародным, бо ў кожным целе апроч матэрыяльных часцінак ёсць пустыя прамежкавыя прасторы паміж імі. Дыскрэтнае асяроддзе мы ўяўляем сабе падзеленым на вельмі малыя элементарныя аб'ёмы, шчыльнасць унутры якіх можа быць не аднолькавай. Але калі лік аб'ёмаў вельмі вялікі, то асяроддзе можа быць, як і ў выпадку ізатропіі, статычна аднародным. Кожнае асяроддзе мы павінны разглядаць, як бязмежнае, бо на яго мяжы заўсёды ёсць парушэнне аднароднасці). Вадкасці і газы можна лічыць статычна аднароднымі целамі.



Рыс. 159. Дзве прамавугольныя сістэмы каардынат, адна з якіх ёсць люстранае адбіццё, другой, даюць адно і тое-ж апісанне плоскага трохвугольніка.

Структура крышталаў. Матэрыя, якая прадстаўляе сабой аднароднае дыскрэтнае асяроддзе, называецца крышталічнай. У ёй складаючыя цела часцінкі размешчаны строга законамерна. Элементы аб'ёмаў усіх дагэтуль даследваных (рэнтгенаграфічна) крышталаў маюць размеры ад 10^{-24} да 10^{-20} $см^3$ і значыць яны настолькі малыя, што кожны мікраскапічны і нават нябачны пад мікраскопам кавалак крышталя можна лічыць прасторава аднародным, строга перыядычным дыскрэтным асяроддзем.

Дакладнае даследванне паказвае, што крышталічная будова не з'яўляецца чым-небудзь выключным, якойсці „ігрою прыроды". Цвёрдыя целы, якія звычайна лічаць за ізатропныя (аморфныя), як напрыклад металы, якія паволі ацвердзяваюць, толькі здаюцца ізатропнымі; яны таксама маюць крышталічную структуру, але яны складаюцца з дробных крышталікаў, беспарадачна арыентаваных ва ўсіх кірунках, у звязку з чым усе кірункі аказваюцца аднолькава роўнапраўнымі. Целы, пабудаваныя з беспарадачна арыентаваных дробных крышталікаў, назы-

ваюцца целамі з мікракрышталічнай структурай. (Аднак анізатропія, як характэрная асаблівасць крышталаў, уласціва не толькі цвёрдым целам: існуюць тэксама вадкія крышталы (Отто Леман, 1889). Але аб іх мы абмяжоўваемся тут толькі гэтай заўвагай.)

Такім чынам, для ізатропнага цела характэрным з'яўляецца „ідэальна бесперадачнае" размяшчэнне яго малекул. У крыштале, наадварот,—яго часцінкі размешчаны строга законамерна, што відаць і па яго знешнім выглядзе. Крышталь набывае правільную характэрную для яго знешнюю форму толькі пры ўмове павольнага росту без знешніх перашкод [1].

Правільная знешняя форма ёсць толькі адна з адзнак крышталічнага стану, але гэта адзнака настолькі характэрная для крышталя і так рэзка кідаецца ў вочы, што яна служыць звычайна як для апісання, так і для класіфікацыі розных тыпаў крышталаў. Які-небудзь пункт унутры крышталя прымаюць за пачатак каардынат і прыводзяць праз яго тры плоскасці паралельна якім-небудзь тром граням крышталя, утвараючым вугал. Перасячэннем плоскасцей утвараюцца прамыя, якія называюцца восямі крышталя. Калі можна павярнуць крышталь навакол якой-небудзь яго восі на вугал $\frac{360^\circ}{n}$ (n—цэлы лік) так, каб пасля павароту яго палажэнне нічым не адрознівалася-б ад першапачатковага, то гэта вось называецца воссю сіметрыі. Так напрыклад куб можна павярнуць на $90^\circ\left(\frac{360^\circ}{4}\right)$ навакол восі, якая праходзіць праз сярэдзіны яго працілеглых граней так, што ён пасля павароту зойме ранейшае палажэнне. Калі $n = 2,\ 3,\ 4$ або 6 (г. зн. крышталь прыходзіць у зыходнае палажэнне пасля павароту на 180, 120, 90, 60°), то вось, навакол якой адбываецца вярчэнне, называецца двайной, трайной, чатырох або шасцікратнай.

Асноўныя крышталаграфічныя законы. Асноўныя законы крышталаграфіі—гэта закон сіметрыі (Гесель) і закон рацыянальных індэксаў Аюі, Франц Нейман. Закон сіметрыі кажа: восі сіметрыі могуць быць двайнымі, трайнымі, чатырох або шасцікрытнымі [2].

Закон рацыянальных індэксаў заключаецца ў наступным. Калі ўнутры крышталя правесці тры перасякальныя прамыя (восі каардынат), паралельныя тром якім-небудзь яго рэбрам і затым правесці плоскасці, паралельныя натуральным граням крышталя (але не паралельныя каардынатным плоскасцям), то гэтыя плоскасці перасякуць тры прамыя на адлегласцях a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2,... ад пачатку каардынат. Правядзём плоскасці, паралельныя граням, так каб $b_1 = b_2 = b_3 = \ldots = 1$. Палажэнне кожнай грані характарызуецца адносінамі $a_1 : 1 : c_1$; $a_2 : 1 : c_2$; $a_3 : 1 : c_3$,... Закон рацыянальных індэксаў адносіцца да дробаў $\frac{a_1}{a_2}, \frac{a_1}{a_3}, \frac{c_1}{c_2}$,.. Напішам гэтыя дробы ў выглядзе $\frac{1}{a_2/a_1}$.

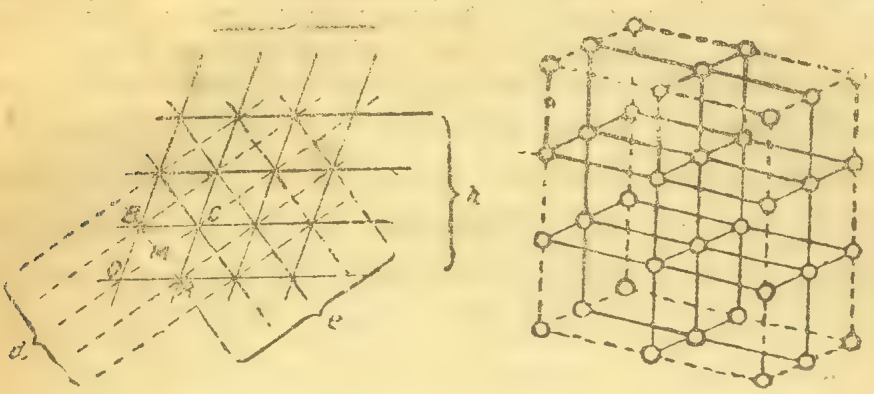
---

[1] Механізм росту крышталаў такі: у вадкасці, з якой пры ахалоджванні выкрышталізоўваецца цвёрдае цела, спачатку ўтвараецца цэнтр крышталізацыі (зародак крышталя). Навакол гэтага цэнтра пачынаюць у правільным парадку размяшчацца малекулы. Пры пэўных і клапатліва выкананых умовах можна атрымаць цвёрдае цела (метал), якое будзе мець не мікракрышталічную структуру, а такую, у якой усе часцінкі будуць размешчаны ў пэўнай законамернасці, г. зн. такое, якое з'яўляецца адзіным цэлым крышталам. Атрыманыя такім чынам металы называюцца монакрышталь ными (атрыманы монакрышталь ныя вольфрам, бісмут, волава, свінец, кадмій, алюміній і інш.). Паволі выцягваючы (увесь час з адной і той-жа скорасцю) крышталь у час росту яго з вадкасці можна прымусіць расці ў адным толькі кірунку. Такім чынам можна атрымаць монакрышталь ны металічны дрот (такі спосаб ужываецца пры вырабе вольфрамавых ніцей для лямп).

[2] У сістэматыцы крышталаў няма восей сіметрыі пяці сямі і вышэйшай кратнасці. Існаванне крышталаў з такімі восямі несумяшчальна з палажэннямі, якія ляжаць у аснове тэорыі крышталічнай структуры. Безумоўным пацверджаннем тэорыі з'яўляецца тое, што крышталы з такога роду сіметрыяй не знойдзены, хоць пецярная сіметрыя нярэдка сустракаецца ў раслін з іх пяціпялёсткавымі кветкамі.

У гэтых дробах назоўнікі ёсць малыя цэлыя лікі, якія называюцца індэксамі адпаведных граняў. Напрыклад калі $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$ і $\frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{4}$, то $\frac{a_2}{a_1} = 2$; $\frac{b_2}{b_1} = 1$; $\frac{c_2}{c_1} = 4$, і другая грань мае індэксы (адносна першай) 2, 1, 4. Гэты закон аказваецца справядлівым для кожнай грані крыштала.

Тэорыя крышталічнай будовы (Браве, 1848, Зонке, 1879, Шэнфліс, 1891, Фёдараў, 1894, Лауэ, 1912, Вейсенберг, 1925). Тэорыя крышталічнай структуры выводзіць законы будовы крышталаў з аднаго асноўнага палажэння: цэнтры цяжару часцінак, з якіх пабудаваны элементы крышталa (г. зн. атамаў), законамерна размешчаны ў прасторы. Можна лічыць, што яны займаюць якраз тыя месцы, якія адпавядаюць тым іх палажэнням роўнавагі, каля якіх яны вагаюцца з прычыны цеплавога руху. Гэта асноўнае палажэнне—зусім пацверджанае адкрыццем Лауэ (1912)—прыводзіць з неабходнасцю да асноўных крышталаграфічных законаў (закон сіметрыі, закон рацыянальных індэксаў) і да існавання 32 класаў, на якія могуць быць разбіты крышталы па іх уласцівасцях сіметрыі.



Рыс. 160. Размяшчэнне часцінак у крыштале. Плоская сетка. Прасторавая рашотка.

Згодна гэтаму дапушчэнню размяшчэнне атамаў павінна быць аднолькавым ва ўсіх паралельных паміж сабою кірунаках, праведзеных у крышталe. На прамых, праведзеных у адным і тым-жа кірунку, атамы размешчаны на аднолькавых адлегласцях. У кожным радзе адлегласць паміж кожнымі двума суседнімі атамамі адна і тая-ж і роўна адлегласці паміж атамамі ў любым паралельным радзе. Для прамой, праведзенай у іншым кірунку, гэта адлегласць, наогул кажучы, іншая.

Злучым цэнтры атамаў, якія складаюць крышталл, прамымі. Атрыманыя сямействы паралельных прамых [g] і [h] падзяляюць плоскасць (рыс. 160) на кангруентныя паралелаграмы, у вуглах якіх знаходзяцца часцінкі, складаючыя крышталічнае цела. Сетка паралелаграмаў мае тую ўласцівасць, што яна пераходзіць сама ў сябе пры перамяшчэнні ўздоўж адрэзка, які злучае два пункты сеткі. Злучыўшы атамы праміі лініямі іншым спосабам, можна сямействы прамых [g] і [h] замяніць сямействамі [e] і [d], якія даюць новую сетку; тады праз кожны пункт сеткі будуць праходзіць паранейшаму дзве прамыя [e] і [d]. Трэба адзначыць, што асноўнымі элементамі сеткі з'яўляюцца пункты, а не сямействы прамых, якія могуць быць праведзены рознымі спосабамі. Відавочна, што рознымі спосабамі могуць быць атрыманы і тыя фігуры сеткі—паралелаграмы і трохвугольнікі, якія сваімі вугламі маюць яе пункты.

Сетка, утвораная прамымі d, e, змяшчае ўсе пункты ранейшай сеткі і яшчэ іншыя пункты: іменна—да яе належаць усе сярэдзіны паралелаграмаў ранейшай сеткі (M). Таму новая сетка адрозніваецца ад ранейшай. Назавем ранейшую сеткай N, а новую сеткай N'. Сетку N' можна атрымаць з N, калі да пунктаў сеткі N далучыць усе сярэднія пункты M паралелаграмаў, утвораных прамымі d і h; таму кажуць: N' атрымліваецца з N шляхам цэнтравання і называюць N' цэнтраванай сеткай.

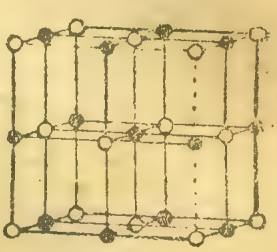
Разважанні, якія адносяцца да плоскай сеткі, могуць быць перанесены на сетку, размешчаную ў прасторы; такім чынам мы пераходзім да так званай прасторавай рашоткі (рыс. 160). Такая рашотка можа быць атрымана пры дапамозе трох сямействаў паралельных паміж сабою плоскасцей, кожная з якіх паралельна адпаведнай асноўнай плоскасці крышталa. Гэтыя сямействы плоскасцей разбіваюць прастору на кангруентныя паміж сабой і паралельна размешчаныя паралелепіпеды, у вуглах якіх знаходзяцца часцінкі, складаючыя крышталл. Фігурай, якая вызначае рашотку, з'яўляецца паралелепіпед, утвораны трыма парамі суседніх плоскасцей. Сямействы плоскасцяй, якія ствараюць тую

або іншую рашотку, могуць быць таксама выбраны рознымі спосабамі і на прасторавую рашотку можа быць перанесена тое-ж самае паняцце цэнтравання, якое мы мелі для сеткі. У выпадку прасторавай рашоткі могуць сустракацца тры розныя тыпы цэнтравання, якія прыводзяць да трох розных тыпаў прасторавых рашотак.

1. Можа быць цэнтравана толькі адна пара бакавых граней вызначаючай фігуры; атрымліваецца рашотка з плоска цэнтраванымі гранямі.

2. Могуць быць цэнтраваны ўсе тры пары бакавых граней вызначаючай фігуры гэта рашотка з цэнтраванымі гранямі.

3. Нарэшце, можа быць цэнтравана самая вызначаючая фігура, г. зн. сярэдзіна паасобнага элемента прасторавай рашоткі (яго цэнтр цяжару); так атрымліваецца цэнтраваная рашотка (гл. на рыс. 162 тры апошніх рашоткі рамбічнай сістэмы).



Рыс. 161. Прасторавая рашотка крышталя спажыўнай солі (NaCl) ○ Cl—іёны. ● Na—іёны. Кожная з рашотак, складзеная з іёнаў Cl або іёнаў Na, ёсць кубічная рашотка з цэнтраванымі гранямі. Абедзве рашоткі ўстаўлены адна ў адну і ссунуты на палавіну рабра куба. Кожны іён Na звязаны з 6 іёнамі Cl, а кожны іён Cl звязаны з 6 іёнамі Na. Адлегласць паміж двума суседнімі іёнамі $2{,}8 \cdot 10^{-8}$ *см*.

Прасторавая рашотка, наогул кажучы, не мае восей сіметрыі; такую рашотку, якая мае восі сіметрыі, называюць сіметрычнай рашоткай. Укажам аднак (бо доказ завёў-бы нас надта далёка), што ўсяго можа быць толькі сем тыпаў сіметрычных рашотак з двайнымі, трайнымі, чатырох і шасцікратнымі восямі сіметрыі, якія адпавядаюць сямі розным крышталічным сістэмам, установленым паводле непасрэдных назіранняў над крышталамі. Шэнфліс і Фёдараў паказалі, што існуе ўсяго 230 груп сіметрыі (або крышталічных груп). Рэнтгенаўскі аналіз прыводзіць да класіфікацыі крышталаў на 14 тыпаў крышталічных (або прасторавых) рашотак; паводле аптычных уласцівасцей крышталы могуць быць падзелены на 32 класы, якія і групуюцца ў 7 крышталічных сістэмах. На рыс. 162 паказаны асноўныя тыпы рашотак[1].

У многіх выпадках узаемнае размяшчэнне і адлегласць атамаў у крышталах можна вылічыць; напрыклад гэта лёгка можна зрабіць для крышталаў спажыўнай солі (NaCl), якія складаюцца з іёнаў натрыя і хлора (рыс, 161). Аб'ём Ω элементарнага паралелепіпеда прасторавай рашоткі з'яўляецца пастаяннай велічынёй, характэрнай для данага крышталічнага цела. Калі складаючыя крышталічасцінкі (малекулы, атамы, іёны) ляжаць у пэўных, аднолькава накіраваных (паралельных) плоскасцях блізка адна да другой, г. зн. калі плошчы паралелаграмаў (σ), размешчаных у гэтых частках, вельмі малыя, то адлегласці паміж гэтымі крышталічнымі плоскасцямі (d) павінны быць адносна вялікімі, бо $\sigma . d = \Omega$; з прычыны таго што малекулярныя сілы (сілы сашчаплення) вельмі шпарка змяншаюцца з адлегласцю, то, пры дастаткова вялікай адлегласці d, плоскасці лёка аддзяляюцца адна ад другой.

Гэтым тлумачыцца наяўнасць у крышталаў плоскасцей злітоўнасці, па якіх крышталкайлягчэй расколваецца; плоскасці злітоўнасці перасякаюцца паміж сабой у кожнай матэрыі пад пэўнымі вуглами. Напрыклад у вапняковым шпаце гэты вугал роўны 105°5′, элемент прасторавай рашоткі гэтага крышталаёсць ромбаэдр, характарызуемы іменна гэтым вуглом. Гранямі крышталаз'яўляюцца плоскія сеткі. Пры росце крышталановыя паралелепіпеды ўтвараюць слаі, паралельныя тым, якія ўжо ўтварыліся; знешнія плоскасці многагранніка заўсёды складаюцца з плоскасцей, якія належаць да тых-жа тыпаў, што і ўнутраныя. Мы бачым, такім чынам, што крышталвызначаецца тымі вугламі, пад якімі сустракаюцца яго грані (Ромэ дэ-Ліль, 1783).

Фізічныя ўласцівасці крышталаў. З 32 класаў 7 сістэм крышталаў, можна выдзеліць параўнальна невялікі лік груп, якія адрозніваюцца фізічнымі ўласцівасцямі. З прычыны таго, што крышталічны стан ёсць звычайны стан цвёрдай матэрыі, то пругкія ўласцівасці крышталаў маюць для нас асаблівае значэнне

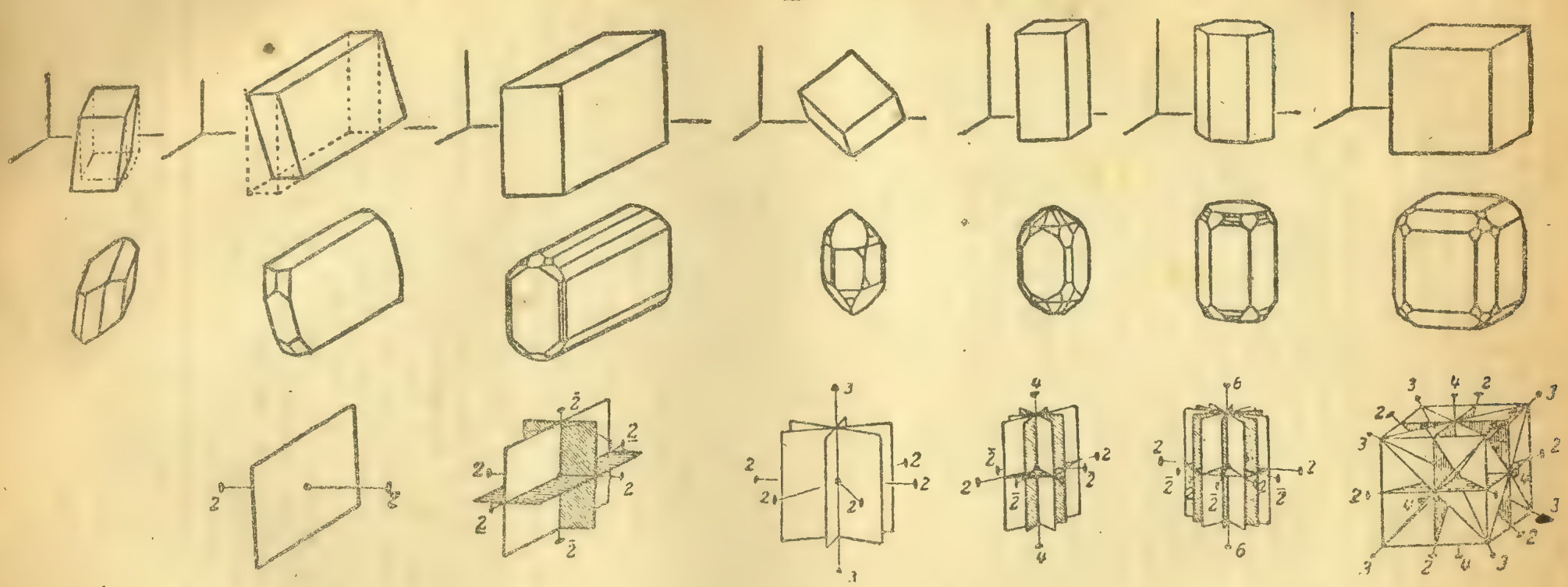
---

[1] Існуюць дзве рашоткі так званага монаклінічнага тыпу адна—трыклінічнага, чатыры—рамбічнага, адна—трыганальнага, два роды тэтраганальных рашотак, адна рашотка гексаганальнага тыпу і тры сарты рашотак кубічнага тыпа; усяго 14 сартоў розных рашотак.

З такіх рашотак або з камбінацый могуць быць пабудаваны ўсе крышталаграфічныя сістэмы і класы.

Рыс. 162. Сем крышталічных сістэм і элементарныя ячэйкі, адпаведныя іх чатырнаццаці рашоткам.

Трыклінная. Манаклінная. Рамбічная. Трыганальная. Тэтраганальная. Гексаганальная. Кубічная.



У верхнім радзе—прасцейшыя, найбольш бедныя гранямі крышталічныя формы, якія ўсё-ж маюць поўную сіметрыю ўказаных крышталічных сістэм. Натуральныя крышталы атрымліваюцца з гэтых форм, прычым у агранение іх могуць уваходзіць яшчэ і іншыя плоскасці; у найпрасцейшым выпадку новымі плоскасцямі могуць быць напрыклад дыяганальныя плоскасці паданых прасцейшых форм.

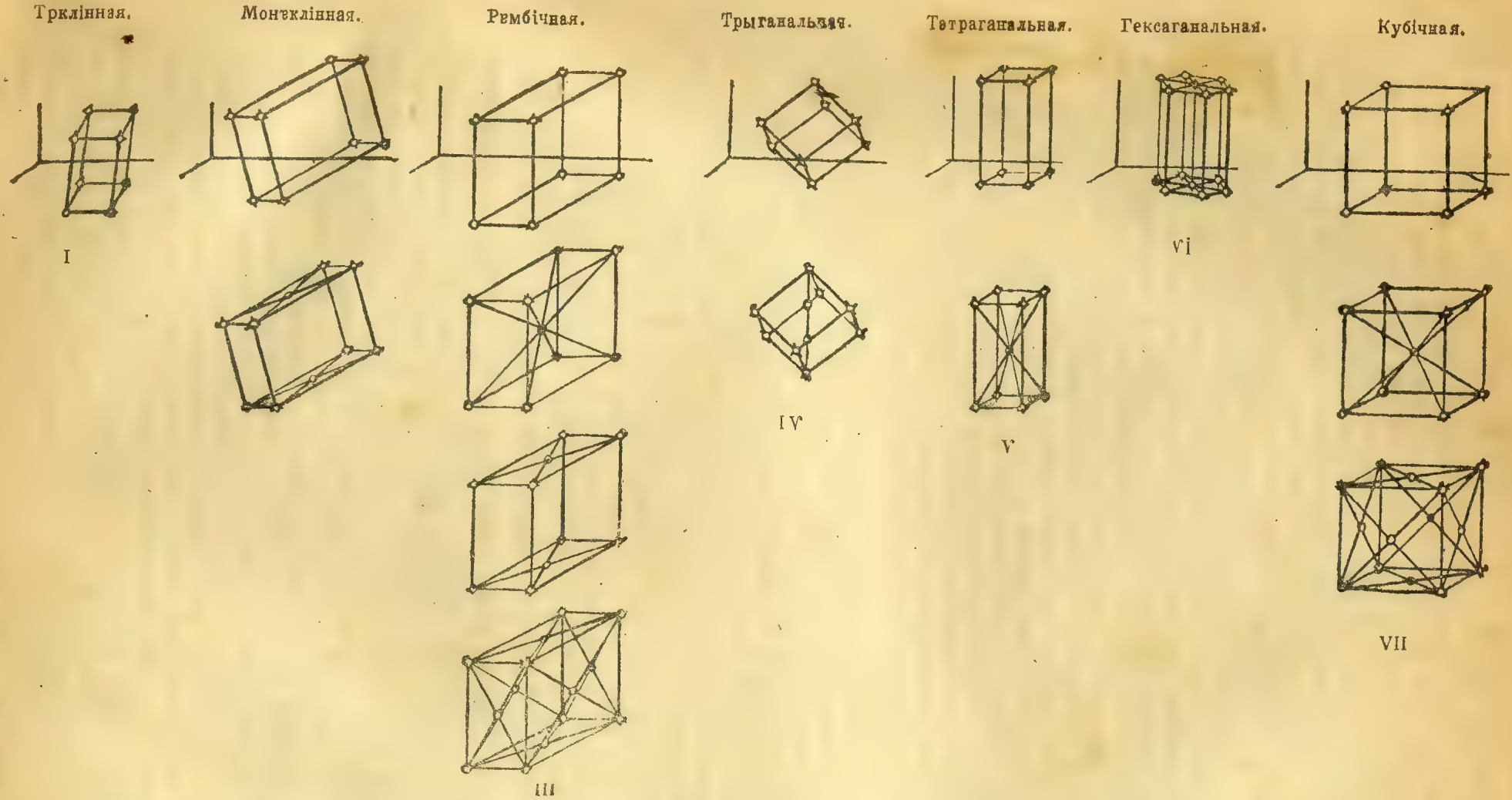
У другім радзе паказаны такія формы агранення ў натуральных крышталаў.

У трэцім радзе змешчаны ў сімвалічным паказе групы сіметрыі, характэрныя для пазасобных крышталічных сістэм.

Восі вярчэння адпаведна іх кратнасці абазначаны лічбамі 2, 3, 4, 6; нераўнапраўныя падвойныя восі адрозніваюцца абазначэннямі 2, 2 і 2.

Плоскасці сіметрыі паданы як звычайныя плоскасці; для яснасці чарцяжа яны адзначаны рознай штрыхоўкай.

Элементарныя ячэйкі з'яўляюцца прасцейшымі (г. зн. маюць найменшую колькасць плоскасцей) паралелепіпедамі прасторавай рашоткі, якія ўсё-ж маюць поўную сіметрыю ўказаных крышталічных сістэм. Кірункі іх рэбраў з'яўляюцца крышталаграфічнымі восямі. Натуральны крышталь ёсць комплекс гэтых элементарных ячэек, складзеных адна з адной неабмежаваны лік разоў сваімі гранямі так, што ўсе элемеиты сіметрыі застаюцца паралельнымі адзін аднаму.



I. Тры касавугольныя няроўныя восі, адзін магчымы тып рашоткі (борная кіслата, медны купарос, вінаградная кіслата).

II. Дзве касавугольныя восі і адна вось перпендыкулярная да іх плоскасці; усе восі няроўныя. Два магчымых тыпы рашотак (крывяное калі, жалезны купарос, гіпс. глаўберава соль, слюда, малочны цукер, трыснёвы цукер, серка, сода, вінная кіслата).

III. Тры няроўных узаемна перпендыкулярных восі, ч а т ы р ы магчымых тыпы рашотак (горкая соль, калійная салетра, тапаз. серка, ёд).

IV. Тры роўныя восі, размешчаныя пад аднолькавымі вугламі адна да другой; д в а тыпы рашотак [1] (сурма, арэшнік, лёд, графіт, ісландскі шпат, карунд, патронная салетра, кварц, бісмут, кінавар).

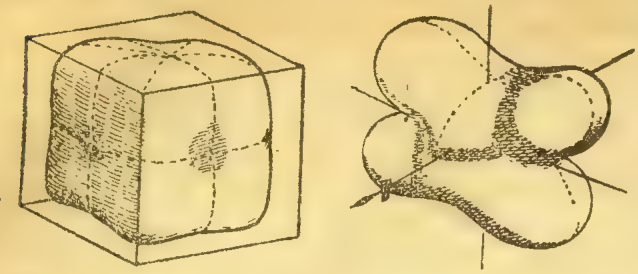
V. Тры ўзаемна перпендыкулярныя восі, з якіх дзве роўны паміж сабою, а трэцяя (галоўная) карацейшая або даўжэйшая за іх (бор, волава, цыркон).

VI. Чатыры восі, з якіх адна (галоўная) перпендыкулярна да трох астатніх, утвараючых роўныя вуглы (60°) паміж сабой; адзін магчымы тып рашоткі берыл, цынк).

VII. Тры ўзаемна перпендыкулярныя роўныя восі; т р ы магчымыя тыпы рашоткі (квасцы, свінец, алмаз, жалеза, золата, гранат, медзь, платына, іртуць, нашатыр, серабро, каменная соль і сільвін).

[1] Прасторавая рашотка, якая ўтвараецца з ячэек другога віду, супадае з рашоткай гексаганальнага тыпу.

Велічыня модула пругкасці крышталa па розных яго кірунках розная. Калі мы будзем графічна выражаць значэнні модуля пругкасці вектарамі, выходзячымі з аднаго пункта, то атрымаем не шар, а некаторую іншую паверхню (рыс. 163, 164). Для характарыстыкі пругкіх уласцівасцей крышталa недастаткова, як для ізатропных цел, задаць д з в е пругкія пастаянныя (модулі расцяжэння і зруху). Чым менш сіметрычна структура крышталa, тым большы для гэтага патрэбны лік пастаянных. Для правільнай сістэмы іх патрэбна 3, для трыклінічнай—21.

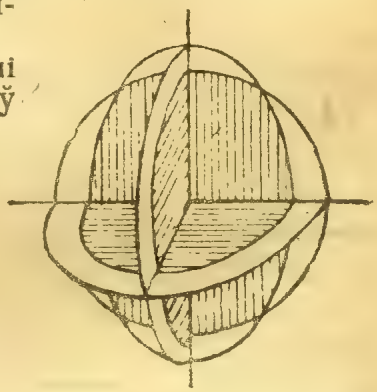


Рыс. 163 і 164. Паверхня, якая выражае залежнасць модуля пругкасці крышталa ад кірунку.

А п т ы ч н ы я ў л а с ц і в а с ц і крышталаў па розных кірунках характарызуюцца праходжаннем у даных кірунках променяў святла. Асноўная прычына асабліва цікавых з'яў крышталаоптыкі, пра якія мы тут коротка ўпамінаем, заключаецца ў тым, што святло па розных кірунках у крышталe пашыраецца з рознымі скорасцямі. Калі падаць скорасці пашырэння променяў, якія перасякаюцца ў адным пункце ўнутры крышталa, вектарамі, то канцы атрыманых такім спосабам вектараў утвораць п а в е р х н ю х в а л і (светлавой). У ізатропных целах скорасць святла аднолькавая па ўсіх кірунках, і паверхняй хвалі таму з'яўляецца шар. У крышталах кубічнай сістэмы гэта паверхня таксама прадстаўляе сабою шар і таму гэтыя крышталы называюцца а п т ы ч н а і з а т р о п н ы м і.

Іншая справа з аптычна анізатропнымі крышталамі (аднавоснымі і двухвоснымі). Промень, які ўвайшоў ў такі крышталь падзяляецца на два промені, і ў ім па кожным кірунку (апроч саміх аптычных восей) пашыраюцца два промені, фізічна зусім розныя паміж сабой, гэтак званыя з в ы ч а й н ы я і н е з в ы ч а й н ы я промені. У аднавосным крышталe ўсе звычайныя промені пашыраюцца з адной скорасцю; незвычайныя-ж промені—з рознымі скорасцямі. Такім чынам паверхня хвалі аптычна анізатроннага крышталa складаецца з двух слаёў, адзін з якіх адпавядае звычайнаму, другі—незвычайнаму променю. У аптычна аднавосных крышталах звычайным променям адпавядае шар, а незвычайным—канцэнтрычны эліпсоід вярчэння, вось вярчэння якога супадае з галоўнай крышталаграфічнай воссю (рыс. 165). У двувосных крышталах хвалевая паверхня мае больш складаны выгляд. Яе галоўныя сячэнні паказаны на рыс. 166. Два сячэнні прадстаўляюць сабою круг і эліпс, якія не маюць агульных пунктаў, у трэцім-жа сячэнні яны перасякаюцца. Тыя пункты кругаў, у якіх датычныя да кругаў супадаюць з датычнымі да эліпсаў, з'яўляюцца пунктамі перасячэння з аптычным слоем. Кожны аптычны двувосны крышталь характарызуецца велічынёю вугла паміж гэтымі восямі. Аптычна аднавоснымі крышталамі з'яўляюцца напрыклад: берыл, вапняковы шпат, карунд, кварц, турмалін, кінавар, цыркон, аптычна двувоснымі—хлорыстакіслы калій, жалезны купарос, воцатнакіслы свінец, гіпс, слюда, вуглекіслы натрый, медны сульфат, трысцёвы цукар, серкавакіслае серабро.

Рыс. 165. Хвалевая паверхня аптычна ад навоснага (адмоўнага) крышталa (у дадатных крышталах круг змяшчае ў сабе эліпс).



Рыс. 166. Тры сячэнні хвалевай паверхні аптычна двухвоснага крышталa.

Паводзіны крышталаў у адносінах да цеплыні, электрычнасці, магнетызму таксама адрозніваюцца ад паводзін ізатропных цел. І тут сувязь паміж канстантамі, якія характарызуюць даную з'яву і кірункам у крышталe можа быць наглядна выражана эліпсоідам. Асаблівасці сіл сашчаплення ў крышталах, іх цвёрдасць і здольнасць расколвацца (у гэтых адносінах і крышталы кубічнай сістэмы з'яўляюцца анізатропнымі) дагэтуль не маюць поўнага тэарэтычнага тлумачэння.

АБ НЯПРУГКІХ І ПРУГКІХ ВАДКІХ ЦЕЛАХ.

(Кропельныя вадкасці і газы).

А (1). РОЎНАВАГА КРОПЕЛЬНЫХ ВАДКАСЦЕЙ.

Цвёрдыя і вадкія целы. Мы адрозніваем тры агрэгатныя станы матэрыі: цвёрды, вадкі або газападобны, кіруючыся ў першую чаргу розніцай у велічыні сіл сашчаплення паміж часцінкамі матэрыі. Але дакладнай мяжы паміж цвёрдым і вадкім станам правесці нельга, бо можна ўказаць цэлы рад прамежных станаў, для якіх сіла сашчаплення мае самыя разнастайныя з начэнні. Той факт, што і ў вадкасцях існуе сашчапленне, даказваецца хоць-бы існаваннем кропель. Уласцівасць утвараць кроплі адрозніваe вадкасці як ад цвёрдых, так і ад газападобных цел; зручна таму ўвесці назву кропельныя вадкасці (у адрозненне ад газаў—пругкіх вадкасцей). Самі „цвёрдыя" целы не ідэальна цвёрдыя; пад уплывам дзеючых сіл яны дэфармуюцца. Аднак, паколькі дэфармацыя яшчэ не перайшла граніцы пругкасці, яна застаецца нязменнай увесь час, пакуль дзейнічае пастаянная сіла. Пры такога роду дэфармацыях „цвёрдае" цела можна разглядаць як ідэальна цвёрдае, паколькі на яго дзейнічае толькі даная сіла.

Такое-ж цела, у якім пастаянная сіла выклікае дэфармацыю, прычым гэта дэфармацыя з часам паступова павялічваецца, ужо не з'яўляецца цвёрдым: яно называецца вязкім. Калі (і ў гэтым розніца паміж цвёрдымі целамі і вадкасцямі) для атрымання пастаянна ўзрастаючай дэфармацыі дастаткова колькі заўгодна малая пастаянная сіла, абы толькі яна дзейнічала дастаткова доўга, то цела называецца вязкай вадкасцю, якімбы цвёрдым яно не здавалася на выгляд. Калі-ж колькі заўгодна малой сілы недастаткова і для атрымання пажаданай дэфармацыі патрэбна сіла некаторай пэўнай канечнай велічыні, то цела называецца „цвёрдым", якім-бы мяккім яно ні было.

Сальная свечка шмат мякчэйшая за кавалак сургуча. Аднак, калі пакласці іх гарызантальна так, каб на падстаўцы ляжалі ў спакоі толькі адны канцы, то праз некалькі тыдняў (у цёплым пакоі) кавалак сургуча пад дзеяннем сілы сваёй уласнай вагі прагнецца, а свечка застанецца прамой. Таму сальная свечка, хоць яна і мяккая, з'яўляецца цвёрдым целам, а сургуч—вадкасцю, але толькі вельмі вязкай. Для таго каб выклікаць змену формы цвёрдага цела, патрэбна вялікая сіла, дзеянне якой праяўляецца зараз-жа. У выпадку-ж вязкай вадкасці рашаючую ролю адыгрывае час, на працягу якога дзейнічае сіла. Нават вельмі, маленькая сіла, дзеючая дастаткова доўга, можа выклікаць значную дэфармацыю для атрымання якой у кароткі час патрэбна была-б вялікая сіла. Кавалак вару можа быць такім цвёрдым, што ўдары пазногцем не пакідаюць на ім ніякага следу, але з цягам часу ён сплюшчваецца пад дзеяннем уласнай вагі і расцякаецца як вада. Ніжэйапісаны дослед Обермейера (1877) паказвае, што вар і падобныя да яго матэрыі сапраўды трэба лічыць вадкасцямі. Пакладзем кавалак вару ў жалабак, на дне якога (пад варам) ляжыць корак, а на вары каменчык; праз некалькі дзён вар расцячэцца па жалабку, прыняўшы яго форму, прычым корак апыніцца наверсе, а каменчык—на дне жалабка.

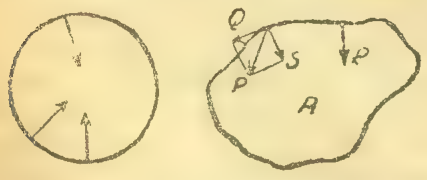
Ідэальныя і рэальныя вадкасці. Якую-ж вадкасць мы маем на ўвазе, калі кажам проста аб „вадкасцях"? Ці ідзе гутарка аб

вадкасцях вязкіх, як вар, ці аб такіх, якія практычна зусім пазбаўлены вязкасці, як напрыклад вада або спірт? „Вязкасць“ ёсць адна з уласцівасцей вадкасці. Таму магчыма ўявіць сабе вадкасць і зусім пазбаўленую вязкасці. Мы ўжо казалі, што колькі заўгодна малая сіла можа выклікаць прыкметную змену формы вадкасці, калі толькі яна дзейнічае дастаткова працяглы час. Пазбаўленая вязкасці, г. зн. ідэальная вадкасць, падпадае дэфармацыі адразу-ж пасля пачатку дзеяння любой колькі заўгодна малой сілы. Такім чынам для перамяшчэння яе часцінак не патрэбна затрата ніякай работы. (Да гэтага пытання мы яшчэ вернемся). У сапраўднасці аднак рухомасць часцінак вадкасці заўсёды сцеснена церцем—унутраным церцем, вязкасцю. Наяўнасцю ўнутранога церця тлумачацца напрыклад паводзіны вадкасці, напаўняючай судзіну, якую спачатку прывялі ў вярчэнне, а потым пакінулі ў спакоі: вадкасць пачынае паступова рухацца ўсё больш павольна і ўрэшце прыходзіць у спакойны стан: спачатку на краях (з прычыны церця аб сценкі), а потым у сярэдзіне судзіны.

Мы зоймемся зараз ідэальнымі, г. зн. зусім пазбаўленымі церця вадкасцямі. Церце ўплывае толькі на рух вадкасці, мы-ж тымчасам будзем разглядаць вадкасць у стане спакою і значыць уплыў церця пад увагу прымаць не будзем.

Як ужо сказана, ідэальная вадкасць змяняе сваю форму пад дзеяннем колькі заўгодна малой сілы на працягу колькі заўгодна малога прамежку часу. Змена формы вадкасці можа суправаджацца таксама зменай аб'ёму. Аднак звычайныя вадкасці нават пры вялікім ціску сціскаюцца настолькі нязначна, што гэту змену аб'ёму можна не прымаць пад увагу. Мы будзем таму лічыць ідэальную вадкасць цалкам несціскальнай. Тыповым прыкладам вадкасці, якую звычайна маюць на ўвазе, з'яўляецца вада. Ад грэцкай назвы вады (hydor) механіка вадкасцей атрымала назву гідрамеханікі.

Роўнавага вадкасці ў стане спакою. Якім-жа чынам вадкасць наогул можа знаходзіцца ў спакоі, калі на яе ўвесь час дзейнічае сіла цяжару? Магчымасць такой роўнавагі даказваецца існаваннем любой спакойнай воднай паверхні або кроплі вады.



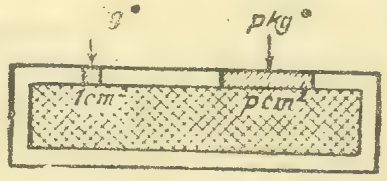
Рыс. 167. Умова роўнавагі вадкасці.

Уявім сабе (рыс. 167), што вадкасць A знаходзіцца ў спакоі, не зважаючы на дзеючыя на яе сілы. Няхай P ёсць сіла, якая дзейнічае на часцінку паверхні вадасці. Сіла, дзеючая паралельна паверхні, выклікала-б перамяшчэнне часцінкі ўздоўж паверхні. Такім чынам, для таго, каб часцінка заставалася ў спакоі, неабходна каб сіла P не мела складаючай (Q), паралельнай паверхні, г. зн. каб яна дзейнічала перпендыкулярна да паверхні. Карацей кажучы: паверхня вадкасці ў стане спакою ў кожным пункце перпендыкулярна кірунку дзеючай у гэтым пункце сілы. На самой справе сва-

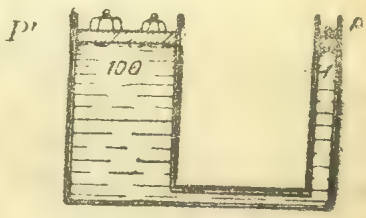
бодная (г. зн. такая, якая не судатыкаецца са сценкамі судзіны) паверхня вадкасці ў стане спакою (у шклянцы або ў ставе), на якую дзейнічае толькі сіла цяжару, заўсёды гарызантальна, г. зн. перпендыкулярна кірунку гэтай сілы.

Размеркаванне ціску ўнутры вадкасці. Ідэальная вадкасць адрозніваецца надзвычай вялікай рухлівасцю яе часцінак. Таму ціск, аказваемы на вадкасць у адным месцы, перадаецца адтуль па ўсіх кірунках з аднолькавай сілай і можа выклікаць перамяшчэнне часцінак у любой частцы вадкасці, калі толькі якое-небудзь процідзеянне, роўнае ціску, не перашкодзіць гэтаму перамяшчэнню. Гэта **перадача ціску**, таксама як і **рухлівасць** часцінак, характэрна для вадкасці і адрозніваe яе ад цвёрдага цела. Сапраўды, пакладзем напрыклад на верхні канец **цвёрдага** цыліндра груз; ціск будзе перадавацца ад слоя да слоя ў кірунку да асновы і выразіцца ў павелічэнні вагі цыліндра; але **бакавога** ціску на паверхню цыліндра не будзе. З'ява будзе працякаць крыху інакш для цела, якое складаецца з паасобных, не звязаных паміж сабою часцінак (шрот, пясок), змешчаных у цыліндрычнай судзіне. Блізкія да грузу пясчынкі будуць пад дзеяннем аказваемага на іх ціску прасоўвацца ў прастору паміж сваімі суседзямі, ціснуць на іх і рассоўваць іх. Такім чынам ціск будзе перадавацца па ўсіх кірунках ад часцінкі да часцінкі аж да сценак судзіны, процідзеянне якіх будзе роўна і працілегла аказваемаму на іх ціску.

Калі сценкі судзіны эластычныя, то яны выгнуцца ў знадворак, выяўляючы тым самым аказваемы на іх ціск; калі зрабіць у сценцы адтуліну, то ціск праявіцца ў выпіханні праз яе пясчынак. Відавочна, што тое-ж самае мае месца і для часцінак вадкасці, якія свабодна перасоўваюцца. Ціснучая сіла, якая дзейнічае знутры на даную частку сценкі (рыс. 168) або на якую-небудзь плацоўку ўнутры вадкасці, тым большая, чым большая велічыня паверхні гэтай плацоўкі, г. зн. чым большая колькасць часцінак ціскне на яе. Сіла, аднесеная да адзінкі плошчы (1 *см*²), вымярае сабой **ціск**. Такім чынам ціск трэба адрозніваць ад поўнай сілы, якая дзейнічае на даную паверхню. Гэта **ціснучая сіла** (*f*) роўна, відавочна, здабытку ціску (*p*), на плошчу паверхні (*s*), г. зн. $f = p \cdot s$. Дослед паказвае, што ціск **унутры** вадкасці паўсюды аднолькавы. Значыць сіла, якая дзейнічае ўнутры вадкасці на плацоўкі **аднолькавай** велічыні, усюды адна і тая-ж. Сіла-ж, якая дзейнічае на плацоўкі **рознай** велічыні, прапарцыянальна іх плошчы. Больш таго, велічыня яе, відавочна, прапарцыянальна велічыні знешняй дзеючай сілы (закон **Паскаля**, 1663).



Рыс. 168. Усебаковае пашырэнне ціску ў вадкасці.

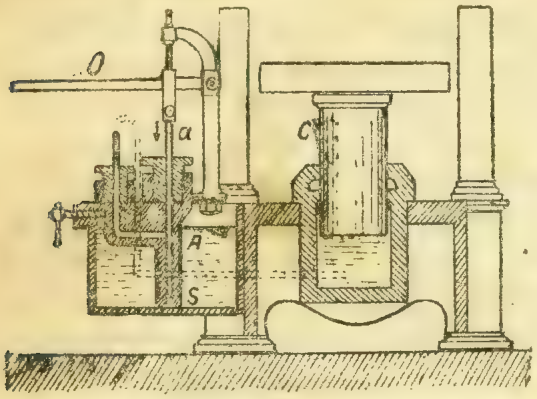


Рыс. 169. Прынцып набудовы гідраўлічнага прэса.

Так напрыклад, калі пакласці на рухомы поршань P з папярочным сячэннем у 1 *см*² (рыс. 169) груз у 1 *кг*, то поршань P',

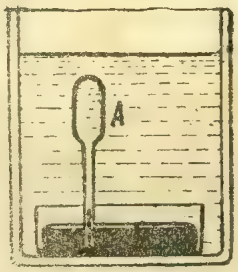
з папярочным сячэннем у 100 $см^3$ можна ўтрымаць у роўнавазе толькі сілай у 100 *кг*. У супраціўным-жа выпадку ціск, выходзячы ад поршня P, будзе ўзнімаць поршань P'.

Гідраўлічны прэс. Прынцып перадачы ціску знаходзіць тэхнічнае ўжыванне ў гідраўлічным прэсе (рыс. 170) (вынайдзены Паскалем, удасканалены Брама, 1795 г.). Маленькі поршань a з дапамогай аднаплечнага вагара O ціснe на ваду, якая знаходзіцца ў судзіне A. Ціск перадаецца праз ваду, якая знаходзіцца ў паказанай пунктырам трубцы, да вялікага поршня C і выштурхвае яго ўверх. Перасцярожны клапан S, які адкрываецца пры пэўным ціску, не дазваляе ціску ў трубцы перайсці праз дапушчальную граніцу. C падпадае пры гэтым дзеянню ціснучай сілы, якая адносіцца да сілы, дзеючай на a, як плошча C да плошчы a. Калі напрыклад на O дзейнічае сіла 2 *кг**, і адно плячо вагара ў 10 разоў даўжэйшае за другое, то сіла, якая дзейнічае на a ўніз, роўна 20 *кг**. Калі пры гэтым плошча папярочнага сячэння поршня C у 10 разоў большая за плошчу сячэння a, то на C дзейнічае сіла ў 200 *кг**. Гідраўлічны прэс ужываецца для атрымання вельмі вялікіх ціснучых сіл, для пад'ёму цяжкіх грузаў, напрыклад кузнечных кавадлаў, для адціскання масла і цукровага соку на масларобчых і цукровых заводах, для сціскання адлітых кавалкаў металу і для многіх мэт у харчовай вытворчасці (выраб макарон, адціскание бобу, какао і г. д.).

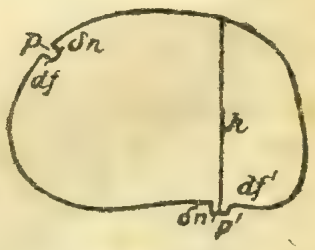


Рыс. 170. Гідраўлічны прэс.

Сціскальнасць. П'езометр. Пад дзеяннем вялікіх ціскаў аб'ём вады змяншаецца на ледзь прыкметную велічыню (прыблізна на $^1/_{20000}$ пры павелічэнні ціску на 1 атмасферу, у звязку з чым ваду можна лічыць несціскальнай. Наогул кропельныя вадкасці сціскаюцца толькі на вельмі невялікую частку свайго першапачатковага аб'ёму. Ужываемы для вымярэнняў сціскальнасці п'езометр складаецца з тоўстасценнай, падобнай да тэрмометра шкляной судзіны, у якой змяшчаецца даследуемая вадкасць, нагнятальнага насоса і тэрмометра (Эрстэд, 1822; з таго часу ўдасканалены). На рыс. 171 паказана сутнасць метаду вымярэння сціскальнасці вады. Судзіна A напаўняецца цалкам вадой (вызваленая ад паветра) і нагружаецца капілярам у іртуць. І іртуць і судзіна A знаходзяцца ў вадзе. З дапамогай нагнятальнага насоса на гэту ваду даецца вялікі ціск. Ён перадаецца праз іртуць на ваду судзіны A, сціскае апошнюю і ўганяе пры гэтым іртуць у капіляр. З прычыны вялікай розніцы паміж папярочнымі сячэннямі судзіны і капіляра вельмі нязначнае сцісканне вады вызваляе прыкметную частку капіляра, якая і можа быць дакладна вызначана з назіранняў над пранікшай у капіляр іртуццю.



Рыс. 171. Сціскальнасць вады.



Рыс. 172. Вылічэнне ціску вадкасці.

Ціск унутры вадкасці. Пакуль ідэальная вадкасць знаходзіцца ў спакоі, кожная яе часцінка не мяняе свайго палажэння ў адносінах да іншых. Пры гэтым вадкасць вядзе сябе, як цвёрдае цела, і знешнія сілы, якія дзейнічаюць на яе павінны задавальняць звычайным умовам роўнавагі цвёрдых цел. Але апроч гэтага яны павінны задавальняць яшчэ адной умове, характэрнай для вад-

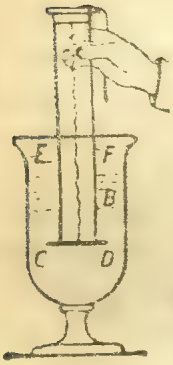
касцей. Яна растлумачваецца на рыс. 172. Уявім сабе частку вадкасці замкнутаю паверхняю і будзем разглядаць гэту паверхню як бесканечна тонкую цвёрдую сценку, у якой толькі элементы df і df' маюць здольнасць перамяшчацца ў нармальным[1] кірунку (так, нібыта яны былі-б заключаны ў перпендыкулярных да сценкі каналах з папярочным сячэннем df і df'. Прымем для прастаты далейшага даследвання, што элемент df' гарызантальны, а df— любым чынам арыентаваны ў прастору. Калі элемент df рухаецца ўнутр на δn, то адначасова df' высоўваецца ўзнадворак на $\delta n'$, прычым з прычыны несціскальнасці вадкасці $df \cdot \delta n = df' \delta n'$. Такога роду вертуальныя рухі, г. зн. рухі, сумесныя з механічнымі ўмовамі данай сістэмы, могуць быць ажыццёўлены, хоць і не заўсёды ажыццяўляюцца фактычна. На ст. 192 было ўказана, што сілы, якія змяняюць форму ідэальнай вадкасці, не выконваюць работы. Такім чынам сума работ знешніх сіл для ўсіх магчымых перамяшчэнняў роўна нулю. Змена размяшчэння часцінак вадкасці зводзіцца, відавочна, да перамяшчэння на граніцах вадкасці ў df і df', бо ўнутры яе на месца кожнай часцінкі становіцца іншая, якая абсалютна нічым ад яе не адрозніваецца. Таму мы павінны разглядаць толькі працэсы, якія адбываюцца каля df і df'. Згодна рыс. 167 паверхня вадкасці ў стане спакою павінна быць у кожным пункце перпендыкулярна дзеючай сіле. Калі p ёсць сіла на адзінку паверхні df, а p'—сіла на адзінку паверхні df', неабходная для падтрымання роўнавагі, то магчымыя работы гэтых сіл роўны $p \cdot df \cdot \delta n$ і $-p' \cdot df' \cdot \delta n'$ (знак мінус бярэцца таму, што $\delta n'$ і p' накіраваны ў розныя бакі). Калі-б вадкасць не падпадала дзеянню сілы цяжару (а мы можам зрабіць вадкасць „невагомай“, гл. стар. 200, то адсюль можна было-б заключыць: у звязку з тым, што сума віртуальных работ павінна быць роўна нулю, то $p \cdot df \cdot \delta n = p' \cdot df \cdot \delta n'$, а з прычыны таго што $df \cdot \delta n = df' \cdot \delta n'$, то павінна быць $p' = p$. Але апроч p' і p дзейнічае яшчэ звычайна сіла вагі вадкасці. Калі над df' знаходзіцца слуп вадкасці вышыні h і вага адзінкі аб'ёму вадкасці роўна γ, то сіла цяжару, якая дзейнічае на элемент df', роўна $df' \cdot h \cdot \gamma$ і накіравана вертыкальна ўніз. Яе магчымая работа ёсць $h \cdot \gamma \cdot df' \cdot \delta n'$ і мы атрымліваем такім чынам раўнанне $p \cdot df \cdot \delta n + h \cdot \gamma \cdot df \cdot \delta n' - p' \cdot df' \cdot \delta n' = 0$; з прычыны таго, што $df \cdot \delta n = df' \cdot \delta n'$, то $p' = p + h\gamma$. Кірунак элементаў df і df' не адыгрывае пры гэтым ролі. Канчаткова мы атрымліваем: 1) ціск на элемент паверхні ў даным пункце вадкасці не залежыць ад кірунку гэтага элемента ў прасторы; 2) ва ўсіх пунктах праходзячай праз вадкасць гарызантальнай плоскасці, г. зн. на аднолькавай глыбіні, ціск аднолькавы; 3) ён узрастае прама прапарцыянальна павелічэнню глыбіні.

Ціск знізу ўверх. Здольнасць перадаваць ціск па ўсіх кірунках з аднолькавай сілай з'яўляецца неадымальнай уласцівасцю вадкасцей (гл. стар. 193). Калі вадкасць знаходзіцца пад дзеян-

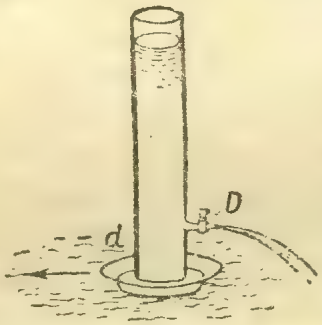
---

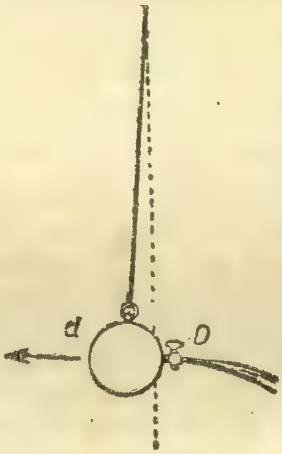
[1] Нармаллю да паверхні называецца лінія, перпендыкулярная да плоскасці, датычнай да паверхні ў даным пункце.

нем толькі адной сілы ўласнай вагі, то і ў гэтым выпадку верхнія слаі ціснуць на ніжнія і ціск, які дзейнічае зверху на гарызантальны слой вадкасці, перадаецца з роўнай сілай ва ўсе бакі. Не зважаючы на гэта, роўнавага вадкасці ні ў адным пункце не парушаецца. Гэта тлумачыцца тым, што ціск, накіраваны ўніз, відавочна ўроўнаважваецца роўным і працілеглым яму ціскам, накіраваным вертыкальна ўверх. Дослед, паданы на рыс. 173, дае яснае ўяўленне аб гэтай выштурхвальнай сіле. *B*—ёсць адкрытая з абодвух канцоў шкляная трубка. Для таго каб утрымаць прыціснутую да яе ніжняга краю пласцінку *CD*, трэба нацягваць прымацаваную да яе ніць. Калі-ж апусціць трубку з прыціснутай пласцінкай дастаткова глыбока ў ваду, то пласцінка застанецца на месцы і без ніткі. Яна адпадае толькі тады, калі мы напоўнім трубку вадой амаль да самога ўзроўня *EF*, г. зн. калі вага слупка вады над ёй + яе ўласная вага перамогуць выштурхвальную сілу, накіраваную ўверх. Ціск перадаецца, зразумела, і на сценкі судзіны. Калі сценкі дастаткова трывалыя, то дзеянне ціску ўроўнаважваецца выклікаемым ім процідзеяннем сценак. У супраціўным выпадку судзіна разлятаецца на часткі пад ціскам вадкасці. Прыклад — вядомы дослед Паскаля (1647), пры якім бочка была разарвана ціскам вады ў тонкай, але высокай— у 100 *м* вышыні— трубцы. Існаванне ціску на сценкі можна выкрыць, калі знішчыць супраціўленне сценкі, г. зн. зрабіць у ёй адтуліну, напрыклад у *D* (рыс. 174). Тады вадкасць будзе біць струменем з адтуліны. Калі-б ціску не было, вадкасць сцякала-б уздоўж сценкі падобна да таго, як яна сцякае з перапоўненай судзіны. Ціск, які дзейнічае ў той-жа час на працілеглую сценку, накіраваны ў працілеглы бок, праявіцца ў тым, што наша судзіна прыдзе ў рух у кірунку стрэлкі *d*, калі толькі судзіна дастаткова рухомая, напрыклад ляжыць на паплаўку або падвешана, як маятнік. Гэты рух ёсць рэзультат дзеяння сілы рэакцыі, якая праяўляецца такім чынам зусім адчувальна.



Рыс. 173. Выштурхвальная сіла.





Рыс. 174. Рэакцыя сценак.

Магчымасць выклікаць падобны рух выкарыстана ў вярчальным фантане, які ўжываецца пры паліўцы садоў (сістэрава кола). У тэхніцы на гэтым прынцыпе ўгрунтаваны рэактыўныя турбіны.

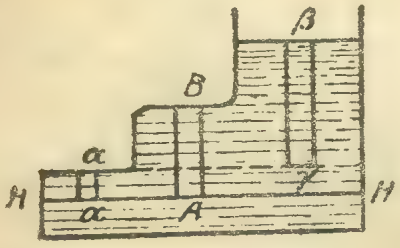
Ціск на дно[1]. Калі-б ціск пашыраўся толькі ў кірунку выклікаючай яго сілы, г. зн. сілы цяжару, то кожная паверхня пад-

[1] Наогул ціскам называецца сіла, якая дзейнічае перпендыкулярна на адзінку паверхні. Кажучы аб „ціску на дно", мы пад гэтым недакладным тэрмінам падразумяваем сілу, якая дзейнічае на ўсю паверхню дна.

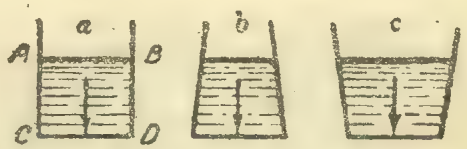
падала-б ціску, роўнаму вазе вадкасці, якая знаходзіцца непасрэдна над ёй. Напрыклад у гарызантальным слоі *НН* (рыс. 175) плацоўка *а* падпадала-б ціску, роўнаму вазе слупка *аα*, плацоўка *А*—роўнаму вазе слупа *АВ* і г. д. Але ў сапраўднасці верхні канец слупа *аα* таксама падпадае ціску, накіраванаму зверху, хоць над ім зусім няма вадкасці. На самой справе, на кожную адзінку паверхні таго слоя вадкасці, частку якога складае α, дзейнічае сіла вагі слупа вадкасці γβ, які стаіць над γ, прычым выклікаемы ёю ціск перадаецца і на плацоўку α. Такім чынам аснова *а* апроч ціску, выкліканага вагою слупа *аα*, падпадае яшчэ такому ціску, як калі-б над α стаяў слуп вышынёю γβ. Пры гэтым агульны ціск роўны таму ціску, які-б атрымаўся, калі-б над пляцоўкай *а* знаходзіўся слуп вышынёю да самай паверхні вадкасці. Адсюль вынікае:

1. Ціск у кожным пункце вадкасці залежыць толькі ад той глыбіні, на якой гэты пункт ляжыць (мы прымаем, што ціск на паверхні вадкасці роўны нулю, г. зн. абстрагуемся ад атмасфернага ціску); ён расце прапарцыянальна глыбіні і дасягае найбольшай велічыні на дне.

2. Пункты, якія знаходзяцца на аднолькавай глыбіні, падпадаюць аднолькаваму ціску. Такім чынам агульная сіла, якая дзей-



Рыс. 175. Ціск у вадкасці, якая знаходзіцца ў спакоі.

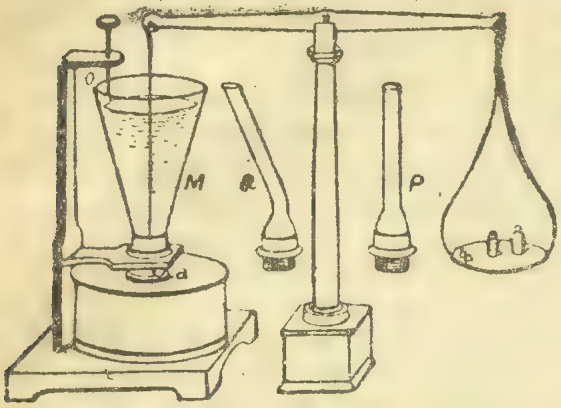


Рыс. 176. Ціск на дно. (Не зважаючы на тое, што ва ўсіх трох судзінах *a*, *b* і *c* знаходзіцца розная колькасць вадкасці, ціск на дно ў іх аднолькавы, бо плошча дна і вышыня ўзроўня вады ў іх аднолькавыя).

нічае на гарызантальны слой вадкасці, роўна ціску на 1 *см*² яго, памножанаму на лік квадратных сантыметраў у яго паверхні.

Калі (рыс. 175) вадкасцю з'яўляецца вада і слой *НН*, плошча якога роўна 800 *см*², ляжыць на глыбіні ў 50 *см*, то на 1 *см*² яго дзейнічае сіла, роўная вазе 50 *см*³ вады, г. зн. 50 *г**; сіла-ж на ўвесь слой роўна $50\ г^* \times 800 = 40\ кг^*$. Калі вадкасцю з'яўляецца іртуць, то сіла на 1 *см*² ёсць $50 \times 13{,}59\ г^*$, а на ўвесь слой—$50 \times 13{,}59 \times 800\ г^* = 542{,}4\ г^*$. Велічыня гэтай сілы такая-ж, як калі-б даны слой падпадаў ціску цыліндрычнага слупа вадкасці з папярочным сячэннем, роўным плошчы слоя, і па вышыні дасягаючай самай паверхні (пар. дослед Паскаля з бочкай, стар. 196). Такім чынам сіла, якая дзейнічае на слой, залежыць толькі ад яго плошчы, ад удзельнай вагі, г. зн. вага 1 *см*³ вадкасці, і ад глыбіні слоя, але не ад колькасці вадкасці, якая фактычна знаходзіцца над ім. Гэта-ж правіла застаецца справядлівым і ў адносінах да ціску на дно. Ва ўсіх трох выпадках (рыс. 176) на дно дзейнічае адна і тая-ж сіла, роўная вазе цыліндрычнага слупа вадкасці *ABCD*, калі толькі ўдзельная вага, размеры дна і вышыня слоя вадкасці ўсюды аднолькавыя.

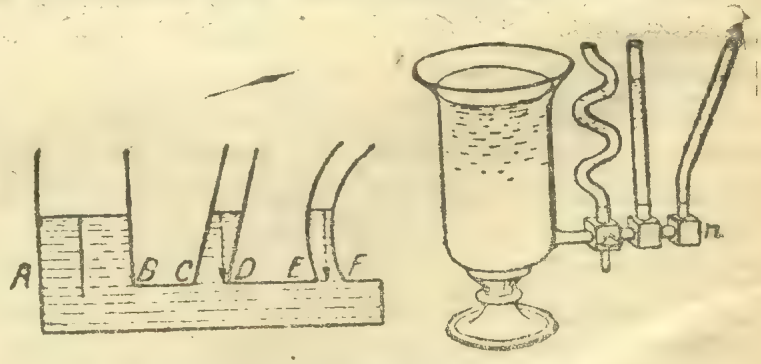
Гідрастатычны парадокс. У другім выпадку, з паданых на рыс. 176, ціск на дно б о л ь ш ы за вагу вадкасці, у трэцім выпадку—м е н ш ы за яе і р а ў н ы ёй толькі тады, калі сценкі судзіны вертыкальныя (гідрастатычны парадокс, С т э в і н, 1587). Той факт, што ціск вадкасці ў стане спакою на дно судзіны не роўны вазе вадкасці, у той час як звычайныя вагі паказваюць правільную вагу вадкасці і судзіны, здаецца парадаксальным. Але трэба мець на ўвазе, што на чашку вагаў перадаецца не толькі ціск, які дзейнічае на дно, але і вертыкальныя складаючыя сіл, дзеючыя на цвёрда звязаныя з дном сценкі. Ціск-жа на с ц е н к і, заўсёды перпендыкулярны да сценак, дае ў судзіне *C* складаючую, накіраваную вертыкальна ўніз, а ў судзіне *b*—вертыкальна ўверх. Сіла, якая дзейнічае на ч а ш к у в а г а ў, з'яўляецца р э з у л ь т у ю ч а й сіл, дзеючых на дно і на сценкі; яна заўсёды р а ў н а вазе вадкасці.



Рыс. 177. Вымярэнне ціску на дно ўзважваннем.

Калі плошча дна, глыбіня і ўдзельная вага вадкасці застаюцца пастаяннымі, то і ціск на дно таксама пастаянны і роўны вазе вертыкальнага слупа вадкасці, асновай якога з'яўляецца дно. Гэты факт можна даказаць на доследзе. Паказаная на рыс. 177 судзіна мае гарызантальнае дно *a*, якое не звязана цвёрда з яго сценкамі, а толькі прыціснута да іх ніжняга краю ціскам гір, пакладзеных на чашку вагаў. Такім чынам трываласць гэтай судзіны можна мяняць адвольна ў залежнасці ад вагі гір, пакладзеных на чашку вагаў.

Для таго, каб адарваць дно пры пастаяннай вазе гір, неабходна напоўніць судзіну да адной і той-жа п э ў н а й вышыні, незалежна ад таго, ці мае яна форму *M*, *P* або *Q*, абы толькі п л о ш ч а д н а была пастаяннай. Для цылiндрычнай судзіны з вертыкальнымі сценкамі гэты ціск на дно аказваецца роўным вазе налітай вады.



Рыс. 178. Вадкасці аднолькавай удзельнай вагі стаяць у злучальных судзінах на адным узроўні.

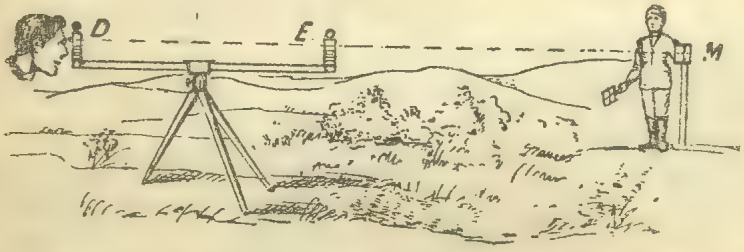
Вадкасці ў злучаных судзінах. У злучаных судзінах (рыс. 178), злучаных паміж сабою каналам, прыходзячым пад паверхняй вадкасці, вадкасць стаіць заўсёды на аднолькавай вышыні (калі толькі яна ва ўсіх судзінах адна і тая-ж). Чым гэта тлумачыцца? Адзінай умовай роўнавагі вадкасці, якая знаходзіцца пад дзеяннем толькі сілы ўласнай вагі, з'яўляецца роўнасць ціскаў на ўсе плацоўкі аднаго і таго-ж гарызантальнага слоя; напрыклад ціск у *AB* павінен быць такі-ж, як у *CD*, *EF* і г. д. Але велічыня ціску залежыць толькі ад таго, як г л ы б о к а ляжыць даны слой пад свабоднай паверхняй вадкасці.

(гл. стар. 197). Гэты ціск лікава роўны здабытку 1 $см^2$ на вышыню (h) у сантыметрах і на ўдзельную вагу (S), г. зн. роўны $1 \cdot h \cdot S$. Калі ўдзельная вага вадкасцей ва ўсіх судзінах аднолькавая, то $1 \cdot hS$ пастаянна толькі пры ўмове, што h пастаянна, г. зн. калі вадкасць ва ўсіх судзінах стаіць на аднолькавай вышыні. Такім чынам злучныя судзіны ўтвараюць, уласна кажучы, адну судзіну; свабодныя паверхні вадкасці ў ёй ляжаць у адной гарызантальнай плоскасці.

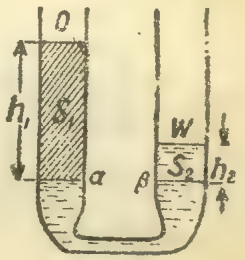
На ўласцівасцях злучных судзін грунтуецца ўжыванне вадамерных трубак пры паравых катлах, баках і да т. п. Вадамерная трубка ёсць злучаная з катлом шкляная трубка; вышыня ўзроўня вады ў гэтай трубцы паказвае вышыню вады ў катле.

На тым-жа прынцыпе грунтуецца ўжыванне двух злучаных судзін, напоўненых адной вадкасцю, у якасці інструмента для нівеліравання. З рыс. 179 ясна, як вызначыць пры дапамозе гэтага прыбора пункт (у нашым выпадку M), які ляжыць зне яго ў гарызантальнай плоскасці, праходзячай праз ўзроўні D і E. З дапамогай гэтага інструмента і маштаба можна вымяраць розніцу вышынь (спрошчаны нівелір).

Калі, аднак, у судзінах знаходзяцца вадкасці рознай удзельнай вагі, то свабодныя паверхні іх ляжаць не ў адной гарызантальнай плоскасці, а на розных узроўнях, і злучаныя судзіны



Рыс. 179. Злучныя судзіны, як інструмант для нівеліравання.

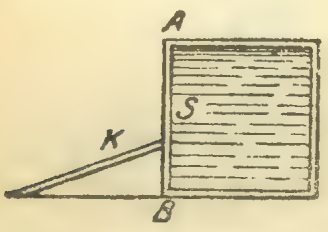


Рыс. 180. Вадкасці рознай удзельнай вагі ў злучных судзінах.

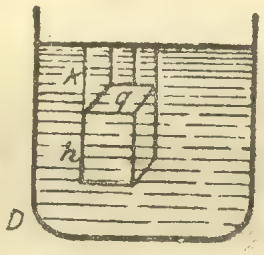
нельга разглядаць, як адну судзіну. Пры гэтым паверхня вадкасці ляжыць тым ніжэй, чым большая ўдзельная вага адпаведнай вадкасці. Нальем (рыс. 180) у U-падобную трубку, прадстаўляючую сабой дзве злучаных судзіны, ваду і на яе свабодную паверхню ў S_1 нальем іншую вадкасць, якая лягчэй за ваду і не змешваецца з ёю, напрыклад масла. Яны судатыкаюцца адна з адной па слоі α. Тады у S_2 свабодную паверхню будзе ўтвараць вада, а ў S_1—масла, прычым узровень масла O будзе ляжаць вышэй узроўня вады W. З прычыны таго, што вадкасці знаходзяцца ў роўнавазе, то ціскі ў двух пунктах α і β, якія прыналежаць да аднаго і таго-ж гарызантальнага слоя вады (плошча падзелу), павінны быць роўнымі. Ціск слупа масла (вышыня h і ўдзельная вага S_1) у α ёсць $h_1 s_1$, ціск слупа вады (h_2 і s_2) у β ёсць $h_2 \cdot s_2$. Мы павінны мець $h_1 s_1 = h_2 s_2$, адкуль $\frac{h_1}{h_2} = \frac{s_2}{s_1}$. Вышыня над гарызантальнай плоскасцю падзелу адваротна прапарцыянальна ўдзельнай вазе. Карыстаючыся гэтым законам, Дзюлон і Пці вымералі ўдзельную вагу іртуці пры розных тэмпературах.

Бакавы ціск. Чаму роўны ціск на негарызантальную плацоўку, або інакш— **бакавы ціск?** Кожны пункт плацоўкі падпадае такому-ж ціску, як і пункты, якія ляжаць з ім у адным гарызантальным слоі. Такім чынам на плацоўку дзейнічае мноства розных па велічыні, але паралельных і накіраваных у адзін бок сіл, велічыні і пункты прылажэння якіх вядомы. Задача зводзіцца да знаходжання велічыні і пункта прылажэння іх роўнадзейнай. Вылічэнні, неабходныя для рашэння гэтай задачы, даволі складаныя і могуць быць выкананы толькі для судзіны простай формы. Так, для кубічнай судзіны, паданай на рыс. 181, атрымліваецца: велічыня бакавога ціску роўна сіле, дзеючай на сячэнне куба, якое ляжыць на палавіне вышыні, г. зн. роўна палавіне вагі ўсёй вадкасці. Пункт-жа прылажэння K ляжыць на вертыкалі, якая праходзіць праз цэнтр грані S на адлегласці адной трэці рабра ад дна судзіны. Іменна ў гэтым пункце і трэба прылажыць сілу, роўную вазе палавіны вадкасці, каб утрымаць сценку, калі-б яна не была звязана з судзінай.

Закон Архімеда. Гідрастатычныя вагі. Наяўнасць ціску, накіраванага ўверх, або выштурхвальнай сілы (гл. стар. 195) з'яўляецца адной з істотных фізічных уласцівасцей вагомай вадкасці. Гэтаю ўласцівасцю тлумачыцца напрыклад **натуральнае плаванне**, г. зн. здольнасць цел трымацца на паверхні вадкасці, **якая знаходзіцца ў спакоі.** Мы кажам „**натуральнае**", бо плаванне з дапамогай плавальных рухаў з'яўляецца штучным. Падобна да плавання чалавека яно прадстаўляе сабой пастаяннае перамаганане імкнення патануць. Вёслы-ж або парусы з'яўляюцца для натуральна плаваючага цела толькі сродкам **руху.** Мы падкрэсліваем „**на паверхні вадкасці, якая знаходзіцца ў спакоі**", бо цела можа падтрымліваццa на паверхні патокам вадкасці, які ідзе знізу, але яно пры гэтым „падскоквае" на струмені ў адрозненне ад плавання на вадкасці ў спакоі. Цела, якое свабодна перамяшчаецца ў вадкасці, што знаходзіцца ў спакоі, імкнецца пад дзеяннем сілы цяжару ўніз, а пад дзеяннем выштурхвальнай сілы вадкасці—уверх. Яго паводзіны залежаць ад адноснай велічыні гэтых сіл. Калі вага большая за выштурхвальную сілу, то цела падае, тоне; калі перамагае выштурхвальная сіла, то цела ўзнімаецца; калі-ж абедзве сілы роўныя, то яно не падае і не ўзнімаецца, а плавае.



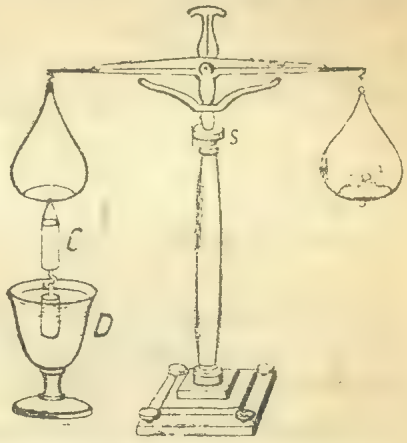
Рыс. 181. Ціск вадкасці, якая знаходзіцца ў спакоі, на бакавую сценку.



Рыс. 182. Да закона Архімеда.

Прымем для прастаты разлікаў, што апускаемае ў вадкасць цела (рыс. 182) прадстаўляе сабой чатырохгранную прамавугольную прызму, асновы якой гарызантальныя, г. зн. паралельны паверхні вадкасці. Кожны пункт паверхні прызмы падпадае ціску адпаведна сваёй глыбіні пад паверхняй вадкасці. Ціск на бакавую паверхню прызмы не адыгрывае ролі, бо ён перпендыкулярны да паверхні і ў адным і тым-жа гарызантальным слоі аднолькавы; значыць бакавы ціск у кожным пункце ўроўнаважыцца ціскам у працілеглым пункце таго-ж гарызантальнага слоя. Застаецца ціск на гарызантальныя асновы. Ціск на верхнюю аснову ёсць qks, на ніжнюю $q(k+h)\cdot s$, вага цела qhS,

дзе q ёсць плошча папярочнага сячэння прызмы, h—яе вышыня, k—адлегласць верхняй асновы ад свабоднай паверхні вадкасці, s—вага адзінкі аб'ёму (удзельная вага) вадкасці і S—вага адзінкі аб'ёму (удзельная вага) матэрыі прызмы. Такім чынам, мы маем дзве сілы: адну, накіраваную вертыкальна ўніз, $qks+qhS$, і другую, накіраваную вертыкальна ўверх, $q(k+h)s$. Рэзультат іх дзеяння залежыць ад суаднашэння: $qks+q\cdot hS \gtreqless q(k+h)s$, г. зн. ад таго, якое з трох суаднашэнняў мае месца: $qhS \gtreqless qh$. Тут qhS ёсць вага прызмы, а qhs вага вадкасці ў аб'ёме прызмы. Але, заняўшы месца ў вадкасці, прызма павінна была выцесніць адтуль пэўны аб'ём вадкасці, роўны яе ўласнаму аб'ёму. Вага гэтага аб'ёму выцесненай нашым целам вадкасці і ёсць qhs. Такім чынам, суадносіны $qhS \gtreqless qhs$ азначаюць: вага пагружанага цела можа быць большай або меншай вагі выцесненай ім вадкасці, або роўна ёй. Выштурхвальная сіла, дзеючая на цела, роўна гэтай апошняй вазе. Інакш кажучы: цела, пагружанае ў вадкасць, траціць у сваёй вазе столькі, колькі важыць выцесненая ім вадкасць (закон Архімеда). Мы казалі аб прамавугольнай прызме толькі для таго, каб на прасцейшым прыкладзе зрабіць закон больш наглядным. І гэарэтычна і эксперыментальна можна паказаць, што ён справядлівы для цел любой формы і што пад $q\cdot h=V$ можна падразумяваць аб'ём якога заўгодна цела. Дасціпны прыём доказу закона Архімеда для цела любой формы быў прапанаваны Стэвінам. Роўнавага ў вадкасці не можа парушыцца, калі мы ўяўна выдзелім які-небудзь аб'ём вадкасці адвольнай формы і будзем разглядаць яго як іншароднае цела (прынцып Стэвіна). Роўнавага гэтага „іншароднага цела" тлумачыцца як рэзультат узаемадзеяння двух роўных сіл: вагі гэтага цела і дзеючай на яго з боку вадкасці выштурхвальнай сілы. Само сабой зразумела, велічыня гэтай сілы не зменяецца, калі на месца „выдзеленай" часткі вадкасці ўявіць любое іншае цела, маючае тую-ж форму, бо выштурхвальная сіла залежыць толькі ад формы (размераў) і палажэння цела. Такім чынам выштурхвальная сіла, дзеючая на цела адвольнай формы, павінна быць роўнай вазе нашай вадкасці, якая займае месца гэтага цела, г. зн. вазе выцясняемай ім вадкасці.

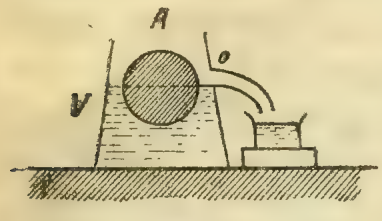


Рыс. 183. Гідрастатычныя вагі.

Закон Архімеда добра правяраецца на доследзе з дапамогай гідрастатычных вагаў, паданых на рыс. 183. Да адной з чашак вагаў падвешваецца цыліндр D і полая цыліндрычная судзіна C, унутраны аб'ём якой дакладна роўны аб'ёму цыліндра D. Вагі прыводзяцца ў роўнавагу, калі цыліндр D знаходзіцца ў паветры, а цыліндр C пусты. Калі затым паставіць пад D судзіну з вадкасцю так, каб D цалкам апусціўся ў яе, то вагі адхіляцца ўправа, г. зн. D страціць у вазе. Калі-ж

пасля гэтага напоўніць C да краёў той-жа вадкасцю, то роўнавага зноў адновіцца. Такім чынам страта ў вазе кампенсуецца вагой вадкасці, аб'ём якой роўны аб'ёму цыліндра D. Але гэта і ёсць аб'ём вадкасці, выцясняемы пры пагружэнні D.

Калі $qhS > qhs$, г. зн. вага цела большая, чым вага выцесненай ім вадкасці, то сіла, накіраваная ўніз, перамагае, і цела тоне. Калі $qhS = qhs$, г. зн. вага цела роўна вазе выцесненай вадкасці, то абедзве сілы роўны: цела павісае (лунае) у вадкасці. Калі $qhS < qhs$, г. зн. вага цела меншая, чым вага выцесненай ім вадкасці, то перамагае сіла, накіраваная ўверх, і цела ўзнімаецца ўверх. Урэшце частка яго выходзіць з вадкасці і яно выцясняе менш вадкасці, чым калі было пагружана ў яе цалкам. Вага выцесненай ім вадкасці, г. зн. выштурхвальная сіла адпаведна зменшаецца. Калі выцесненая пагружанай часткай цела вадкасць важыць столькі-жколькі важыць усё цела, то ўстанаўлі, ваецца роўнавага і цела плавае на паверхні.



Рыс. 184. Вадкасць, выцясняемая плаваючым целам.

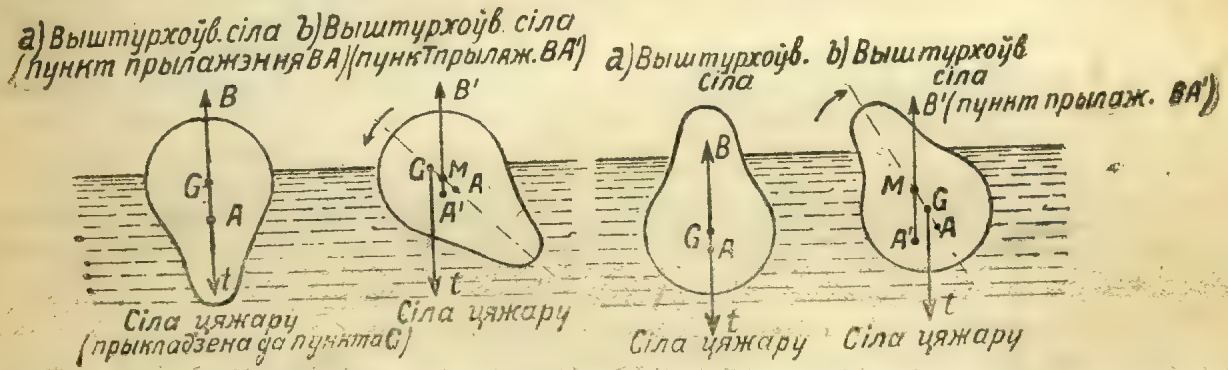
Для доказу таго факту, што выцесненая пагружанай часткаю плаваючага цела вадкасць важыць столькі-ж, колькі ўсё цела, служыць наступны дослед: судзіна V (рыс. 184) напаўняецца вадкасцю да самай адтуліны O, пасля чаго ў яе пагружаецца плаваючая ў гэтай вадкасці цела A. Выцесненую вадкасць, якая выцякае праз O, збіраюць і ўзважваюць. Узважванне яе паказвае, што выцесненая вадкасць важыць столькі-ж, колькі само цела.

З паданага ясна, што можна прымусіць плаваць цела, зробленае з матэрыі, удзельная вага якой большая за ўдзельную вагу данай вадкасці, трэба толькі надаць яму адпаведную форму. Для гэтага яно павінна выцясняць такі вялікі аб'ём вадкасці, каб нават вадкасць, выцесненая часткаю цела, важыла-б больш, чым усё цела. Масіўны кавалак жалеза тоне ў вадзе, бо нават будучы пагружаным у яе цалкам, ён выцясняе аб'ём вады, які важыць значна менш, чым ён сам. Але калі надаць яму форму карабля, то ён будзе плаваць на вадзе, бо частка карабельнага астова, якая пагружаецца ў ваду, выцясняе вельмі многа вады, вага якой роўна вазе ўсяго карабля. Можна было-б сказаць, што карабль—ад трума да палубы—складаецца з металу, дрэва, паветра і г. д., у выніку чаго сярэдняя ўдзельная вага яго меншая за ўдзельную вагу вады. Удзельная вага цела жывога чалавека, большая, чым вады (яно важыць больш, чым выцясняемая ім вада) і таму яно тоне ў вадзе. Імкненню патануць можна процідзейнічаць плавальнымі рухамі, г. зн. ціскам на паверхню вады; узнікаючае пры гэтым супраціўленне вады ўзнімае цела. Такім спосабам атрымліваецца штучнае плаванне. Удзельная-ж вага трупа, галоўным чынам з прычыны прысутнасці газападобных прадуктаў гніення, меншая, чым вады, і таму трупы плаваюць натуральна. Плаванне птушак натуральнае, бо іх апярэнне і заключанае ў ім паветра робяць іх „сярэднюю" ўдзельную вагу меншай за ўдзельную вагу вады. Лунанне рыб у вадзе, г. зн. іх здольнасць заставацца на любой

вышыні пад вадой,—штучнае: як для ўзняцця, так і для апускання ім неабходна мускульная натуга плавальнага пузыра. Гэта ясна з таго факту, што мёртвая рыба, якая яшчэ не гніе, натуральна плавае на паверхні вады.

Існуе два тыпы рыб: адны цяжэйшыя за ваду (рыбы без плавальнага пузыра, напрыклад акулы і скаты), вага іншых роўна вазе выцясняемай імі вады, прычым лішак іх уласнай вагі кампенсуецца вялікай колькасцю паветра ў плавальным пузыры (так у большасці касцістых рыб). Першыя, напрыклад акулы, тонуць, калі яны не знаходзяцца ў руху (падобна да аэраплана), другія могуць і стаяць на месцы, напрыклад залатая рыбка, карп (падобна да дырыжабля). Касцістая рыба можа плаваць як заўгодна павольна; для руху-ж акулы існуе пэўная мінімальная скорасць, пры якой супраціўленне, узнікаючае з прычыны руху і дзеючае на ніжнюю паверхню рыбы, аказваецца дастатковым для перамагання яе лішкавай вагі і перашкаджае яе падзенню на дно. Тут мы маем такую-ж розніцу, як паміж аэрапланам і дырыжаблем.

Устойлівасць плаваючага цела. Метацэнтр. На плаваючае цела ўвесь час дзейнічаюць дзве сілы: яго ўласная вага і выштурхвальная сіла вадкасці. Гэтыя сілы роўны адна адной і накіраваны ў працілеглыя бакі. Іх роўнасць робіць



Рыс. 185 і 186. Устойлівасць плаваючага цела залежыць ад адноснага палажэння цэнтра цяжару цела і цэнтру цяжару выцесненай ім вадкасці (пункты прылажэння выштурхвальнай сілы). *G*—цэнтр цяжару, *A* і *A'*—пункты прылажэння выштурхвальнай сілы, *M*—метацэнтр.

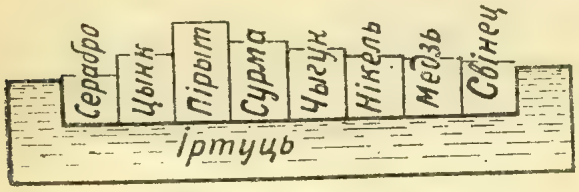
немагчымым перамяшчэнне цела ўверх або ўніз, але не пазбаўляе яго магчымасці вярцецца. Для таго-ж, каб цела заставалася ў спакоі, неабходна выкананне яшчэ адной дадатковай умовы. Мы растлумачым яе на наступным прыкладзе (рыс. 185 і 186).

Вага цела ёсць сіла *Gt*, якая прыложана да яго цэнтру цяжару (*G*) і накіравана вертыкальна ўніз. Выштурхвальная сіла роўна па велічыне вазе вадкасці, выцясняемай пагружанай часткай цела. Калі цэнтр цяжару вадкасці, выцесненай пагружанай часткай цела, знаходзіцца ў *A*, то на плаваючае цела будзе дзейнічаць яшчэ сіла *AB* (= *Gt*), накіраваная вертыкальна ўверх. Для таго, каб цела пры гэтым заставалася ў спакоі, сілы *AB* і *Gt* павінны быць накіраваны па адной прамой; інакш кажучы, цэнтр цяжару плаваючага цела і пункт прылажэння выштурхвальнай сілы павінны ляжаць на адной вертыкалі (рыс. 185 *а* і 186 *а*). У супраціўным выпадку вага цела і выштурхвальная сіла ўтвараюць пару сіл (гл. стар. 115), якая будзе імкнуцца павярнуць цела.

Уявім сабе цяпер, што палажэнне роўнавагі парушана, хоць-бы напрыклад парывам ветру (рыс. 185*b* і 186*b*). Тады *G* і *A* ўжо не будуць ляжаць на адной вертыкалі. Цэнтр цяжару *G* зразумела захавае сваё палажэнне ў адносінах да астатніх пунктаў цела, пункт-жа прылажэння выштурхвальнай сілы—не. Сапраўды, пры новым палажэнні цела яго пагружаная ў ваду частка будзе мець іншую форму, чым раней. Значыць форма выцесненай масы вадкасці таксама зменіцца

(вага яе зразумела павінна застацца паранейшаму роўнай вазе цела) і палажэнне яе цэнтра цяжару перамесціцца. Няхай гэта новае палажэнне ёсць A'. Сілы Gt і $A'B'$ утвараюць пару, якая імкнецца павярнуць цела. Пры гэтым выпадкі рыс. 185 *б* і 186 *б* істотна адрозніваюцца адзін ад аднаго. У першым выпадку пара імкнецца яшчэ больш аддаліць цела з палажэння роўнавагі, у другім—вярнуць яго ў гэта палажэнне. У першым выпадку роўнавага **няўстойлівая**, у другім—**устойлівая** (гл. стар. 122). Калі-б плаванне карабля было няўстойлівым, як на рыс. 185 *а*, то ён перакульваўся-б ад наймейшага дунавення ветру. Мы-ж зразумела патрабуем, каб карабль пры плаванні быў устойлівым. Умову ўстойлівасці пры плаванні можна сфармуляваць так: правядзем прамую праз цэнтр цяжару (G), выведзенага з палажэння роўнавагі цела!) (рыс. 185 *б* і 186 *б*) і ранейшы пункт прылажэння выштурхвальнай сілы (A). Гэта прамая перасячэ кірунак выштурхвальнай сілы (пры новым палажэнні цела!) у пункце M, **метацэнтры** (Бугер, 1746). Пры ўстойлівай роўнавазе цэнтр цяжару цела ляжыць ніжэй, пры няўстойлівай—вышэй метацэнтра. Для таго каб карабль быў магчыма больш устойлівым пры плаванні, яго цэнтр цяжару павінен размяшчацца магчыма ніжэй (гэта дасягаецца напрыклад пры дапамозе баласта), так каб нават пры вельмі нахіленым палажэнні карабля цэнтр цяжару ляжаў ніжэй метацэнтра.

Гідрастатычная роўнавага земнай кары (ізастазія). Два масіўных цыліндры **аднолькавай вагі**, плаваючыя ў вадкасці ў вертыкальным палажэнні, выцясняюць два цыліндры вадкасці, вага якіх таксама **аднолькавая**. Калі папярочныя сячэнні гэтых вадкіх цыліндраў роўны, то роўны і іх вышыні, г. зн. абодва масіўныя цыліндры пагружаюцца на аднолькавую глыбіню. Калі-ж удзельная вага масіўных цыліндраў розная, то велічыні іх аб'ёмаў адваротна прапарцыянальны іх удзельным вагам. На рыс. 187 паданы рад пагружаных у вадкасць цыліндраў **аднолькавай вагі** і аднолькавага папярочнага сячэння, але **рознай** удзельнай вагі. Атрыманая карціна можа быць выкарыстана для вытлумачэння асноўнай праблемы геафізікі. Унутранасць зямлі як відаць да пэўнай ступені пластычна, і цвёрдыя часткі земнай кары як-бы плаваюць у ніжніх яе слаях. Удзельная вага слаёў, якія ляжаць ніжэй, значыць, павінна быць большай, чым верхніх (геалогі адрозніваюць у земнай кары два слаі: верхні, **саль**, які складаецца галоўным чынам з горных парод, змяшчаючых сіліцый і алюміній, і ніжні, **сіма**, у састаў якога ўваходзяць пароды з сіліцыем і магніем. Саль плавае па сіма). Пагружаныя часткі лёгкіх мас выцясняюць цяжкія, утвараючы ўнізе, „дэфект масы". Такім чынам бачныя ўзвышшы мас **над** земнай паверхняй адпавядаюць **падземным** дэфектам масы (Эры). Згодна закона Архімеда маса бачных узвышшаў роўна недахопу масы **пад** імі (яна кампенсуе дэфект масы, які выклікаецца пагружэннем). Падземныя масы, дэфект якіх кампенсуецца масай бачных узвышшаў, абмежаваны паверхняй, адпаведнай паверхні, якая абымае пагружаныя часткі цыліндраў, паданых на рыс. 187. Гэта паверхня вызначаецца тым, што над кожнай адзінкай яе плошчы знаходзіцца **аднолькавая** маса; яна называецца **ізастатычнай** паверхняй. Апісаны роўнаважны стан мас называецца (паводле **Дэтона**) ізастазіяй. Ізастатычная паверхня знаходзіцца **хутчэй за ўсё** на глыбіні 118 *км* пад земнай карой. Ізастатычную паверхню можна разглядаць як паверхню ўзроўня. У пластычнай унутранасці зямлі розніца ціскаў у паасобных яе пунктах з цягам часу згладжваецца і ўстанаўліваецца гідрастатычная роўнавага. Такім чынам паверхні ўзроўня ўсюды, **апроч самых верхніх слаёў зямлі**, дзе пануе беспарадкавае чаргаванне мас рознай формы, супадаюць з паверхнямі пастаяннай шчыльнасці. Калі лічыць знутры зямлі на паверх, то ізастатычная паверхня будзе **апошняй** паверхняй узроўня, якая адпавядае гідрастатычнай роўнавазе: кожная адзінка яе паверхні падпадае аднаму і таму-ж ціску.



Рыс. 187. Плаваючыя ў вадкасці цыліндры **аднолькавай** вагі, папярочнага сячэння, але **рознай** удзельнай вагі.

Вымярэнне шчыльнасці цвёрдых цел. З прычыны дзеяння выштурхвальнай сілы цвёрдыя целы пры пагружэнні ў вадкасць

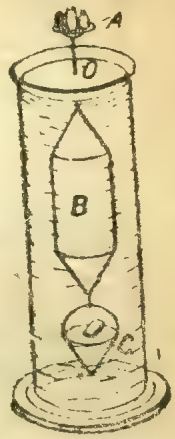
значна трацяць у вазе. Гэтым карыстаюцца пры вымярэнні іх шчыльнасці. Шчыльнасцю цела называюцца адносіны яго масы да аб'ёму, г. зн. маса адзінкі аб'ёму (размернасць яе ёсць ml^{-3}). У *CGS* сістэме яна вымяраецца ў $г/см^3$. Такім чынам для вызначэння шчыльнасці патрэбна: 1) вызначыць масу данага цела ў грамах; 2) вызначыць яго аб'ём у кубічных сантыметрах; 3) падзяліць першы з гэтых лікаў на другі. Маса цела знаходзіцца звычайным узважваннем. Для вызначэння-ж аб'ёму ўжываецца звычайна ўскосны шлях: знаходзяць страту вагі данага цела пры пагружэнні яго ў ваду (рыс. 183). Пададзім лікавы прыклад:

Калі кавалак медзі важыць у паветры 11,378* *г*, а ў дыстыляванай вадзе пры 4°Ц—10,100* *г*, то страта яго вагі ў вадзе ёсць 1,278* *г*. Такім чынам ён выцясняе 1,278 *г* вады пры 4°Ц, г. зн. 1,278 $см^3$ вады. Значыць яго аб'ём роўны 1,278 $см^3$. З прычыны таго, што 1,278 $см^3$ медзі мае масу 11,378 *г*, то ў 1 $см^3$ змяшчаецца $\frac{11.378}{1,278} = 8,903$ *г* медзі. Лік 8,903 $г/см^3$ і ёсць шчыльнасць медзі.

Спосабы вызначэння шчыльнасці цвёрдых цел адрозніваюцца паміж сабой у залежнасці ад таго, якім чынам вымяраецца страта вагі цела ў вадзе, г. зн. як вызначаецца яго аб'ём. Для гэтага ўжываюцца гідрастатычныя вагі, арэометр пастаяннай вагі або пікнометр (арэометр з пастаянным аб'ёмам).

1. Пры ўжыванні гідрастатычных вагаў (рыс. 183) страта вагі вызначаецца двукратным узважваннем цела: у паветры і ў вадзе. Спружынныя вагі Жолі таксама прадстаўляюць сабой гідрастатычныя вагі (рыс. 188). Да іх чашкі падвешваецца другая чашка, пагружаная ў тую вадкасць, у якой вымяраецца страта ў вазе. На ніжнім канцы спружыны знаходзіцца паказальнік, які перасоўваецца па шкале. Калі пакласці цела на верхнюю чашку, то паказальнік апусціцца да пэўнага дзялення. Замяняючы цела разнаважкамі ў такой колькасці, каб паказальнік дайшоў да ранейшага дзялення, знойдзем вагу цела ў паветры. Затым прыняўшы рознаважкі, пакладзем цела на ніжнюю чашку (пагружаную ў вадкасць) і вызначым той лік грамаў, які трэба дадаць на верхнюю чашку, для таго каб паказальнік зноў дайшоў да адзначанага раней дзялення. Гэты лік паказвае страту вагі нашага цела ў вадкасці.

Рыс. 188. Спружынныя вагі (Жолі).



Рыс. 189. Вагавы арэометр (Нікальсона).

2. Арэометр пастаяннай вагі (рыс. 189) прадстаўляе сабой паплавок *B* з двума цвёрда-звязанымі паміж сабой чашкамі *A* і *C*. Яны размешчаны вертыкальна адна над адной, прычым ніжняя (як у спружынных вагах Жолі) пагружана ў вадкасць, а верхняя знаходзіцца ў паветры. Паміж *A* і *B* змяшчаецца паказальнік *O*, які шляхам таравання (нагрузкі) паплаўка прыводзіць якраз да ўзроўня вадкасці. Абодва ўзважванні праводзяцца таксама, як на вагах Жолі: выпрабоўваемае цела знаходзіцца адзін раз на верхняй, другі—на ніжняй чашцы.

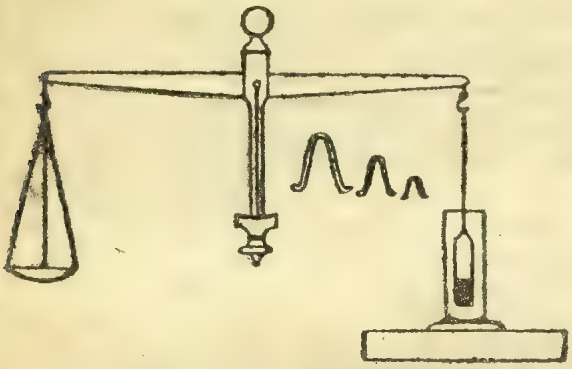
3. Пікнометр (арэометр пастаяннага аб'ёму) прадстаўляе сабой судзінку, напаўняемую да краёў вадкасцю. Калі пагрузіць у яе (вельмі маленькае) цела, то яно выцесніць аб'ём вадкасці, роўны свайму ўласнаму аб'ёму. Узважваючы, па-першае, пікнометр, напоўнены да краёў вадкасцю, прычым цела кладзецца побач на тую-ж чашку вагаў і, па-другое, узважваючы пікнометр, калі цела пагружана ў яго, мы вызначаем вагу выцесненай целам вадкасці. Ведаючы гэтую вагу, можна вызначыць і аб'ём вадкасці, роўны аб'ёму данага цела. Вага і значыць маса цела вызначаюцца звычайным узважваннем. Пікнометру надаюць звычайна форму невялікай колбачкі, верхняя частка якой прадстаўляе канал з вузкім сячэннем, для таго, каб па магчымасці зменшыць памылку, якая здараецца з прычыны недакладнага напаўнення пікнометра.

Вымярэнне шчыльнасці вадкасцей (вагі Мора, аэрометр са шкалой). Для вызначэння шчыльнасці вадкасці вымяраюць страту ў вазе якога-

небудзь цвёрдага цела спачатку ў вадзе, а потым у данай вадкасці. Страта вагі цела ў вадзе дае нам яго аб'ём; страта-ж вагі ў данай вадкасці—вагу выцесненай ім вадкасці, г. зн. вагу ўжо вядомага аб'ёму гэтай вадкасці. Можна спрасціць вымярэнні, калі карыстацца адным і тым-жа целам 1 раз назаўсёды вызначыць яго аб'ём, роўны аб'ёму выцясняемай ім вадкасці (у якасці такога цела звычайна бярэцца маленькая шкляная судзінка з іртуццю, падобная да паданай на рыс. 190 і 191). Такім чынам вымярэнне шчыльнасці вадкасці зводзіцца да вымярэння той вагі, якую страчвае пагружаная ў вадкасць шкляная судзінка. Апроч гідрастатычных вагаў, спружынных вагаў Жолі і вагавага арэометра для гэтага ўжываецца таксама арэометр са шкалой.

У якасці гідрастатычных вагаў бяруцца звычайна вагі Мора (рыс. 190). Страта вагі цела вызначаецца шляхам дабаўлення грузаў, якія маюць форму рэйтэраў і могуць змяшчацца ў розных пунктах пляча вагаў, падзеленага на дзесяць дзяленняў.

Вагавым арэометрам з'яўляецца арэометр Фарэнгейта, паданы на рыс. 191. Ён прадстаўляе сабой шкляны паплавок, у якім ёсць пэўная маса іртуці, якая



Рыс. 190. Вагі Мора для вызначэння шчыльнасці вадкасці.

Рыс. 191. Вагавы арэометр (Фарэнгейта).

Рыс. 192. Арэометр са шкалой.

адыгрывае ролю ніжняй чашкі з пастаяннай нагрузкай. Нярэдка гэта запоўненая іртуццю частка служыць у той-жа час шарыкам тэрмометра, бо для дакладнага вызначэння трэба ведаць і тэмпературу вадкасці. Прыбор кожны раз пагружаецца на столькі, каб паверхня вадкасці даходзіла да адзнакі на яго шыйцы. Калі вага арэометра ў паветры роўна P *г** і для таго каб пагрузіць яго ў ваду да адзнакі неабходны яшчэ дадатковы груз p *г**, то выштурхвальная сіла вады ёсць $P+p$ *г** (бо яна павінна быць роўна вазе плаваючага цела). Значыць арэометр выцясняе $P+p$ *г**, г. зн. $P+p$ *см*³ вады, калі вада мае тэмпературу 4° Ц. Гэта велічыня $(P+p)$ можа быць вызначана раз назаўсёды і запісана, як даная прыбора. Калі цяпер адпаведны дадатковы груз пры пагружэнні ў даследуемую вадкасць ёсць p' *г*, то гэта значыць, што аб'ём у $P+p$ *см*³ выцясняе $P+p'$ *г* данай вадкасці. Адсюль вынікае, што 1 *см*³ яе змяшчае $\frac{P+p'}{P+p}$ *г*.

Арэометр са шкалой адрозніваецца ад вагавага арэометра тым, што яго паказанні непасрэдна адзначаюцца на шкале, падобна да вагаў-аўтамата. Арэометр са шкалой (рыс. 192) прадстаўляе сабой паплавок, ніжняя частка якога запоўнена іртуццю або дробным шротам, а вузкая шыйка забяспечана шкалой, дзяленні якой наносяцца звычайна эмпірычна. Яго пагружаюць у даследуемую вадкасць і заўважаюць нумар таго дзялення шкалы, да якога ён апускаецца (выцясняючы пры гэтым роўны сабе па вазе аб'ём вадкасці). Аднак лікі на шкале не заўсёды азначаюць шчыльнасці. Іх значэнні залежаць ад той мэты, для якой прызначаны арэометр. Бываюць напрыклад арэометры—спіртометры, якія вызначаюць процант вагавага або аб'ёмнага зместу чыстага спірту ў сумесі спірту з вадой (арэометр Гей-Люсака), лактометры, якія вызначаюць процант змяшчэння вады ў малацэ, арэометры для вызначэння моцнасці шчолачных і кіслотных растворaў і г. д.

Нярэдка на шкале арэометра наносяцца адвольныя дзяленні, напрыклад шкала Боме. Канцэнтраваная серкавая кіслата адпавядае 66° Bé, г. зн. яе шчыльнасць

такая, што арэометр Боме апускаецца ў ёй да 66-га дзялення. Канцэнтрацыя продажнай салянай кіслаты роўна 36° Bé. Для пераводу „градусаў Боме" у шчыльнасці служаць табліцы. Калі n ёсць лік градусаў Боме, а d—шчыльнасць, то ў залежнасці ад таго ці цяжэйшая даная вадкасць (пры 12,5°) за ваду, ці лягчэйшая, мы маем:

$$d = \frac{146}{146 - n} \text{ або } d = \frac{146}{146 + n}.$$

А (2). РОЎНАВАГА ГАЗАЎ

Расшыральнасць. Сціскальнасць. Закон Бойля-Марыота. Газы падобна да кропельных вадкасцей характэрызуюцца рухомасцю складаючых іх часцінак і непасрэдна выцякаючымі з яе ўласцівасцямі: пашырэннем ціску роўнамерна ва ўсе бакі і існаваннем выштурхвальнай сілы.

Адиак з прычыны надзвычайнай слабасці сувязі паміж газавымі часцінкамі, газы адрозніваюцца цэлым радам асаблівасцей. Рух, у якім заўсёды знаходзяцца часцінкі, вядзе ў выпадку газаў да таго, што часцінкі пашыраюцца па ўсёй прасторы, якую газ займае. Гэта пастаяннае імкненне да расшырэння прымушае трымаць газы толькі ў закрытых з усіх бакоў судзінах (судзіны-ж з вадкасцямі могуць быць зверху адкрыты). Імкненне газаў расшырацца вядома кожнаму, хоць-бы па пашырэнні пахаў у пакоі. Ужо на гэтым простым прыкладзе відаць, што газ можа пашырацца і па прасторы, занятай іншым газам, у даным выпадку паветрам (дыфузія газаў).

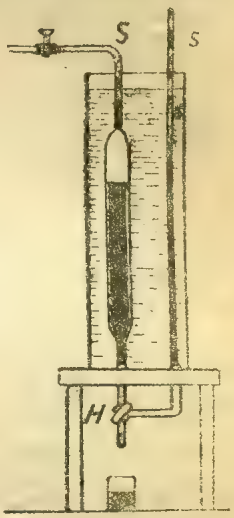


Рис. 193. Залежнасць паміж ціскам і аб'ёмам газу.

Апроч таго газы адрозніваюцца ад вадкасцей сваёй сціскальнасцю. Здольнасць газаў значна змяняць свой аб'ём можна лічыць іх асноўнай уласцівасцю.

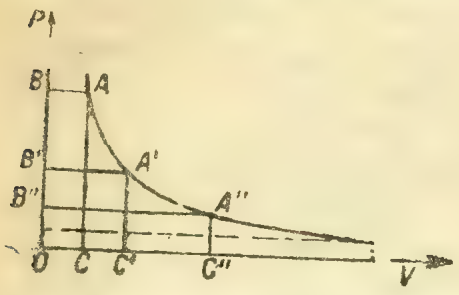
Прыбор, паказаны на рыс. 193, дазваляе даследваць законы, якія звязваюць ціск і аб'ём газаў, пры цісках парадку 1—2 атмасферы. Адно калена гэтага прыбора (закрытае кранам) S—якое з дапамогаю крана H можна ізаляваць і ад другога калена s і ад знешняй атмасферы—напаўняецца даследуемым газам. У калена s наліваецца іртуць. Калі злучыць з дапамогай крана H абодва калены S і s, то іртуць будзе сваёй вагой ціснуць на газ, які знаходзіцца там, і можа часткова перайсці ў калена S. Велічыня ціску іртуці роўна рознасці ўзроўняў іртуці ў калене s і S і можа быць вымерана. Таксама лёгка вымерыць і адпаведны аб'ём газу, калі трубка S пракалібравана. Для падтрымання пастаяннай тэмпературы ўвесь прыбор пагружаецца ў праточную ваду.

Сувязь паміж ціскам і аб'ёмам газу выражаецца законам Бойля-Марыота[1]. Няхай v_0 ёсць аб'ём газу, які знаходзіцца пад ціскам p_0, а v_1—аб'ём яго пры ціску p_1; тады, як паказвае дослед, маем: $\frac{v_1}{v_0} = \frac{p_0}{p_1}$ або $v_1 p_1 = v_0 p_0$ або $\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} = 1$, калі толькі

[1] Закон адкрыты Бойлем (1667). Марыот у другі раз выказаў яго ў 1679 г., мабыць ведаючы ўжо аб адкрыцці Бойля. Тым не менш у большасці вучэбнікаў ён называецца імёнамі абодвух даследчыкаў.

тэмпература газу падтрымліваецца пастаяннай. Пры сціскванні газу тэмпература яго, наогул кажучы, павышаецца. Паданыя вышэй суадносіны паміж аб'ёмам і ціскам справядлівы толькі тады, калі пасля сціскання тэмпература ўноў прыведзена да першапачатковага значэння. Само сабой разумеецца, што колькасць газу (яго маса) у час доследу павінна заставацца нязменнай.

Такім чынам паводзіны газу пры пастаяннай тэмпературы вызначаюцца наступным законам: аб'ёмы v_0 і v_1, якія прымаюцца даным газам пры ціскach p_0 і p_1, адваротна прапарцыянальны гэтым ціскам. З прычыны таго, што $v_0p_0 = v_1p_1 = \ldots = v_np_n$, г. зн. мае пастаяннае значэнне C, то $v = C \cdot \frac{1}{p}$. Гэтыя суадносіны мы можам выразіць так: аб'ём газу адваротна прапарцыянальны таму ціску, пад якім ён знаходзіцца. Ціск змяняе толькі аб'ём газу, а не лік яго часцінак. Таму павелічэнне ціску выклікае павелічэнне шчыльнасці газу, змяншэнне ціску—разрэджанне газу.



Рыс 194. Графічнае прадстаўленне закона p. v=cons (здабытак памножання аб'ёму газу на яго ціск ёсць велічыня пастаянная)

Павелічэнне ціску ў два, у тры і г. д. разы цягне за сабой такое-ж павелічэнне шчыльнасці. Шчыльнасць расце прапарцыянальна ціску, г. зн. $d_1 : d_2 = p_1 : p_2$. Гэтыя суадносіны з'яўляюцца прамым вынікам закона Бойля-Марыота і справядлівы значыць таксама пры ўмове пастаянства тэмпературы.

Закон pv роўны пастаяннай велічыні (const) можна выразіць графічна. Калі ў прамавугольнай сістэме каардынат узяць v за абсцысу, а p за ардынату, то плошча ўтвараемага імі прамавугольніка ($BACO, B'A'C'O, B''A''C''O$ і г. д.) заўсёды застаецца пастаяннай. Крывая, адпаведная гэтаму раўнанню, ёсць роўнабочная гіпербала (рыс. 194).

Кінетычная тэорыя газаў. Механічнае абгрунтаванне закона Бойля-Марыота. Надзвычайная прастата асноўнага газавага закона Бойля-Марыота дазваляе дапускаць, што матэрыя ў газападобным стане адрозніваецца асабліва простай унутранай будовай. Сапраўды, як ужо зазначалася, газ характэрызуецца вельмі значнай рухомасцю яго часцінак або малекул, настолькі вялікай, што мы можам не прымаць пад увагу існаванне якіх-небудзь сіл, што імкнуцца ўтрымаць малекулы адна каля адной (сіл сашчаплення). Натуральным вынікам гэтай асаблівасці газу з'яўляецца яго імкненне заняць увесь даступны яму аб'ём. Уяўленне аб свабодных малекулах, якія не падпадаюць дзеянню сіл узаемнага сашчаплення, прыводзіць да закончанай карціны газавага стану, дазваляючага шляхам тэарэтычных разважанняў вывесці той самы закон, які Бойль знайшоў з назіранняў над газамі. Тэорыя гэта (Клаузіус, О. Э. Мейер, Максвел, Больцман) носіць назву кінетычнай тэорыяй газаў. Яна дапускае, што малекулы газу, якія прадстаўляюць сабой надзвычай малыя часцінкі, лятаюць з вялікай скорасцю ўнутры адведзенага газу аб'ёму. З прычыны адсутнасці сіл сашчаплення паміж малекуламі, кожная малекула рухаецца прамалінейна (па інерцыі) датуль, пакуль не саштурхнецца з якой-небудзь іншай малекулай або са сценкай судзіны. З разглядаемага пункту погляду ціск газу прадстаўляе сабой наступны працэс: сутыкаючыся адна з адной або з якой-небудзь знешняй перашкодай, часцінкі

газу адскокваюць ад яе, пачынаюць рухацца па новым шляху аж да наступнага ўдару і г. д. Яны ўдараюцца зразумела і аб сценку той судзіны ў якой знаходзіцца газ. Злучнасць гэтых удараў аб сценку і праяўляецца як ціск газу. Зыходзячы з гэтых уяўленняў, можна з дапамогай некаторых спрашчэнняў вывесці закон Бойля. Разгледзім газ, заключаны ў кубе з рабром a (г. зн. аб'ёмам a^3). Няхай скорасць яго малекул такая, што кожная малекула, якая ляціць паралельна рабру, прабягае на працягу адной секунды n разоў туды і n разоў назад ад сценкі да сценкі, г. зн. n разоў у секунду ўдараецца аб адну і тую-ж сценку. (Мы абстрагуемся ад саўдарэнняў малекул паміж сабой і прымаем, што яны ляцяць ад сценкі да сценкі паралельна рэбрам куба. Хоць у сапраўднасці павінна быць больш складаная справа, аднак для спрашчэння вываду можна здаволіцца гэтым дапушчэннем. Рэзультат не зменіўся-б, калі-б гэтых спрашчэнняў не рабіць. Уявім сябе цяпер, што куб сціснуты так, што кожнае яго рабро зрабілася роўным, $\frac{a}{2}$ (а аб'ём—роўным $\frac{a^3}{8}$). Кожная малекула будзе тады ў 1 *сек* пралятаць $2n$ разоў туды і $2n$ разоў назад. На кожную сценку прыдзецца ў два разы больш удараў, чым раней. Апроч таго паверхня сценкі зробіцца ў 4 разы меншай. Такім чынам бамбардыроўка будзе цяпер у два разы больш частай і накіравана на плошчу ў 4 разы меншую, г. зн. на кожны $см^2$ яна будзе ў 8 разоў больш інтэнсіўнай, чым раней. А з прычыны таго, што ціск ёсць сіла, якая дзейнічае на адзінку паверхні, то значыць ціск на сценку павялічыцца ў 8 разоў—у столькі-ж, у колькі зменшыцца аб'ём. Гэты рэзультат супадае з законам Бойля, калі толькі дапусціць, што пастаяннай тэмпературы адпавядае пастаянная скорасць газавых малекул. Больш дэтальнае даследванне газавых законаў з пункту погляду кінетычнай тэорыі, мы адкладваем да раздзелу „Кінетычная тэорыя газаў" (ст. 351), калі мы зможам растлумачыць кінетычна цеплавыя з'явы і глыбей пранікнуць у с утнасць працэсаў якія адбываюцца ў газах.

Адхіленні ад закона Бойля-Марыота. Калі-б закон Бойля-Марыота строга выконваўся, то суадносіны $\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} = 1$ былі-б зусім дакладнымі. У сапраўднасці-ж гэты дроб (пры $p_1 > p_0$) пры высокіх цісках і звычайных тэмпературах большы за адзінку для ўсіх газаў, апроч гелія і вадарода.

Для гелія і вадарода гэты дроб менш за адзінку, інакш кажучы, у іх $v_0 p_0 < v_1 p_0$ і v_1 большыя, чым таго патрабуе закон Бойля-Марыота. Такім чынам вадарод і гелій сціскаюцца менш, а ўсе астатнія газы—больш, чым трэба згодна гэтага закона. Дослед паказвае, што дроб $\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1}$ тым больш адхіляецца ад адзінкі, чым вышэй ціск і ніжэй тэмпература газу, г. зн. чым бліжэй газ да ўмоў, пры якіх ён ператвараецца ў вадкасць. Значэнні гэтага дробу пры малых ціскаx і О будуць:

Гелій	0,99955	Вокіс азоту	1,00117
Вадарод . . .	0,99922	Хлорысты вадарод . . .	1,00737
Азот	1,00074	Аміяк	1,01499
Кісларод . . .	1,00097	Серкавы ангідрыд . . .	1,02341

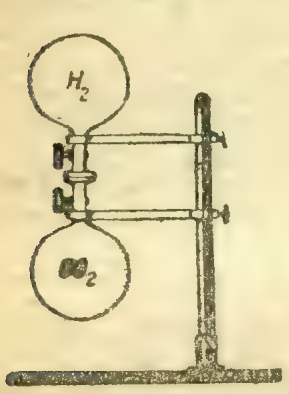
Адхіленне ад адзінкі настолькі нязначнае, што ў большасці выпадкаў яго можна не прымаць пад увагу.

Удакладненне закона Бойля-Марыота. Назіраемыя на практыцы адступленні ад закона Бойля-Марыота атрымліваюць у кінетычнай тэорыі цалкам здавальняючае тлумачэнне. Мы прышлі да заключэння, што ціск газу павінен быць адваротна прапарцыянальны яго аб'ёму пры нязменнай тэмпературы (г. зн., што здабытак ціску на аб'ём ёсць велічыня пастаянная ($p \cdot v = \text{const}$), зыходзячы з спрашчальных дапушчэнняў. А іменна мы лічым, што сілы сашчаплення паміж малекуламі з у с і м адсутнічаюць і што размеры малекул можна зусім не прымаць пад увагу. Аднак і тое і другое дапушчэнне не зусім строга ажыццяўляюцца ў сапраўдных (рэальных) газах. Больш дакладная тэорыя павінна ўлічыць, што малекулы, хоць і не значна, але прыцягваюцца адна да адной. Значыць імкненню молекул разляцецца перашкаджае не толькі супраціўленне сценак судзіны (якія ціснуць на газ з сілай, роўнай ціску газу на сценкі), але таксама і сілы сашчаплення. Такім чынам поўны ціск газу павінен складацца з двух частак. Першая—апісаны вышэй ціск, які з'яўляецца вынікам процідзеяння сценкі ўдарам малекул, што ляцяць; другая—π—выклікаемая сіламі сашчаплення. Поўны ціск ёсць $p + \pi$

Апроч таго трэба прыняць пад увагу і р а з м е р ы саміх малекул. У звязку з гэтай акалічнасцю аб'ёмам, у якім могуць свабодна рухацца малекулы, будзе не поўны аб'ём газу v, а некалькі меншая велічыня $(v - b)$, дзе b характэрызуе размеры саміх малекул газу. Такім чынам першапачатковая формула $(p \cdot v = \text{const})$ павінна быць заменена іншай, дзе замест p стаіць $(p + \pi)$, а v—заменена праз $v - b$. Мы атрымліваем новы закон у форме $(p + \pi)(v - b) = \text{const}$ (Ван-дэр-Ваальс, 187[illegible]), які даволі добра ўлічвае назіраемыя на практыцы адступленні ад закона Бойля-Марыота. Больш дэтальнае даследванне раўнання Ван-дэр-Ваальса мы сустрэнем ніжэй. Заўважым, што газ, які падпарадкаваўся-б строга закону Бойля-Марыота, называецца і д э а л ь н ы м. Р э а л ь н ы я - ж газы падпарадкоўваюцца закону Ван-дэр-Ваальса.

Дыфузія газаў. Дапушчэнне непе́рарыўнага руху газавых часцінак, якое ляжыць у аснове кінетычнай тэорыі газаў, пацвярджаецца шматлікімі фактамі.

Аднак з найбольш прыкметных з'яў, якая тлумачыцца існаваннем малекулярнага ціску, ёсць з'ява ўзаемнай дыфузіі газаў.



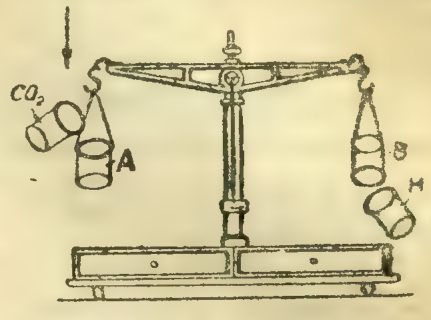
Рыс. 195. Дыфузія газаў.

З'ява заключаецца ў тым, што два розных газы, прыведзеныя ў судатыканне, перамешваюцца паміж сабой, н а в а т к а л і я н ы з н а х о д з я ц ц а п а д а д н ы м і т ы м - ж а ц і с к а м. Напоўнім адну судзіну вуглекіслатой, другую—вадародам і злучым як паказана на рыс. 195 (Дальтон). Праз пэўны час мы выявім, што ў абодвух судзінах знаходзіцца па аднолькавай колькасці вадарода і вуглекіслаты, г. зн. што газы цалкам перамяшаліся паміж сабой незалежна ад таго, ці знаходзілася ў пачатку вуглекіслата (якая ў 22 разы цяжэйшая за вадарод) у верхняй або ў ніжняй судзіне. (Гэтым п о ў н ы м перамешваннем газаў, абумоўленым дыфузіяй, тлумачыцца той факт, што састаў атмасфернага паветра ў с ю д ы (апроч вельмі вялікіх вышынь) а д н о л ь к а в ы, хоць удзельная вага састаўляючых атмасфэру газаў розная). Мы выявім далей, што ў канцы працэсу дыфузіі ціск у абодвух судзінах будзе такі-ж, як у пачатку. Такім чынам кожны газ пашырыўся па ўсім аб'ёме так, як калі-б іншага газу не было. Разумеецца, у сувязі з гэтым павелічэннем аб'ёму, ціск кожнага газу ў п а а с о б к у зменшыўся. Але, як паказвае дослед, с у м а р н ы ціск абодвух газаў застаўся роўным ранейшаму ціску кожнага газу ў паасобку. Адсюль выцякае закон Дальтона: ціск сумесі хімічна не ўзаемадзеючых паміж сабой газаў роўны суме тых ціскаў, якія меў-бы кожны газ у паасобку, калі-б ён адзін запаўняў увесь аб'ём сумесі. Само сабою разумеецца, што з а к о н Д а л ь т о н а выконваецца толькі з тою-ж ступенню дакладнасці, як і закон Бойля.

Шматлікія даныя—эксперыментальныя і тэарэтычныя, з якімі мы пазнаёмімся ніжэй, прыводзяць да заключэння, што скорасці малекул газу вельмі вялікія. Для вадарода напрыклад пры 0°Ц гэта скорасць дасягае 1850 *м/сек.* Гэтай акалічнасці зусім не супярэчыць тое, што скорасць дыфузіі (напрыклад скорасць пашырэння якога-небудзь паху ў паветры пры адсутнасці ветру) значна меншая за гэту велічыню. На самой справе газавыя мале-

кулы ўвесь час сутыкаюцца адна з другой і адхіляюцца ад прамалінейнага шляху, выпісваючы вельмі заблытаны зігзагападобны след. Таму пашырэнне малекул па ўсім аб'ёме працягваецца параўнальна значны час.

Вага газаў. Той факт, што земная атмасфера, не зважаючы на вялікія скорасці газавых часцінак, не аддаляецца ад зямлі і не рассейваецца ў сусветнай прасторы, тлумачыцца дзеяннем прыцяжэння зямлі на малекулы паветра, г. зн. іх вагой. Паветра і наогул усе газы маюць вагу, таксама як і кожнае іншае цела. Гэта можна даказаць з дапамогай вагаў. Герметычна закрытая пустая судзіна важыць менш, чым такая-ж судзіна з паветрам або з якім-небудзь газам. Такім чынам пры дапамозе ўзважвання можна рабіць параўнанне вагі і значыць мас гэтых газаў. Колькасць грамаў якога-небудзь газу, якую змяшчае дадая судзіна, істотна залежыць ад знешніх умоў, г. зн. ад тэмпературы і ціску. Таму рэзультаты ўзважвання павінны быць заўсёды аднесены да пэўнай нармальнай тэмпературы і ціску. Пры 0°Ц і ціску 760 *мм* іртутнага слупа.



Рыс. 196 Розніца ў вазе вуглекіслаты (CO_2) і вадарода (H_2).

1 *л* атмасфернага паветра змяшчае	. . .	1,293 *г*
1 „ вадарода змяшчае	. . . . .	0,0898 „
1 „ кісларода „	. . . . .	1,429 „
1 „ вуглярода „	. . . . .	1,977 „

Існаванне вялікай розніцы ў вазе розных газаў можна, паводле Фарадэя, прадэманстраваць на наступным простым доследзе: да двух чашак вагаў ураўнаважваюць дзве шкляначкі *A* і *B*,— адна дном уніз, другая дном уверх. У шклянку *A* можна „наліць" вуглекіслату зверху ўніз, а ў шклянку *B*—вадарод знізу ўверх, прычым у абодвух выпадках вагі адхіляюцца ў кірунку стрэлкі (рыс. 196).

З прычыны таго, што 1 *см*³ паветра змяшчае 0,001293 *г*, то лік 0,001293 ёсць шчыльнасць паветра. Для таго каб унікнуць ужывання вельмі маленькіх лікаў, шчыльнасць газаў адносяць звычайна да вадарода (лягчэйшага газу) або да атмасфернага паветра, узятага пры той-жа тэмпературы і ціску, што і даны газ. Шчыльнасць газу, аднесеная да вадарода (або да паветра), не роўна ліку грамаў у адным кубічным сантыметры гэтага газу, а прадстаўляе сабой адносіны гэтага ліку да ліку грамаў у адным кубічным сантыметры вадарода (або паветра) пры той-жа тэмпературы і ціску.

Шчыльнасць пры 0° і 1 атмасферы	Аднесеная да вады	Аднесеная да паветра	Аднесеная да вадарода
Паветра	0,001293	1,000	14,445
Вадарод	0,000089	0,069	1,000
Кісларод	0,001429	1,105	15,961
Вуглекіслата	0,001977	1,529	21,95

Шчыльнасць газаў можна вымерыць узважваннем пэўнага аб'ёму данага газу. Існуюць таксама і іншыя спосабы, адзін з якіх, прапанаваны Бунзенам, мы разглядаем ніжэй (гл. стар. 403).

Выштурхвальная сіла. У звязку з тым, што газы маюць вагу, то слаі газу, якія знаходзяцца наверсе, ціснуць на слаі, размешчаныя ніжэй. Паколькі ў газах, як і ў вадкасцях, ціск перадаецца роўнамерна ва ўсе бакі, у іх таксама, як і ў вадкасцях, існуе выштурхвальная сіла. Асаблівую цікавасць мае выштурхвальная сіла земнай атмасферы. Зусім таксама, як і для кропельных вадкасцей, мы прыходзім у выпадку газу да наступнага заключэння: кожнае цела, якое знаходзіцца ў паветры, траціць у сваёй вазе столькі, колькі важыць выцесненае ім паветра. Адсюль вынікае, што ўсе целы ў паветры лягчэйшыя, чым у беспаветранай прасторы і што два целы розных памераў, якія важаць у паветры аднолькава, маюць у беспаветранай прасторы розную вагу. Вялікі і маленькі шарык, якія ў паветры важаць аднолькава, не ўраўнаважваюць адзін аднаго на чуллівых вагах, змешчаных пад колакалам паветранага насоса (бараскоп Отто фон Герыке). На самой справе, у пустаце вага вялікага шара—у параўнанні з яго вагой у паветры—павялічваецца на вагу вялікага аб'ёму паветра, а вага маленькага шара—на вагу маленькага аб'ёму паветра, і вагі нахіляюцца ў бок вялікага шара.

Прывядзенне рэзультатаў узважвання да пустаты. Пры дакладных навуковых даследваннях у рэзультат кожнага ўзважвання, зробленага ў паветры, павінна быць уведзена папраўка на выштурхвальную сілу. Пры звычайных узважваннях гэта папраўка не адыгрывае ролі.

Калі m ёсць уяўная вага цела ў паветры (г. зн. вага гір, якія ўраўнаважваюць яго ў паветры), λ—шчыльнасць паветра (λ у сярэднім $= 0{,}0012$), s—шчыльнасць цела і σ—шчыльнасць разнаважкаў (звычайна яна роўна 8,4, бо раўнаважкі робяцца з латуні), то вага цела ў пустой прасторы роўна $M = m\left(1 + \frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma}\right)$.

Значыць да ўяўнай вагі m трэба яшчэ дадаць папраўку $m \cdot \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{\sigma}\right)$.

Прыклад: вага некаторай порцыі вады, узважанай латуннымі разнаважкамі ёсць W *г* (уяўная вага). Папраўка (пры $\sigma = 8{,}4$) роўна: $W \cdot 0{,}0012 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{8{,}4}\right) = W \cdot 0{,}00106$, г. зн. да кожнага грама трэба дадаць 1,06 *мг*.

Паветраны шар. Дырыжабль. Рух свабоднага цела ў паветры таксама як і ў вадкасці, вызначаецца адноснай велічынёй, выштурхвальнай сілы і ўласнай вагі цела. Калі выштурхвальная сіла, якая дзейнічае на данае цела, большая чым яго вага, то цела ўзнімаецца ўверх. На гэтым грунтуецца пабудова паветраных шароў (аэрастатаў).

Шар можа ўзняцца тым вышэй, чым большы яго аб'ём і чым ён лягчэйшы. Для таго, каб зрабіць вагу паветранага шара магчыма малой, яго напаўняюць вадародам. Пры звычайнай тэмпературы і ціску 1 $м^3$ паветра важыць прыкладна 1,29 *кг*, а 1 $м^3$ вадарода—прыкладна 0,09 *кг*. Такім чынам на паветраны шар, напоўнены вадародам, аб'ём якога роўны 100 $м^3$, дзейнічае выштурхвальная

сіла: 129—9=120 *кг* [1], а на шар з аб'ёмам у 5000 *м*³—сіла прыкладна ў 6000 *кг*. Частка яе траціцца на тое, каб узняць аснастку шара (абалонку сетку, гандолу і г. д.). З прычыны таго, што вага абалонкі, сеткі і гандолы прыкладна прама прапарцыянальна велічыні паверхні шара, то, наогул кажучы, вялікія шары, выгаднейшыя за маленькія, бо чым большы шар, тым меншая доля выштурхвальнай сілы ідзе на перамаганне яго мёртвай вагі. У выніку пастаяннай дыфузіі газу праз абалонку (якая складаецца з папяровай матэрыі, пакрытай слоем гумы) пад ёмная здольнасць шара паступова змяншаецца. І ў гэтых адносінах выгадней ужываць вялікія шары, бо калі дыяметр шара павялічваецца напрыклад у два разы, то аб'ём яго павялічваецца пры гэтым у 8 разоў, а паверхня, а з ёю і выцечка газу, толькі ў чатыры разы. Калі паветраны шар трапляе ў слаі атмасферы з нізкім ціскам, то газ, які знаходзіцца ўнутры яго, пачынае расшырацца. Для таго каб унікнуць разрыву абалонкі, у ніжняй частцы шара пакідаюць адкрытую адтуліну (награванне шара сонечнымі промянямі дзейнічае таксама, як паніжэнне знадворнага ціску). На вялікай вышыні вага выцясняемага паветра меншая, чым каля самай зямлі, бо шчыльнасць паветра паніжаецца з вышынёй; таму па меры таго, як паветраны шар узнімаецца, выштурхвальная сіла, якая дзейнічае на яго, змяншаецца. Калі яна робіцца р о ў н а й уласнай вазе шара, ён прыходзіць у раўнаважны стан і далейшы пад'ём спыняецца: шар пачынае плаваць (лунаць). Для далейшага яго пад'ёму неабходна зменшыць вагу шара; для гэтай мэты выкідаюць „баласт", звычайна мяхі з пяском. Для таго каб паветраны шар зрабіўся к і р у е м ы м, г. зн. ператварыўся ў д ы р ы ж а б л ь, ён павінен мець уласны рух, скорасць якога была-б большая за скорасць паветраных цячэнняў (бо інакш ён будзе ўносіцца ветрам). Такім чынам праблема к і р у е м а с ц і аэрастата зводзіцца да проблемы пабудовы такога рухавіка, магутнасць якога была-б дастаткова в я л і к а й, а в а г а д а с т а т к о в а м а л о й для таго, каб яго можна было ўжываць на паветраных шарах звычайных размераў. Увядзенне бензінавага матора (Даймлер, 1883) і патаненне алюмінія (1890) указалі шлях для вырашэння гэтай праблемы: ва ўжываемых у цяперашні час маторах на адну 1 *к. с.* прыпадае 2 *кг* матэрыялу [2]). Істотнае значэнне мае форма кіруемага аэрастата. Для таго каб зрабіць супраціўленне паветра ў кірунку руху дырыжабля магчыма малым, яму надаюць форму цыгары.

Паветраны шар узнімаецца з прычыны дзеяння выштурхвальнай сілы. Для таго каб утрымаць яго на паверхні зямлі, яго трэба прывязваць. Калі-б яго абалонка была абсалютна непранікальнай для газу, то, узняўшыся, шар мог-бы заставацца наверсе неазначана доўга (аэрастатычная выштурхвальная сіла). Плаванне аэрастата з'яўляецца натуральным (гл. стар. 339). Аналогіяй штучнаму плаванню, якое прадстаўляе сабой пастаяннае перамаганне імкнення патануць і патрабуе плавальных р у х а ў, з'яўляецца штучнае л я т а н н е, пры якім пастаяннае імкненне ўпасць перамагаецца лятальнымі рухамі. Птушка, падстрэленая ў час палёту і спыніўшая рух крыллямі, падае як кожнае іншае цяжкое цела. Для таго каб падняцца з зямлі і ўтрымацца ўверсе, птушка павінна затраціць пэўную работу (аэрадынамічная выштурхвальная сіла).

---

[1] З прычыны таго, што выштурхвальная сіла вызначаецца р о з н і ц а й шчыльнасцей паветра і газу, які напаўняе шар, то ўжыванне некалькі больш шчыльнага газу мала мяняе велічыню пад'ёмнай сілы аэрастата. Так, калі ў разглядаемым прыкладзе вадарод замяніць геліем, шчыльнасць якога ў два разы большая, то пад'ёмная сіла будзе (129—18)=111 *кг*, г. зн. практычна застанецца той-жа самай. Замена вадарода геліем дала-б велізарныя перавагі ў сэнсе пажарнай бяспекі. Перашкода—у рэдкасці і дарагоўлі гелія. Аднак у апошні час у Амерыцы была выяўлена вялікая колькасць гелія, які выдзяляўся з зямлі ў сумесі з іншымі газамі. Ачышчэнне гэтага гелія і ўжыванне яго для тэхнічных мэт, у тым ліку і для паветраплавання, ужо пачынае ажыццяўляцца.

[2] Першы вялікі палёт ад Фрыдрыхсгафена да Майнца быў зроблены Ц э п е л і н а м 4 і 5 жніўня 1908 г. Змяшчальнасць дырыжабля была роўна 15000 *м*³; на ім знаходзіліся два маторы Д а й м л е р а па 110 к. с. вагою ў 560 *кг*. Цэпелін, на якім Э к н е р зрабіў 12—15 кастрычніка 1924 г. на працягу 81 гадз. 17 м. свой пералёт з Фрыдрыхсгафена ў Лэкферст (Амерыка), меў даўжыню ў 200 *м*, дыяметр у 27,64 *м*, аб'ём ў 70 000 *м*³, агульную выштурхвальную сілу—пры 0° і 760 *мм*—84,5 *т*, вагу ў 42 *т*, значыць пад'ёмную сілу ў 42,5 *т*, пяць матораў па 400 к. с. кожны, якія рабілі каля 1400 абаротаў у мінуту (каманда + рэчы важылі 4,5 *т*.

Ровень. Пузырок газу ў вадкасці з прычыны дзеяння выштурхвальнай сілы вады імкнецца ўзняцца ўверх. Калі судзіна, у якой змяшчаецца вадкасць, з усіх бакоў закрыта, то пузырок не зможа выйсці з вадкасці. Ён будзе судатыкацца са сценкай і вадкасцю, прымаючы форму паверхні, якая яго абмяжоўвае, і пры любым палажэнні судзіны будзе імкнуцца заняць у ёй найбольш высокае палажэнне. На кожнае перамяшчэнне судзіны такі пузырок рэагуе надзвычай ч у л ь л і в а, паказваючы, прыкметнае і вымернае перамяшчэнне. На гэтым грунтуецца ўжыванне роўня (Т э в е н о, 1661) для ўстанаўлення гарызантальнай плоскасці і вертыкальнай прамой, а таксама для вымярэння нахілу данай плоскасці да гарызонту.

Рыс. 197. Вадзяны ровень.

Ровень (рыс. 197) прадстаўляе сабой злёгку выгнутую шкляную трубку, напаўняемую магчыма больш рухомай вадкасцю (спірт, эфір) і змяшчаемую маленькі пузырок паветра. Трубка ўмацоўваецца на металічнай пласціцы так, што калі гэта апошняя с т р о г а г а р ы з а н т а л ь н а, пузырок *оо* знаходзіцца на сярэдзіне шкалы *аа*.

Атмасферны ціск. Дослед Тарычэлі. З прычыны таго, што паветра мае вагу, яно ціскне на паверхню зямлі і на ўсе прадметы, якія знаходзяцца на ёй. Лёгка прадэманстраваць гэты ціск пры дапамозе д о с л е д у Т а р ы ч э л і (1643). Прамую, залітаваную з аднаго канца шкляную трубку даўжынёй прыкладна ў 90 *см* напоўнім д а в е р х у іртуццю (так каб у трубцы зусім не засталося паветра); закрыем яе другі канец, апусціўшы гэты канец у судзіну з іртуццю, і адкрыем яго. Тады іртуць у трубцы хоць часткова і апусціцца, але не вылецца цалкам, а застанецца стаяць прыкладна на вышыні 70—80 *см* над узроўнем іртуці ў судзіне (рыс. 198). Гэты працэс можна параўнаць з паводзінамі двух вадкасцей рознай удзельнай вагі, якія знаходзяцца ў злучных судзінах (гл. стар. 334). Вадкасцямі з'яўляюцца ў даным выпадку іртуць і паветра; паверхняй падзелу служыць узровень іртуці *S* (рыс. 199), а злучным судзінам адпавядае трубка і свабодная атмасфера. Над паверхняй падзелу *S* стаіць з аднаго боку слуп іртуці, вышыню якога можна вымерыць, а з другога—слуп паветра (які нельга вымерыць маштабам), прычым апошні дасягае г р а н і ц атмасферы. Слуп паветра не мае ніякага ціску зверху, бо над ім знаходзіцца п у с т а т а. А слуп іртуці? Прастора над іртуццю ў трубцы была першапачаткова т а к с а м а запоўнена іртуццю і т о л ь к і іртуццю. Пасля таго як іртуць вышла з гэтай прасторы, у ёй нічога не засталося (мізэрную колькасць наяўнай там пары іртуці мы пад увагу не прымаем): яно зрабілася пустатой, в а к у у м а м. Такім чынам ціск на слуп іртуці зверху таксама роўны нулю. Адсюль вынікае, што слуп паветра, вышыня якога роўна вышыні атмасферы, і даны слуп іртуці ўраўнаважваюць адзін аднаго: ціск слупа п а в е т р а на *S* роўны ціску слупа іртуці на *S* (таму кажуць: атмасферны ціск „роўны“ такой-та колькасці „сантыметраў іртуці“). Калі вышыня слупа іртуці ёсць *h*, то ціск паветра на 1 *см*^{2} роўны вазе *h* *см*^{3} іртуці, г. зн. роўны *hpг**, дзе p—

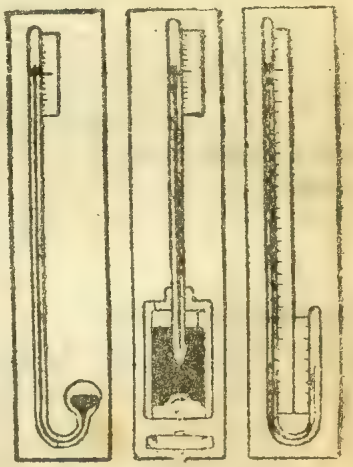
Рыс. 198. Дослед Тарычэлі.

Рыс. 199. Да тлумачэння доследу Тарычэлі.

шчыльнасць іртуці. На ўзроўні мора вышыня слупа іртуці роўна прыкладна 76 *см*. Таму ціск слупа іртуці ў 76 *см* вышыні, прымаюць за адзінку ціску і называюць атмасферай. З прычыны таго, што для іртуці $\rho = 13{,}596$, то ціск у 1 атмасферу дзейнічае на 1 $см^2$ з сілай 1,033 *кг**. Давячая сіла на паверхню цела дарослага чалавека, роўную прыкладна 1 $м^2$, ёсць прыблізна 10000 *кг**. Гэты ціск мы звычайна не адчуваем, бо ў кожным пункце, дзе ён дзейнічае, ёсць таксама і працілеглы яму ціск, іменна ціск паветра або вадкасці (кроў), якія запаўняюць унутраныя поласці цела. Мы можам адчуваць толькі шпаркія адна-баковыя змены ціску, якія бываюць напрыклад пры ўзрыве.

Пры змене атмасфернага ціску вышыня слупа іртуці ў трубцы змяняецца. Няхай напрыклад атмасферны ціск ураўнаважвае слуп іртуці вышынёй у 76 *см*. Калі ціск павялічваецца, то вага іртуці, якая знаходзіцца ў трубцы, робіцца недастатковай для падтрымання роўнавагі, і паветра заганяе іртуць у трубку на большую вышыню. Калі-ж атмасферны ціск падае, то ён робіцца недастатковым для падтрымання слупа іртуці ў трубцы і іртуць апускаецца. Такім чынам установка досведу Тарычэлі змяшчае характэрныя рысы барометра — прыбора, які вымярае ціск атмасферы, у прыватнасці іртутнага барометра.

Барометр. Асноўныя тыпы іртутных барометраў паказаны на рыс. 200, *a*, *b*, *c*. Яны адрозніваюцца дакладнасцю, з якой вытвараецца вымярэнне вышыні слупа іртуці над узроўнем іртуці ў судзіне. Калі вышыня слупа іртуці змяняецца, то перамяшчаецца і ўзровень іртуці ў судзіне, і прытым тым менш, чым шырэй судзіна (у параўнанні з трубкай). У чашачным барометры *a* гэта акалічнасць зусім не ўлічваецца. Іншая справа ў барометры *b* і ў сіфонным барометры *c*. У барометры *b* перад адлікам дзяленняў на шкале ўзровень іртуці ў судзіне (з дапамогай выгібання мяккага замшавага дна судзіны) прыводзіцца да нулявога пункту шкалы. У сіфонным-жа барометры *c* шкала перасоўваецца датуль, пакуль яе нулявы пункт не супадзе з узроўнем ніжняга меніска іртуці. Для дакладных вымярэнняў неабходна ўнесці ў вымяраемую вышыню іртутнага слупа папраўку на тэмпературу—прывесці гэту вышыню да 0°. Змена тэмпературы ўплывае, з аднаго боку, на шчыльнасць іртуці, а з другога—на даўжыню шкалы (цеплавое расшырэнне). Калі напрыклад пры 20° Ц вышыня слупа роўна 760 *мм*, то для прывядзення да 0° трэба вылічыць адсюль 2,5 *мм*. Далей трэба ўлічваць уплыў капілярных сіл, якія імкнуцца змяніць вышыню слупа іртуці. Велічыня гэтай папраўкі залежыць ад дыяметра трубкі барометра. Апроч таго над слупам іртуці змяшчаецца пэўная колькасць іртутнай пары, якая цісне на слуп іртуці і некалькі паніжае яго (пры 20° Ц гэта папраўка роўна 0,003 *мм*).



Рыс. 200. Розныя віды барометраў.

Такім чынам карыстацца іртутным барометрам з улікам усіх неабходных паправак даволі складаная справа. Для менш дакладных вымярэнняў служыць хатні барометр (ужываемы таксама і пры палётах), так званы **барометр-анероід** (Відзі, 1847). Ён складаецца ў асноўным з непранікальнай для паветра закрытай тонкасценнай металічнай каробкі або сагнутай трубкі (абазначанай на рыс. 201 праз *rr*), з якіх выпампавана паветра. Са зменай атмасфернага ціску мяняецца і ціск на каробку, што павялічвае або змяншае яе прагіб. Рух сценак, які ўзнікае пры гэтым, перадаецца (з дапамогай вагара) стрэлцы, што верціцца па круглай шкале. Шкала ўстанаўліваецца параўнаннем анероіда з іртутным барометрам.

Рыс. 201. Барометр-анероід.

Вымярэнне вышыні з дапамогай барометра. З прычыны таго, што атмасферны ціск не пастаянны, то паказанні барометра ў даным месцы робяцца то большымі, то меншымі (кажуць: барометр падае, барометр узнімаецца). У нашых шырынях сярэдні ціск на ўзроўні мора ёсць 760 *мм*. Вышыня іртуці ў барометры залежыць ад вышыні месца назірання над узроўнем мора. На самой справе, вышыня слупа паветра над паверхняй іртуці S (рыс. 199) залежыць ад вышыні гэтай паверхні над узроўнем мора. Гэта вышыня мае найбольшую велічыню на ўзроўні мора, роўна нулю на верхняй граніцы атмасферы, а ў прамежных пунктах мае прамежныя значэнні. У залежнасці ад гэтага мяняецца і вага слупа паветра, г. зн. вышыня іртутнага слупа, неабходнага для яго ўраўнаважвання. Вышыня слупа іртуці ў доследзе Тарычэлі на даху дома меншая, чым у склепе. У лагчыне пры ўзняцці барометра прыкладна не 11 *м*, ён паказвае змяншэнне ціску на 1 *мм*. На вышыні ў 3000 *м* змяншэнне ціску на 1 *мм* адпавядае ўзняццю на 15 *м*. Змена вышыні месца назірання звязана са зменай вышыні іртутнага слупа наступным чынам (Галлей, 1686): калі вышыня расце ў арыфметычнай прагрэсіі, то атмасферны ціск падае ў геаметрычнай прагрэсіі. Гэта правіла пацвярджаецца наступнымі данымі назірання (у паказанні барометра ўнесены ўсе неабходныя папраўкі):

Вышыня ў метрах	0	100	200	300
Слуп іртуці ў *мм*	760	$750{,}5 = 760 \cdot \left(\frac{750 \cdot 5}{760}\right)^1$	$741{,}1 = 760 \cdot \left(\frac{750 \cdot 5}{760}\right)^2$	$731{,}9 = 760 \cdot \left(\frac{750 \cdot 5}{760}\right)^3$

Выражаючыся матэматычна: калі h_1 і h_2 ёсць вышыні двух пунктаў назірання над узроўнем мора, B_1 і B_2—паказанні барометра ў гэтых пунктах і K—пастаянная, то мы маем:

$$h_2 - h_1 = K\,(\lg_{nat} B_1 - \lg_{nat} B_2).$$

Назіранні паказваюць, што $K = 7991$ *м*. Калі падставіць гэта значэнне K і перайсці да дзесятковых лагарыфмаў (улічваючы таксама ўплыў сярэдняй паміж абодвума пунктамі тэмпературы t), то асноўная бараметрычная формула прыме выгляд

$$h_2 - h_1 = 18400(\log B_1 - \log B_2)\,(1 + \alpha t),$$

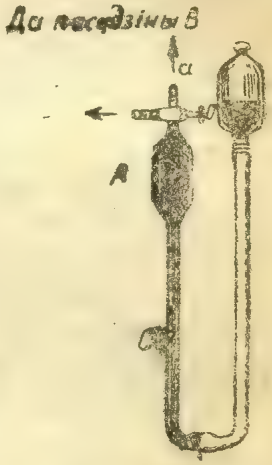
дзе α—каэфіцыент расшырэння паветра (прыблізна $\alpha = \frac{1}{273}$).

У гэту формулу неабходна ўнесці яшчэ папраўкі на вільготнасць паветра і на залежнасць сілы цяжару ад шырыні месца і ад вышыні яго над узроўнем мора. Пастаянная $K = 7991$ *м* ёсць прыведзеная вышыня атмасферы, г. зн. вышыня такой фіктыўнай аднароднай атмасферы, ціск якой ураўнаважваў-бы слуп іртуці вышынёй у 760 *мм*. Пры ціхім надвор'і—моцны вецер можа зрабіць

вельмі значны ўплыў на рэзультат вымярэння—бараметрычныя вымярэнні вышыні амаль таксама дакладныя, як геадэзічныя. У многіх выпадках толькі яны і ўжываюцца.

Вымярэнне глыбіні з дапамогай барометра. З дапамогай барометра, змешчанага ў вадалазны колакал, можна вымяраць і глыбіню данага пункту п а д у з р о ў н е м м о р а. Вадалазны колакал можна сабе ўявіць, калі апусціць у ваду шклянку дном уверх. Як-бы глыбока мы яе ні апускалі—вада ніколі не запоўніць яе цалкам; заўсёды застанецца пэўная прастора, напоўненая паветрам. Вада пранікае ў шклянку самае большае настолькі, наколькі паветра, якое знаходзіцца там, можа быць сціснута вагою слупа вады, змешчанага над шклянкай. Аналагічнае адбываецца і ў вадалазным колакале. Вага слупа вады сціскае паветра, якое знаходзіцца ў колакале, павялічвае яго ціск і тым самым выклікае павышэнне іртуці ў барометры, змешчаным унутры колакала. Калі іртуць у барометры, апушчаным на глыбіню T над узроўнем мора, узнялася на h *см*, то, як паказвае простае дапасаванне закона злучных судзін, $T = h \cdot \frac{\rho}{\sigma}$, дзе ρ — шчыльнасць іртуці, σ—шчыльнасць морскай вады ($\sigma > 1$ з прычыны прысутнасці солі ў вадзе).

Іртутны насос Гейслера. Дослед Тарычэлі паказвае, што можна атрымаць прастору, пазбаўленую паветра. Да гэтага доследу існаванне п у с т о й прасторы лічылася немагчымым: „прырода баіцца пустаты“ (horror vacui!). Магчымасць атрымаць беспаветраную прастору—больш дакладна кажучы: зрабіць ціск паветра колькі заўгодна малым у параўнанні з атмасферным ціскам—вельмі шырока выкарыстоўваецца ў радзе тэхнічных і навуковых прыбораў, напрыклад у электрычных лямпачках напальвання, пнеўматычных тармазах, флягах-тэрмасах, кандэнсатарах паравых машын, катодных трубках і ў безліч іншых.



Рыс. 202. Прынцып пабудовы іртутнага насоса Гейслера.

Асновай аднаго з найбольш радыкальных метадаў выпампоўвання паветра служыць сам дослед Тарычэлі. Няхай у прасторы A над іртутным слупам атрыманы вакуум (як у доследзе Тарычэлі). Злучым яго, адкрыўшы кран, з той прасторай B, з якой мы хочам выдаліць паветра. Тады паветра, якое знаходзіцца ў судзіне B, пашырыцца па прасторы $A+B$, г. зн. разрэдзіцца. Закрыем затым зноў кран і пачнем усю аперацыю спачатку: выганім зноў паветра з A, зноў злучым A з B і г. д. Адным словам, будзем увесь час злучаць прастору B з пустой прасторай A. Такім спосабам рана або позна можна зрабіць колькасць паветра ў B настолькі м а л о й, што судзіну B таксама можна будзе назваць „пустой“. На гэтым прынцыпе быў пабудаваны першы іртутны насос (Гейслер, 1857). У цяперашні час гэты насос мае толькі гістарычнае значэнне, але ў свой час ён адыграў велізарную ролю ў развіцці вакуум-тэхнікі. На рыс. 202 паказаны толькі яго асноўныя часткі. Даўжыня трубкі C з расшырэннем A роўна прыкладна 80—90 *см*—яна адпавядае бараметрычнай трубцы ў доследзе Тарычэлі. Унізе яна злучана каўчукавай трубкай з судзінай E, у якой знаходзіцца іртуць. Паварачваючы кран O, можна злучыць судзіну A (праз трубку d)

з эвакуіруемай судзінай B або са знешняй атмасферай або зусім закрыць яе. Для таго каб выпампаваць паветра з судзіны B, робяць наступнае: спачатку з дапамогай крана O злучаюць судзіну A са знешняй атмасферай і падымаюць E на такую вышыню, каб іртуць выцесніла ўсё паветра з A і C і дайшла да самага крана O, як паказана на рыс. 202. Пасля гэтага закрываюць кран і апускаюць судзіну E. Тады, як і ў доследзе Тарычэлі, іртуць у трубцы C апускаецца да пэўнай вышыні (адпаведнай паказанням барометра) і над слупам іртуці ў судзіне A ўтвараецца пустата. З дапамогай крана O гэту пустую судзіну A злучаюць з судзінай B. Паветра з B пашыраецца па судзіне A і трубцы C, выцясняючы з яе іртуць. Далей зноў аддзяляюць судзіну A ад судзіны B, злучаюць яе са знешняй атмасферай, падымаюць E датуль, пакуль усё паветра з A не будзе выцеснена, атрымліваюць у A вакуум—адным словам, паўтараюць увесь працэс. Паветра ў B разрэджваецца зразумела тым хутчэй, чым меншая судзіна B і чым большая судзіна A.

Якая скорасць гэтага разрэджання? Няхай першапачатковы ціск у B, роўны ціску акружаючай атмасферы, ёсць p_0. Калі B злучаецца з пустой прасторай A, то паветра, якое там знаходзіцца, пашыраецца па ўсёй прасторы $A+B$. Калі абазначыць атрымліваемы пры гэтым ціск праз p_1, то паводле закона Бойля маем:

$$\frac{p_1}{p_0}=\frac{B}{A+B},$$

адкуль

$$p_1=\frac{B}{A+B}\cdot p_0.$$

p_1 ёсць ціск у B пасля першага злучэння з A. Пасля паўтарэння працэсу ціск у B падае да p_2, прычым

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{B}{A+B},$$

адкуль

$$p_2=\frac{B}{A+B}\cdot p_1=\left(\frac{B}{A+B}\right)^2\cdot p_0.$$

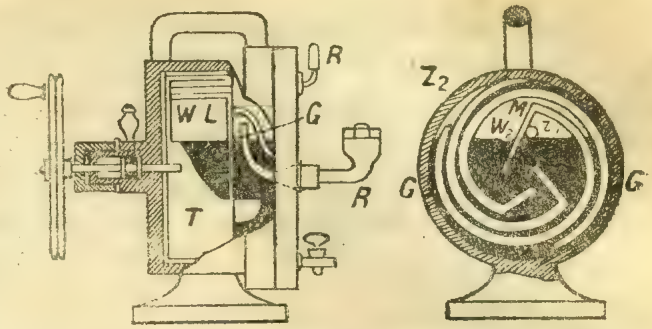
Пасля n-га разу ціск падае да

$$p_n=\left(\frac{B}{A+B}\right)^n\cdot p_0.$$

Насос Гейслера паслужыў зыходным пунктам для пабудовы цэлага раду аналагічных насосаў, напрыклад насоса Тэплера, у якім кран O заменены клапанам. Аднак усе насосы, якія працуюць на аснове прынцыпа Тарычэлі, маюць адзін істотны недахоп: крайнюю марудnасць дзеяння. У цяперашні час яны выцеснены іншымі мадэлямі, напрыклад вярчальным іртутным насосам Гедэ (1906).

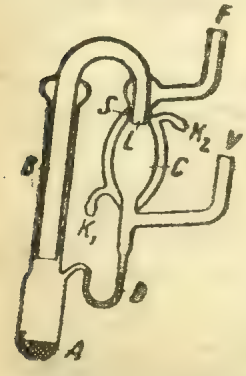
Насос Гедэ. У вярчальным іртутным насосе Гедэ няма ні кранаў, ні клапанаў. Таксама, як і ў насосе Гейслера, у насосе Гедэ спачатку паветра выцясняецца з судзіны іртуццю (значная частка яго яшчэ раней выдаляецца дапамож-

ным насосам), затым атрымліваемая пустая прастора злучаецца з адпампоўваемай судзінай і гэты працэс паўтараецца датуль, пакуль у адпампоўваемай судзіне не атрымаецца дастатковая пустота. У насосе Гедэ ёсць не адна судзіна паслядоўна напаўняемая паветрам і затым выпаражняемая, але цэлых тры судзіны, якія ўступаюць у дзеянне адна следам за другой. Такім чынам адпампоўванне тут адбываецца так, як калі-б на рыс. 202 мы мелі не а д н у судзіну A а тры судзіны, размешчаныя пад вуглом у 120° адна да адной (падобна да кола млына) і паслядоўна займаючыя палажэнне паміж трубкай C і судзінай B. Пры гэтым іртуць не ўліваецца і зноў выліваецца, як у насосе Гейслера, а судзіну A можна хутчэй палічыць падобнай да вядра, якое, як у землечарпальнай машыне захоплівае і зноў выплёсквае іртуць. У першы момант застаецца пустой прастора каля д н а вядра, якая і злучаецца з адпампоўваемай судзінай. Сэрцам насоса Гедэ (рыс. 203) з'яўляецца барабан T (з фарфура або сталі), падзелены на тры камеры W, які верціцца навакол гарызантальнай восі, будучы ўвесь час нагружаным у іртуць (ён робіць прыкладна 30 абаротаў у мінуту). Пры гэтым вярчэнні камеры па чарзе захопліваюць і выплёскваюць іртуць праз каналы Z, і праз адтуліну L прыходзяць у злучэнне з трубкай R, якая вядзе да адпампоўваемай судзіны. Іртуць, якая выцякае з камер, пераносіць выпампаванае паветра праз каналы Z у судзіну G, адкуль гэта паветра неперарыўна выдаляецца праз трубку R_1 з дапамогай спецыяльнага дапаможнага насоса. Вышэй апісаны насос яшчэ нядаўна лічыўся самым лепшым; аднак зараз ёсць яшчэ лепшыя насосы, нядаўна сканструяваныя тым-жа Г е д э і іншымі даследчыкамі (малекулярны насос, кандэнсацыйны насос), дзеянне якіх грунтуецца на іншых фізічных працэсах.



Рыс. 203. Вярчальны іртутны насос Гедэ. Вертыкальнае сячэнне (уздоўжнае)—праз вось вярчэння (папярочнае)—перпендыкулярна да восі.

Іртутны кандэнсацыйны насос (Лангмюіра-Гедэ). Не падаючы апісання малекулярных насосаў, складаных і дарагіх, абмяжуемся апісаннем выдатнай па прастаце, таннасці і выключнай па прадукцыйнасці канструкцыі кандэнсацыйнага насоса. Форма, наданая яму Лангмюірам, паказана на рыс. 204.

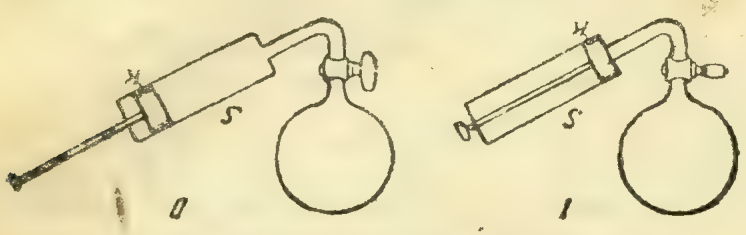


Рыс. 204. Іртутны кандэнсацыйны насос Гедэ-Лангмюіра.

Рэзервуар A, напоўнены да палавіны іртуццю, нагараваецца газам або токам да 350—400°. Інтэнсіўны струмень іртутнай пары ўзнімаецца па трубцы B (звычайна пакрытай знадворку азбестам для папярэджання заўчаснай кандэнсацыі іртуці) і выходзіць з адтуліны L у пашырэнне C. Гэты струмень утварае інтэнсіўны „іртутны вецер", які падхоплівае паветра, што знаходзіцца ў C. Каб такое падхапляльнае дзеянне мела месца, неабходна папярэдне панізіць ціск у C, што дасягаецца пры дапамозе спецыяльнага насоса, далучанага да трубкі F і паніжаючага ціск у C да 0,05—0,1 *мм*. Паветра, падхопліваемае іртутнай парай і заганяемае ёю ў ніжнюю частку пашырэння C, выдаляецца прэч неперарыўна-дзеючым дапаможным насосам. На месца яго праз кольцападобную шчыліну S паступае ў выніку д ы ф у з і і паветра з адпампоўваемай прасторы, палучанай да трубкі F. Іртутная-ж пара, якая трапляе ў C, кандэнсуецца з прычыны цыркулюючай навакол C вады (якая зацякае і выцякае з халадзільнікі праз трубкі K_1 і K_2) і сцякае праз D назад у A. Пры правільным размяшчэнні халадзільніка і дастатковым папярэднім разрэджанні пара іртуці, якая вырываецца з L, не трапляе ў шчыліну S і не перашкаджае неперарыўнай дыфузіі адпампоўваемага газу з F у C. Такім чынам працэс адпампоўвання можа ісці колькі заўгодна далёка. Насосы гэтага тыпу могуць даць разрэджанне да 10^{-8} *мм* іртутнага слупа. Другой выдатнай іх уласцівасцю з'яўляецца вельмі высокая прадукцыйнасць: хуткасць адпампоўвання дасягае некалькі сот і нават тысяч кубічных сантыметраў у с е к у н д у.

Галоўны недахоп кандэнсацыйнага насоса, таксама як і малекулярнага насоса і апісанага вышэй іртутнага насоса Гедэ,—неабходнасць папярэдняга разрэджання. У цяперашні час, між іншым, распрацаваны канструкцыі, якія прадстаўляюць па сутнасці камбінацыю двух і больш кандэнсацыйных насосаў, што могуць працаваць пры лёгка ажыццяўляемым папярэднім разрэджанні (15—20 *мм* іртутнага слупа).

Паветраны насос з поршнем. Апроч іртутных насосаў існуюць і іншыя тыпы паветраных насосаў. Першым паветраным насосам з'яўляецца поршневы насос (Отто-фон-Герыке). Згодна таго-ж прынцыпа і дагэтуль будуюцца насосы, якія найбольш часта ўжываюцца ў тэхніцы, дзе маюць справу з вялікімі масамі паветра. Асноўнай часткай поршневага насоса з'яўляецца цыліндр *S*, у якім перасоўваецца непранікальны для паветра поршань *K*. Цыліндр адпавядае тут бараметрычнай трубцы, а поршань—іртуці. Схема насоса паказана на рыс. 205. Падобна да судзіны *A* на рыс. 202, цыліндр *S* паслядоўна злучаецца і разлучаецца з адпампоўваемай судзінай. Для гэтай мэты служыць або трайны кран, падобны да крана *O* ў насосе Гейслера і крана *H* на рыс. 193, або клапан, або залатнік. Адпаведна гэтаму бываюць насосы з кранам, клапанам, або залатніком. Насос з кранам (рыс. 205) працуе наступным чынам. Злучым цыліндр з дапамогай крана *H* са знешняй атмасферай і ўсунем поршань да палажэння *I*; пры гэтым паветра з цыліндра будзе выцеснена. Закрыем цяпер кран і перасунем поршань у палажэнне *II*. Тады паміж поршнем і дном цыліндра ўтворыцца пустая прастора. (Гэта пустата—не ідэальная; мы яшчэ вернемся да гэтага пытання.) Злучым адкачваемую судзіну з цыліндрам; паветра, якое знаходзіцца ў судзіне, расшырыцца і разрэдзіцца. Нарэшце закрыем зноў адпампоўваемую судзіну, злучым цыліндр са знешняй атмасферай і прывядзем поршань у палажэнне *I*, выштурхнуўшы паветра, якое сабралося ў цыліндры. Насос прыведзен у першапачатковае палажэнне, і можна паўтарыць увесь працэс зноў. Паветра ў судзіне будзе разрэджвацца ўсё больш і больш. Дасягаемая ступень разрэджання залежыць ад таго, наколькі старанна зроблены паасобныя часткі насоса (поршні, краны, клапаны і г. д.). Аднак з поршневым насосам ніколі нельга дасягнуць такіх рэзультатаў, як з іртутным. На самой справе: у абодвух насоса адпампоўваемая судзіна судатыкецца з пустой прасторай. Але ў іртутным насосе яна сапраўды пустая (калі абстрагавацца ад слядоў іртутнай пары), у поршневым-жа насосе—не. Іртуць напаўняе тую прастору, у якую яе наліваюць, цалкам, і, выходзячы адтуль, пакідае яе зусім пустой. Іншая справа з поршнем. Паміж поршнем і дном цыліндра заўсёды застаецца так званая „шкодная прастора". Калі поршань адсоўваецца, паветра з гэтай „шкоднай прасторы



Рыс. 205. Схема паветранага насоса з поршнем.

пашыраецца па ўсім цыліндры. Чым меншая гэта прастора ў адносінах да ўсяго цыліндра, тым больш набліжаецца дасягнутае ў цыліндры разрэджанне да пустаты. Работа насоса з клапанам або залатніком адрозніваецца толькі больш зручным (аўтаматычным) злучэннем цыліндра з адпампоўваемай судзінай і з атмасферай.

Работа насоса ў значнай ступені залежыць ад велічыні шкоднай прасторы. Лепшым поршневым насосам (з залатніком) можна дасягнуць разрэджання ў ½ *мм* іртутнага слупа. Найменш шкодная прастора ў так званых масляных насосах, у якіх поршань пакрываецца тонкім слоем невыпаральнага масла і таму вельмі шчыльна прылягае да дна і сценак цыліндра.

Рыс. 206. Іртутны насос Шпрэнгеля.

Асабліва зручная канструкцыя маслянага насоса, прапанаванага Гедэ. У ім паступальны рух поршня ўперад і назад заменены вярчальным рухам цыліндра з рухомымі лопасцямі, змешчанага эксцэнтрычна ў другім цыліндры. Гакая пабудова робіць гэты насос вельмі зручным і велмі прадукцыйным. Дэтальнае апісанне яго можна знайсці ў спецыяльных курсах (гл. напрыклад Дзюнуайе, Тэхніка вакуума).

Своеасаблівае ажыццяўленне прынцыпа поршневага насоса прадстаўляе сабой іртутны насос Шпрэнгеля (1865). Шкляная трубка шырынёй у 2—3 *мм* падводзіць да насоса іртуць з рэзервуара (рыс. 206). Месцу выхаду іртуці надан выгляд вузкага сапла, з якога іртуць выцякае тонкім струменем і разбіваецца на кроплі. Пры сваім падзенні іртуць праходзіць міма адтуліны бакавой трубкі, якая вядзе да адпампоўваемай судзіны, і паступае ў доўгую (каля 1 *м*) і вузкую (каля 1 *мм*) вертыкальную трубку, апушчаную ў шклянку з іртуццю. Кроплі іртуці адыгрываюць ролю як-бы маленькіх поршняў, якія павольна—з прычыны супраціўлення паветра і церця аб сценкі—слізгаюць па трубцы і падхоплівaюць з сабой паветра. Па меры разрэджання паветра ў судзіне вертыкальная трубка ўсё больш і больш напаўняецца іртуццю з шклянкі, перашкаджаючы знадворнаму паветру ўваходзіць у насос. Пры поўным разрэджанні вертыкальная трубка служыць іртутным запорам (калонка іртуці дасягае вышыні бараметрычнай калонкі). Насосы гэтыя могуць даваць вельмі добрае разрэджанне (да 10^{-4} і нават да 10^{-5} *мм*). Але дзейнічаюць яны вельмі марудна.

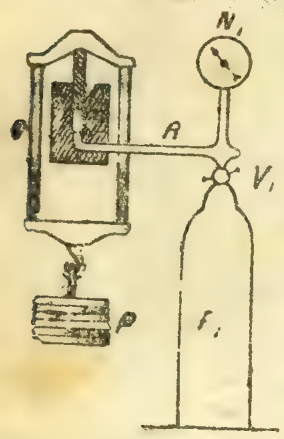
Нагнятальны насос. Кампрэсар. З дапамогай поршневых насосаў можна таксама сціскаць газы. Хоць пабудова нагнятальных насосаў іншая, чым адпампоўвальных (бо ім прыходзіцца вытрымліваць вялікі ціск—парадку некалькіх сот атмасфер), спосаб іх дзеяння таксама можа быць растлумачаны рыс. 205. Для таго, каб сціскаць газ у судзіне, поршань ставіцца ў палажэнне *II*, кран *H* паварачваецца так, што цыліндр злучаецца з судзінай і адлучаецца ад знешняй атмасферы. Калі цяпер прывесці поршань у палажэнне *I*, то паветра з цыліндра пяройдзе ў судзіну. Адлучыўшы цыліндр ад судзіны і злучыўшы яго са знешняй атмасферай, прывядзем поршань зноў у палажэнне *II*. Цыліндр зноў напоўніцца паветрам і г. д. Магчымасцю любым спосабам павялічваць і змяншаць ціск паветра ў замкнутай судзіне можна карыстацца для атрымання пэўнай работы. Прылада, патрэбная для гэтага, пабудавана так: у трубцы *RR* (рыс. 207) можа перасоўвацца ўздоўж сценак непранікальны для паветра поршань *K*. Калі разрэдзіць паветра ў прасторы *B*, а прастору *A* злучыць са знешняй атмасферай, то поршань *K* будзе падпадаць лішкаваму ціску з боку *A* і перасунецца ў кірунку стрэлкі. Калі, наадварот, згусціць паветра ў *B*, пакідаючы *A* злу-

Рыс. 207. Выкананне работы з дапамогай ціску паветра (павет-раны матор).

чанай з атмасферай, то K будзе падпадаць ціску з боку B і перасунецца ў працілеглым кірунку. Пры разрэджанні работа выконваецца ў с о с в а л ь н а й с і л а й, пры сцісканні—с і л а й ц і с к у. Часта дзейнічаюць абедзве сілы адначасова.

Сцісканнем паветра карыстаюцца напрыклад (адзін прыклад на сотні!) у паветранай пошце. У цыліндрычную трубку з дыяметрам у некалькі сантыметраў укладваюць скрутачкі з лістамі, якія шчыльна, накшталт поршня, затыкаюць трубку і могуць слізгаць у ёй. З прычыны згушчэння паветра на адным канцы трубкі скрутачкі падпадаюць ціску з гэтага боку і перасоўваюцца па трубцы. Газ, які ўжываецца для асвятлення на чыгунках, звычайна сціскаюць, каб зрабіць яго аб'ём магчыма меншым. Сціснутая вуглекіслата ўжываецца звычайна на піваварных заводах. У тэхніцы таксама ўжываюцца сціснуты вадарод, кісларод і азот.

Манометр. Згушчэнне і разрэджанне газу (асабліва паветра) вымяраецца звычайна ў адносінах да акружаючай яго атмасферы. Інакш кажучы, вымяраецца наколькі ціск данага газу б о л ь ш ы або м е н ш ы за атмасферны ціск.



Рыс. 208. Вагавы манометр. Ціск сціснутага газу F урэўнаважваецца грузам „p“ вага якога перадаецца на корпань праз падважку G.

Прыборы, якія служаць для вымярэння згушчэнняў і разрэджанняў газу, называюцца м а н о м е т р а м і. Для згушчэнняў і разрэджанняў ужываюцца розныя тыпы манометраў. Манометры служаць звычайна для вымярэння а д н а б а к о в ы х адхіленняў ад нармальнага ціску, дазваляючы вымяраць ціскі або, большыя, або меншыя за нармальны, але за тое ў даволі шырокіх границах. Звычайны-ж барометр паказвае невялікія (некалькі сантыметраў) в а г а н н і нармальнага ціску і стаіць то вышэй, то ніжэй 760 *мм*.

Найпрасцейшым тыпам манометра, ужываемага для вымярэння ціскаў большых за 760 *мм*, магла-б служыць *U*-падобная вертыкальная, адкрытая з абодвух канцоў трубка, напоўненая да пэўнай вышыні іртуццю (у выпадку маленькіх лішкаў ціскаў яе можна напоўніць таксама і больш лёгкімі вадкасцямі, напрыклад вадой, серкавай кіслатой або гліцэрынам). Адзін канец злучаецца з той судзінай, ціск у якой вымяраецца, другі—застаецца адкрытым. Такім чынам у адным калене на іртуць ціснe сціснуты газ, у другім—атмасфера. Калі ціск газу роўны ціску знешняга паветра, то іртуць стаіць у абодвух каленах на аднолькавай вышыні; калі-ж ціск газу большы, то ў злучаным з ім калене іртуць апускаецца, а ў другім калене ўзнімаецца. Тая вышыня, на якую слуп іртуці ў свабодным калене перавышае слуп у калене, злучаным з судзінай, і паказвае перавышэнне ціску газу над атмасферным ціскам[1]. Калі іртуць стаіць у адкрытым калене на 1×76 *см* або 2×76 *см* і г. д. вышэй, чым у другім, то гэта азначае, што ціск газу п е р а в ы ш а е ціск паветра на 1, 2,.. і г. д. атмасферы, г. зн. што ён роўны 2, 3,... і г. д. атмасферам. Такім чынам манометр, ужываемы для вымярэння ціскаў нават парадку некалькіх атмасфер, павінен быць вельмі доўгім. Каб унікнуць гэтай нязручнасці, адкрытае калена звычайна залітоўваюць. Тады іртуць, якая ўзнімаецца, сціскае паветра, што знаходзіцца ў гэтым калене, прымае на сябе з яго боку зваротны ціск і спыняе ўзнімацца тады, калі гэты зваротны ціск плюс ціск, выкліканы рознасцю вышынь іртуці ў абодвух каленах, роўны вымеранаму ціску сціснутага газу. Даўжыня трубкі ў такіх манометрах не перавышае 60—80 *см*.

Такія манометры з'яўляюцца аднак чыста лабараторнымі інструментамі. Для тэхнічных мэт ужываюцца металічныя манометры, аналагічныя анероіду: судзіна са сціснутым газам злучаецца з унутранасцю каробкі анероіда, ціск газу выклікае дэфармацыю пругкай каробкі і перамяшчае стрэлку па шкале. Дзяленні на шкале павінны быць нанесены з параўнання з іртутным манометрам.

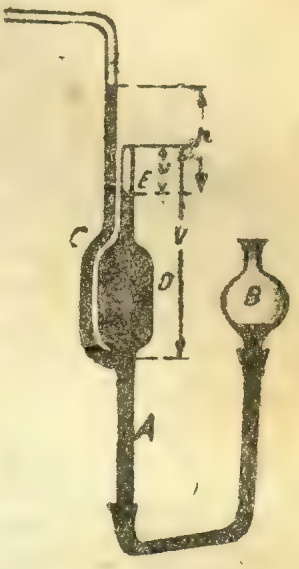
Для вымярэння вельмі высокіх ціскаў (парадку тысячы атмасфер) ужываецца в а г а в ы манометр. Вымяраемы ціск з судзіны F (рыс. 208) перадаецца па трубцы R

---

[1] Лёгка зразумець, што такі манометр можа служыць таксама для вымярэння ціскаў, меншых за атмасферны. У гэтым выпадку вадкасць будзе стаяць в ы ш э й у калене, злучаным з даследуемым рэзервуарам.

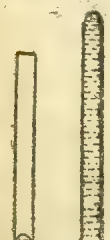
унутр тоўстасценнага цыліндрычнага канала, закрытага добра прышліфаваным поршнем. Сячэнне поршня роўна q. На поршань зверху ціснe прывешаны да яго груз p. Вымярэнне заключаецца ў падборы велічыні груза, пры якой поршань застаецца ў роўнавазе. Пры гэтым на плошчу b дзейнічае сіла p, г. зн. велічыня ціску роўна $\frac{p}{q}$.

Вакуум-манометры. Ціск разрэджаных газаў вымяраецца манометрамі, падобнымі да барометра (у якасці вадкасці бярэцца іртуць або гліцэрын). З прычыны таго, што тут ціск ніжэй атмасфернага, то слуп іртуці, які ўраўнаважвае яго, ніжэй за слуп іртуці ў барометры. Такі вакуум-манометр прадстаўляе сабой проста пакарочаны барометр (рыс. 209). На самой справе, уявім сабе U-падобную трубку, як падана на рыс. 209 а, закрытае калена якой цалкам запоўнена іртуццю (або іншай вадкасцю). Такі манометр не зможа вымяраць ціскі, большыя, за адпавядаючыя даўжыні яго закрытага калена, не можа відавочна служыць для вызначэння ціскаў, велічыня якіх не перавышае розніцы ўзроўняў вадкасці ў абодвух каленах. Розніца вышынь слупоў адлічваецца па міліметровай шкале. Яе лёгка можна перавесці ў долі атмасферы (пакарочаны барометр можна параўняць з медыцынскім тэрмометрам, якім таксама можна вымяраць температуру толькі ў пэўным абмежаваным інтэрвале).

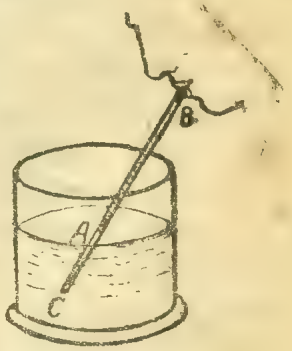


Рыс. 209. Вакуум-манометр Мак-Леода.

Вельмі пашыраны, асабліва для вымярэння зусім малых ціскаў, вакуум-метр Мак-Леода (1874). Дзеянне яго грунтуецца на законе Бойля. Малы ціск p_x (тысячныя і нават дзесяцітысячныя долі міліметра іртутнага слупа) вымяраюць наступным чынам. Аддзяляюць некаторы вядомы аб'ём V даследуемага газу, які знаходзіцца пад ціскам p_x і затым сціскаюць яго настолькі, каб ціск яго p можна было лёгка вымерыць (некалькі міліметраў іртутнага слупа). Аб'ём газу змяншаецца пры гэтым да велічыні v, якая будзе яшчэ надзейна вымернай, калі першапачатковы аб'ём V узяты дастаткова вялікі. На падставе закона Бойля $p_x = \frac{v}{V} \cdot p$. Вакуум-метр змяшчае толькі даны газ і іртуць. На рыс. 209 наданы момант вымярэння v і p. Шляхам узняцця судзіны з іртуццю B аб'ём газу V адмяжоўваецца ад астатняга газу—газ ізалюецца ў прасторы D з капілярам E, ёмістасць якіх вядома. Пасля гэтага газ заганяюць у калібраваны капіляр E, пакуль яго аб'ём не зробіцца роўны V. Ціск вымяраецца розніцай вышынь слупоў іртуці ў C і E.

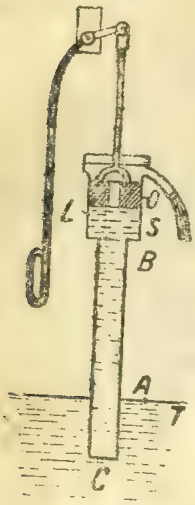

Рыс. 209а. Пакарочоны барометр.

Усосвальны і нагнятальны вадзяныя насосы. Лішак атмасфернага ціску, які атрымліваецца пры разрэджанні газу, можна выкарыстаць розным спосабам. Разгледзім працэс усосвання вадкасці ў трубку (рыс. 210). Трубка BC адыгрывае тут ролю цыліндра, а слуп вадкасці AC—ролю поршня на схеме рыс. 205. Прыложым шчыльна губы да канца трубкі B і ўцягнем у сябе паветра (няўдыхаючы яго праз нос). Тады паветра, якое займала раней частку трубкі AB, пашырыцца па ўсім аб'ёме нашых лёгкіх і разрэдзіцца. На канец A будзе дзейнічаць ціск меншы за атмасферны, а на канец C—ціск атмасферы. Лішак апошняга будзе заганяць вадкасць уверх па трубцы.

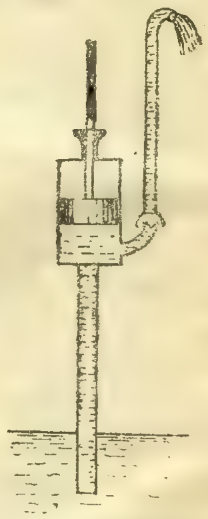


Рыс. 210. Фізічнае тлумачэнне працэса усосвання.

На гэтым прынцыпе грунтуецца пабудова ўсосвальнага вадзянога насоса (рыс. 211). Басейн *T* адыгрывае ролю вады ў шклянцы на рыс. 210; трубка *CB* і цыліндр *L* (які можа быць аддзелены ад трубкі клапанам *S*, што адкрываецца **толькі ўверх**)—ролю трубкі *BC* (рыс. 210) і чалавечых лёгкіх. Удыханню адпавядае ўзняцце поршня *O*. Канал у поршні прыкрыты клапанам, які таксама адкрываецца **толькі ўверх**. Таму пры ўзняцці *O* клапан застаецца шчыльна закрытым з прычыны дзеяння лішкавага знешняга ціску. Насос працуе наступным чынам. Спачатку вада стаіць у трубцы на ўзроўні *A*, а поршань—на дне цыліндра. Узнімаючы поршань, мы разрэджваем паветра пад ім і змяншаем ціск на клапан *S*. Цяпер на гэты клапан знізу дзейнічае большы ціск, чым зверху; таму ён адкрываецца. Паветра, якое знаходзілася раней у *AB*, пашыраецца тады па ўсім цыліндры і разрэджваецца. Вада ў *AC* падпадае **зверху** меншаму ціску, чым знізу—гэты лішак ціску заганяе яе ўверх да той вышыні, пры якой ціск утвараючага слупа вады плюс ціск паветра, якое засталося яшчэ ў трубцы і цыліндры, не зробіцца роўным атмасфернаму ціску. Калі гэта вышыня будзе дасягнута, ціск ва ўсіх пунктах слупа зробіцца аднолькавым, клапан пад дзеяннем уласнай вагі апусціцца і закрые трубку (вада пры гэтым можа яшчэ і не дасягнуць цыліндра). Калі цяпер пачаць зноў апускаць поршань уніз, то паветра паміж ім і (закрытым) клапанам *S* будзе сціскацца. Яго ціск адкрые другі клапан, які ёсць у поршні, і дасць паветру магчымасць выйсці ў знадворак. Апусціўшы поршань да дна цыліндра і выціснуўшы такім чынам з яго амаль усё паветра, мы зноў узнімаем поршань, разрэджваючы прастору пад ім. Паветра, якое яшчэ засталося над слупам вады ў трубцы, адкрые сваім ціскам клапан *B* (на які цяпер зверху ціск мінімальны) і пашырыцца па цыліндры, а за ім узнімецца і вада, заганяемая лішкавым ціскам атмасферы. Урэшце вада трапляе ў цыліндр і пры наступным апусканні поршня адкрые клапан, які знаходзіцца ў ім, пяройдзе на верхні бок поршня і выллецца праз адводную трубу.



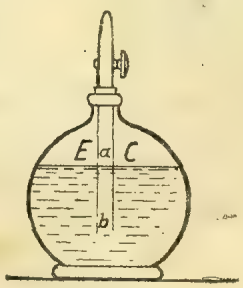
Рыс. 211. Адпампавальны вадзяны насос.


Рыс. 212. Адпампавальны нагнятальны вадзяны насос.

Якою павінна быць гранічная вышыня над узроўнем, на якую яшчэ можа ўцягнуцца вада? Ціск атмасферы ўраўнаважваецца слупам **ртуці** вышынёй у 76 *см*, г. зн. слупам вады ў $13{,}6 \times 76$ *см* $\cong 10$ *см*. Такім чынам вада можа ўзняцца над узроўнем басейна не больш чым на 10 *м*. Звычайна ўжываемыя насосы выкананы недастаткова старанна і не даюць ўзняцця на 10 *м*; яны могуць узняць ваду самае большае на 8 *м*. Там, дзе патрэбна больш высокае ўзняцце, ужываюць камбінаваны насос. Ваду засос-

ваюць настолькі высока, наколькі гэта магчыма, і накіроўваюць у адводную трубу, загнутую вертыкальна ўверх (рыс. 212). Пры апусканні поршня ціск яго заганяе ваду па гэтай трубцы да патрэбнай вышыні. Клапан, які змешчаны паміж гэтай трубкай і цыліндрам і адкрываецца ўнутр трубкі, не дае вадзе выйсці назад у цыліндр пры ўзняцці поршня.

Геронаў шар. Пажарны насос. У насосе (рыс. 212) ціск паветра дае эфект не большы, чым у звычайным усасвальным насосе. Вялікая вышыня ўзняцця дасягаецца толькі тым, што поршань штурхае непасрэдна ваду, засасаную ў цыліндр. Іншая справа пажарны насос. У ім вада выкідваецца на вышыню значна большую, чым 8 *м*, самім ціскам паветра. Але для гэтага паветра павінна быць папярэдне сціснута і даведзена да ціску, які значна перавышае ціск атмасферы: іменна з прычыны гэтага ён можа выкідваць ваду так высока. Асноўную частку пажарнага насоса прадстаўляе сабой паветраны рэзервуар. Ён працуе паводле таго-ж прынцыпу, як і геронаў шар (рыс. 213). Дзеянне зводзіцца да наступнага. Частка судзіны напаўняецца вадкасцю і закрываецца непранікальным для паветра коркам, праз які шчыльна праходзіць трубка, што апускаецца ніжэй узроўня вадкасці. Узровень вадкасці падзяляецца трубкай на дзве часткі: адна (большая) частка *EC* знаходзіцца ў судатыканні з паветрам, заключаным у судзіне; другая (меншая) частка *a* абмяжоўвае слуп вадкасці ў трубцы і судатыкаецца са знешняй атмасферай. Калі ціск на *EC* робіцца значна большым за атмасферны ціск, які дзейнічае на вадкасць у трубцы *ab*, то геронаў шар пачынае працаваць, г. зн. вадкасць пачынае выкідвацца з трубкі, як з фантана. Ціск на паверхню *EC* можна павысіць, удуваючы паветра напрыклад праз трубку *ab* праз ваду. Пасля сканчэння ўдування ціск над *EC* будзе большым за атмасферны. Калі цяпер, адкрыўшы кран, зноў зрабіць выхад з трубкі *ab* свабодным, то ціск у судзіне пачне выкідваць ваду ўверх датуль, пакуль не зробіцца роўным атмасфернаму ціску (дзеючаму на вадкасць у трубцы зверху). Геронавым шарам з'яўляецца напрыклад сіфон з шыпучымі напіткамі (содавая вада). Ціск вуглекіслаты, якая збіраецца над вадкасцю, большы за ціск атмасферы. Калі адкрыць пагружаную ў вадкасць трубку, то гэты ціск пагоніць вадкасць па трубцы. Геронаў шар ужываецца таксама як і прамывалка ў лабараторыі (рыс. 214), прычым паветра тут удуваецца праз другую трубку, якая не даходзіць да паверхні вадкасці.



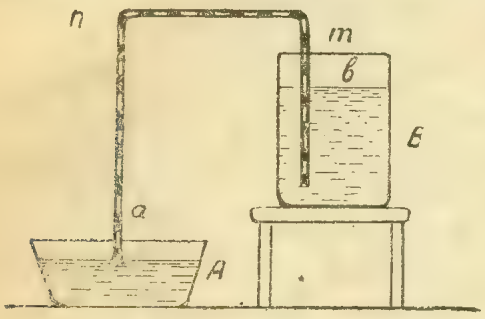
Рыс. 213. Геронаў шар.

Рыс. 214. Геронаў шар у якасці прамывалкі.

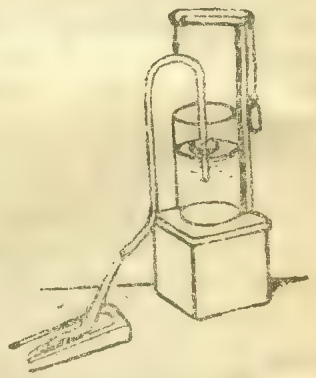
Аналагічная пабудова выкарыстана ў пажарным насосе. Ціск павелічваецца там шляхам напампоўвання вады, якая сціскае паветра ў спецыяльным колакале. Ваду ўганяюць адначасова два насосы, якія працуюць такім чынам, што калі ў адным поршань узнімаецца, у другім у той-жа час апускаецца. Такім чынам падача вады ажыццяўляецца больш роўнамерна. Дзеянне-ж паветра, сціснутага ў колакале, забяспечвае выкідванне неперарыўнага струменя вады, у працілегласць звычайнаму насосу, які падае ваду штуршкамі.

Сіфон. Сіфон (рыс. 215) прадстаўляе сабой своеасаблівы адпампавальны насос, які дзейнічае без кранаў, клапанаў і г. д. Гэта—проста сагнутая трубка з двума каленамі няроўнай даўжыні, звычайна шкляная (хоць можна ўзяць і каўчукавую трубку). Як паказана на рыс. 215, кароткае калена, якое адпавядае трубе ў адпампавальным насосе, пагружана ў судзіну з вадкасцю.

У звычайным насосе выпампоўваемая вада ўзнімаецца над узроўнем басейна *T*; сіфон-жа працуе толькі тады, калі адтуліна, з якой выцякае вада, знаходзіцца ніжэй узроўня вады ў адпампоўваемай судзіне. Для таго, каб прывесці сіфон у дзеянне, трэба ўсасаць у яго вадкасць проста ротам або ўзяўшы дапаможную прыладу, пакуль не напоўніцца ўся трубка аж да адтуліны *a*. Калі пасля гэтага прадаставіць сіфон самому сабе, то вада будзе неперарыўным патокам выцякаць з адтуліны *a*. Работа сіфона працягваецца толькі датуль, пакуль узровень вадкасці ў выпаражняемай судзіне не апусціцца да вышыні адтуліны *a*. На самой справе, дзеянне сіфона грунтуецца, як лёгка зразумець, на наступным. Пры размяшчэнні, паказаным на рыс. 215, роўнавага ўнутры сіфона немагчыма. У гарызантальнай частцы сіфона *mn* у пункце *m* дзейнічае ціск, роўны атмасфернаму мінус ціск слупа вадкасці вышынёй *bm*, а ў пункце *n*—атмасферны ціск мінус вышыня слупа *an*. Пакуль *b* ляжыць вышэй чым *a*, перавышае ціск у пункце *m*, які гоніць вадкасць у кірунку $m \to n$. На месца вадкасці, якая выцякае з сіфона, атмасферны ціск уганяе новыя порцыі з судзіны, і з'ява працягваецца датуль, пакуль узровень *b* не апусціцца да вышыні *a*, г. зн. пакуль ціскі ў *m* і *n* не зраўняюцца. Тады дзеянне сіфона спыняецца. Калі выпадкова з левага (адкрытага) калена сіфона выцячэ цяпер кропля і слуп вадкасці ў ім пакароціцца, то ціск у *n* зробіцца большым чым у *m*, і вадкасць, якая застаецца ў сіфоне, будзе загнана назад у судзіну *B* паветрам, якое ўварвалася праз *a*. Сіфон будзе дзейнічаць таксама, як апісана вышэй, і ў тым выпадку, калі левы канец апушчаны ў судзіну *A*, а не застаецца адкрытым. У гэтым выпадку ціск у пункце *n* вызначыцца ціскам атмасферы мінус вышыня вадкасці ад узроўня ў *A* да *n*, у выніку чаго перацяканне з *B* у *A* будзе працягвацца датуль, пакуль у судзінах *B* і *A* вадкасці не апынуцца на адным узроўні. Само сабою разумеецца, што ў гэтым выпадку, калі абодва канцы сіфоннай трубкі апушчаны ніжэй узроўняў вадкасці ў *A* і *B*, урываннe паветра ў сіфон выключаецца. Ціск, пад якім выштурхваецца вада з сіфона, залежыць ад розніцы вышынь слупоў вадкасці *a* і *b*. Па меры таго як узровень *b* зніжаецца, а *a* павышаецца, гэта розніца змяншаецца. Таму ціск, а з ім і скорасць работы сіфона паступова падае. Для таго каб падтрымліваць пастаянны ціск, трэба следам за ўзроўнем вады апускаць увесь сіфон, як паказана напрыклад на рыс. 216.

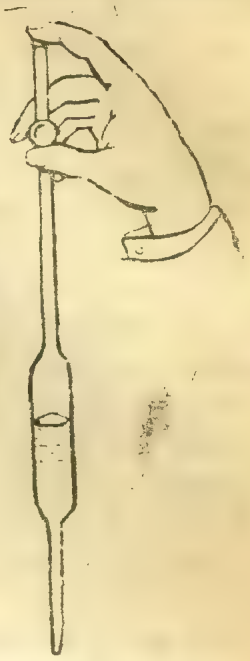


Рыс. 215. Сіфон.


Рыс. 216. Пастаянства ско, расці выцякання з сіфона які апускаецца следам за вадкасцю.

Судзіна Марыота. Піпетка. У лабараторыях ужываюць часам судзіну Марыота (рыс. 217), у якой скорасць выцякання вадкасці таксама падтрымліваецца пастаяннай. Гэта судзіна адрозніваецца ад геронава шара (рыс. 213) тым, што ў яе сценцы зроблена адтуліна *a*, якая ляжыць ніжэй канца трубкі *rb*, (судзіна з тубусам). Калі адтуліна *a* адкрыта, то вадкасць выліваецца з судзіны, бо са зне на *a* дзейнічае толькі ціск атмасферы, а знутры ціск паветра над вадкасцю плюс ціск слупа вадкасці ад *S* да *a*. Пры выцяканні вадкасці з судзіны паветра, якое знаходзіцца ў ёй, расшыраецца, і ціск падае. Калі ён упадзе настолькі, што ціск паветра ў судзіне плюс ціск слупа вады ад *S* да *b* перамагаецца атмасферным ціскам паветра, якое знаходзіцца ў трубцы, то праз трубку ў судзіну пачынае ўваходзіць паветра і збірацца над узроўнем вадкасці. Такім чынам ціск *b* увесь час роўны атмасфернаму, г. зн. роўны знадворнаму ціску ў *a*. Лішак ціску, які выціскае вадкасць з адтуліны, роўны вазе слупа вады ад *в* да *a*. Гэты лішак, а з ім і скорасць выцякання вадкасці, застаецца ўвесь час пастаянным, пакуль узровень вадкасці не ўпаў ніжэй *b*. Узнімаючы і апускаючы трубку, г. зн. павялічваючы і змяншаючы слуп ад *a* да *b*, можна павялічваць і змяншаць гэты ціск. Калі трубка апускаецца да ўзроўня адтуліны *a*, выцяканне вадкасці спыняецца. Выцяканне спыняецца таксама, калі закрыць трубку *rb* зверху і спыніць доступ паветра ў яе, бо тады ціск, які дзейнічае на *a* знутры, хутка зробіцца меншым за атмасферны настолькі, што знешні ціск будзе перашкаджаць выцяканню вадкасці з *a*. Судзіна Марыота вядзе сябе пры гэтым як закрытая зверху піпетка (рыс. 217), частка якой напоўнена вадой. І тут вада не выцякае таму, што ціск разрэджанага (у выніку выцякання часткі вадкасці) паветра ў піпетцы плюс ціск слупа вадкасці не можа перамагчы атмасферны ціск.

Рыс. 217. Пастаянства скорасці выцякання з судзіны Марыота.


Рыс. 218. Роўнавага вадкасці, засасанай у піпетку.

Б. РУХ НЕСЦІСКАЛЬНАЙ ВАДКАСЦІ І ГАЗУ, РАЗГЛЯДАЕМАГА ЯК НЕСЦІСКАЛЬНЫ

Несціскальнасць вадкасцей і сціскальнасць газаў прымусілі нас разглядаць пытанні роўнавагі (гідрастатыка) вадкасцей і газаў асобна.

Рух-жа вадкасцей і газаў (гідрадынаміка) можна вывучаць разам. На самой справе, газ, пакуль яго скорасць ляжыць ніжэй пэўнай граніцы (пакуль яна значна меншая за скорасць гуку ў ім, г. зн. меншая за некалькі сот метраў у секунду), можна лічыць несціскальным. Яго рух у гэтым выпадку нічым істотным не адрозніваецца ад руху несціскальнай вадкасці (Прандтль). У далейшым мы будзем дапускаць, што скорасць газу ляжыць ніжэй гэтай граніцы; тады яго сціскальнасць не перавышае 1 проц. і яе можна пад увагу не прымаць. Рух такога газу падпарадкоўваецца ўсім законам руху несціскальнай вадкасці.

1. Ціск у рухоўнай вадкасці

Дагэтуль мы мелі справу з ціскам вадкасці, якая знаходзілася ў спакоі. Калі-ж ціск на даную масу вадкасці не ўраўнаважваецца супраціўленнем сценак, то ён надае вадкасці

паскарэнне, і вадкасць прыходзіць у рух. Пры гэтым ціск у кожным месцы залежыць ад скорасці, пануючай у гэтым месцы; ён расце, калі скорасць падае, і падае, калі скорасць расце. Да даследвання залежнасці ціску ад скорасці мы зараз і звернемся.

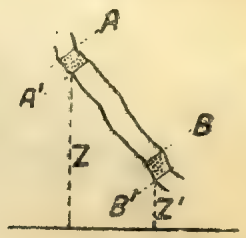
Перш за ўсё ўзнікае пытанне: як можна прасачыць рух вадкасці? За рухам паасобных часцінак вадкасці мы сачыць не можам; мы можам толькі даследваць, якім чынам змяняецца скорасць і ціск у даным пункце прасторы, якая займаецца вадкасцю. Велічыня і кірунак скорасці, наогул кажучы, мяняюцца ад пункту да пункту. Размеркаванне скорасці можна падаць пры дапамозе ліній току, г. зн. крывых, датычныя да якіх у кожным пункце ўказваюць кірунак скорасці ў ім. Замкнутая трубкападобная паверхня, утвараемая лініямі току, называецца трубкай току, вадкасць у гэтай трубцы—ніццю току. Вадкасць цячэ па трубцы току як па замкнутым канале; яна рухаецца ўвесь час уздоўж ліній току. Калі праз любое папярочнае сячэнне трубкі ў кожны момант часу ўваходзіць і выходзіць аднолькавая колькасць вадкасці, г. зн. калі скорасць вадкасці ў любым месцы не залежыць ад часу, то рух называецца стацыянарным. У гэтым выпадку, відавочна, сіла патоку, г. зн. колькасць вадкасці, якая праходзіць за 1 секунду праз папярочнае сячэнне трубкі току, аднолькавая для ўсіх папярочных сячэнняў трубкі. Сіла патоку роўна, як лёгка бачыць, здабытку плошчы папярочнага сячэння на скорасць вадкасці ў даным месцы. Таму пры стацыянарным руху скорасці ў розных месцах трубкі адваротна прапарцыянальны папярочным сячэнням: чым меншае сячэнне, тым большая скорасць.

Калі ўявіць сабе ўсю вадкасць, пранізаную тонкімі трубкамі току, то мы атрымаем карціну яе руху ў даны момант. З часам гэта карціна можа змяніцца. Выгляд трубак току застаецца пастаянным толькі ў выпадку стацыянарнага руху. Пры элементарным разглядзе звычайна абмяжоўваюцца толькі адной трубкай току, выбіраючы яе так, каб атрыманыя рэзультаты можна было-б лічыць за сярэднія значэнні для ўсёй вадкасці. З прычыны малой сціскальнасці вадкасцей змены іх шчыльнасці можна не прымаць пад увагу. У элементарнай тэорыі не прымаюць пад увагу таксама церце вадкасці; між іншым, для вады напрыклад яно настолькі малое, што атрыманыя такім чынам рэзультаты могуць быць дапасаваны да рэальных выпадкаў.

Раўнанне Бернулі. Як выразіцца ціск у стацыянарна цякучай вадкасці? Трубку току будзем разглядаць, як замкнуты канал і прасочым за час t рух масы вадкасці (рыс. 219), заключанай паміж двума сячэннямі A і B такой трубкі. Няхай за гэты час вадкасць ад сячэння A пераходзіць да A', ад сячэння B—да B'. Абазначым плошчу сячэння A праз f_A і скорасць вадкасці, якая працякае праз яго, праз v_A; адпаведныя велічыні для сячэння B няхай будуць f_B і v_B. З прычыны таго, што рух стацыянарны, то аб'ёмы, якія працякаюць за адзінку часу праз гэтыя сячэнні, роўны, г. зн. $f_A \cdot v_A = f_B \cdot v_B$. Нас цікавіць пытанне: наколькі змя-

няецца жывая сіла данай масы вадкасці за час dt? Як вядома, гэта змена роўна выкананай за час dt рабоце той сілы, пад уплывам якой рух адбываецца.

Для таго каб знайсці змену жывой сілы данай масы вадкасці, мы ўвядзем наступнае відавочнае дапушчэнне: усе часцінкі, якія ў даны момант часу ляжаць паміж двума блізкімі адно да аднаго сячэннямі трубкі току A і B, у наступны момант часу ляжаць паміж адпаведнымі сячэннямі (A' і B'). Калі гэта дапушчэнне справядліва, то ўся вадкасць, якая знаходзілася раней паміж A і B, праз прамежак часу dt зойме прастору паміж A' і B'. У прасторы паміж A' і B' за час dt нічога не зменіцца: на месца кожнай часцінкі стане іншая, якая рухаецца з той-жа скорасцю. Уся змена зводзіцца да замены часці вадкасці AA' праз частку BB'. Такім чынам наша гіпотэза дазваляе абмежавацца разглядам працэсаў, якія адбываюцца **толькі на даных сячэннях**. Змены жывой сілы знойдзем, вылічыўшы розніцу ў жывой сіле частак AA' і BB'. Скорасць вадкасці, праходзячай скрозь сячэнні A і B, адпаведна роўна v_A і v_B. За час dt праз сячэнне A пройдзе аб'ём вадкасці, роўны $f_A \cdot v_A \cdot dt$. Гэты аб'ём мае масу $\frac{\sigma}{g} \cdot f_A \cdot v_A \cdot dt$, дзе σ—удзельная вага вадкасці, g—паскарэнне сілы цяжару (такім чынам шчыльнасць вадкасці ёсць $\frac{\sigma}{g}$). Яе жывая сіла роўна $\frac{\sigma}{g} \cdot f_A \cdot v_A \cdot dt \cdot \frac{v^2_A}{2}$. Адпаведная велічыня для сячэння B ёсць $\frac{\sigma}{g} \cdot f_B \cdot v_B \cdot dt \cdot \frac{v^2_B}{2}$. Такім чынам жывая сіла вадкасці, якая ляжыць паміж A і B, за час dt змяняецца на $\frac{\sigma}{g} \cdot f_B \cdot v_B \cdot \frac{v^2_B}{2} \cdot dt - \frac{\sigma}{g} \cdot f_A \cdot v_A \cdot \frac{v^2_B}{2} \cdot dt$.



Рыс, 219. Да вывядзення раўнання Бернулі.

Вызначым цяпер выкананую за гэты час работу. Работу тут выконваюць дзве сілы: сіла цяжару і ціск у вадкасці. Абмяжуемся зноў разглядам працэсаў, якія адбываюцца каля сячэнняў A і B. Работа, якую выконвае сіла цяжару пры падзенні часцінкі вагі q з вышыні z (над гарызантальнай плоскасцю адліку) да вышыні z', роўна $q(z-z')$. Работа, выкананая пры падзенні ўсёй масы вадкасці, ёсць $\Sigma[q(z-z')]$, дзе сума пашыраецца на ўсе часцінкі вадкасці. Пры гэтым аднак часцінкі паміж A' і B зноў не адыгрываюць ролі і работа сілы цяжару вылічаецца так, нібыта слой $A'B$ заставаўся нерухомым, а частка AA' апусцілася ў палажэнне BB'. Калі вага колькасцей вадкасці, якія праходзяць праз A і B за час dt ёсць $q_A (= \sigma \cdot f_A \cdot v_A \cdot dt)$, $q_B (= \sigma \cdot f_B \cdot v_B \cdot dt)$, а іх цэнтры цяжару ляжаць на вышынях z_B і z_A, то $\Sigma qz - \Sigma qz' = z_A \cdot q_A - z_B \cdot q_B$. Такім чынам работа сілы цяжару за час dt ёсць $\sigma \cdot f_A \cdot v_A \cdot dt \cdot z_A - \sigma \cdot f_B \cdot v_B \cdot dt \cdot z_B$. Для вызначэння-ж работы ціску трэба мець на ўвазе, што рух вадкасці выклікаецца **розніцай** ціскаў у пунктах

A і B, г. зн. ціскі ў A і B накіраваны ў працілеглыя бакі. Прымаючы гэта пад увагу і абазначыўшы ціскі ў A і B адпаведна праз p_A і p_B, атрымаем для работы ціску за час dt: $p_A \cdot f_A \cdot v_A \cdot dt$ — $-p_B \cdot f_B \cdot v_B \cdot dt$, бо $p \cdot f$—велічыня ціснучай сілы, а $v \cdot dt$—шлях, які праходзіць пункт яе прылажэння за час dt.

Такім чынам умова для жывых сіл (гл. вышэй) прыводзіць да раўнання:

$$\frac{\sigma}{g} f_B v_B \frac{v_B^2}{2} dt - \frac{\sigma}{g} f_A v_A \frac{v_A^2}{2} dt = \sigma f_A v_A dt z_A - \sigma f_B v_B dt z_B + \\ + p_A f_A v_A dt - p_B f_B v_B dt.$$

Прымаючы пад увагу, што $f_B v_B = f_A v_A$, скарачаючы на dt і на σ і збіраючы члены з аднолькавымі знакамі, мы атрымліваем:

$$\frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\sigma} + z_B = \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\sigma} + z_A.$$

Інакш кажучы, выраз $\left\{\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\sigma} + z\right\}$ не мяняецца пры пераходзе ад аднаго сячэння (A) да другога (B), або карацей: $\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\sigma} + z = \text{const}$.

Прымаючы далей $\sigma = \rho g$, дзе ρ—маса адзінкі аб'ёму, г. зн. шчыльнасць вадкасці, мы атрымаем даныя суадносіны ў найбольш ужывальнай форме:

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = \text{const}.$$

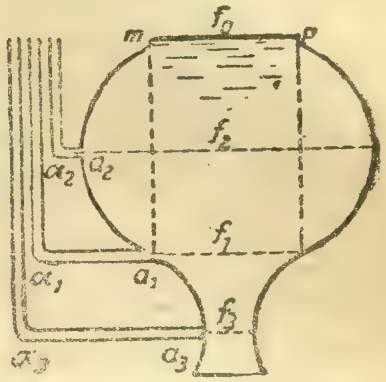
Гэта раўнанне, выведзенае Даніілам Бернулі, адыгрывае істотную ролю ў гідрадынаміцы. Яго называюць раўнаннем Бернулі, або раўнаннем ціскаў.

Велічыня $\frac{v^2}{2g}$, г. зн. тая вышыня, з якой павінна свабодна ўпасць цела, для таго каб набыць скорасць v, называецца вышынёй скорасці; велічыня $\frac{p}{\sigma}$, г. зн. вышыня таго слупа вадкасці, вага якога аказвае гідрастатычны ціск p—вышынёю ціску і нарэшце z, г. зн. вышыня данага пункту вадкасці над гарызантальнай плоскасцю адліку—вышынёю месца. Раўнанне Бернулі сцвярджае, што сума вышынь скорасці, ціску і месца для ўсіх пунктаў адной і той-жа трубкі току, пастаянная. У механіцы гэтыя суадносіны ўжываюць звычайна не для паасобных трубак току, а для труб канечнага папярочнага сячэння, па якіх цячэ вадкасць. Пры гэтым для ўсіх трох вышынь бяруць іх сярэдняе значэнне.

Да масы вадкасці, заключанай паміж сячэннямі A і B, можна дапасаваць таксама механічны закон колькасцей руху (або імпульсаў), г. зн. даследваць змену колькасці руху, якая адбываецца за адзінку часу ў некаторай колькасці вадкасці, што змяшчалася першапачаткова ў даным пэўным аб'ёме і рухаецца стацыянарна.

Тут таксама дастаткова абмежаваюцца працэсамі, якія адбываюцца на сячэнні *A* і *B*. Вылічэнні прыводзяць да гідрадынамічнага закона колькасці руху; рэзультуючая ўсіх сіл, якія дзейнічаюць на даны аб'ём вадкасці, па велічыні і кірунку роўна перавышэнню ўваходзячай у гэты аб'ём за адзінку часу колькасці руху над выходзячай. На падставе гэтага закона можна ў прыватнасці вызначыць сілу, з якой вадкасць дзейнічае на цвёрдае цела, што знаходзіцца ў ёй, нават не ведаючы дэтальна размеркаванне скорасцей у гэтай вадкасці. Так напрыклад, можна вылічыць сілу, з якой дзейнічае вадкасць на цела, якое рухаецца ў ёй, г. зн. сілу, неабходную для таго, каб утрымаць цела лунаючым у струмені паветра і наогул рашыць цэлы рад задач, звычайны элементарны разгляд якіх прыводзіць да значных труднасцей.

Мы не будзем у далейшым закранаць закон колькасці руху, а звернемся да пытання аб ціску і скорасцях у рухоўнай вадкасці. Гэта пытанне мае істотнае навуковае і тэхнічнае значэнне і можа быць даследвана з дапамогай раўнання Бернулі.



Рыс. 220. Сувязь паміж ціскам і скорасцю ў рухоўнай вадкасці.

Ціск і скорасць у рухоўнай вадкасці. Мы будзем у далейшым разглядаць толькі стацыянарны рух вадкасці. Пры стацыянарным руху ў кожны момант часу праз кожнае сячэнне трубкі току праходзіць аднолькавая колькасць вадкасці. Колькасць вадкасці, якая праходзіць праз адзінку плошчы данага сячэння трубкі току за адну секунду (лікава роўная скорасці вадкасці), адваротна прапарцыянальна велічыні гэтага сячэння. Разгледзім два сячэнні f і f_0. Няхай у сячэнні f_0 скорасць, ціск і вышыня над плоскасцю адліку роўны адпаведна v_0, p_0 і z_0, а ў сячэнні f—v, p і z. Для кожнага з гэтых сячэнняў мае месца раўнанне Бернулі

$$p_0 + \rho g z + \rho \frac{v^2}{2} = \text{const}$$

і

$$p_0 + \rho g z_0 + \rho \frac{v_0^2}{2} = \text{const}.$$

Адсюль

$$p - p_0 + \rho g (z - z_0) + \frac{\rho}{2}(v^2 - v_0^2) = 0.$$

З прычыны таго, што $fv = f_0 v_0$, то ў гэта раўнанне можна ўвесці плошчы сячэнняў. Даследуем сувязь паміж велічынямі p, v і f на наглядным прыкладзе судзіны (рыс. 220), якая мае форму цела вярчэння з вертыкальнай воссю. Няхай гэта судзіна напаўняецца зверху вадкасцю (пазбаўленай унутранога церця) так, каб зверху ўваходзіла столькі вадкасці, колькі выцякае знізу, г. зн. каб узровень mn заставаўся пастаянным. Будзем адлічваць дадатную адлегласць уніз ад узроўня (на рыс. 219 мы іх адлічвалі ўверх); тады ў наступным раўнанні прыдзецца змяніць знак $\rho g(z - z_0)$, і мы атрымаем:

$$p - p_0 = \rho g (z - z_0) - \frac{\rho}{2}(v^2 - v_0^2).$$

Калі сячэнне f_0 супадае з узроўнем mn, то $z_0 = 0$ і $p_0 = 0$. У гэтым выпадку

$$p = \rho g z - \frac{\rho}{2}(v^2 - v_0^2)$$

або, таму што

$$fv = f_0 v_0,$$

$$p = \rho g z - \frac{\rho}{2} v^2 \left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right).$$

Другі член гэтага раўнання паказвае, што калі

$$\begin{cases} v \gtrless v_0 \\ f \lessgtr f_0 \end{cases}$$

то $p \lessgtr \rho g z$. Такім чынам ціск рухоўнай вадкасці ў сячэнні f складаецца з двух частак: гідрастатычнага ціску вадкасці ў стане спакою $\rho g z$ і ціску, абумоўленага скорасцю. Гэты апошні ціск дадаецца або адымаецца з гідрастатычнага ў залежнасці ад таго, больш або менш плошча сячэння за плошчу ўзроўня f_0.

У сячэнні f_1: $f = f_0$ велічыня ў дужках $= 0$, і $p = \rho g z$

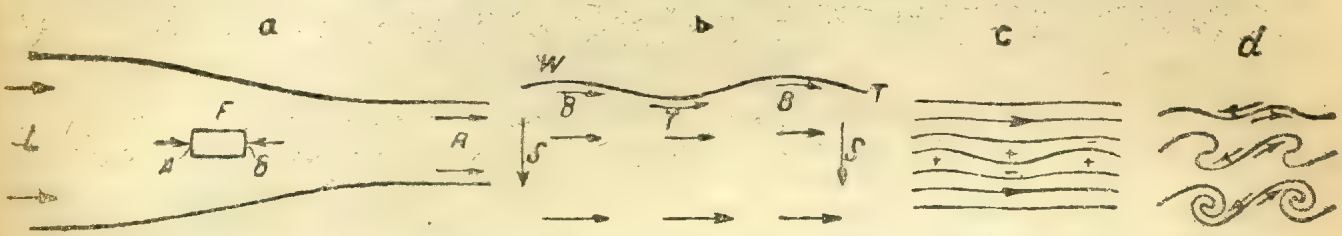
„ f_2: $\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 > 1$ „ „ < 0 і $p > \rho g z$

„ f^3: $\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 < 1$ „ „ > 0 і $p < \rho g z$

Такім чынам, чым сячэнне $\left\{\begin{matrix}\text{меншае} \\ \text{большае}\end{matrix}\right\}$, г. зн. чым скорасць $\left\{\begin{matrix}\text{большая} \\ \text{меншая}\end{matrix}\right\}$, тым ціск $\left\{\begin{matrix}\text{меншы} \\ \text{большы}\end{matrix}\right\}$. Гэты рэзультат можна было-б прадбачыць і без вылічэнняў. Няхай у звужанай справа гарызантальнай трубцы (рыс. 221 *а*), цячэ злева направа стацыянарны паток вадкасці (несціскальнай і пазбаўленай унутранага перця). Праз кожнае сячэнне праходзіць за адну секунду аднолькавая колькасць вадкасці. Значыць у пунктах большага сячэння скорасць вадкасці меншая, у пунктах меншага сячэння—большая. На нашым рысунку скорасць часцінак вадкасці ў сячэнні L найменшая і расце неперарыўна па меры набліжэння да R. Гэта паскарэнне можа абумаўляцца толькі сіламі ціску, якія дзейнічаюць у вадкасці. Для таго каб вадкі цыліндр атрымаў паскарэнне, накіраванае ўправа, ён павінен злева падпадаць большаму ціску, чым справа, г. зн. ціск у B павінен быць меншы, чым у A. Гэта разважанне паказвае, што пры пераходзе ад L да R ціск неперарыўна падае. (Да такога-ж рэзультату мы прыдзем

і разглядаючы паток вадкасці, накіраваны ў адваротны бок. У гэтым патоку рух часцінак F пры пераходзе ад R да L зацішаецца. Мы атрымаем значыць якасна такую-ж залежнасць паміж ціскам і скорасцю вадкасці, якая выражаецца вышэйпаданай формулай.

Развяванне сцягаў. Калі сцяна, уздоўж якой ідзе паток вадкасці (рыс. 221, *b*), выгнута, г. зн. сячэнне патоку ў пунктах B большае, чым у пунктах T, то вадкасць у пунктах B цячэ цішэй, чым у T, і ціск у B большы, чым у T. Такім чынам ціск на выгнутую сценку такі, што ёй імкнецца павялічыць яе выгібы. Вельмі характэрны ў гэтых адносінах паводзіны тонкай крыху выгнутай сценкі, з абодвух бакоў якой цячэ вадкасць (рыс. 221, *d*). Ціскі на кожны пункт сценкі з абодвух бакоў узмацняюць адзін аднаго. Калі сценка, зробленая з гнуткага матэрыялу, была першапачаткова хвалепадобна выгнута, то пад уплывам ціску цякучай вадкасці яна выгібаецца яшчэ больш і імкнецца прыняць форму, паказаную на рыс. 221, *d*. Гэтым тлумачыцца напрыклад развяванне сцягаў на ветры, узнікненне хваль на паверхні вадкасці пад уплывам моцнага ветру і г. д.

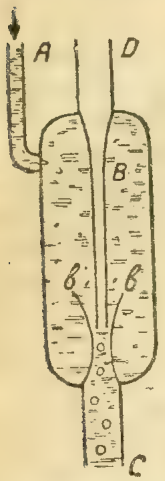


Рыс. 221. Сувязь паміж ціскам і скорасцю ў рухоўнай вадкасці.

Усасвальнае і нагнятальнае дзеянне рухоўнай вадкасці. Вышэй мы атрымалі наступны рэзультат: ціск $\left\{\frac{\text{меншы}}{\text{большы}}\right\}$ там, дзе сячэнне $\left\{\frac{\text{меншае}}{\text{большае}}\right\}$, г. зн. там, дзе скорасць вадкасці $\left\{\frac{\text{большая}}{\text{меншая}}\right\}$. Калі напрыклад (рыс. 220), не мяняючы велічынь f_0 і v_0, зрабіць сячэнне f дастаткова вузкім, то скорасць у ім будзе павялічвацца, а ціск адпаведна змяншацца. Зробім у сценцы адтуліны a_1, a_2 і a_3, у якіх вадкасць судатыкалася-б са знадворным паветрам, і ўставім у гэтыя адтуліны трубкі α. Заткнем затым судзіну знізу і спынім прыток вадкасці зверху. Тады судзіна будзе напоўнена вадкасцю ў стане спакою да ўзроўня mn і згодна закона злучных судзін вадкасць ва ўсіх трубках будзе стаяць на адным і тым-жа ўзроўні. Няхай цяпер вадкасць пачынае цячы, як раней. Тады на вадкасць у трубках будзе дзейнічаць зне ціск атмасферы, а знутры—ціск рухоўнай вадкасці. З формул (гл. стар. 231) ясна, што толькі на ўзроўні a_1 (дзе $f_1 = f_0$) ціск рухоўнай вадкасці будзе такі-ж, як і ў выпадку нерухомай (г. зн. атмасферны $+mgz$), г. зн. толькі ў трубцы a_1 вадкасць будзе стаяць на ўзроўні mn. У a_2 ціск рухоўнай вадкасці будзе большы, чым у спакойнай (бо $f_2 > f_0$), з прычыны чаго ў трубцы a_2 вадкасць узнімецца вышэй узроўня mn. Наадварот, у a_3 ціск рухоўнай вадкасці будзе меншы, чым у нерухомай ($f_3 < f_0$) і вадкасць у трубцы a_3 будзе стаяць ніжэй узроўня mn. Калі трубкі адрэзаць на ўз-

роўні mn,—то з адтуліны a_2 вада будзе выкідвацца; праз адтуліну-ж a_3 будзе, наадварот, усосвацца паветра. У адтуліне a_1 не будзе адбывацца ні таго, ні другога: існаванне гэтай адтуліны зусім не будзе адыгрываць ролі.

Усосвальнае дзеянне струменя вадкасці або газу. Асаблівую цікавасць прадстаўляюць працэсы, якія адбываюцца каля адтуліны a_3. Звужваючы папярочнае сячэнне трубкі, можна зрабіць ціск рухоўнай вадкасці настолькі малым, што атрымліваемая ўсосвальная сіла можа быць скарыстана тэхнічна (рыс. 222—226).



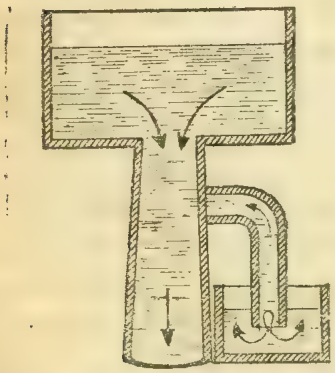
Рыс. 222. Вадаструменны насос Бунзена. Дзеянне яго тлумачыцца рэзкай вменай (*bb*) папярочнага сячэння патоку вады.

На гэтым прынцыпе ўгрунтавана напрыклад дзеянне вадаструменнага насоса Бунзена (1869). Вадкасць, якая цячэ па прамой вертыкальнай трубцы, трапляе адтуль у больш вузкую трубку і стварае ў гэтым месцы настолькі паніжаны ціск, што захватвае з сабой паветра з адпампоўваемай судзіны і такім чынам разрэджвае яго.

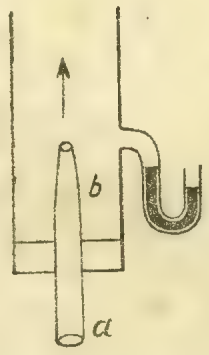
Насос Бунзена (рыс. 222) шырока выкарыстоўваецца ў лабараторных работах. Пры добрым напоры вады насос Бунзена можа даць разрэджанне да 15—20 *мм* іртутнага слупа.

Паток газу, які выходзіць пад ціскам з вузкай трубкі ўзнадворак, мае каля вусця адтуліны большую скорасць і ў адпаведнасці з гэтым тут назіраецца паніжаны ціск, які можа рабіць усосвальнае дзеянне. Калі ўдуваць паветра праз *ab* у кірунку стрэлкі (рыс. 224), то ў левым калене манометра *f* вадкасць павысіцца, г. зн. ціск каля трубкі зменшыцца.

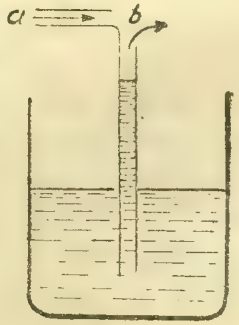
Усосвальным дзеяннем патоку паветра карыстаюцца напрыклад у пульверызатары, які распыляе ваду (рыс. 225). Тэхнічнае ўжыванне таго-ж прынцыпа ажыццёўлена ў інжэктарах, якія засосваюць ваду ў паравыя катлы пры дапамозе шпаркага струменя пары. У гарэлцы Бунзена паток газу, які выходзіць з *A*, усасвае паветра праз адтуліну *L* і змешваецца з ім, у выніку чаго да верхняга краю гарэлкі падходзіць добра перамешаная гаручая сумесь (рыс. 226).



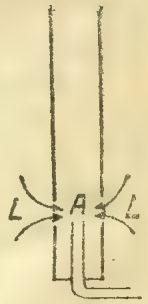
Рыс. 223. Асушка балот усосвальным дзеяннем патоку вады з ляжачага высока возера (паводле Вентуры)—схема.



Рыс. 224. Усосвальнае дзеянне патоку газу.



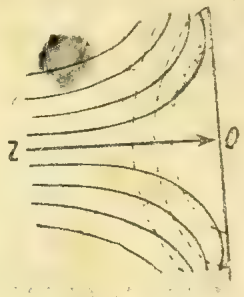
Рыс. 225. Выкарыстанне ўсосвальнага дзеяння патоку газу ў пульверызатары.



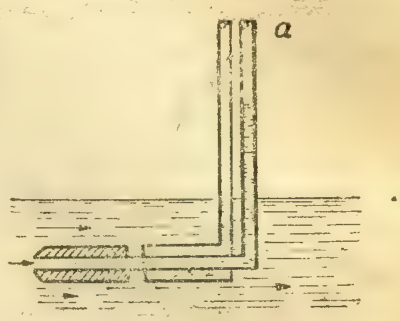
Рыс. 226. Выкарыстанне ўсосвальнага дзеяння патоку газу ў гарэлцы Бунзена.

Вымярэнне ціску і скорасці. Раўнанне Бернулі дазваляе: 1) вымераўшы ціск у вадкасці, вылічыць яе скорасць; 2) вымераўшы скорасць, вылічыць ціск. Разгледзім вадкасць, якая пераходзіць з шырокай трубкі ў вузкую. Калі ў двух прымыкаючых адна з адной трубках (шырокай і вузкай) плыве адзін і той-жа

ціск, то вадкасць пры пераходзе ў вузкую трубку не будзе атрымліваць ніякага паскарэння. Але калі скорасць не змяняецца, то вадкасць, якая ўліваецца праз сячэнне шырокай трубкі, не паспее дастаткова шпарка адцякаць праз вузкае сячэнне і пачне „спірацца", „запружваецца" перад вузкай трубкай: ціск у гэтым месцы адразу-ж узнімаецца. Гэта павышэнне ціску асабліва прыкметна тады, калі роўнамерны паток вадкасці (са скорасцю v_0) натыкаецца на перашкоду. Перад перашкодай утвараецца запруда, унутры якой паток размяркоўваецца па ўсіх кірунках (рыс. 227). У цэнтры запруды скорасць $v = 0$. Дапасоўваючы да гэтага пункту наша раўнанне $p - p_0 = \frac{\rho}{2}(v_0^2 - v^2)$ (з прычыны таго, што мы разглядаем гарызантальны паток, то члены з z выпадаюць), мы атрымаем, што ціск у ім $p = p_0 + \frac{\rho}{2} v_0^2$. Павышэнне ціску $p - p_0$ называецца часам ціскам запруды. Па велічыні гэтага ціску можна вымерыць скорасць патоку, для чаго служаць спецыяльныя інструменты. Найбольш часта ўжываецца для гэтага трубка Піто (1730). Адно калена трубкі ставіцца ў кірунку, працілеглым скорасці патоку (антыпаралельна патоку), другое накіравана вертыкальна ўверх (рыс. 228). Трапляючы ў першае калена, вадкасць спыняецца; значыць ціск там узрастае. Паток, які прыцякае са скорасцю v_0, заганяе ваду ў вертыкальнае калена над узроўнем патоку на вышыню Δ, звязаную з вышынёй скорасці $\frac{v^2}{2g}$ згодна раўнання Бернулі. Калі-б на ціск не ўплывалі з'явы, якія адбываюцца на краях адтуліны трубкі, то мы мелі-б дакладную роўнасць $\Delta = \frac{v_0^2}{2g}$. У сапраўднасці-ж суадносіны паміж вышынёй узняцця і скорасцю патоку прыходзіцца вызначаць з доследу пры дапамозе параўнання з іншымі метадамі вымярэння скорасці або наносячы дзяленні на прыбор, шляхам пагружэння яго ў патокі з вядомымі скорасцямі.



Рыс. 227. Ціск запруды.



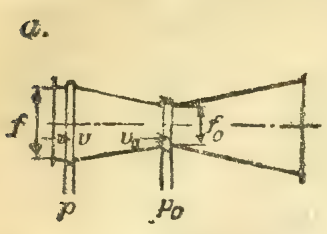
Рыс. 228. Трубка Піто (відазмененая Прантдлем) для вымярэння скорасці патока вадкасці.

У другой вертыкальнай трубцы, у адтуліну якой не зацякае паток, бо яна змешчана з боку, вадкасць стаіць на тым-жа ўзроўні, што і паверхня патоку (сувязь з якім устанаўліваецца пры дапамозе бакавой адтуліны); гэта другая трубка палягчае вызначэнне звычайна невялікай розніцы ўзроўняў Δ, непасрэдны адлік якой над узроўнем патоку было-б зрабіць даволі трудна. З гэтай мэтаю засосваюць вадкасць у абодвух вертыкальных трубках адначасова на некаторую вышыню, дзе можна зусім зручна вызначыць розніцу Δ, якая застаецца, зразумела, пры

гэтым засосванні нязменнай. Трубка Піто (відазмененая Прандтлем) паказана на рыс. 228. Павышэнне ціску адбываецца ў трубцы *a*.

Скорасць патоку (вады або паветра) у вада або газаправодзе вызначаецца часта з дапамогай трубкі Вентуры (рыс. 229). Калі гэту трубку ўключыць у вадаправод, то яна змяншае яго папярочнае сячэнне. Вымяраюць пры дапамозе манометра рознасць ціскаў у самым вузкім сячэнні f_0, і ў нязвужаным знешнім сячэнні f. Рознасць гэтых ціскаў:

$$p - p_0 = \frac{\rho}{2}(v^2 - v_0^2) = \frac{\rho}{2} v^2 \left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right).$$

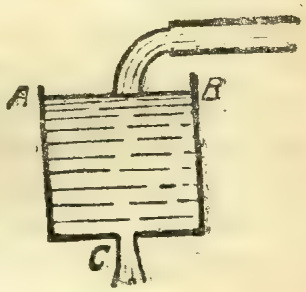


Рыс. 229. Трубка Вентуры са звужаным папярочным сячэннем, для вымярэння скорасці патоку вадкасці.

Такім чынам паказанні манометра $(p - p_0)$ дазваляюць вызначаць скорасць цячэння вадкасці (v).

Скорасць выцякання. Колькасць выцякаючай вадкасці. (Закон Тарычэлі). З раўнання $p - p_0 = \rho g(z - z_0) - \frac{\rho}{2}(v^2 - v_0^2)$ або, што тое-ж самае, $p - p_0 = \rho g(z - z_0) - \frac{\rho}{2} v^2 \left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right)$, можна вызначыць, з якой скорасцю выцякае вадкасць з адтуліны, зробленай у дне адкрытай зверху судзіны (рыс. 230), калі вядомы пастаянная вышыня $(z - z_0)$ і розніца ціскаў у верхнім і ніжнім сячэннях судзіны. Абазначым праз p, z, f велічыні, якія адносяцца да ніжняга, і праз p_0, z_0, f_0 — да верхняга сячэння. Прымем, што f шмат менш f_0, г. зн. што адтуліна ў дне судзіны вельмі малая ў параўнанні з паверхняй узроўня вадкасці. Тады велічыню $\left(\frac{f}{f_0}\right)^2$ можна будзе не прымаць пад увагу ў параўнанні з адзінкай. Далей можна прыняць $p = p_0$, бо і наверсе, на ўзроўні AB, і ўнізе, каля адтуліны C, на вадкасць дзейнічае толькі ціск атмасферы, які там і тут можна лічыць аднолькавым. Абазначыўшы велічыню $z - z_0$, г. зн. вышыню судзіны праз h, атрымаем раўнанне: $\rho g h - \frac{\rho}{2} v^2 = 0$, адкуль $v = \sqrt{2gh}$. Гэты рэзультат быў атрыманы яшчэ Тарычэлі (1641); скорасць выцякання вадкасці такая, як калі-б вадкасць свабодна падала з вышыні h. Гэта скорасць залежыць толькі ад h, а не ад кірунку выцякання. Калі p і p_0 не роўны адно аднаму, і сярэдняя скорасць каля верхняга ўзроўня вады ёсць v_0, то скорасць выцякання

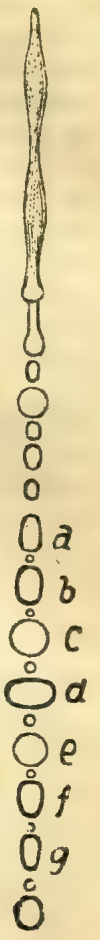
$$v = \sqrt{v_0^2 - 2\left(gh + \frac{p - p_0}{\rho}\right)}.$$



Рыс. 230. Да формулы $v = \sqrt{2gh}$ для вызначэння скорасці выцякання вадкасці.

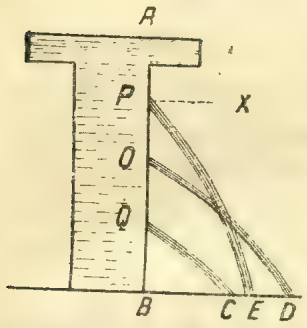
Струмень, які выцякае вертыкальна ўніз з круглай адтуліны (форма струменя залежыць ад формы адтуліны), непасрэдна пад самай адтулінай мае выгляд шчыльнага празрыстага цыліндра; у больш нізкіх частках струмень здаецца мутным, маючым шмат папярочных уздуццяў і звужэнняў. Гэтыя вузлы і пучнасці (Савар) з'яўляецца аптычнай ілюзіяй. У сапраўднасці струмень не захоўваецца цэлым; пад дзеяннем усё большай і большай скорасці падзення ён разрываецца на кроплі, форма якіх пры падзенні змяняецца: кроплі пульсуюць каля шарападобнай формы, то выцягваючыся, то расшыраючыся (рыс. 231). Няўзброенае вока не ў стане адрозніць гэтых кропель, якія шпарка капаюць адна за адной, і мяняюцца па форме. Яно ўспрымае іх, як вузлы і пучнасці.

З прычыны незалежнасці скорасці выцякання ад кірунку струменя, формулу $v = \sqrt{2gh}$ можна праверыць на дослёдзе. Прымусім вадкасць выцякаць гарызантальна з судзіны (рыс. 232). Вызначаючы форму струменя (блізкую да парабалы), можна вылічыць скорасць выцякання (пар. кіданне ўздоўж гарызонту). Пры вышыні вадзянога слупа ад 2 да 6 *м* скорасць выцякання аказваецца вельмі блізкай да вылічанай паводле закона Тарычэлі; яна крыху меншая за вылічаную з прычыны ўнутранога церця вадкасці і супраціўлення паветра.



Рыс. 231. Выгляд вадкага струменя (вузлы і пучнасці) яго сапраўдная будова (кроплі перыядычна мяняюць сваю форму, праходзячы праз усе фазы ад *a* да *g*).

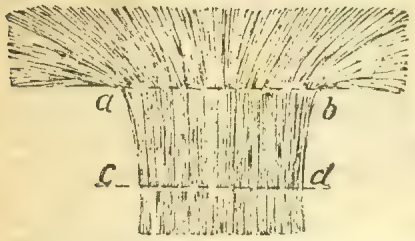
Згодна формулы $v = \sqrt{2gh}$ v залежыць толькі ад h, г. зн. усе вадкасці выцякаюць з данай адтуліны пры аднолькавых h з аднолькавымі скорасцямі (падобна да таго, як скорасць усіх цел пры падзенні аднолькавая). Фактычна-ж аднак гэта не так. Сапраўды, мы дагэтуль маўкліва прымалі, што работа сілы цяжару цалкам ператвараецца ў кінетычную энергію выцякаючай вадкасці, не ўлічваючы церця часцінак вадкасці, якое перашкаджае іх руху. Чым большая вязкасць вадкасці, тым большае дзеянне гэтага церця і значыць тым большай павінна быць h для таго, каб скорасць v дасягла данай велічыні. Таму для вадкасцей са значнай вязкасцю фактычная скорасць выцякання значна больш адрозніваецца ад тэарэтычнай (напрыклад у рыцыны гэта адхіленне большае чым у спірце).



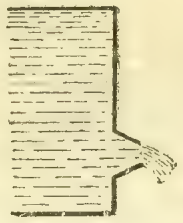
Рыс. 232. Доследнае пацвярджэнне формулы $v = \sqrt{2gh}$. Вылічаныя са значэнняў v пры $h = PA, OA, QA$ парабалы параўноўваюцца з нагледжанымі парабаламі PB, OD, QC.

Вымераная колькасць вадкасці, якая выцякае за адну секунду, прадстаўляе сабой прыкладна $^2/_3$ вылічанай (на аснове формулы $v = \sqrt{2gh}$). На самой справе, пры вылічэнні прымаецца, што таўшчыня струменя (рыс. 230) увесь час роўна шырыні адтуліны. У сапраўднасці-ж (рыс. 233) струмень пры выхадзе з адтуліны сціскаецца—яго найменшае сячэнне cd роўна прыкладна толькі 0,7 плошчы адтуліны (vena contracta). Вадкасць падцякае да адтуліны з усіх бакоў, што лёгка даказаць эксперыментальна, узмучваючы ў вадкасці крупінкі нерастворнай фарбы. Паасобныя ніці току робяцца паралельнымі адна другой толькі на пэўнай адлегласці ад адтуліны. У з'яве кантракцыі струменя істотную ролю адыгрывае паверхневае нацяжэнне. Знешні слой часцінак вады адыгрывае ў адносінах да струменя як-бы ролю пругкага кальца. Ва ўплыве паверхневага нацяжэння можна пераканацца, акружыўшы напрыклад струмень воблакам пары спірта або эфіра. Пад дзеяннем гэтых матэрый паверхневае нацяжэнне вады змяншаецца, і скорасць выцякання прыкметна павялічваецца.

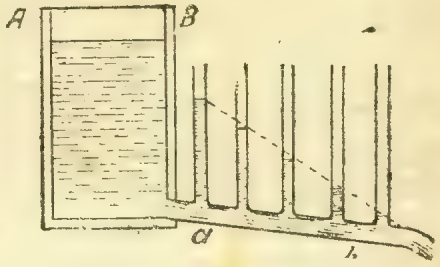
Істотнае значэнне для формы струменя і скорасці выцякання мае дапаможны тубус пры адтуліне (рыс. 234). Цыліндрычны тубус перашкаджае сціскванню струменя і робіць скорасць выцякання вельмі блізкай да яе тэарэтычнага значэння. Яшчэ большы ўплыў на скорасць выцякання робіць доўгая трубка. У гэтым выпадку доследныя рэзультаты зусім не адпавядаюць формуле Тарычэлі. Асабліва вялікую ролю адыгрывае тут церце: яно тым большае, чым большая паверхня сценак трубкі і скорасць выцякання вадкасці. Частка таго ціску, пад якім знаходзіцца вадкасць, ідзе на перамаганне гэтага церця. Таму скорасць выцякання меншая, чым тая, якая атрымалася-б пад дзеяннем усяго ціску. Калі напрыклад вада выцякае з судзіны па доўгай трубцы, то скорасць яе меншая за тую, якая адпавядала-б вышыні напору; гэта лёгка бачыць па форме парабалы, апісваемай вадкасцю пры выцяканні. Ціск, пад якім знаходзіцца цякучая вада ў даным пункце трубкі, тым меншы, чым далей гэты пункт знаходзіцца ад судзіны. Гэта можна паказаць, забяспечыўшы трубку *ab* вертыкальнымі трубачкамі, якія адыгрываюць ролю манометраў (рыс. 235). Пакуль *b* закрыта, вада стаіць ва ўсіх трубачках на аднолькавай вышыні, якая дасягае ўзроўня вадкасці ў судзіне, калі-ж *b* адкрыта, то атрымліваецца карціна паступовага падзення ціску, паказаная на рыс. 235.



Рыс. 233. Сціскванне струменя (*Vena contracta*).

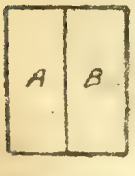


Рыс. 234. Уплыў тубуса каля адтуліны на скорасць выцякання.



Рыс. 235. Падзенне ціску ў трубцы па меры аддалення ад адтуліны.

Выцяканне газаў. Пакуль ціск ва ўсіх пунктах газу аднолькавы, то зразумела не будзе мець месца перацяканне газу з адной часткі судзіны ў другую. Газ пры гэтым аднак не знаходзіцца ў спакоі. У ім згодна кінетычнай тэорыі, мае месца рухомая роўнавага: праз кожную пляцоўку, уяўна праведзеную ўнутры газу, праходзіць у адну секунду столькі-ж частак ад *A* да *B*, колькі ад *B* да *A* (рыс. 236), у выніку чаго ні ў адным месцы не адбываецца скапленне газавых часцінак за кошт іншага ўчастка. Цэнтр цяжару ўсёй злучнасці часцінак застаецца ў спакоі. Так бывае пакуль ціск ва ўсіх пунктах аднолькавы. Калі-ж па якой-небудзь прычыне ціск у *A* вышэйшы, чым у *B*, то на перагародку, пастаўленую на месцы нашай уяўнай пляцоўкі, дзейнічае з боку *A* лішкавы ціск. Калі зрабіць у перагародцы адтуліну (выдаліць яе), то газ пачне пераходзіць з *A* ў *B*, пакуль ціск не выраўняецца. Колькасць газу ў *B* павялічваецца за кошт газу, які знаходзіцца ў *A*, г. зн. з *A* ў *B* пяройдзе больш часцінак, чым з *B* у *A*. Цэнтр цяжару газу зусім таксама перамесціцца ад *A* да *B*.



Рыс. 236.

Скорасць *v* выцякання газу вымяраецца велічынёй аб'ёму, які за даны прамежак часу выходзіць з адтуліны данай велічыні. Калі за час *t* з адтуліны *f* выцякае аб'ём *w*, то відавочна скорасць *v* вызначыцца з суадносін $fvt = w$, г. зн. $v = \frac{w}{ft}$; *v* зале-

жыць ад шчыльнасці газу ρ і ад таго лішкавага ціску $p - p_0$, пад дзеяннем якога газ выцякае. Тут p ёсць ціск у судзіне, з якой цячэ газ, а p_0—ціск у той прасторы, куды ён цячэ. Калі p і p_0 мала адрозніваюцца адзін ад аднаго, то $v = \sqrt{2\frac{p-p_0}{\rho}}$. Гэта раўнанне здавальняецца толькі тады, калі розніца ціскаў $(p - p_0)$, таксама як і адносіны велічыні адтуліны да размераў (сячэння) судзіны, якая змяшчае газ, вельмі малыя. Пры гэтых умовах у раўнанні Бернулі можна прыняць $\left(\frac{f}{f_0}\right)^2 = 0$ і апроч таго $\rho \cdot g(z - z_0) = 0$, бо пры малой шчыльнасці газу велічыня гэта малая ў параўнанні з $(p - p_0)$, у выніку чаго скорасць выцякання вызначаецца дзеяннем розніцы ціскаў, а не ўплывам сілы цяжару. Тады раўнанне Бернулі дае $v = \sqrt{2\frac{p-p_0}{\rho}}$. Але нават і ў гэтым выпадку атрыманая формула дае скорасць выцякання толькі прыблізна, тым не менш яна вельмі каштоўная. З яе дапамогай можна вымерыць шчыльнасць газу ρ, не вымяраючы скорасці выцякання v.

Вымярэнне шчыльнасці газу па скорасці яго выцякання (Бунзен). Калі v ёсць тая скорасць, з якой газ шчыльнасці ρ выцякае з судзіны пад ціскам $p - p_0 = P$, а v_1—скорасць выцякання газу шчыльнасці ρ_1 пры тых-жа ўмовах, то мы маем

$$v = \sqrt{2\frac{P}{\rho}} \text{ і } v_1 = \sqrt{2\frac{P}{\rho_1}},$$

адкуль

$$\frac{v}{v_1} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho}}; \quad \frac{v^2}{v_1^2} = \frac{\rho_1}{\rho},$$

г. зн. шчыльнасці газаў адваротна прапарцыянальны квадратам скорасцяй выцякання. Калі напрыклад $v_1 = 2v$, то $\frac{v^2}{4v^2} = \frac{\rho_1}{\rho}$, г. зн. $\rho_1 = \frac{1}{4}\rho$.

Гэта значыць, што калі скорасць выцякання аднаго газу ў два разы большая, чым другога (пры іншых роўных умовах), то шчыльнасць першага газу ў чатыры разы меншая, чым другога. Гэты закон быў устаноўлены на доследзе Грэмам. На ім грунтуецца метад Бунзена для вымярэння шчыльнасцей газаў. Пры карыстанні гэтым метадам вымяраецца не скорасць выцякання, а час патрэбны для выцякання данага (аднолькавага для абодвух газаў), аб'ёму газу праз адну і тую-ж адтуліну пад дзеяннем аднаго і таго-ж лішкавага ціску P. Чым большая скорасць газу, тым менш часу ідзе на выцяканне; таму шчыльнасці газаў прама прапарцыянальны квадратам часу выцякання $\frac{\rho_1}{\rho} = \frac{t_1^2}{t^2}$.

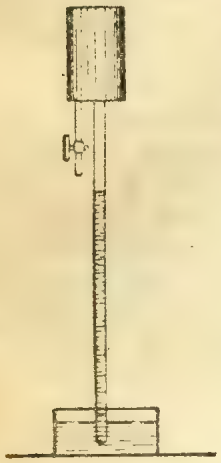
Калі напрыклад на выцяканне пэўнай колькасці паветра (шчыльнасці ρ) ідзе час $t = 36{,}9$ *сек*, а на выцяканне такога-ж аб'ёму вуглекіслаты (шчыльнасці ρ_1) пры тых-жа ўмовах—час $t = 45{,}3$ *сек*, то $\frac{\rho_1}{\rho} = \left(\frac{45{,}3}{36{,}9}\right)^2 = 1{,}5$, г. зн. шчыльнасць вуглекіслаты ў 1,5 раза большая за шчыльнасць паветра. Гэты метад асабліва зручны таму, што для яго ўжывання дастаткова мець невялікую колькасць данага газу. Ён часта ўжываецца ў тэхніцы (як напрыклад пры вымярэнні шчыльнасці свяцільнага газу).

Дыфузія газаў праз порыстыя целы. Скорасць выцякання газу істотна залежыць таксама ад формы адтуліны. Вышэй паданая формула справядліва

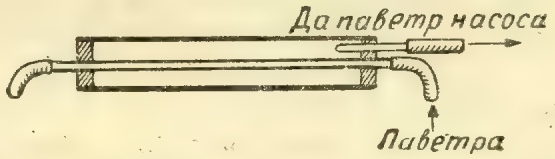
толькі тады, калі адтуліна праробленa ў вельмі тонкай сценцы, у выніку чаго газ сапраўды выцякае праз адтуліну, а не праз канал. (У прыборы Бунзена газ выходзіць праз дзірачку, праколатую ў тонкім платынавым лістку). Калі газ выцякае праз капілярную трубку, то вышэй паданая формула непрыгодна. Калі даўжыня капіляра прыблізна ў 4000 або больш разоў перавышае яго дыяметр, то выступае зусім іншая заканамернасць (О. Э. Майер). Калі частка сценкі судзіны складаецца з порыстай матэрыі (графіт, неабпаленая гліна і г. д.), у якой ёсць цэлы рад капілярных каналаў, то газ дыфундуе праз гэту сценку.

Два газы, раздзеленыя порыстай перагародкай, змешваюцца адзін з адным нават калі ціскі ў іх аднолькавы падобна да таго, як яны змешваюцца і пры адсутнасці перагародкі.

Закон дыфузіі Грэма. Скорасць дыфузіі газу праз порыстую перагародку адваротна прапарцыянальна корню квадратнаму з яго шчыльнасці (Грэм, 1830). Напрыклад для кісларода, які ў 16 разоў цяжэйшы за вадарод, яна ў 4 разы меншая, чым для вадарода. Розніцу ў скорасці дыфузіі паміж паветрам і вадародам праз неабпаленую гліну напрыклад можна прадэманстраваць на прыборы, паданым на рыс. 237. Судзіна з неабпаленай гліны напаўняецца вадародам (пры дапамозе бакавой трубкі з кранам); устаўленая ў судзіну манаметрычная трубка апускаецца ў шкляначку з вадой. З унутранога боку порыстая сценка цыліндра судатыкаецца з вадародам, са знешняга—з паветрам. З прычыны таго, што вадарод дыфундуе шмат хутчэй, чым паветра, то ціск у судзіне падае, аб чым можна меркаваць па паступовым узняцці вадкасці ў трубцы.



Рыс. 237. Доказ розніцы ў скорасці дыфузіі паветра і вадарода.



Рыс. 238. Павышэнне процантнага зместу кісларода ў паветры шляхам выкарыстання рознай скорасці дыфузіі азота і кісларода.

З прычыны рознай скорасці дыфузіі два змешаных паміж сабою газы з рознымі шчыльнасцямі могуць часткова раздзяліцца. Так напрыклад калі прапускаць паветра праз трубку з неабпаленай гліны, змешчаную ў беспаветранай прасторы (рыс. 238), то паветра робіцца адносна бяднейшы азотам (паветра змяшчае нармальна 21 проц. кісларода і 79 проц. азота, шчыльнасці якіх адносяцца як 16 : 14). Некаторыя газы, напрыклад, вуглекіслата, дыфундуюць праз тонкія слаі каучука; некаторыя, як напрыклад вадарод,—праз распаленыя да чырвані металы.

2. Формы руху вадкасці.

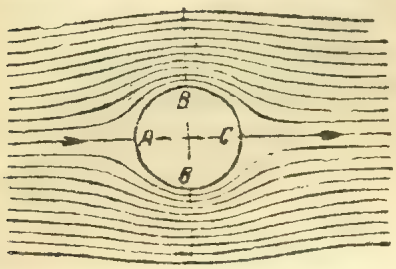
Падрабязнае даследванне пытання аб руху вадкасцей належыць да ліку самых цяжкіх матэматычных праблем. Найбольш буйныя поспехі, зробленыя на шляху да яго вырашэння, звязаны з імёнамі Эйлера, Лагранжа, Гельмгольца і Вільяма Тамсона. Мы абмяжуемся толькі элементарным апісаннем найбольш простых пытанняў.

У пачатку мы разгледзім цячэнне ідэальнай вадкасці, гэта значыць абстрагуемся ад церця. Інакш кажучы, мы дапусцім, што перамяшчэнне часцінак вадкасці адной каля другой або каля сценак судзіны адбываюцца без усякага супраціўлення: непатрэбна выконваць ніякай работы, каб наяўны рух вадкасці працягваўся з нязменнай скорасцю колькі заўгодна доўга. У далейшым мы даследуем пытанне аб церці вадкасцей і пакажам, якія змены ўносіць наяўнасць церця ў характар руху.

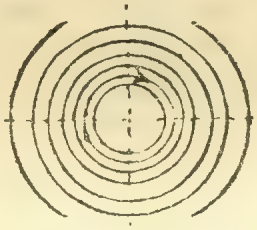
Свабодны ад вярчэння рух вадкасці. Мы разглядзелі ў папярэднім раздзеле пытанне аб ціску ў рухоўнай вадкасці і паказалі, што размеркаванне ціску цесна звязана з размеркаваннем скорасцей. Само сабою разумеецца, што і адваротна, размеркаванне ціску вызначае сабой размеркаванне скорасцей у вадкасці, г. зн. лініі току.

Звычайна даследуемыя патокі ў ідэальнай вадкасці характарызуюцца адсутнасцю вярчэння паасобных элементаў вадкасці. Таму для характарыстыкі такога руху вадкасці дастаткова ўказаць велічыню і кірунак паступальнай скорасці кожнай такой часцінкі. Лініі, датычныя да каторых вызначаюць сабой кірунак такіх скорасцей, і з'яўляюцца ўказанымі вышэй лініямі току.

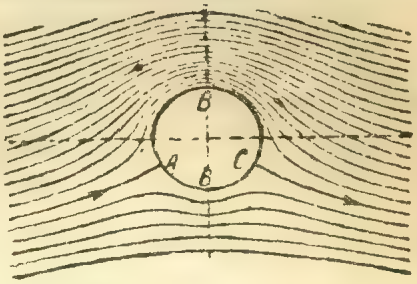
Для выпадку стацыянарнага цячэння паток вадкасці павінен мець вытак (уваход) і сток (выхад), праз якія выходзіць і ўваходзіць вадкасць. Калі вытокаў і стокаў няма, то лініі току павінны замыкацца на сябе. Такое цячэнне вадкасці называецца цыркуляцыяй.



Рыс. 239a. Паток без цыркуляцыі.



Рыс. 239b. Цыркуляцыя.



Рыс. 239c. Паток з цыркуляцыяй.

На рыс. 239 *a*, *b* і *c* наглядна паданы розныя выпадкі размеркавання ліній току вадкасці, якая абцякае цыліндрычную перашкоду. Гэтыя лініі току можна назіраць, калі ўнесці ўнутр вадкасці дробныя пылінкі (крупінкі нерастворнай фарбы, дым). Пры руху вадкасці крупінкі абазначаць размеркаванне лініі току.

Нашы чарцяжы складзены такім чынам, што дазваляюць меркаваць не толькі аб кірунку скорасцей (датычныя да ліній току), але і аб велічыні іх. Для гэтай мэты ўмовімся праз кожную пляцоўку (ΔS) праводзіць столькі ліній току (Δn), каб адносіны $\Delta n : \Delta S$ паказвалі велічыню скорасці вадкасці праз выбраную пляцоўку. Такім чынам, чым большая скорасць у даным месцы, тым гусцей размешчаны лініі току. Інакш кажучы, мы дапускаем, што кожная лінія току за адзінку часу праносіць адну і тую-ж колькасць вадкасці. Чым меншая велічыня выбранай плошчы ΔS, тым больш дэтальна апісвае наша карціна колькаснае размеркаванне скорасцей унутры вадкасці[1]. Для выпадкаў, калі скорасці ў межах якога-небудзь сячэння вельмі розняцца, трэба выбіраць ΔS магчыма малой.

---

[1] Аналагічны спосаб паказу мы сустрэнем пры апісанні электрычнага магнітнага палёў (сілавыя лініі).

Наадварот, калі скорасць адна і тая-ж па ўсёй прасторы, г. зн. лініі току паўсюды размешчаны аднолькава густа, адносіны $\Delta n : \Delta S$ не залежаць ад ΔS і можна для апісання выбіраць адвольна вялікія ўчасткі ΔS.

Рыс. 239*a* ілюструе цячэнне са стокамі (левы бок рысунка служыць уваходам, правы—выхадам). Рысунак паказвае, што пры абцяканні цыліндра скорасць патоку мяняецца, прымаючы ў розных участках розныя значэнні. Лёгка бачыць, што размеркаванне ліній току адразу дазваляе меркаваць і аб размеркаванні ціскаў. У пункце *A* вадкасць на момант спыняецца. Значыць згодна тэарэмы Бернулі ціск тут павінен быць найбольшым (ціск запруды). Такі-ж ціск будзе і ў *C*, дзе таксама размяшчаецца маленькая зона нерухомай вадкасці. У пунктах *B* і *B′*, дзе лініі току самыя густыя, скорасць найбольшая, і значыць ціск мае найменшае значэнне.

Рыс. 239*b* дае прыклад цыркуляцыйнага руху. Тут вадкасць абцякае навакол цыліндра з адной і той-жа скорасцю (лініі току на рысунку праходзяць аднолькава густа) і значыць ціск паўсюды навакол цыліндра адзін і той-жа.

Цыркуляцыйны рух вадкасці (замкнуты паток) можна ажыццявіць, прымусіўшы, напрыклад, вадкасць працякаць па кальцавой трубе. Другі прыклад: цячэнне, якое ўзнікае ў судзіне, падагараемай знізу, у сярэдзіне. Цэнтральны ўзбежны ток разам са збежным перыферычным утвараюць цыркуляцыю. У грандыёзным маштабе падобная цыркуляцыя мае месца ў земнай атмасферы (пасаты).

Нарэшце рыс. 239*c* падае выпадак злучэння рухаў, паказаных на рыс. 239*a* і *b*. Асаблівую цікавасць маюць паводзіны цела, абцякаемага такога роду патокам. Каля пунктаў *A* і *C*, дзе ствараюцца абсягі нерухомай вадкасці (запруды), ціск будзе максімальным. У пункце *B*, дзе абодва патокі складваюцца, скорасць аказваецца максімальнай (лініі току найбольш густыя) і ціск мінімальны.

З боку *B′* патокі ўзаемна аслабляюць адзін аднаго; там скорасць меншая, а ціск большы, чым у *B*. У рэзультаце няма роўнамернага або сіметрычнага размеркавання ціску навокал цыліндра, як у выпадках рыс. 239*a* і *b*. На цела з боку *ABC* дзейнічае лішак ціску, які і будзе перамяшчаць яго ў бок.

Віхры. Віхровыя ніці. Віхровыя трубкі. Зусім асобы выгляд руху, які назіраецца ў вадкасцях, прадстаўляе сабою віхровы рух. Наяўнасць або адсутнасць віхроў можна лічыць важнейшай адзнакай, якая адрозніваe адны тыпы рухаў ад іншых. У адпаведнасці з гэтым рухі вадкасці нярэдка падзяляюць на віхровыя і безвіхровыя.

Пры цыркуляцыях, таксама як і пры нязамкнутых патоках мы маем справу з паступальным рухам элементаў вадкасці. Калі правесці сячэнні, перпендыкулярныя да кірунку патоку, то для крывалінейных патокаў сячэнні гэтыя непаралельны адно аднаму. Скорасці часцінак большыя ўздоўж тых частак патоку, дзе гэтыя сячэнні стаяць бліжэй адно да другога (гл. рыс. 239).

Пры крывалінейных патоках, у прыватнасці пры цыркуляцыях скорасці часцінак будуць, значыць, м е н ш ы я ў знадворных частках патоку, чым ва ўнутраных.

Іншы характар мае в я р ч а л ь н ы рух вадкасці, напрыклад рух вадкасці, падхопленай вярчэннем шклянкі, у якую яна наліта. У гэтым выпадку вадкасць верціцца як цвёрдае цела, з адной і той-жа в у г л а в о й скорасцю, у выніку чаго лінейныя скорасці часцінак вадкасці, у працілегласць цыркуляцыі будуць большымі на знадворнай частцы вадкасці, чым на ўнутраной.

Вярчальны рух, які ўзнікае ў вадкасці, і з'яўляецца в і х р а м.

Для віхровага руху характэрна, што к о ж н ы элемент вадкасці верціцца навакол у л а с н а й восі, накшталт ваўчка (рыс. 240). Такім чынам, кожны элемент вадкасці, які знаходзіцца ў віхровым руху, мае пэўную в у г л а в у ю скорасць.

Рыс. 240. Вярчэнне элемента вадкасці. Кампаненты сярэднята вярчэння павінны быць вызначаны для кожнай з трох каардынатных восей.

Віхровы рух можна наглядна паказаць наступным чынам. Правядзем праз кожны вярчальны элемент вадкасці, якая ўтварае віхор, лінію, накіраваную так, каб вось данага элемента служыла да яе датычнай. Такая крывая, кірунак якой у кожным пункце супадае з кірункам імгненнай восі вярчэння, элемента вадкасці, які знаходзіцца ў гэтым пункце, называецца в і х р о в а й л і н і я й. Правёўшы віхровыя лініі праз усе пункты, якія ляжаць на некаторым малым замкнутым контуры, мы атрымаем в і х р о в у ю трубку. Вадкасць, якая змяшчаецца ў гэтай трубцы, называецца в і х р о в а й н і ц ц ю (рыс. 241). Мы дапускаем такім чынам, што папярочнае сячэнне віхровай ніці малое ў параўнанні з даўжынёй віхра, з прычыны чаго віхровую ніць можна ўтоесаміць з яе воссю. Віхровая ніць можа быць у прыватным выпадку прамой лініяй (п р а м а л і н е й н ы в і х о р).

Рыс. 241. Віхровая ніць.

Але наогул яна выгнутая і можа нават быць замкнутай сама на сябе (в і х р о в а е к а л ь ц о). Пры любой форме віхра элементы, якія складаюць яго, неперарыўна верцяцца па кругах, плоскасці якіх перпендыкулярны да восі віхра і цэнтры якіх ляжаць на гэтай восі. Вярчальны рух элементаў, якія ўтвараюць віхор, надаюць яму выдатную ўласцівасць. Віхры аказваюцца ўтварэннямі вельмі ўстойлівымі. Іх трываласць, г. зн. імкненне да захавання формы, надзвычай вялікая ў параўнанні з трываласцю вадкасці, з якой яны складаюцца.

Элементы вадкасці, якія складаюць віхровую ніць, могуць знаходзіцца і ў паступальным руху, але пры гэтым віхор не распадаецца, а рухаецца як цэлае. Элементы віхру звязаны паміж сабой, так што ў с я віхровая ніць плыве ў вадкасці, як гнуткі каучукавы шнур, і ўваходзячыя ў яго састаў часцінкі вадкасці не змешваюцца з астатняй вадкасцю. Віхровая ніць складаецца ўвесь час з адных і тых-жа часцінак вадкасці, прадстаўляючы сабой некаторы „індывідуум", які можа мяняць форму (выгі-

бацца, выцягвацца) і месца (перасоўвацца), але не мяняе свой матэрыяльны састаў. Апісаная вышэй устойлівасць віхру праяўляецца і ў пастаянстве лікавых характарыстык, якія вызначаюць віхор. У якасці такой характарыстыкі прынята лічыць момант або інтэнсіўнасць віхру, г. зн. здабытак ад множання вуглавой скорасці элементаў, якія складаюць віхор, на яго папярочнае сячэнне. Велічыня гэтага моманту пастаянная на ўсім працягу віхру. Калі якая-небудзь частка віхру выцягваецца (робіцца танчэйшай), то вуглавая скорасць вярчэння элемента гэтай часткі адпаведна ўзрастае. Нарэшце віхровая ніць не можа канчацца ўнутры вадкасці: яна або канчаецца на паверхні вадкасці, або не канчаецца зусім, г. зн. замыкаецца сама на сябе накшталт кальца.

Гэтыя ўласцівасці віхровага руху выцякаюць з асноўных раўнанняў гідрадынамікі для пругкіх вадкасцей, зусім пазбаўленых унутранога церця. Вадкасці, якія сустракаюцца ў прыродзе, маюць унутраное церце. Таму ў сапраўднасці ўласцівасці віхровага руху не зусім супадаюць з вывадамі тэорыі. Так напрыклад Гельмгольц, які ўпершыню даследваў віхровы рух (1858), паказаў, што, згодна тэорыі, інтэнсіўнасць або момант віхру не толькі з'яўляецца пастаянным уздоўж усёй віхровай ніці, але павінен таксама заставацца пастаянным і ў часе, г. зн. з цягам часу інтэнсіўнасць віхру не мяняецца. інакш кажучы, віхор з'яўляецца неразбуральным: раз узнікшы, ён ужо не можа знікнуць. У сапраўднасці-ж інтэнсіўнасць віхру не пастаянная і пад уплывам церця віхры могуць узнікаць і знікаць з цягам часу.

Асноўнымі формамі віхровага руху з'яўляюцца прамалінейныя віхровыя ніці і віхровыя кольцы [1].

Лінейны віхор і віхровае кальцо [2]. Адзінокая віхровая ніць не надае складаючым яе часцінкам вадкасці ніякага паступальнага руху. Яна застаецца на месцы. Дзве паралельныя віхровыя ніці, захоўваючы нязменнай адлегласць паміж сабой, прыходзяць сумесна ў вярчэнне з агульнай вуглавой скорасцю каля агульнай восі, якая ляжыць у плоскасці, праходзячай праз абодва віхры. (Пар. адшуканне роўнадзейнай паралельных сіл). Калі кірунак абодвух віхровых вярчэнняў аднолькавы, то вось ляжыць паміж імі. Калі-ж віхровыя вярчэнні процілеглыя, то вось знаходзіцца па-за імі, з боку віхру, які мае большы момант. Кірунак вярчэння гэтага віхру вызначае таксама і кірунак супольнага вярчэння абодвух віхровых ніцей. Калі моманты віхроў роўныя і процілеглыя, то агульная вось вярчэння ўходзіць у бесканечнасць, вуглавая скорасць сумеснага вярчэння робіцца роў-

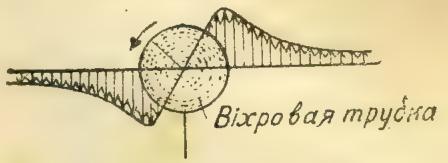
---

[1] Не лішне заўважыць, што ў штодзённым жыцці словам віхор нярэдка абазначаюць не тое, што гідрадынаміка прызнае за віхор. Назва „віхор" нярэдка надаецца таму цыркуляцыйнаму руху, які можа ўзнікнуць ў сапраўднай вадкасці навакол віхру. Сапраўдны віхор абымае толькі часцінкі, размешчаныя ўздоўж восі такой цыркуляцыі.

[2] Апісваемыя ў гэтым параграфе ўласцівасці віхроў падаюцца без доказаў.

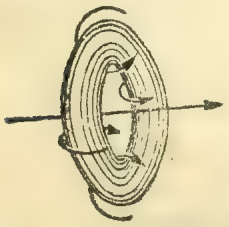
най нулю, і абодва віхры рухаюцца прамалінейна ў кірунку ліній току, праходзячай перпендыкулярна да плоскасці, якая змяшчае абедзве вихровыя ніці.

На віхровай ніці пастаяннага радыуса r, па ўсёй даўжыні якой вуглавая скорасць роўна ζ і не мяняецца з часам, вадкасць верціцца як цвёрдае цела з той-жа вуглавой скорасцю. На паверхні судатыкання віхру з безвіхровым абсягам вадкасці, скорасць вадкасці мяняецца неперарыўна: яна мае на гэтай паверхні максімум, г. зн. пры аддаленні ў той або іншы бок змяншаецца (рыс. 242).



Рыс. 242. Поле скорасці ў прамалінейным фізічным віхры, інтэнсіўнасць якога размеркавана сіметрычна папярэчнаму сячэнню. Стрэлкі паказваюць велічыню скорасці на розных адлегласцях ад цэнтра сячэння (фізічны віхор у адрозненне ад віхровай лініі).

Адзінокая прамалінейная віхровая ніць застаецца, як указана вышэй, у спакоі, але адзінокая ніць, якая мае форму кальца — віхровае кальцо (рыс. 243) — перамяшчаецца перпендыкулярна сваёй плоскасці, у кірунку ліній току, што праходзяць праз яе цэнтр. Сапраўды, віхровае кальцо аналагічна да пэўнай ступені злучнасці паралельных віхроў з праціглымі і роўнымі момантамі, якія, як мы бачылі, перамяшчаюцца паступальна. Скорасць гэтага паступальнага руху тым большая, чым меншы дыяметр віхровага кальца і чым большая вуглавая скорасць віхру. Калі два паралельных адно аднаму віхровых кольцы, напрыклад два кольцы аднолькавай велічыні і аднолькавага моманту, рухаюцца адно за адным уздоўж агульнай восі, перпендыкулярнай да іх плоскасці, то яны ўзаемадзейнічаюць адно з адным. Лініі току, якія выклікаюцца ў акружаючай вадкасці, адным кальцом уплываюць на элементы віхру другога кальца. Кальцо, якое ідзе наперадзе, пры гэтым расшыраецца, і паступальны рух яго запішаецца; а тое, якое ідзе ззаду — звужаецца, паскараецца, даганяе першае кальцо і праходзіць праз яго. Пасля гэтага кальцо, якое абагнала, пачынае расшырацца і рух яго запішыцца, а перагнанае зноў звужаецца; абодва яны прымаюць ранейшую велічыню ў той момант, калі яны апынуцца на ранейшай адлегласці адно ад аднаго. Тады ігра аднаўляецца. Кальцо, якое апынулася ззаду, зноў даганяе пярэдняе і праходзіць скрозь яго і г. д.



Рыс. 243 Віхровае кальцо.

Віхровыя ніці ў сапраўднай вадкасці можна атрымаць, калі напрыклад прымусіць у спакойнай вадзе рухацца роўнамерна і прамалінейна доўгі стрыжань. З абодвух бакоў яго ўзнікаюць віхры, якія ідуць следам за стрыжнем. Кругападобнае віхровае кальцо атрымліваецца, калі шпарка правесці апушчаным на палавіну ў вадкасць дыскам (канцом лыжкі) па паверхні і шпарка выняць яго. У вадзе ўзнікае палавіна віхровага кальца, вось якога ляжыць на паверхні вадкасці.

Пры выштурхванні порцый газу з невялікай адтуліны ў сценцы картоннай каробкі ўтвараюцца віхровыя кольцы, якія можна вельмі добра назіраць, калі каробка напоўнена дымам, які пад-

хапляецца разам з паветрам (рот курца можа з поспехам замяніць такую каробку).

Сапраўдныя вадкасці, церце ўнутраное і знешняе. Існаванне віхру, таксама як і існаванне безвіхровага руху, магчыма ў ідэальнай вадкасці, вольнай ад церця. Як зазначалася вышэй, інтэнсіўнасць віхру, існуючага ў такой вадкасці, не мяняецца з цягам часу, г. зн. віхор, які ёсць у ідэальнай вадкасці, не можа знікнуць; але гэта азначае таксама, што ў такой вадкасці віхор не можа і ўзнікнуць, бо адсутнасць віхру азначае, што інтэнсіўнасць яго роўна нулю, а змяніцца яна згодна папярэдняга не можа.

Такім чынам ідэальная вадкасць магла служыць нам пры абмеркаванні пытання аб існаванні віхроў і вывучэнні іх асноўных уласцівасцей. Але вельмі важная праблема аб узнікненні і знікненні віхру патрабуе пераходу да рэальнай вадкасці, якая характарызуецца церцем. Церце, ад якога мы дагэтуль абстрагаваліся, бо яно ўносіла толькі некаторыя больш або менш нязначныя папраўкі ў нашы вывады, робіцца цяпер для нас прынцыпова важным, бо толькі яго наяўнасць абумаўляе ўзнікненне віхроў і дае, значыць, магчымасць растлумачыць вельмі важныя факты, тлумачэнне якіх звязана са з'яўленнем або знікненнем віхроў.

З'ява церця павінна ўплываць на рух вадкасці, перашкаджаючы яму, г. зн. імкнучыся зменшыць скорасць рухоўнай вадкасці. Церце можа ўзнікаць у выніку рухаў вадкасці адносна старонніх цел (напрыклад сценак судзіны, у якой рухаецца цела)—гэта знешняе церце. З другога боку, церце павінна праявіцца і ў тым выпадку, калі адзін слой вадкасці рухаецца з іншай скорасцю, чым другі слой той-жа вадкасці. Гэты від церця называецца ўнутраным церцем.

Прычыны, якія абумаўляюць знешняе церце, ёсць сілы ўзаемадзеяння паміж малекуламі вадкасці і малекуламі амываемых гэтай вадкасцю цел. Дослед паказвае, што сілы гэтыя вельмі значныя. Часцінкі вадкасці „прыліпаюць" да сценак, у выніку чаго каля самой сценкі руху вадкасці няма: знешняе церце вадкасці аб усе цвёрдыя целы можа лічыцца бесканечна вялікім. Такім чынам пры руху вадкасці слой, які прылягае да сценкі, застаецца нерухомым, а больш далёкія слаі рухаюцца з некаторай скорасцю адносна гэтага нерухомага слоя. Пры такога роду рухах павінна мець месца церце аднаго слоя данай вадкасці аб другі, г. зн. унутраное церце.

З пункту погляду малекулярных уяўленняў сутнасць з'явы ўнутранога церця зводзіцца да наступнага. Няхай два суседнія слаі вадкасці рухаюцца з рознымі скорасцямі, напрыклад скорасць верхняга слоя большая, чым скорасць ніжняга. З прычыны вялікай рухомасці часцінак вадкасці некаторыя з іх будуць пераходзіць з верхняга слоя ў ніжні або наадварот. Пры пераходзе часцінак з больш шпаркага слоя ў больш павольны гэты апошні набывае больш шпаркіх членаў, якія будуць спрыяць павелічэнню скорасці ўсяго гэтага слоя. Наадварот, з'яўленне ў верхнім слоі

часцінак з ніжняга слоя азначае прымешванне да яго больш павольных часцінак, г. зн. зацішэнне гэтага слоя. Такім чынам няўхільны ў вадкасцях абмен часцінкамі паміж слаямі вядзе да зацішэння больш шпаркага і да паскарэння больш павольнага слоя. Гэта ўзаемадзеянне паміж слаямі і ёсць унутраное цярцe, якое можна вызначыць як сілу, што паскарае рух больш павольнага слоя або зацішае больш шпаркі слой. З паданага ясна, што велічыня гэта абумоўлена наяўнасцю рознасці скорасцей паміж слаямі, г. зн. адноснай скорасцю аднаго слоя ў параўнанні з другім. Якімі-б ні былі вялікімі скорасці слаёў, але калі яны аднолькавыя, то вадкасць рухаецца як цэлае, і ніякага ўнутранога церця не назіраецца. Наадварот, чым больш значна мяняецца скорасць вадкасці пры пераходзе ад слоя да слоя, тым большая велічыня сілы ўнутранога церця. Каб ахарактарызаваць змену скорасці, вымерым розніцу ў скорасцях ($v_2 - v_1 = dv$) двух слаёў і адлегласць паміж гэтымі слаямі ($y_2 - y_1 = dy$). Адносіны гэтых двух велічынь $\frac{dv}{dy}$ і вызначаюць сабой, як шпарка мяняецца скорасць пры пераходзе ад слоя да слоя. Гэтыя адносіны называюцца градыентам або падзеннем скорасці; яны паказваюць відавочна, наколькі адрозніваюцца адна ад адной скорасці слаёў, якія знаходзяцца на адлегласці адзінкі даўжыні (напрыклад на 1 *см*).

Дослед паказвае, што сіла ўнутранога церця прапарцыянальна градыенту скорасці. Далей гэта сіла прапарцыянальна паверхні s слізгаючых адзін па адным слаёў. Такім чынам сіла ўнутранога церця:

$$\tau = \eta \cdot s \cdot \frac{dv}{dy},$$

дзе η — множнік прапарцыянальнасці, які залежыць ад прыроды вадкасці. Гэты множнік называецца каэфіцыентам унутранога церця або каэфіцыентам вязкасці. Ён роўны (у сістэме *CGS*) той сіле, з якой вадкасць процідзейнічае руху слоя з плошчай 1 $см^2$, перасоўваемага паралельна слою, які знаходзіцца на адлегласці 1 *см* ад першага і мае скорасць на 1 $\frac{см}{сек}$ большую, чым скорасць першага слоя. Яго размернасць ёсць $\eta = \frac{\text{сіла}}{\text{паверхня} \times (\text{скорасць}/\text{даўжыня})} = \frac{m \cdot l \cdot t^{-2}}{l^2 (l \cdot t^{-1}/l)} l^{-1} m\, t^{-1}$, г. зн. у сістэме *CGS* роўна [$см^{-1}$ *г* $сек^{-1}$].

Пры павышэнні тэмпературы каэфіцыент церця моцна падае; пры павышэнні ціску, наогул кажучы, павышаецца. Пры 18°Ц мы маем наступныя лічбы:

Вада	$\eta = 0{,}0105$ $см^{-1}$ *г* $сек^{-1}$
Этылавы спірт . .	$\eta = 0{,}0124$ „ „ „
Іртуць	$\eta = 0{,}0156$ „ „ „
Гліцэрын (86%) . .	$\eta = 9{,}7100$ „ „ „

Вызначэнне каэфіцыента вязкасці. Закон Пуазейля. Існуе нямала метадаў вызначэння каэфіцыента вязкасці як для кропельных вадкасцей, так і для газаў. Адзін з найбольш надзейных ёсць метад, які грунтуецца на даследаваннях Пуазейля (1846) над рухам вадкасці па доўгіх і вузкіх цыліндрычных трубах.

Пуазейль паказаў, што колькасць Q вадкасці, якая выцякае за адзінку часу, залежыць ад вязкасці яе, радыуса трубкі r і падзення ціску, г. зн. змены ціску на адзінку даўжыні $\left(\frac{p_2 - p_1}{l}\right)$ калі p_2 і p_1 азначаюць ціскі ў двух пунктах трубы, якія знаходзяцца на адлегласці l. Згодна закона Пуазейля

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta} \cdot \frac{p_2 - p_1}{l},$$

г. зн. колькасць вадкасці Q прама прапарцыянальна падзенню ціску і чацвертай ступені радыуса трубкі і адваротна прапарцыянальна каэфіцыенту вязкасці вадкасці.

Ламінарны і турбулентны рух. Закон Пуазейля ўстаноўлены вельмі дакладна для трубак дастаткова вузкіх. Матэрыял, з якога зроблена труба, не адыгрывае ніякай ролі. Гэта адпавядае паданаму вышэй, згодна якога знешняе церце паміж вадкасцю і сценкай бесканечна вялікае: вадкасць знаходзіцца ў спакоі каля сценак трубкі, пакрываючы яе вадкім слоем, унутры якога, як у канале, цячэ астатняя вадкасць. Такім чынам у вадкасці, што цячэ па трубцы, ёсць унутранае церце, каэфіцыент якога, залежны ад прыроды вадкасці, і ўваходзіць у формулу Пуазейля.

Рух у вузкіх трубках, таксама як і многія выпадкі руху ў шырокіх трубах і адкрытых басейнах, належыць да тыпу слаістага або ламінарнага руху, пры якім усю рухоўную вадкасць можна ўяўляць сабе як рад тонкіх слаёў, якія рухаюцца з некалькі рознымі скорасцямі і падхопліваюць адзін аднаго з прычыны ўнутранога церця. У трубках гэтыя тонкія слаі прадстаўляюць сабой рад тонкіх кааксіяльных цыліндраў, г. зн. цыліндраў з агульнай воссю.

Аднак пры ўзрастанні скорасці руху такі характар яго можа змяніцца. У прыдатных умовах у вадкасці пачынаюць з'яўляцца віхры, у выніку чаго часцінкі вадкасці спыняюць рух у выглядзе слаёў: рух робіцца турбулентным. Неабходная для надыходу турбулентнасці крытычная скорасць залежыць ад раду ўмоў, у прыватнасці ад вязкасці вадкасці і яе шчыльнасці; для вязкіх вадкасцей крытычная скорасць большая. Трэба адзначыць, што прычыны узнікнення турбулентнасці яшчэ не цалкам вядомы. Пры руху па вузкіх трубах скорасць ніколі не даходзіць да значэння крытычнай, рух застаецца ламінарным, і закон Пуазейля выконваецца. Але пры трубах больш шырокага дыяметра можна дасягнуць скорасці, пры якой выгляд руху раптоўна мяняецца: замест ранейшага празрыстага патоку раптам з'яўляецца мутны паток, колькасць працякаючай вадкасці робіцца меншай, чым патрабуе закон Пуазейля, г. зн. вадкасць сустракае пры сваім руху большае супраціўленне, чым у выпадку ламінарнага руху і г. д.

Замест павелічэння скорасці вадкасці можна дасягнуць з'яўлення турбулентнасці, павялічваючы дыяметр трубкі або змяншаючы вязкасць вадкасці (напрыклад награваючы яе). З'яўленне турбулентнасці вызначаецца лікавым значэннем суадносін паміж велічынямі, якія характарызуюць рух (размеры трубы, вязкасць вадкасці, яе шчыльнасць і скорасць руху). Гэтыя суадносіны, якія называюцца лікам Рэйнольдса, у выпадку труб з круглым сячэннем маюць выгляд:

$$R = v \cdot d \frac{\rho}{\eta} = \frac{v \cdot d}{\nu},$$

дзе v—скорасць руху, d—дыяметр трубы, ρ—шчыльнасць вадкасці, η—каэфіцыент вязкасці. З прычыны таго, што выраз η/ρ адыгрывае істотную ролю ва ўсіх

гэтых з'явах, то мы абазначылі яго адной літарай ν. Гэтыя адносіны звычайна называюць кінематычнай вязкасцю або кінематычным каэфіцыентам церця.

Для труб з круглым сячэннем справядлівасць закона Пуазейля канчаецца, і рух робіцца турбулентным, калі R дасягае 2000. Напрыклад для трубы дыяметра ў 1 *см*, праз каторую цячэ вада пры тэмпературы 18° Ц ($\eta = 0{,}0105$), крытычнай скорасцю будзе $21\ \frac{см}{сек}$.

Лік Рэйнольдса. Лік Рэйнольдса, які адыгрывае істотную ролю пры вызначэнні ўмоў узнікнення турбулентнасці, выкарыстоўваецца і ў цэлым радзе іншых гідрадынамічных праблем. Дапусцім, што мы даследвалі мадэль лодкі ў якімнебудзь дапаможным басейне і хочам на падставе гэтых даследванняў пабудаваць самую лодку. Ці можна лічыць рэзультаты вымярэнняў (напрыклад вымярэнняў затраты энергіі і дасягаемай скорасці), атрыманыя з назіранняў, зробленых над мадэллю, справядлівым і для лодкі? Відавочна, не. Нават калі мы павялічым у адпаведным маштабе геаметрычныя размеры мадэлі і зробім яе з таго-ж матэрыялу, што і лодку, фізічныя ўмовы руху мадэлі ў басейне будуць істотна адрознівацца ад умоў руху лодкі ў моры. Скорасць, глыбіня пад узроўнем вады, тэмпература і шчыльнасць вады, даваемыя хвалі,—караней, усе тыя ўмовы, якімі штучны дослед павінен адрознівацца ад сапраўднасці, будуць для іх розныя. Гэта абумаўляе і розніцу сіл інерцыі і сіл церця, дзеючых на лодку, з аднаго боку, і на мадэль—з другога. Узнікае наступнае пытанне: лодка і яе мадэль геаметрычна падобны адна да адной; пры якіх умовах фізічныя працэсы, якія адбываюцца ў іх, акажуцца механічна падобнымі? Адказ на яго такі: працэсы механічна падобны, калі адносіны сіл інерцыі да сіл церця для мадэлі такія-ж, як для лодкі. Грунтуючыся на меркаваннях размернасці, Рэйнольдс паказаў, што фактары, якія характарызуюць абедзве гэтыя групы сіл, павінны ўваходзіць у пэўнай камбінацыі. Гэтыя фактары: каэфіцыент вязказці η, скорасць v, шчыльнасць вадкасці ρ і якая-небудзь даўжыня l, якая вызначае лінейныя размеры ўваходзячага ў выпрабаванне аб'екту (размер лодкі, дыяметр трубы і г. д.). З η, v, ρ і l можна ўтварыць суадносіны $\frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta}$, якія адрозніваюцца тым, што яны ёсць абстрактны лік. Сапраўды, размернасць $\frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta}$ ёсць $\frac{m \cdot l^{-3} \cdot l \cdot t^{-1} l}{l^{-1} m \cdot t^{-1}}$, г. зн. абстрактная велічыня. Уводзячы, як і ў папярэднім параграфе, замест η/ρ велічыню кінематычнага каэфіцыента церця ν, атрымаем для ліку Рэйнольдса выраз $\frac{vl}{\nu}$.

Лікавае значэнне гэтай велічыні і з'яўляецца, паводле Рэйнольдса, рашаючым у пытаннях, падобных пастаўленаму вышэй пытанню аб механічным падабенстве мадэлі і лодкі. Яго называюць лікам Рэйнольдса або ўказальнікам руху вадкасці.

Лік Рэйнольдса можна коратка характарызаваць так: калі мы зыходзім з доследу, выконваемага ў пэўных гідрадынамічных умовах, то выпадак механічна падобны да разгледжанага, будзе ажыццяўляцца тады і толькі тады, калі лік Рэйнольдса для іх аднолькавы. На доследзе з мадэллю гэта азначае наступнае: рэзультаты, атрыманыя на мадэлі, можна тады пераносіць на падводную лодку, калі мадэль або рухаецца з павялічанай у некалькі разоў скорасцю, адпаведнай яе зменшаным размерам або калі для доследу бярэцца вадкасць з адпаведна маленькім кінематычным каэфіцыентам церця. Далей усё роўна, ці вытвараецца дослед у вадзе або ў паветры або ў якой-небудзь іншай вадкасці, абы толькі размеры і скорасць былі падабраны так, каб лік Рэйнольдса заставаўся пастаянным. Адзіная ўваходзячая ў яго пастаянная, характэрная для данай матэрыі, ёсць кінематычны каэфіцыент церця $\eta/\rho = \nu$. Яна напрыклад для паветра ў 14 разоў большая, чым для вады. Таму рэзультаты доследу, выкананага ў вадзе, могуць быць дапасаваны да працэсаў, якія адбываюцца ў паветры, калі даследуемае ў паветры цела мае напрыклад у два разы большыя размеры і ў 7 разоў большую скорасць, чым даследуемае ў вадзе.

Заўважым, што закон Рэйнольдса справядлівы толькі для руху ўнутры вадкасці. Пры руху-ж на паверхні вадкасці, дзе істотнае значэнне мае сіла цяжару, адыгрываюць ролю іншыя законы (Фроуд, гл. стар. 251). Пры руху

ў паветры або ў глыбіні вады сіла цяжару цалкам ураўнаважваецца выштурхвальнай сілай, якой падпадае кожная часцінка вадкасці з боку сваіх суседзяў, і таму не аказвае ўплыву на рух.

Супраціўленне вадкасці руху цвёрдага цела. Апісаныя даныя аб унутраным і знешнім церці вадкасці робяць зразумелым, што рух цвёрдага цела ўнутры вадкасці павінен сустракаць пэўнае працідзеянне.

І ў гэтым пытанні трэба адрозніваць рухі настолькі павольныя (больш правільна, адпаведныя дастаткова малым значэнням ліку Рэйнольдса), калі ўтварэнне віхроў не адыгрывае ролі, і рухі, пры якіх істотна з'яўленне віхраў.

У першым выпадку механізм супраціўлення вадкасці зводзіцца да наступнага. Цела, якое рухаецца ў вадкасці, падхапляе прылягаючы да яго слой вадкасці з поўнай скорасцю цела. Больш аддаленыя слоі падхапляюцца з меншымі скорасцямі, у выніку чаго навакол рухоўнага цела ўтвараецца зона, у якой скорасць мяняецца ад поўнай скорасці цела (паблізу яго) да нуля,—у той частцы вадкасці, дзе ўжо не адчуваецца ўплыў рухоўнага цела. Чым большая вязкасць вадкасці, тым больш шырокая „зона руху". Такім чынам рух цела прыводзіць у рух значныя масы вадкасці, для чаго патрэбна пэўная работа. Работа гэта павінна дастаўляцца сіламі, якія падтрымліваюць рух цела, якія значыць і ідуць на перамаганне супраціўлення, абумоўленага церцем вадкасці. Калі цела не падштурхваецца ніякімі сіламі, то неабходная энергія запазычаецца з пачатковай кінетычнай энергіі цела. З прычыны церця гэта кінетычная энергія змяншаецца, г. зн. змяншаецца і скорасць цела, пакуль яно не спыняецца зусім.

Важны выпадак руху такога роду прадстаўляе падзенне цела ў вязкай вадкасці. Паскаральнае дзеянне сілы цяжару кампенсуецца церцем, і цела пачынае падаць з пастаяннай скорасцю v. Для выпадку падаючага шарыка радыуса r Стокс устанавіў наступную формулу. Скорасць падзення

$$v = \frac{2}{9} \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\eta} \cdot r^2 g;$$

тут ρ_1—шчыльнасць шара, ρ—шчыльнасць вадкасці, η—каэфіцыент вязкасці яе, g—паскарэнне сілы цяжару.

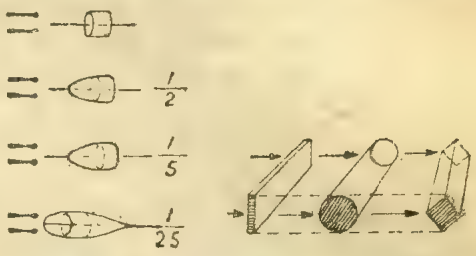
Формула гэта справядліва толькі тады, калі лік Рэйнольдса значна менш за адзінку.

Для кропель вады ў паветры (воблакі) (ρ_1—шчыльнасць вады; ρ—шчыльнасць паветра, η—каэфіцыент вязкасці паветра, роўны 0,00018) формула Стокса можа быць дапасавана толькі да часцінак, калі r менш 0,02 *мм*. Для гэтага выпадку $v = 1{,}2 \cdot 10^6 r^2$ (r выражана ў *см*, v — у *см/сек*).

Пры руху змазачнага масла паміж вярчальным валам і яго падшыпнікамі мы таксама маем настолькі павольныя рухі, што здавальняецца закон Пуазейля. Слой масла, які прылягае да вала, рухаецца разам з ім, а слой, які прылягае да падшыпніка, застаецца нерухомым. Унутранае церце масла перадае на вал пэўную частку напружання зруху, якое дзейнічае на падшыпнікі.

Аднак, хоць гэта церце і перашкаджае руху, яно ўсё-ж значна меншае, чым непасрэднае церце вала аб падшыпнік. З гэтай прычыны ўжываць змазачнае масла выгадна.

Калі рух адбываецца так, што лік Рэйнольдса вялікі (вялікая скорасць руху, малая вязкасць, вялікая шчыльнасць і г. д.), то падхопліванне вялікіх мас вадкасці рухоўным целам не мае месца, і разгледжаная вышэй прычына супраціўлення вадкасці руху адыгрывае нязначную ролю. Аднак пры гэтым могуць узнікаць іншыя з'явы. Слой вадкасці, які непасрэдна прылягае да цела, падхопліваецца ім з поўнай скорасцю. „Пагранічны слой", які ўтвараецца паблізу цела, узаемадзеючы з астатняй вадкасцю, можа даць пачатак віхрам, якія ўзнікаюць паблізу цела і адходзяць ад яго, аддаляючыся ў навакольную вадкасць. З прычыны таго, што кожны такі віхор уносіць з сабой пэўны запас энергіі ў выглядзе кінетычнай энергіі вярчальных часцінак, то ясна, што ўтварэнне віхру не праходзіць бясследна для рухоўнага цела. Яго энергія павінна зменшыцца на велічыню, унесеную віхрам, г. зн. скорасць цела зменшыцца. Такім чынам рухоўнае цела будзе тармазіцца з прычыны ўтварэння віхроў, і для падтрымання яго скорасці нязменнай, патрэбна будзе неперарыўнае дзеянне сілы, работа якой дастаўляе неабходную для ўтварэння віхроў энергію.



Рыс. 244—245. Залежнасць супраціўлення патоку паветра ад формы цела.

Для многіх выпадкаў велічыня супраціўлення можа быць выражана формулай:

$$W = cf\rho\frac{v^2}{2},$$

дзе f—плошча рухоўнага цела (перпендыкулярная да кірунку руху), ρ—шчыльнасць вадкасці, v—скорасць цела, c—„лік супраціўлення", які, наогул кажучы, непастаянны і залежыць ад значэння ліку Рэйнольдса. Для многіх выпадкаў аднак яго можна лічыць пастаянным.

Тэорыя і эксперымент паказваюць (Прандтль), што **самыя галоўныя віхраўтваральныя** працэсы, якія абумаўляюць супраціўленне, адбываюцца **ззаду** рухоўнага цела. У адпаведнасці з гэтым форма **задняй** часткі рухоўнага цела адыгрывае вельмі вялікае значэнне.

Найменшае супраціўленне прадстаўляюць целы, задняя частка якіх **паступова сходзіць на нішто**. Перад цела можа быць завостраны, хоць нярэдка такія-ж добрыя і нават лепшыя рэзультаты атрымліваюцца з яйкападобна закругленай пярэдняй часткай. На рыс. 244 паказана цела, знешняя абалонка якога прыстасавана ў адпаведнасці з патрабаваннямі мінімуму супраціўлення. Само па сабе, без абалонкі, цыліндрычнае цела прадстаўляе пэўнае супраціўленне, велічыню якога абазначым праз 1. Забяспечыўшы яго спераду конусападобнай насадкай, мы зменшым

яго супраціўленне да $^1/_2$ і нават да $^1/_4$ у залежнасці ад вугла конуса. Гранатападобная насадка даводзіць супраціўленне да $^1/_5$. Надаўшы ж знешняй абалонцы рыбападобную форму, мы знізім супраціўленне да $^1/_{25}$. Форма знешняй абалонкі мае велізарнае значэнне для рацыянальнай канструкцыі аэрапланаў і аўтамабіляў.

У непасрэднай сувязі з разглядаемымі пытаннямі стаіць таксама пытанне, якое датычыць размеркавання ціску на целы, абцякаемыя патокамі паветра, напрыклад пры буры.

Супраціўленне розных частак, ужываемых для пабудоў, істотна залежыць ад іх формы. Ясна, што круглая фабрычная труба была больш устойлівая пры ветры, чым чатырохвугольная. Рыс. 245 паказвае розныя формы абцякаемых перашкод.

Вадзяныя хвалі. Скорасць пашырэння. Супраціўленне, аказваемае вадкасцю цвёрдаму целу, якое рухаецца ў ёй, можна заўсёды падзяліць на дзве часткі. Гэта дзяленне адпавядае раскладанню той сілы, з якой вадкасць дзейнічае на цела, на нармальную і тангенцыяльную састаўляючыя. Злучнасць нармальных састаўляючых дае супраціўленне ціску (аб'ёмнае супраціўленне), злучнасць тангенцыяльных састаўляючых—супраціўленне церця (паверхневае супраціўленне). Калі цела рухаецца па паверхні вадкасці, то да гэтых супраціўленняў дадаецца яшчэ хвалевае супраціўленне, абумаўляемае хвалямі, якія ўтвараюцца пры руху цела. Тут закон Рэйнольдса саступае месца закону Фроуда. Лік, які характарызуе рух вадкасці, змяшчае ў гэтым выпадку не толькі скорасць v і даўжыню l, але і паскарэнне сілы цяжару g, пад дзеяннем якой утвараюцца хвалі. Выраз $\frac{v^2}{gl}$, куды ўваходзяць гэтыя тры велічыні, прадстаўляе сабой абстрактны лік, так званы лік Фроуда.

Працэс утварэння хвалі будзе намі падрабязна разгледжаны ніжэй; пакуль жа зазначым толькі на самае істотнае. Калі парушыць роўнавагу вады, напрыклад кінуўшы ў яе якое-небудзь цела, то ад месца падзення цела на паверхню вады пабягуць хвалі, якія маюць форму кругоў. Гэтыя кругі будуць расшырацца ўсё больш і больш, паступова аслабяваючы, і нарэшце зусім знікнуць. Тыя месцы, у якіх хваля дасягае найбольшай вышыні, называюцца яе грэбнямі, а тыя месцы, у якіх яе вышыня найменшая,—западзінамі. Адлегласць паміж двума суседнімі грэбнямі (або западзінамі) называецца даўжынёй хвалі. Часцінкі вады, якія ўтвараюць хвалю, не бягуць следам за хваляй. Яны вагаюцца каля свайго першапачатковага палажэння, апісваючы невялікія амаль замкнутыя вертыкальныя кругі, злёгку адкрытыя ў кірунку пашырэння хвалі. Рух „хвалі" прадстаўляе сабой перамяшчэнне формы паверхні, якая ў розны час складаецца з розных часцінак.

Даўжыня вадзяных хваль, г. зн. адлегласць паміж двума суседнімі грэбнямі бывае вельмі розная. Розніца паміж хвалямі, якія выклікаюцца падзеннем кроплі, і хвалямі, якія ўтвараюцца каля кіля акіянскага парахода,—велізарная. У глыбіні рух хутка згасае; ужо на глыбіні поўхвалі ён амаль (прыкладна на 96 проц.) знікае.

Тэорыя, якая прымае ў разлік існаванне паверхневага нацяжэння (гл. ніжэй) прыводзіць да наступнага выразу для скорасці пашырэння хваль:

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{T \cdot 2\pi}{\rho\lambda}}.$$

Другі член абумаўляецца паверхневым нацяжэннем; T ёсць капілярная пастаянная; калі не ўзяць яе пад увагу, то другі член можна прыняць роўным нулю. Такім чынам скорасць пашырэння хваль па паверхні залежыць ад даўжыні хвалі. Пры вялікіх даўжынях хваль (λ вялікая) можна не прымаць пад увагу другі член, бо λ уваходзіць у яго ў назоўніку. Тады

$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}},$$

скорасць прапарцыянальна корню квадратнаму з даўжыні хвалі, г. зн. доўгія хвалі пашыраюцца больш шпарка, чым кароткія. Калі прымаць пад увагу і капілярнасць, то для доўгіх хваль дамінуючае значэнне будзе мець першы, для кароткіх хваль—другі член. Пры сумесным дзеянні капілярнасці і цяжару скорасць пашырэння не можа быць **меншай** за пэўнае мінімальнае значэнне (c_{min}). Гэта найменшае значэнне

$$c_{min} = \sqrt[4]{\frac{4gT}{\rho}}$$

адпавядае даўжыні хвалі

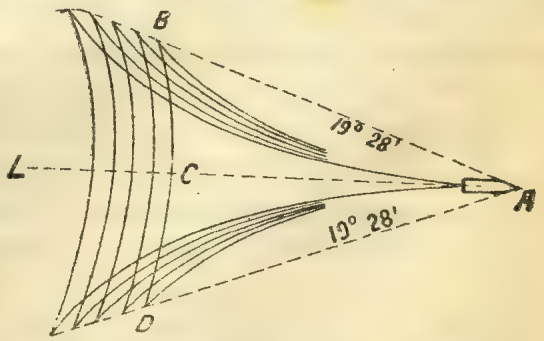
$$\lambda_{min} = 2\pi\sqrt{\frac{T}{g\rho}}.$$

На свабоднай паверхні вады $c_{min} = 23{,}2$ *см/сек* і $\lambda_{min} = 1{,}73$ *см*, бо для вады $T = 74\frac{дын}{см}$, $g = 981\frac{см}{сек^2}$ і $\rho = 1\frac{г}{сек^3}$. Хвалі, даўжыня якіх большая λ_{min}, называюцца **вагавымі хвалямі**, а даўжыня якіх меншая λ_{min}—**капілярнымі хвалямі**.

Скорасць пашырэння хваль залежыць таксама ад глыбіні вадкасці (фактар, які выражае гэту залежнасць, павінен уваходзіць у другі член пад корнем; для спрашчэння мы яго адкінулі). Калі аднак гэта глыбіня вялікая ў параўнанні з даўжынёй хвалі, то яе ўплыў можна не прымаць пад увагу. У гэтым выпадку, абстрагуючыся ад капілярных сіл, можна лічыць скорасць пашырэння прапарцыянальнай корню квадратнаму з даўжыні хвалі.

Пры ўзбурэнні паверхні вады, якое вядзе да ўтварэння хваль, узнікаюць **адначасова** хвалі самай разнастайнай даўжыні; пры гэтым доўгія пашыраюцца хутчэй, чым кароткія, і таму могуць быць аддзелены ад іх. Гэта раздзяленне называецца **дысперсіяй**, а формула для скорасці пашырэння хваль—**дысперсійнай формулай**. Капілярныя хвалі ледзь прыкметны, бо яны шпарка знішчаюцца церцем. Калі даўжыня хваль вялікая ў параўнанні з глыбінёй h басейна вады, то дысперсія зусім малая. Пры надта вялікіх (у параўнанні з h) даўжынях хваль дысперсія зусім знікае, і ўсе хвалі цашыраюцца з адной скорасцю $\sqrt{gh}$, роўнай скорасці, набываемай целам, якое свабодна падае з вышыні $\frac{h}{2}$. (Аб мелкім і глыбокім басейне можна казаць толькі ў адносінах да даўжыні хваль, якія ў ім пашыраюцца. У адносінах да хваль, якія ўзнікаюць пры прыліве і адліве, акіян з'яўляецца мелкім).

Група хваль. Хвалі пры праходжанні карабля. Як было сказана, доўгія хвалі абганяюць кароткія. Чым карацейшая хваля, тым больш павольна яна пашыраецца. Такім чынам уся **група** хваль, якія пашыраюцца, расцягваюцца на пэўны адрэзак у кірунку пашырэння. Перад яе фронтам і за яе канцом паверхня вадкасці знаходзіцца ў спакоі. Уся гэта група рухаецца як цэлае ўперад. „Перамяшчэнне" яе праяўляецца ў тым, што спераду ўзнікаюць хвалі, а ззаду яны знікаюць. Хвалевая група змяшчае ў сябе тую энергію, якая была затрачана на яе ўтварэнне. Таму пад скорасцю **групы** разумеюць скорасць перанасімай ёю **энергіі**. Можна паказаць, што групавая скорасць вагавых хваль прыкладна ў два разы меншая за скорасць кожнай хвалі ў паасобку. Тлумачэнне хвалевага супраціўлення цесна звязана з тэорыяй хвалевых груп.



Рыс. 246. Група хваль, якая ідзе следам за караблём.

Групы хваль адыгрываюць вялікую ролю пры руху карабля (па каналe або ў адкрытым моры). За караблём A ідзе следам група хваль, якая ўвесь час падаўжаецца. У адкрытым моры абсяг, пакрыты хвалямі, якія накладаюцца адна на другую (інтэрферуюць), абмежаваны прамымі AD і AB (рыс. 246), якія пачынаюцца каля носа карабля і ўтвараюць з лініяй кіля AC вугал у 19° 28′. Тэорыя

даводзіць, што апроч гэтых „задніх" хваль паверхня вады ўзбураецца і перад караблём і з бакоў ад яго, але вельмі мала, чаму гэта ўзбурэнне не адыгрывае ролі. За караблём, які рухаецца па замкнутым канале, таксама следам ідзе група хваль. Скорасць яе канца роўна палавіне скорасці карабля, калі толькі глыбіня вады ў канале вельмі вялікая (г. зн. большая за даўжыню хвалі). Інакш кажучы група хваль, якая ідзе следам за караблём, змяншаецца са скорасцю, роўнай палавіне скорасці яго руху. Значная частка энергіі, затрачваемай пры руху карабля, ідзе на ўтварэнне і падтрыманне гэтай групы хваль. Скот Рэсель паказаў, што калі скорасць карабля дасягае пэўнага значэння, то група хваль, якая ідзе следам за ім, знікае, бо хвалі знішчаюцца ўзаемнай інтэрферэнцыяй. Па меры набліжэння скорасці да значэння $\sqrt{gh}$, дзе h — глыбіня канала, група хваль робіцца ўсё карацейшай, а хвалі ўсё вышэйшымі; пры скорасці-ж, якая крыху перавышае гэта значэнне, хвалі зусім знікаюць, супраціўленне падае да мінімуму і пры невялікай затраце энергіі карабль набывае значную скорасць (fly-boat).

З'ява Магнуса. Ротар Флетнера. Узнікненне віхроў і звязаныя з ім з'явы даюць магчымасць растлумачыць рад вельмі дзіўных гідрадынамічных з'яў. Як ужо зазначалася на стар. 242, злучнае дзеянне патоку і цыркуляцыі можа прывесці да ўзнікнення значных бакавых ціскаў.

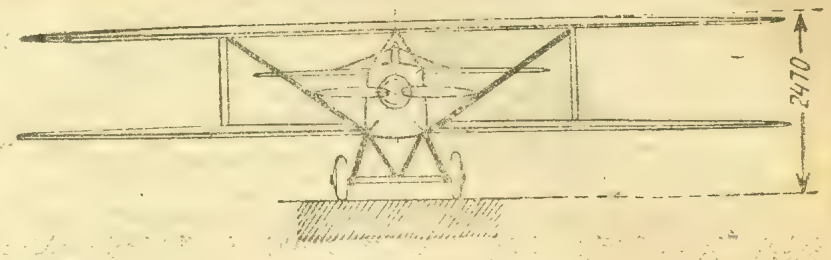
Наяўнасць патоку лёгка можа быць забяспечана (вецер, паступальны рух мяча, які ляціць, і г. д.). Для ўзбуджэння-ж цыркуляцыі мы можам выкарыстаць з'явы ўтварэння віхроў, якія ўзнікаюць у пагранічным слоі цела пры яго шпаркім руху.

Няхай $BAB'C$ ёсць сячэнне вертыкальна стаячага круглага цыліндра, які знаходзіцца ў моцным безвіхровым патоку паветра, накіраваным перпендыкулярна да яго восі. Рыс. 239а дае малюнак ліній току ў любым папярочным сячэнні цыліндра. Няхай цяпер цыліндр пачынае шпарка вярцецца навакол сваёй восі. Непасрэдна прылягаючы да яго слой вадкасці ідзе следам за ім. Наступныя слаі пачынаюць перамяшчацца адзін адносна другога. Відавочна, чым далей знаходзіцца слой, тым большая будзе яго скорасць адносна цыліндра. Такім чынам цыліндр аказваецца акружаным зонай, у якой скорасць расце ад нуля (на паверхні цыліндра) да скорасці свабоднага патоку (якая не залежыць ад церця). Гэты пераход абумаўляецца сіламі церця. Больш падрабязнае вывучэнне працэсаў, якія адбываюцца ў зоне церця, паказвае, што прычынай утварэння цыркуляцыі навакол вярчальнага цыліндра з'яўляюцца віхры, якія ўзнікаюць каля паверхні цыліндра і адрываюцца ад яе. З прычыны цыркуляцыі ўзнікае рознасць ціскаў, якая падаецца на рысунку 239, са згушчэннем ліній току на адным баку і разрэджаннем іх на другім баку цыліндра. Гэты папярочны ціск дзейнічае ў кожным сячэнні цыліндра. Яго можна зрабіць настолькі вялікім, што рухоўны цыліндр пачне пад яго дзеяннем перасоўвацца. Заслугоўвае асаблівай увагі, што кірунак руху перпендыкулярны да кірунку патоку паветра і перпендыкулярны да восі цыліндра. Рух накіраваны ў той бок, дзе кірунак вярчэння супадае з кірункам патоку.

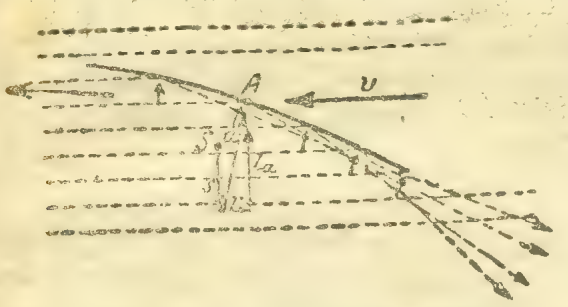
Апісаная з'ява была адкрыта Магнусам (1852). Значна пазней яна была растлумачана і дэтальна абследвана ў работах

Рэлея і Прандтля, а ў 1923 г. усеагульную ўвагу прыцягнула ўдалая спроба Флетнера выкарыстаць вярчальны цыліндр замест паруса карабля [1].

Аэрапланы. Працэсы, якія абумаўляюць магчымасць палёту змея і аэраплана, таксама вельмі цесна звязаны з утварэннем віхроў. Калі паверхня рухаецца дастаткова шпарка адносна паветра і прытым так, што складае некаторы вугал з кірункам руху, то на верхнім баку гэтай паверхні ўзнікае паніжэнне ціску, а на ніжнім—павышэнне. Рэзультуючая сіла, якая наравана знізу ўверх, прыблізна перпендыкулярна паверхні крыла. Яе можна раскласці на дзве ўзаемна перпендыкулярныя састаўляючыя: адна з іх на іравана па лініі руху і крадстаўляе сабой супраціўленне, аказваемае гэтаму руху, другая—перпендыкулярна кірунку руху і прадстаўляе сабой пад'ёмную сілу. Калі надаць папяроваму змею вялікую скорасць адносна паветра, рухаючы яго супроць ветру, і падставіць яго пад пэўным вуглом да ветру, то ён узнімецца ўгору. Калі-ж яго павёрхня пры гэтым дастаткова вялікая, то ён зможа ўзняць значны цяжар. Заснавальнік лятальнай тэхнікі Отто Ліліенталь, першы чалавек, які сапраўды лятаў, знайшоў доследным шляхам, што для ўзняцця чалавека сярэдняй вагі дастаткова паверхня ў 14 $м^2$. Для таго, каб зрабіць апарат устойлівым і лёгкакіруемым, Ліліенталь узяў дзве размешчаныя адна над адной паверхні замест адной, г. зн. пабудаваў біплан. Далейшыя работы, звязаныя з імем братоў Райт, прывялі да стварэння сучаснага аэраплана (рыс. 247). Яго паступальны рух у паветры атрымліваецца з дапамогай прапелера, прывадзімага ў вярчэнне маторамі. Узнікненне аэрадынамічнай выштурхвальнай сілы паказана на рыс. 248. Калі змей або крыло аэраплана рухаюцца дастаткова шпарка злева направа, то паветра будзе выцясняцца з-пад крыла да нізу. З прычыны гэтага ў пункце A ўзнікае пад'ёмная сіла a, перпендыкулярная паверхні. Яе састаўляючая l_a праяўляецца як уласна пад'ёмная сіла, у той час як састаўляючая l_a аслабляе сілу v, якая рухае паверхню ўперад. Для таго, каб узняць паверхню, сіла l_a павінна быць большай, чым вага паверхні, якая на нашым рысунку падана прыложанай у цэнтры цяжару S сілай s.



Рыс. 247. Біплан.



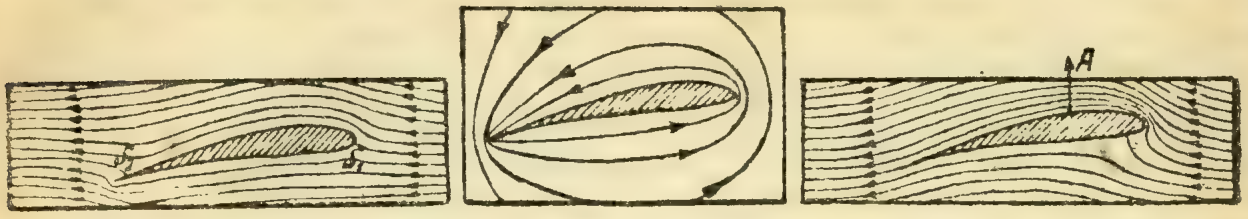
Рыс. 248. Узнікненне пад'ёмнай сілы на паверхні змея.

Перавышэнне сілы l_a над сілай вагі ўзнімае апарат уверх. З прычыны прысутнасці сілы v, апарат узнімаецца па нахільнай лініі, г. зн. і ўверх рухаецца ўперад і ўверх. З тэхнічнага пункту погляду крылу аэраплана выгадна надаць такую форму, каб сіла l_a была магчыма большай, а супраціўленне магчыма меншым. У цяперашні час на падставе тэарэтычных і эксперыментальных меркаванняў пабудаваны такія формы крылляў, пры якіх супраціўленне не больш 1 проц. пад'ёмнай сілы. Пад'ёмная сіла і супраціўленне залежаць таксама ад вугла паміж паверхняй крыла і кірункам руху (пры палёце па гарызантальным кірунку гэты вугал ляжыць звычайна паміж 1,5 і 4°). Пад'ёмная сіла істотна залежыць ад характару руху паветра, які акружае крыло. Самы характар руху залежыць ад профіля крыла, прычым істотную ролю адыгрывае форма задняга краю апошняга. Размеркаванне ціску і скорасці прыводзіць там да ўтварэння віхра, і гэты віхор

---

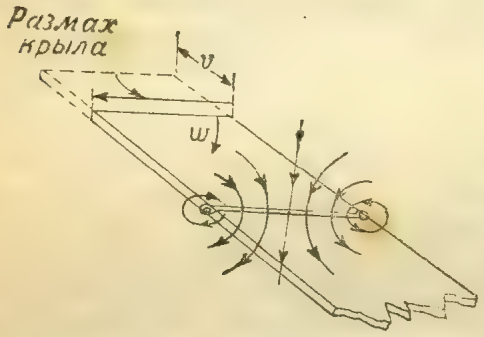
[1] Гл. артыкул Л. Прандтля „Эффект Магнуса и воздушный корабль". Успехи физ. наук, т. V, стар. 1, 1925.

ператварае першапачатковы рух без цыркуляцыі (рыс. 249*а*) у рух з цыркуляцыяй (рыс. 249*б*). Складаны рэзультуючы рух дае сілу, накіраваную ўверх (249*с*). Апроч супраціўлення профіля, істотную ролю адыгрывае таксама супраціўленне на бакавых краях крыла, з прычыны чаго і там утвараюцца віхры. Калі-б паверхня крыла была бесканечна вялікай, гэтага супраціўлення і звязаных з ім віхроў не было-б. Кірунак цыркуляцыі ў гэтых віхрах такі-ж, як у асноўным віхры. Яны паяўляюцца з абодвух бакоў крыла і рухаюцца



Рыс. 249*а*. Паток без цыркуляцыі. Рыс. 249*б*. Цыркуляцыя каля крыла аэраплана. Рыс. 249*с*. Паток з цыркуляцыяй.

ўніз з дастатковай скорасцю. Калі-б пад'ёмная сіла была роўнамерна размеркавана па ўсім крыле, то ўзнікалі-б толькі гэтыя віхры з бакоў. Але ў сапраўднасці велічыня гэтай сілы паступова падае па меры пераходу ад сярэдзіны да краёў. Таму на заднім краі паверхні ўзнікае неперарыўная паласа віхроў, якая рухаецца ўніз. „Паветра перад крылом і з бакоў яго застаецца ў асноўным спакойным, толькі той слой, праз які прайшло крыло, набывае скорасць, накіраваную ўніз. Прыблізную карціну руху паветра можна атрымаць (рыс. 250), калі ўявіць сабе дошку, шырыня якой роўна шырыні крыла і якая пачынаецца на заднім баку крыла і падаўжаецца па меры руху аэраплана, у выніку чаго пярэдні канец яе неперарыўна ідзе следам за аэрапланам. Калі рухаць гэту ўяўную дошку ўніз, то ўтвараемы ёю паток будзе з добрым набліжэннем падаваць працэсы. якія адбываюцца каля крыла" (Бетц).



Рыс. 250. Узнікненне паветраных віхроў з бакоў крыла.

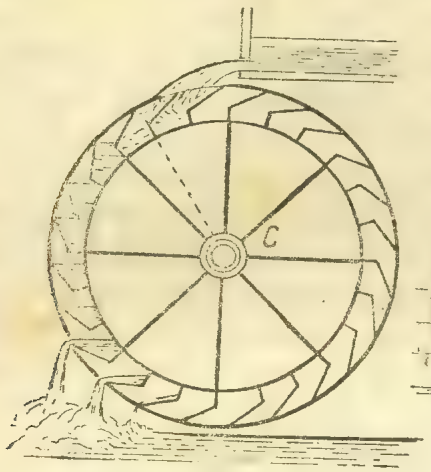
Рухальная сіла вады. Вадзяныя колы. Вадзяныя турбіны.

Вывучэнне руху вады па рэках, каналах і трубах мае велізарнае практычнае значэнне, бо скарыстанне энергіі рухоўнай вады для атрымання работы з'яўляецца адной з асноўных задач тэхнікі. Значна меншая роля ветраных рухавікоў, якія выкарыстоўваюць энергію рухоўных мас паветра. Аднак за апошні час і гэта галіна тэхнікі робіць значныя поспехі.

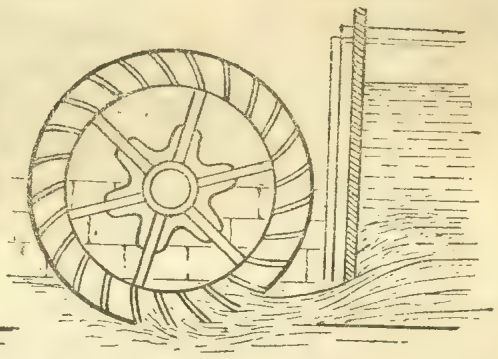
Пад дзеяннем сілы цяжару вада рухаецца пад некаторым вуглом да гарызантальнай плоскасці. На колькі вялікая работа, якую можа выканаць такая „падаючая" вада—відаць хоць-бы з разбурэнняў пры навадненнях і ледаходах. Гэта работа выконваецца за кошт энергіі руху вады. Пры сваім падзенні вада набывае скорасць, якая тым большая, чым з большай вышыні пачалося падзенне. Але для таго каб падзенне было магчымым, вада павінна спачатку быць узнята. Гэта ўзняцце абумаўляецца метэрэалагічнымі працэсамі. Выпараючыся з паверхні мораў, азёр, і рэк, вадзяная пара, будучы лягчэйшай за паветра, узнімаецца (усплывае) уверх, зноў ператвараецца ў ваду і падае ўніз ў вы-

глядзе снегу, дажджу і граду. Калі пры сваім узняцці вадзяныя асадкі затрымліваюцца на вяршыні якой-небудзь гары, то з імі будзе звязаны пэўны запас патэнцыяльнай энергіі. Калі-ж вада сцякае з вяршыні, то яе патэнцыяльная энергія ператвараецца ў кінетычную, і можна выкарыстаць яе для выканання карыснай работы.

Для ператварэння энергіі шпарка цякучай вады ў работу мы прымушаем яе в а г у або с і л у ў д а р у вярцець кола навакол вала. Энергія, наданая гэтаму колу, падобнаму да махавіка паравой машыны, можа быць далей выкарыстана паводле нашага жадання. Раней ужываліся выключна в а д з я н ы я к о л ы,



Рыс. 251. Наліўное кола, якое прыводзіцца ў вярчэнне сілай вагі вады.



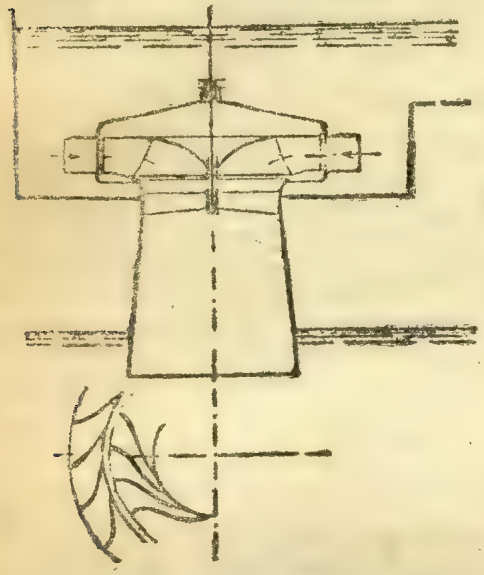
Рыс. 252. Падліўное кола, якое прыводзіцца ў вярчэнне сілай удару вады.

якія захаваліся цяпер толькі ў самых маленькіх установах, чаму мы гаворым аб іх толькі для паўнаты. Для выкарыстання вагі служаць так званыя н а л і ў н ы я к о л ы (рыс. 251). Падаючы з трубы на кола, вада пападае ў тыя скрынкі, якія займаюць пэўнае палажэнне адносна трубы. Пад уплывам вагі вады кола паварачваецца, падстаўляючы пад трубу іншыя скрынкі, у той час як з першых вада выліваецца. Такое кола можна ўжываць толькі тады, калі вышыня, з якой падае вада, большая за дыяметр кола. Калі вышыня падзення недастаткова вялікая, але за тое колькасць вады і скорасць яе настолькі значная, што ў д а р патоку аказваецца моцным, можна ўжываць п а д л і ў н ы я колы (рыс. 252). Вада ўдараецца аб апушчаныя ў яе лопасці кола. Тангенцыяльная складаючая ўдару паварачвае кола і падстаўляе пад удар наступныя лопасці.

Вадзяныя колы вельмі недасканала выкарыстоўваюць дастаўляемую ім энергію. Сцякаючы з кола, вада яшчэ мае вялікую скорасць; значыць далёка не ўся яе кінетычная энергія пераходзіць на кола. Апроч таго нямала вады ўвесь час распырскваецца ў бакі і г. д. У працілегласць гэтым застарэлым прыладам сучасныя вадзяныя маторы і турбіны скарыстоўваюць энергію вады амаль цалкам. У вадзяных маторах ціск вады прыводзіць у рух (параўнальна павольны: 30—50 *см/сек*) поршань. Для гэтай мэты ваду з дапамогай спецыяльнага размеркавальніка прымушаюць

дзейнічаць то на адзін, то на другі бок поршня, рух якога перадаецца махавіку і ад яго да якіх-небудзь валаў і машын. У турбінах вада непасрэдна прыводзіць у вярчэнне цяжкое кола, якое адыгрывае ролю махавіка. Вадзяная турбіна складаецца звычайна з рухомага кола, якое верціцца на вертыкальным вале, і нерухомага падводзячага ваду механізма.

У найбольш пашыраных турбінах Фрэнсіса (рыс. 253) вада падходзіць праз рад адкрытых лопасцей, насаджаных у выглядзе вянца на кола. Форма каналаў, якія злучаюць лопасці, такая, што большая частка энергіі падзення вады ператвараецца ў кінетычную энергію кола. Вада з вялікай скорасцю ўваходзіць у кола, накіроўваючыся ўздоўж радыуса (г. зн. гарызантальна), і, праходзячы далей па выгнутых лопасцях, адхіляецца ад свайго першапачатковага кірунку. Пры гэтым яе кінетычная энергія перадаецца колу турбіны, вярчэнне якога і можна выкарыстаць у залежнасці ад жадання. Найчасцей ужываецца камбінацыя турбіны з дынамамашынай (гурбагенератар), у выніку чаго энергія вярчэння турбіны непасрэдна ператвараецца ў электрычную энергію. Выходзячы з кола, вада накіроўваецца прыблізна ўздоўж восі турбіны і сцякае ўніз па лейкападобнай пашыральнай трубе. Пры гэтым яе скорасць паступова змяншаецца, з прычыны чаго ў басейн вада паступае без штуршка. Кожную лопасць можна вярцець навакол восі і ўстанавіць так, каб механізм, які падводзіць ваду, быў найлепшым чынам прыстасаваны да наяўнай колькасці вады. Каэфіцыент карыстнага дзеяння турбін дасягае 75—80 проц., г. зн. яны ператвараюць 76—80 проц. энергіі вады ў пажаданыя нам формы і толькі 20—25 проц. энергіі застаюцца нявыкарыстанымі. Істотную ролю адыгрываюць турбіны пры атрыманні электрычнай энергіі („белы вугаль") (Ніагара, рад шведскіх установак, Волхаўская гідрастаныця і г. д.). У цяперашні час удасканаленне турбін ідзе па шляху ператварэння рухоўнага кола ў нешта аналагічнае параходнаму вінту і аэрапланнаму прапелеру.



Рыс. 253. Турбіна Фрэнсіса. (Злева ўгары: выгляд зверху вянца лопасцей, насаджаных на кола).

В. МАЛЕКУЛЯРНЫЯ ЎЗАЕМАДЗЕЯННІ ПРЫ СУДАТЫКАННІ ВАДКАСЦЕЙ, ГАЗАЎ І ЦВЁРДЫХ ЦЕЛ

Растворы. Вязкасць вадкасці (пры нязменнай тэмпературы) зменшыцца, калі змяшаць яе з якой-небудзь менш вязкай. Дамяшаем напрыклад да вару шпігінар; атрымаецца сумесь тым менш вязкая, чым больш дадана шпігінара. Вязкая вадкасць разбаўляецца (развадкоўваецца) ад прыбаўлення менш вязкай. Прыбаўляючы да сумесі яшчэ менш вязкую вадкасць, можна дасягнуць

далейшага змяншэння вязкасці. У разглядаемым выпадку змяншэнне вядзе да ўтварэння сістэмы, якая мае іншыя фізічныя ўласцівасці (іншая вязкасць). Мы кажам, што ўтвараецца фізічная сумесь розных вадкасцей або раствор.

Зусім таксама магчыма атрыманне фізічных сумесей цвёрдых цел з вадкасцямі. Іх трэба адрозніваць ад механічных сумесей, паасобныя састаўляючыя якіх можна нярэдка адрозніць вокам (або ў павелічальнае шкло) і механічна аддзяліць адну ад адной.

Калі моцна ўзбаўтаць масла з вадой і пакінуць сумесь так стаяць, то пад дзеяннем сілы цяжару яна падзеліцца на два слаі: вада апыніцца на дне, а больш лёгкае масла наверсе. Таксама лёгка адбудзецца падзел, калі ўзбаўтаць пясок з вадой. У іншых выпадках бывае патрэбна больш моцнае ўздзеянне: напрыклад смятанка (тлушч) можа быць аддзелена ад малака цэнтрафугаваннем (сепаратар). Такія сумесі з'яўляюцца механічнымі сумесямі адной вадкасці з другой або вадкасці з цвёрдым целам. Калі-ж змяшаць напрыклад воцатную кіслату або цукер з вадой, то атрымаецца фізічная сумесь—раствор, якую нельга механічна падзяліць на састаўныя часткі. Абедзве матэрыі перамешаны ў ёй малекулярна. Такія сумесі нельга аднак атрымаць з двух любых вадкасцей або вадкасці і любога цвёрдага цела. Дослед паказвае, што кропельныя вадкасці не маюць здольнасці растварацъ усе без выключэння іншыя вадкасці і цвёрдыя целы. Але два любыя судатыкальныя адзін з адным газы заўсёды малекулярна перамешваюцца. Вадкасць, у якой растваряецца данае цела, называецца растворнікам, а само гэта цела—раствораная матэрыяй. Колькасць вадкасці, раствораная у пэўным аб'ёме растворніка, называецца канцэнтрацыяй раствора. Звычайна канцэнтрацыю вызначаюць лікам грамаў матэрыі, раствораная у адным л растворніка; часам пад канцэнтрацыяй (вагавой) разумеюць адносіны вагі раствораная матэрыі да вагі растворніка (або раствора). Растворнасць цел у вадкасці звычайна расце з тэмпературай вадкасці, хоць бываюць выпадкі і змяншэння растворнасці пры павышэнні тэмпературы (напрыклад нашатыр у вадзе). Для кожнай тэмпературы аднак растворнасць не можа перавышаць некаторай пэўнай граніцы, г. зн. канцэнтрацыя растворнай матэрыі не можа перавышаць пэўнага максімуму. Калі гэта максімальная канцэнтрацыя дасягнута, то раствор называецца насычаным; у супраціўным выпадку растворы называюцца ненасычанымі або разведзенымі.

Розніца паміж механічнай і фізічнай сумессю заключаецца, як ужо зазначалася, у тым, што для падзелу той і другой на састаўныя часткі неабходна ўжыць розныя сродкі. Раствораное цвёрдае цела можна аддзяліць ад растворніка, калі напрыклад нагрэць раствор да пункту кіпення. Тады вадкасць выпарыцца а цвёрдае цела выдзеліцца ў выглядзе асадка. Другі метад падзелу (для цел, растворнасць якіх павышаецца з тэмпературай) заключаецца ў тым, што раствор ахалоджваюць ніжэй тэмпе-

ратуры, пры якой ён з'яўляецца насычаным. У такім выпадку растворaная матэрыя пачне пересычаць раствор. Лішак яе пачне выдзяляцца ў выглядзе крышталаў і ў растворы застанецца столькі растворанай матэрыі, колькі неабходна для яго насычэння пры новай больш нізкай тэмпературы. Як выпарэнне, так і выкрышталізацыя патрабуюць адносна вялікай затраты энергіі. Такім чынам для падзелу раствора на састаўныя часткі трэба затраціць шмат больш работы, чым для падзелу механічнай сумесі.

Вывучэнне разведзеных растворaў, дзякуючы работам Вант-Гофа, Арэніуса, Нернста і Оствальда, набыло надзвычай вялікае значэнне. Уласцівасці такіх растворaў падрабязна апісваюцца ў фізічнай хіміі. Мы разгледзім толькі дзве асноўных з'явы, характэрныя для разведзеных растворaў: дыфузію і осмас. Гутарка ў нас будзе ўвесь час ісці аб вадзяных растворах і аб чыстай вадзе, але амаль усё сказанае ніжэй справядліва і для іншых растворнікаў.

Дыфузія. У судзіну, у якой знаходзіцца раствор двухромакіслага калія, нальем асцярожна дэстыляванай вады, так, каб слой вады знаходзіўся зверху. Раствор двухромакіслага калія жоўтага колеру, чаму мяжа судатыкання абодвух вадкасцей будзе выразна бачна. Раствор гэты мае большую шчыльнасць, чым чыстая вада. Тым не менш мы заўважым, што мяжа вадкасці паступова павышаецца і размываецца, г. зн. што растворaная матэрыя ўзнімаецца ўверх, у ваду, супроць сілы цяжару. Пранікание афарбаванай часткі растворaў чыстую ваду ідзе паволі, але няўхільна, і ўрэшце ўся вадкасць афарбоўваецца паступова ў жоўты колер.

Раствор будзе рабіцца ўсё больш і больш разведзеным, пакуль растворaная матэрыя не размяркуецца роўнамерна па ўсёй вадкасці (г. зн. пакуль канцэнтрацыя раствора не зробіцца паўсюды аднолькавай). Абедзве вадкасці (раствор і вада) малекулярна перамешваюцца паміж сабой шляхам дыфузіі. Дыфузія ёсць значыць перанос малекул.

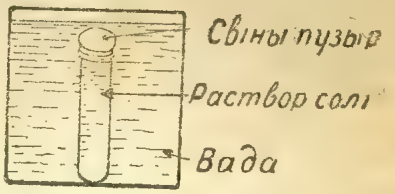
Дыфузія паміж двума вадкасцямі ў стане спакою адбываецца вельмі павольна; ход яе значна паскараецца, калі ўзбаўтаць вадкасці разам. Цукер размяркоўваецца па ўсёй судзіне і без перамешвання (напрыклад уся гарбата або кава, якія напаўняюць шклянку, робяцца салодкімі, калі на дно пакладзены цукер); але пры перамешванні гэты працэс ідзе значна шпарчэй: пры гэтым значна павялічваецца паверхня судатыкання абодвух вадкасцей, а значыць і паскараецца пераход малекул з адной вадкасці ў другую.

З дапамогай дыфузіі ў ткані нашага цела пранікаюць тыя матэрыі, якія мы уносім у яго, прымаючы страву. Працэс гэты адбываецца ў сістэме тонкасценных капіляраў, прасякаючых усё цела жывёлы. Гэтыя капіляры злучаюць артэрыі з венамі. У працэсе крывятоку штуршкі серца гоняць кроў па артэрыях, адкуль яна трапляе ў капіляры і праз вены вароцаецца назад у серца. Вадкасць, якая змяшчае неабходныя для арганізма жывільныя сокі, выпрацоўваемыя ў працэсе стрававання, пранікае праз тканкі, што пакрываюць сценкі кішок, і трапляе на капіляры, у велізарнай колькасці прасякаючыя сценкі кішок. Дыфундуючы праз сценкі капіляраў у кроў, жывільныя матэрыі цераносяцца патокам

крыві да серца і разносяцца адтуль па ўсіх органах цела. З органаў цела сістэма капіляраў забірае пры дапамозе аналагічнага працэсу дыфузіі ўжо выкарыстаныя імі матэрыі, якія ўрэшце ператвараюцца ў ваду, вуглекіслату і мачавіну. Зусім таксама пераносяцца і іншыя неабходныя для арганізма матэрыі. Напрыклад кісларод, патрэбны для работы мышц, дастаўляецца мускульнай ткані крывёю, якая прасякае па капілярах, разгалінаваных у тканках лёгкага.

Такім чынам капіляры ажыццяўляюць абмен матэрый паміж крывёю і тканкамі. Лік гэтых капіляраў вялізны, прычым яны вельмі правільна размеркаваны па валокнах мышц. „Калі падлічыць размеры капілярнай сеткі ў целе чалавека, то акажацца, што агульная даўжыня ўсіх гэтых капіляраў роўна 100 000 *км*, г. зн. у $2^1/_2$ разы большая за ахват зямлі, а іх агульная паверхня роўна 6 300 $м^2$. Адсюль зразумела, з якой хуткасцю павінен ісці абмен матэрый праз гэту велізарную паверхню" (*Крог*).

Осмас. Асматычны ціск. Пры дыфузіі раствора якой-небудзь солі ў вадзе соль пераходзіць з раствора ў ваду, пакуль яе канцэнтрацыя не зробіцца паўсюды аднолькавай. Гэта імкненне малекул растворанай матэрыі размеркавацца па ўсім аб'ёме, занятым растворнікам, нагадвае сабой імкненне газу пашырыцца на ўвесь аб'ём судзіны, незалежна ад таго, ці пустая гэта судзіна, ці напоўнена іншым газам. І ў тым і ў другім выпадку прычына ляжыць у руху малекул, якія перамяшчаюцца ў беспарадку па ўсіх кірунках. Пры гэтым зразумела большы лік іх пераходзіць ад месц з большай канцэнтрацыяй да месц з меншай, чым назад. З прычыны гэтага абмен малекуламі будзе да таго часу змяншаць канцэнтрацыю больш канцэнтраваных участкаў, пакуль паўсюды канцэнтрацыя не зробіцца аднолькавай. Даследванне паказвае, што з'ява дыфузіі ў растворах не толькі цалкам аналагічна працэсам у газах, але кіруецца аднолькавымі колькаснымі законамі. У выпадку растворaных матэрый назіраецца адзін вельмі цікавы выпадак выроўнівання канцэнтрацыі. Зацягнем трубку, напоўненую да краёў растворам солі, перапонкай з свінога пузыра і апусцім яе ў чыстую ваду. Перапонка пачне памаленьку выгібацца накшталт купала (рыс. 254). Відавочна колькасць матэрыі пад перапонкай павялічылася, у звязку з чым павялічыўся ціск, які і выцягнуў перапонку. Назіраемая з'ява стаіць у сувязі з асаблівымі ўласцівасцямі перагародкі з свінога пузыра. Яна поўпранікальная, г. зн. праз яе поры свабодна пранікаюць малекулы вады і не праходзяць малекулы растворанай матэрыі. Праз перагародку ў тым і другім кірунку праходзяць значыць толькі малекулы вады, прычым больш малекул прыходзіць з боку чыстай вады, дзе іх на адзінку аб'ёму больш, чым з боку раствора, дзе частка малекул вады заменена малекуламі солі. З прычыны гэтага раствор робіцца менш канцэнтраваным. Такім чынам імкненне да выроўнівання канцэнтрацый у выпадку поўпранікальнай перагародкі праяўляецца ў форме насосвання праз яе чыстай вады. Гэты працэс вядзе да павышэння ціску з боку раствора, які будзе працягвацца да таго часу, пакуль ліш-

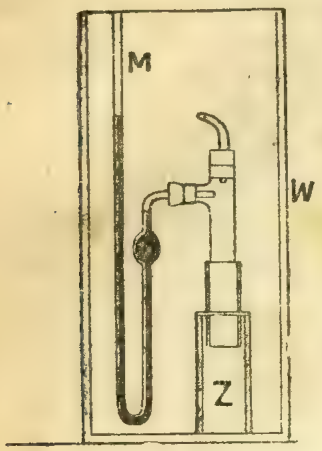


Рыс. 254. Дзеянне асматычнага ціску.

кавы прыток вады з боку чыстай вадкасці не будзе скампенсаваны адтокам, абумоўленым гэтым дадатковым ціскам (выцісканне).

Дадатковы ціск, якому адпавядае роўнавага, і служыць колькаснай мерай дыфузіі ў разглядаемым выпадку. Яго называюць асматычным ціскам, а самы працэс дыфузіі праз поўпранікальную перагародку носіць назву осмаса.

Осмас быў вынайдзены абатам Налле (1748) на доследзе з трубкай, напоўненай да краёў спіртам і пакрытай свіным пузыром, якая на працягу некалькіх гадзін заставалася пагружанай у ваду (для аховы ад пранікання паветра). Пузыр мае здольнасць прапускаць праз сябе ваду і амаль зусім не прапускаць спірт. Таму, будучы пагружаным у ваду, ён уздуваецца. Калі-ж трубка напаўнялася вадою і пагружалася ў спірт, то пузыр, наадварот, уціскаўся ўнутр.



Рыс. 255. Вымярэнне асматычнага ціску пры дапамозе манометра (Пфефер).

Асаблівую цікавасць для фізічнай хіміі прадстаўляюць асматычныя працэсы ў моцна разведзеных растворах, г. зн. дыфузія праз перагародку, з аднаго боку якой знаходзіцца моцна разведзены раствор, а з другога—чысты растворнік.

Для дакладнага вызначэння велічыні асматычнага ціску неабходна мець ідэальную поўпранікальную плёнку, г. зн. плёнку, якая прапускала-б растворнік, але цалкам затрымлівала-б растворную матэрыю. Жывёльная тканка, як напрыклад свіны пузыр, не з'яўляецца ідэальна поўпранікальнай. Пры вышэй апісаным доследзе некаторая колькасць солі або спірта ўсё-такі пранікае праз поры тканкі. Аднак ідэальна поўпранікальныя перагародкі, як натуральныя, так і штучныя, усё-ж існуюць. Да ліку іх належаць напрыклад плёнкі Траубе (1867) з жалезіста-сіняродзістай медзі, якая ўтвараецца на паверхні судатыкання раствора жалезіста-сіняродзістага калія з растворам меднага купароса. Такая плёнка прапускае ваду, але не прапускае цэлага раду матэрый, якія растваряюцца ў ёй, напрыклад трысцёвага цукру. Пфефер (1877) зрабіў з яе дапамогай вымярэнні велічыні асматычнага ціску (рыс. 255). Ён карыстаўся судзінай з неабпаленай гліны, якая папярэдне была апрацавана наступным чынам: судзіну напаўнялі медным купаросам і апускалі ў раствор жалезіста-сіняродзістага калія. Тады поры ў сценках судзіны пакрываліся плёнкай з жалезіста-сіняродзістай медзі і такім чынам атрымлівалася вялікая судзіна з поўпранікальнымі сценкамі. Пфефер напаўняў атрыманую такім чынам судзіну растворам трысцёвага цукру, злучаў яе з іртутным манометрам *M* і апускаў разам з ім у судзіну з вадой. Вада пачынала пранікаць сазне ў судзіну, у выніку чаго іртуць у адным калене манометра павіжалася, а ў другім павышалася. Праз некалькі тыдняў гэта павышэнне дасягала свайго максімальнага значэння. Рознасць вышынь слупоў іртуці ў манометры давала велічыню асматычнага ціску.

Паводле Вант-Гофа, дзеянне асматычнага ціску можа наглядна паясніць так (рыс. 256). Няхай *AB* ёсць трубка, *M*—ідэальна поўпранікальная перагародка, якая шчыльна прылягае да сценак трубкі і можа перасоўвацца ў ёй без церця, *L*—раствор цукру і *W*—чыстая вада. Калі ціск слупа вады *W* большы, чым накіраваны ўверх асматычны ціск *L*, то перагародка *M* апускаецца. і канцэнтрацыя раствора павялічваецца (з прычыны таго, што вада з раствора пранікае праз поры ў верхнюю палавіну судзіны, над *M*). Калі-ж ціск *W* меншы *L*, то *M* узнімаецца, вада пранікае праз яе ў раствор *L* і яго канцэнтрацыя змяншаецца. У абодвух гэтых выпадках *M* будзе рухацца да таго часу, пакуль асматычны ціск і ціск слупа вады не ўраўняюць адзін аднаго.

Законы асматычнага ціску складаюць адзін з важных раздзелаў фізічнай хіміі. Шматлікія вымярэнні выяснілі залежнасць асматычнага ціску ад канцэнтрацыі раствора, тэмпературы, прыроды растворанай матэрыі і прыроды растворніка. Выявілася, што асматычны ціск не залежыць ад асаблівасцей поўпранікальнай перагародкі і ад прыроды растворніка; пры адной і той-жа тэмпературы ён прапарцыянальны канцэнтрацыі растворанай матэрыі; калі-ж тэмпература ўзрастае, то ўзрастае і асматычны ціск, прычым прырашчэнне тэмпературы на адзін градус павялічвае асматычны ціск на $^1/_{273}$ яго велічыні. Нарэшце растворы розных матэрый, якія знаходзяцца пры адной тэмпературы і змяшчаюць у розных аб'ёмах аднолькавую колькасць грам-малекул гэтых матэрый, маюць адны і тыя-ж асматычныя ціскі. Злучнасць гэтых законаў, як адзначыў Вант-Гоф (1887), супадае не толькі якасна, але і колькасна з законамі газавага стану матэрыі. Інакш кажучы, асматычны ціск раствора роўны таму ціску, які аказвалі-б малекулы растворанай матэрыі ў газападобным стане, г. зн. калі-б растворнік быў выдалены і па ўсёй прасторы, займаемай растворам, размеркаваліся-б малекулы растворанай матэрыі, накшталт газавых малекул.

Рыс. 256. Дзеянне асматычнага ціску.

Скорасць дыфузіі. Крышталоіды. Калоіды. Калі прыняць час, неабходны для дыфузіі пэўнай колькасці салянай кіслаты ў ваду (пры 10°Ц), за адзінку, то, як паказвае дослед, час, патрэбны для дыфузіі такой-жа колькасці спажыўнай солі, будзе роўны 2,33, цукру—7, серкавакіслага магнія—7 (Грэм); растварымыя матэрыі падзяляюцца на дзве групы. Да адной з іх належаць матэрыі, якія павольна дыфундуюць, напрыклад бялок і крухмал, для якіх час дыфузіі, у зазначаным вышэй сэнсе, роўны адпаведна 49 і 98. Матэрыі гэтай групы крышталізуюцца вельмі кепска, або нават зусім не крышталізуюцца. Па асноўным прадстаўніку іх, клею (colla), Грэм назваў іх калоідамі. Да іх належаць напрыклад крухмал, дэкстрын, каучук, танін, крэмневая кіслата, вокіс жалеза і рад вокісаў іншых металаў. Да другой групы прынята адносіць матэрыі, якія дыфундуюць параўнальна шпарка. Яны звычайна лёгка крышталізуюцца і таму называюцца крышталоідамі. Істотнай розніцы паміж растворамі крышталоідаў і калоідаў няма (раней калаідальны раствор не лічылі растворам у звычайным сэнсе слова). Павольны ход дыфузіі для калоідаў дазваляе зрабіць вывад, што іх асматычны ціск павінен быць невялікі, што сапраўды і пацвярджаецца вымярэннямі Пфефера. Гэта звязана відавочна са значным супрацьленнем, якое аказвае вада руху іх малекул. Указаныя асаблівасці калоідаў лёгка вытлумачыць, калі прыпісаць калоідам вельмі вялікую малекулярную вагу.

Розніца ў скорасці дыфузіі крышталоідаў і калоідаў праяўляецца пры осмасе. За дастаткова доўгі прамежак часу крышталоіды амаль цалкам праходзяць праз пергаментную паперу, у той час, як калоіды амаль цалкам затрымліваюцца ёю. Грунтуючыся на гэтым, можна аддзяляць крышталоіды ад калоідаў шляхам

дыяліза (Грэм). Калі наліць сумесь у судзіну, дно якой прадстаўляе сабой нацягнутая пергаментная папера (дыялізатар) і пусціць плаваць на вадзе, то праз пэўны прамежак часу крышталоіды прадыфундуюць у ваду, калоіды застануцца ў судзіне.

Растворнасць газаў. Закон Генры. Калі газ судатыкаецца з якой-небудзь вадкасцю, то пэўная колькасць яго растваряецца ў ёй. Гэта колькасць залежыць ад прыроды абодвух матэрый, апроч таго яна вельмі моцна залежыць ад велічыні ціску, пад якім знаходзіцца газ. Калі раствор насычаны, г. зн. колькасць растворанага газу роўна той максімальнай колькасці, якая можа пры даных умовах растварыцца ў вадкасці, то мае месца наступны закон, адкрыты Генры (1803): колькасць газу, растваряная ў 1 $см^3$ вадкасці, прапарцыянальна ціску газу, які знаходзіцца над вадкасцю. Разгледзім напрыклад растварэнне вуглекіслаты ў вадзе (пры пэўнай тэмпературы). Калі ціск вуглекіслаты на ваду пры роўнавазе роўны 2, 3, n атмасферам, то закон Генры сцвярджае, што колькасць вуглекіслаты, растворанай у вадзе ў 2, 3, . . ., n разоў большая, чым пры ціску ў 1 атмасферу. Такім чынам аб'ём вуглекіслаты, растворанай у вадзе, пры ўсіх роўнаважных станах аднолькавы. Сапраўды, згодна закона Бойля, аб'ём данай колькасці вуглекіслаты пры ціску ў 1 атмасферу роўны аб'ёму ў n разоў большай колькасці таго-ж газу пры ціску ў n атмасфер. З прычыны таго, што колькасць газу, растваряемага вадкасцю, прапарцыянальны яго ціску на гэту вадкасць, то канцэнтрацыя раствора, а значыць і яго асматычны ціск прапарцыянальны ціску растворанага газу.

Аб'ём газу (у 1 $см^3$), растворанага ў 1 $см^3$ вадкасці, называецца, паводле Бунзена, каэфіцыентам абсорбцыі. Значэнне каэфіцыента абсорбцыі некаторых газаў у вадзе для двух розных тэмператур (20 і 25°Ц) падана ў наступнай табліцы

	(пры 20°Ц)	(пры 25°Ц)
Азот	0,01545	0,01434
Кісларод	0,03103	0,02845
Вуглекіслата	0,878	0,759
Серкавадарод	2,582	2,282
Серкавы ангідрыд	39,374	32,786
Хлорысты вадарод	442,00	426,00
Аміяк	702,00	629,00

Значэнне каэфіцыента абсорбцыі шпарка падае пры павышэнні тэмпературы. (Гэта прыкметна і на нашай табліцы). Растваряная пры

пэўным ціску колькасць газу застаецца ў растворы толькі да таго часу, пакуль ціск газу над растворам застаецца нязменным. Калі ціск газу змяншаецца, то частка газу выходзіць з раствора да таго часу, пакуль зноў не ўстановіцца стан, прадпісваемы законам Генры, г. зн. пакуль у растворы не застанецца тая колькасць газу, якая адпавядае новаму зменшанаму ціску. Мы можам значыць лічыць, што газ, растворапы ў вадкасці, і газ, які змяшчаецца над ёю, знаходзіцца ў стане р о ў н а в а г і; канцэнтрацыя аднаго вызначаецца ціскам другога, і наадварот. Напрыклад пры вырабе сельтэрскай вады вуглекіслата ў вадзе растварaецца пад высокім ціскам (некалькі атмасфер). Таму ў закупоранай бутэльцы з сельтэрскай вадой над вадкасцю знаходзіцца вуглекіслы газ пад ціскам у некалькі атмасфер. Калі бутэльку адкрываюць, то ціск газу над вадкасцю змяншаецца, і вуглекіслата пачынае выходзіць пузырамі з раствора, бурна ўспеньваючы і распырскваючы вадкасць.

Колькасць данага газу, якая растварaецца ў 1 *см*³ якой-небудзь вадкасці пры пэўнай тэмпературы і ціску, не залежыць ад таго, ц і з м я ш ч а е ц ц а ў р а с т в о р ы я ш ч э я к і - н е б у д з ь г а з. Калі сумесь розных газаў уваходзіць у судатыканне з вадкасцю, то к о ж н ы газ растварaецца ў такой колькасці, як калі-б іншых газаў не было, г. зн. у колькасці, прапарцыянальнай ціску і м е н н а гэтага газу ў сумесі (п а р ц ы я л ь н а м у або частковаму ціску) (Д а л ь т о н, 1807). Большая колькасць газу, чым тая, якая адпавядае я г о каэфіцыенту абсорбцыі, паглынуцца не можа. Няхай напрыклад вада паглынае пэўную колькасць вуглекіслаты, а д п а в е д н у ю знешняму ціску, які аказвае вуглекіслата на ваду. Калі мы павялічым знешні ціск, прыбавіўшы да вуглекіслаты які-небудзь іншы газ, напрыклад паветра, то колькасць растворанай вуглекіслаты ад гэтага не зменіцца; за тое паглынецца пэўная колькасць газаў, якія змяшчаюцца ў паветры, адпаведная іх каэфіцыентам абсорбцыі і таму ціску, які прыпадае на іх долю ў паветры. Сапраўды, ціск вуглякіслаты застаўся ранейшым— прырост ціску адбыўся толькі за кошт пругкасці паветра, састаўныя часткі якога і пяройдуць у раствор. Каэфіцыент растворнасці кісларода ў вадзе ў два разы больш за каэфіцыент растворнасці азота; таму растворанае ў вадзе паветра багацейшае кіслародам, чым звычайнае (гэта мае істотнае значэнне для тых падводных жывёл, якія дыхаюць жэбрамі). Растварэнне газу ў вадкасці, таксама як і к о ж н а е растварэнне, прадстаўляе сабой ў пэўным сэнсе хімічны працэс. Наогул няма магчымасці правесці пэўнай мяжы паміж хімічнымі і фізічнымі працэсамі. „Хімізм“ з'явы праяўляецца ў тым, што пры аднолькавых фізічных умовах (тэмпературы і ціску) колькасць растворанага газу ў р о з н ы х вадкасцях р о з н а я: напрыклад вуглекіслаты растварaецца ў спірце ў тры разы больш, чым у вадзе.

Адсорбцыя газаў цвёрдымі целамі. Апроч здольнасці растварацца ў вадкасцях, газы маюць таксама здольнасць а д с а р б а в а ц ц а на паверхні цвёрдых цел. Некаторыя газы (у большасці выпадкаў лёгкарастворныя ў вадзе) ушчыльняюцца на паверхні

цвёрдых цел, нібыта ўтвараючы на ёй плёнку. Чым большая паверхня цвёрдага цела, тым большую колькасць газу яна адсарбуе. Найбольш моцна адсорбцыя праяўляецца ў порыстых цел, бо з прычыны наяўнасці пор агульная паверхня, уключаючы і ўнутраную паверхню пор, надзвычай вялікая ў параўнанні са шчыльнымі целамі таго-ж аб'ёму. Асабліва моцна адсарбуюць свежаабпалены дрэўны вугаль (асабліва вугаль, які атрымліваецца з какосавага гарэха), — 1 *см*³ дрэўнага вугалю пры звычайнай тэмпературы можа адсарбаваць на сваёй паверхні:

Аміяка	90 *см*³
Хлорыстага вадарода	85 „
Вуглекіслаты	35 „
Вадароду	1,75 „

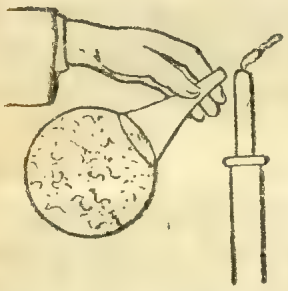
Вельмі моцна адсарбуе газы таксама платынавая чэрнь (вельмі тонка раздроблены платынавы парашок). Ён вельмі энергічна паглынае вадарод і кісларод, якія такім чынам моцна згушчаюцца на паверхні платынавай чэрні, што палягчае рэакцыю паміж імі. З прычыны таго, што пры гэтым энергічным паглынанні платына напаляецца да чырвані, то вадарод можа ўспалымніцца (запальнік Доберэйнера).

Аднак здольнасць адсарбаваць і ўтрымліваць паглынуты газ маюць не толькі порыстыя паверхні. Напрыклад шкло, якое адсарбуе параўнальна не многа газу, вельмі трудна аддае паглынутыя ім газы назад; для гэтага яго трэба змясціць у вакуум і моцна прагрэць. Некаторыя (так званыя гіграскапічныя) матэрыі, напрыклад фосфарнакіслы ангідрыд, паташ, хлорысты кальцый і г. д., паглынаюць у вялікай колькасці вадзяную пару. Платына, напаленая ў атмасферы вадарода, паглынае вадарод у вялікай колькасці і пры перанясенні ў вакуум утрымлівае яго. Паглынуты газ пранікае пры гэтым углыб цела. Такое аб'ёмнае паглынанне называюць часам аклюзіяй. Асабліва вялікая аклюдуючая здольнасць у паладыя. Паводле Грэма, 1 *см*³ пракаванага паладыя аклюдуе пры звычайнай тэмпературы 376 *см*³ газу. Пракаванае і літое жалеза і сталь змяшчаюць унутры сябе газы, якія нават у вакууме не пакідаюць іх цалкам, калі не прагрэць метал прыблізна да тэмпературы ў 800° Ц. Роўнавага паміж паглынутым (адсарбаваным або аклюдаваным) газам і газам, які знаходзіцца над цвёрдым целам, урэшце ўстанаўліваецца. Аднак крайняя марудлівасць гэтага працэсу стварае бачныя адступленні ад закона Генры, які так добра вытрымліваецца пры растварэнні газаў у вадкасцях.

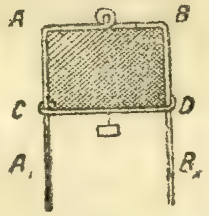
Нацяжэнне ў паверхневым слоі вадкасці (паверхневае нацяжэнне. З'явы растварэння, дыфузіі або осмасу, грунтуюцца па сутнасці на імкненні судатыкальных адно з адной матэрый да дасканалага (малекулярнага) перамешвання. Дыяметральна працілеглыя працэсы абумаўляюць з'явы паверхневага нацяжэння вадкасцей і звязаныя з ім з'явы капілярнасці. Нярэдка ўзаемадзеючыя матэрыі, якія знаходзяцца ў судатыканні, не змешваюцца адна з адной нават пры ўстрасанні. Прыкладамі такіх матэрый мо-

гуць служыць хоць-бы вада і масла або вада і іртуць, якія падзяляюцца самі сабой нават пасля самага стараннага перамешвання. Аднак гэта з'ява падзелу абумоўлена тымі-ж малекулярнымі сіламі, як і з'ява змешвання. Уся справа зводзіцца да таго, ці акажуцца сілы малекулярнага ўзаемадзеяння паміж часцінкамі данай матэрыі большымі або меншымі, чым узаемадзеянне часцінак гэтай матэрыі з часцінкамі другой. У першым выпадку паміж матэрыямі ўтвараецца паверхня падзелу, наяўнасць якой з'яўляецца неабходнай умовай існавання паверхневага нацяжэння. Сапраўды, умовы, у якіх знаходзіцца малекулы вадкасці, ўнутры яе і на мяжы падзелу істотна адрозніваюцца адна ад адной. Малекулы, якія знаходзяцца воддаль ад паверхні, з усіх бакоў абкружаны малекуламі той-жа матэрыі; малекулы-ж, якія знаходзяцца на паверхні, маюць з таго і іншага боку розных суседзяў (гл. рыс. 262). Дзякуючы гэтаму паверхневы слой вадкасці знаходзіцца ў асаблівым стане, які надае яму выключныя ўласцівасці. Многія з іх вядомы са звычайнага доследу. Напрыклад злёгку змазаная тлушчам (каб унікнуць змочвання) металічная іголка, пакладзеная на паверхню вады, не тоне (рыс. 257); многія казюлькі (лапкі якіх пакрыты слоем тлушчу) могуць бегаць па вадзе, не разрываючы яе паверхні; з тонкай вадзяной плёнкі (асабліва з мыльнай вады) могуць утварацца вялікія пузыры (мыльныя пузыры). Да гэтай апошняй з'явы мы зараз і звернемся.

Рыс. 257. Уласцівасці паверхневага слоя вадкасці вытрымліваць нагрузку (іголка на паверхні вады).



Рыс. 258. Дзеянне паверхневага нацяжэння, якое сцягвае мыльны пузыр.



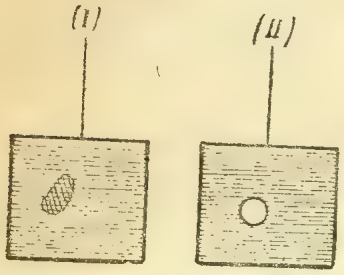
Рыс. 259. Паверхневае нацяжэнне кампенсуе вагу грузіка.

Мыльны пузыр прадстаўляе сабою вельмі тонкі слой вады, зроблены больш вязкай з прычыны прысутнасці невялікай колькасці растворанага ў ім мыла і іншых матэрый. Калі закрыць адзін канец трубачкі, на другім канцы якой раздуты мыльны пузыр, то размеры пузыра мяняцца не будуць. Калі-ж адкрыць трубку, то пузыр пачне сцягвацца, выдуваючы праз трубку паток паветра прыкметнай сілы (рыс. 258). Утвараючая пузыр вадзяная плёнка, якая мяжуе з абодвух бакоў з паветрам, знаходзіцца такім чынам у нацягнутым стане і значыць мае патэнцыяльную энергію. Прычынай нацяжэння не з'яўляецца зразумела шарападобная форма пузыра; гэта нацяжэнне ёсць і ў плоскай плёнцы вады.

Гэта можна паказаць наступным чынам (рыс. 259). Няхай AA_1BB_1 ёсць драцяная рамка, якая стаіць вертыкальна, а CD—лёгка рухомы дроцік, які можа слізгаць уздоўж рамкі. Калі атрымаць паміж AB і CD плёнку з мыльнай вады, то яна, імкнучыся скарачыцца, будзе перасоўваць CD. Каб перашкодзіць скарачэнню плёнкі, трэба прывесіць да CD дадатковы груз у некалькі міліграмаў. Падбіраючы асцярожна нагрузку, можна знайсці той груз, які як раз утрымліваецца ў роў-

навазе нацяжэннем плёнкі. Нацяжэнне ў кожным пункце плёнкі па ўсіх кірунках а д н о л ь к а в а е. Гэта можна паказаць так. Пагрузім драцяную рамку (рыс. 260) у мыльную ваду; выняўшы яе, мы атрымаем тонкую мыльную плёнку. Пакладзем на гэту плёнку пецельку, зробленую з тонкай ніці, змочанай у мыльнай вадзе; якая-б не была форма гэтай ніці, яна будзе ў раўнавазе. Гэта азначае, што сілы, дзеючыя на ніць з унутранога і знадворнага бакоў пецелькі, аднолькавыя. Але калі пракалоць плёнку ў любым месцы ў н у т р ы пецелькі, то гэта частка плёнкі лопне і застанецца толькі частка, якая дзейнічае на пецельку з н а д в о р к у. Пецелька імгненна прымае форму к р у г а, што даказвае, што сілы, якія расцягваюць яе, дзейнічаюць в а ў с е б а к і і прытым а д н о л ь к а в а ва ўсіх пунктах ніці.

Апісаныя доследы могуць служыць для ўстанаўлення м е р ы паверхневага нацяжэння. На два аднолькавыя ўчасткі любой лініі, праведзенай на паверхні вадкасці, дзейнічаюць аднолькавыя сілы паверхневага нацяжэння (гл. папярэдні дослед). Значыць велічыня сілы, дзеючай на даную лінію, будзе тым большая, чым даўжэйшая гэта лінія. На а д з і н к у даўжыні лініі будзе дзейнічаць такім чынам зусім пэўная для данай плёнкі сіла. Гэту іменна сілу, дзеючую на адзінку даўжыні, мы і назавем в е л і ч ы н ё й п а в е р х н е в а г а н а ц я ж э н н я. У сістэме *CGS* яна выразіцца ў дынах на сантыметр. Калі абазначыць велічыню паверхневага нацяжэння T, то сіла F, дзеючая на лінію даўжыні l *см*, будзе $F=T\cdot l$ дын.



Рыс. 260. Доказ існавання нацяжэння ў плоскай мыльнай плёнцы.

Велічыню паверхневага нацяжэння можна вызначыць рознымі спосабамі, напрыклад вымяраючы, пры якой мінімальнай нагрузцы разрываецца плёнка, паказаная на рыс. 259, і вызначаючы даўжыню *CD*.

Згодна папярэдняй формулы, велічыня паверхневага нацяжэння роўна адносінам разрываючай нагрузкі да даўжыні лініі, на якую яна дзейнічае. Пры гэтым трэба памятаць, што разглядаемая намі плёнка з'яўляецца па сутнасці тонкай пласцінкай вады з двума паверхнямі, з прычыны чаго лінія, на якую дзейнічае вага нагрузкі, роўна 2 *CD*. Спосаб гэты, вельмі просты паводле ідэі, надзвычай грубы і на практыцы для вызначэння велічыні паверхневага нацяжэння не ўжываецца.

Для розных вадкасцей (пры хатняй тэмпературы, велічыня паверхневага нацяжэння мае наступнае значэнне:

	T дын/см	
Іртуць	500	
Вада	72,8	(больш, чым для ўсіх вадкасцей, апроч іртуці).
Гліцэрын	66	
Праванскае масла	33	
Хлараформ	27	
Абсалютны (бязводны) спірт	22	
Эфір	17	

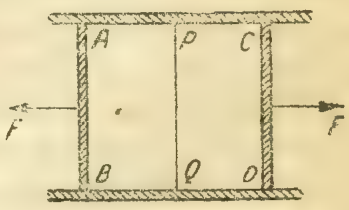
Заўважым, што гэтыя значэнні справядлівы толькі тады, калі даная вадкасць судатыкаецца з паветрам, больш дакладна, з сваёй парай (што мы заўсёды будзем дапушчаць, калі няма спецыяльнай агаворкі). У выпадку, калі паверхня прадстаўляе граніцу з якой-небудзь іншай вадкасцю, T можа мець розныя значэнні, ў залежнасці ад прыроды гэтай другой вадкасці, напрыклад:

	T дын/см
Іртуць—вада	418
Іртуць—спірт	399
Іртуць—праванскае масла	335
Вада—праванскае масла	21
Спірт—праванскае масла	2,3

Паверхневае нацяжэнне дасягае найбольшай велічыні ў пункце замярзання; затым яно шпарка падае з павышэннем тэмпературы і зусім знікае пры той тэмпературы, пры якой вадкасць больш не адрозніваецца ад сваёй пары (так званая крытычная тэмпература, гл. стар. 423).

Змяншэннем паверхневага нацяжэння пры павышэнні тэмпературы тлумачыцца напрыклад той факт, што тлустую пляму на сукне можна вывесці, калі паднесці да яе гарачае жалязка, а пад яго падкласці порыстую матэрыю (прапускную паперу). Пры гэтым паверхневае нацяжэнне плямы на нагрэтым баку значна змяншаецца, пляма ўся сцягваецца на халодным баку і ўбіраецца ў прапускную паперу. Зусім таксама вывядзенне тлустых плям бензінам або спіртам тлумачыцца змяншэннем паверхневага нацяжэння на мяжы масла—спірт (пар. папярэднія табліцы), у рэзультаце чаго пляма, акружаная спіртам, сцягваецца ў кропл і можа быць выцягнута прапускной паперай.

З прычыны таго, што ў паверхневым слоі вадкасці сканцэнтравана энергія, то для таго каб павялічыць паверхню, г. зн. расцягнуць плёнку, напрыклад вадзяную, трэба затраціць пэўную работу, тым большую, чым большае прырашчэнне паверхні (рыс. 261). Дапусцім, што драты AB і CD, пакрытыя мыльнай плёнкай, першапачаткова судатыкаліся адзін з адным, а потым былі расцягнуты, у выніку чаго ўтварылася паверхня $ABCD$ (у далейшым мы для прастаты забудзем аб тым, што плёнка мае дзве паверхні, і будзем усе разважанні весці адносна адной з іх). Сіла, патрэбная для рассоўвання дроцікаў, ёсць $F = T \cdot AB$, а затрачаная на ўтварэнне паверхні $ABCD$ работа $F \cdot AC$. Такім чынам расцягванне паверхні патрабуе затраты работы $T \cdot AB \cdot AC$, якая і будзе сканцэнтравана ў нашай паверхні ў форме паверхневай энергіі. З разглядаемага пункту погляду велічыню паверхневага нацяжэння можна было-б ахарактарызаваць той энергіяй, якую маюць малекулы, сканцэнтраваныя ў паверхневым слоі. Велічыня гэтай паверхневай энергіі



Рыс. 261. Да вызначэння велічыні паверхневага нацяжэння.

тым большая, чым большая паверхня вадкасці. Таму за меру паверхневага нацяжэння можна прыняць велічыню энергіі (S), якая прыпадае на адзінку паверхні. У разглядаемым намі выпадку плошча плёнкі роўна $AB \cdot AC$, а энергія, якая змяшчаецца ў ёй, ёсць $T \cdot AB \cdot AC$. Такім чынам энергія, якая прыпадае на адзінку плошчы,

$$S = \frac{T \cdot AB \cdot AC}{AB \cdot AC} = T.$$

Інакш кажучы, новая выбраная намі мера паверхневага нацяжэння (энергія на адзінку плошчы) супадае з раней устаноўленай мерай (сіла, дзеючая на адзінку даўжыні). Само сабою зразумела, што і размернасці велічынь S і T супадаюць. Сапраўды, у сістэме CGS напрыклад маем:

$$[T] = \frac{дын}{см}\ [S] = \frac{эрг}{см^2} = \frac{дын \cdot см}{см \cdot см} = \frac{дын}{см}.$$

Такім чынам паверхневае нацяжэнне вадкасці паводле вызначэння ёсць энергія на адзінку паверхні і не залежыць значыць ад велічыні паверхні. Пры расцяжэнні паверхні энергія расце прапарцыянальна паверхні, бо энергія на адзінку яе або сіла, дзеючая па паверхні на адзінку даўжыні, застаецца нязменнай. Паводзіны плёнкі вадкасці ў гэтых адносінах істотна адрозніваюцца ад паводзін гумовай плёнкі, нацяжэнне якой залежыць ад ступені расцяжэння. Апроч гэтага ў плёнцы вадкасці нацяжэнне ў кожным пункце і па ўсіх кірунках аднолькавае, а ў плёнцы з гумы—неаднолькавае.

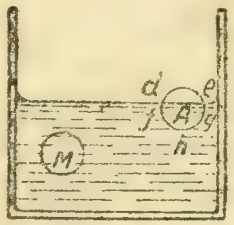
Паверхневы слой вадкасці. Залежнасць вытвараемага ім ціску ад крывізны паверхні. Паверхневае нацяжэнне мае месца ў кожнай паверхні вадкасці (пукатай, увагнутай або плоскай) і велічыня яго зразумела не залежыць ад формы паверхні. Аднак гэта форма—больш правільна яе крывізна—мае істотнае значэнне для рашэння пытання, ці дае паверхневае нацяжэнне некаторую складаючую, накіраваную ўнутр вадкасці, г. зн. крывізна паверхні вызначае, наколькі вялікі малекулярны ціск, які аказваецца паверхневым слоем на абмежаваную ім вадкасць.

Разгледзім, у чым фізічная сутнасць розніцы паміж паверхнямі вадкасці рознай крывізны. Гэты разгляд дазволіць нам адначасова скласці малекулярную карціну паходжання паверхневага нацяжэння.

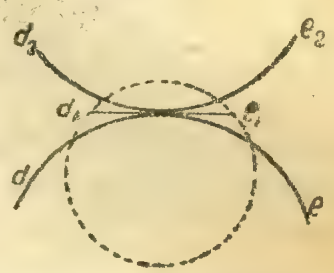
Мы прымаем, што сілы ўзаемнага прыцяжэння дзейнічаюць толькі паміж бліжэйшымі часцінкамі і прытым так, што кожная часцінка аднолькава моцна прыцягваецца ўсімі сіметрычна размешчанымі суседзямі.

Тая адлегласць, аж да якой на даную часцінку дзейнічаюць сілы малекулярнага прыцяжэння, называецца радыусам сферы малекулярнага дзеяння (гэта велічыня некалькі адрозніваецца ў розных вадкасцях; прыблізна яна роўна $\frac{1}{20\,000}$ *мм*). Апішам навакол якой-небудзь часцінкі M шар, радыус якога роўны ра-

дыусу сферы малекулярнага дзеяння (рыс. 262). Часцінка *M* абкружана малекуламі з усіх бакоў, прычым кожныя дзве дыяметральна праціleглыя часцінкі, „антыподы", дзейнічаюць на яе з роўнымі і праціleглымі сіламі, якія ўзаемна ўроўнаважваюцца. Таму яна вядзе сябе так, як калі-б на яе зусім не дзейнічалі сілы. Іншая справа з часцінкай, якая знаходзіцца ў паверхневым слоі. Сфера дзеяння часцінкі *A*, якая знаходзіцца ад паверхні вадкасці на адлегласці, меншай чым радыус малекулярнай сферы дзеяння, заходзіць па той бок паверхні і таму не цалкам запоўнена часцінкамі вадкасці. Больш дакладна, частка гэтай сферы (вышэй *de*) запоўнена часцінкамі пары нашай вадкасці, г. зн. часцінкамі, размешчанымі шмат менш шчыльна, чым у астатняй частцы сферы. Не ўсе часцінкі, якія знаходзяцца ў абсягу *fgh*, маюць антыподаў. Таму тыя сілы, з якімі яны прыцягваюць часцінку *A*, даюць роўнадзейную, накіраваную ўнутр вадкасці. Гэта мае месца для кожнай часцінкі, якая знаходзіцца ад паверхні вадкасці на адлегласці меншай, чым радыус сваёй сферы дзеяння. Такім чынам слой вадкасці, які блізка прылягае да яе паверхні, — паверхневы слой — аказвае ціск на ўнутрыляжачыя слаі вадкасці. Велічыня гэтага ціску залежыць ад формы паверхні (рыс. 263). Калі гэта паверхня (d_1e_1) плоская, то рад часцінак у сферы малекулярнага дзеяння кожнай часцінкі паверхневага слоя не мае антыподаў, бо гэтыя антыподы павінны знаходзіцца ў тым сегменце шара, які ляжыць зне вадкасці. Калі паверхня вадкасці (*de*) пукатая, то лік такіх адсутных антыподаў большы, а значыць і паверхневы ціск большы, чым пры плоскай паверхні. Калі-ж паверхня (d_2e_2) увагнутая, то лік нехапаючых антыподаў, і з ім і ціск, меншы чым у d_1e_1. Карацей: ціск пукатага паверхневага слоя большы, а ўвагнутага — меншы, чым плоскага. Такім чынам, якая-б не была крывізна паверхневага слоя, паверхневы ціск заўсёды існуе. Але пукатыя паверхні даюць у параўнанні з плоскай дадатковы ціск унутр вадкасці (павялічваюць ціск), а ўвагнутыя — узнадворак (змяншаюць ціск).



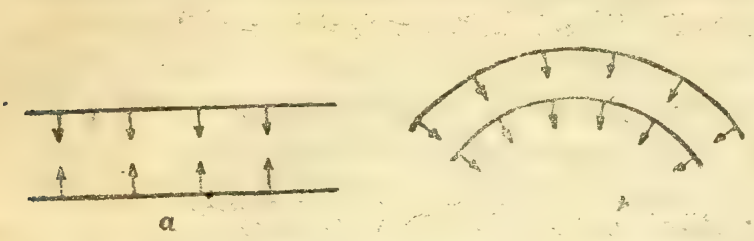
Рыс. 262. Тлумачэнне ціску паверхневага нацяжэння.



Рыс. 263. Сфера малекулярнага дзеяння. Плоская і выгнутая паверхня.

Калі мы маем плёнку, абмежаваную з двух бакоў плоскімі паверхневымі слаямі, то сілы ціску, накіраваныя ўнутр вадкасці, г. зн. насустрэч адна адной, роўны паміж сабой. Яны сціскаюць вадкасць і ўзаемна ўраўнаважваюцца, у выніку чаго газ, які акружае такую плёнку, не падпадае ўздзеянню (рыс. 264, *a*). Але калі плёнка выгнутая, то дадатковы ціск, абумоўлены крывізной паверхні, дзейнічае на пукатым і ўвагнутым баках плёнкі па адным і тым-жа кірунку (рыс. 264, *b*), у выніку чаго газ, які знаходзіцца з унутранога боку (заключаны ў плёнку), будзе падпадаць ціску з боку плёнкі.

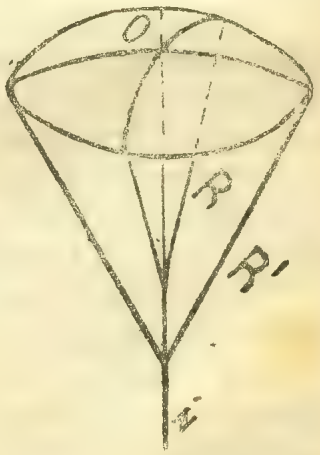
Якава лішкавая велічыня нармальнага ціску на крывой паверхні ў параўнанні з плоскай? Разгледзім для пачатку просты прыклад, дапусціўшы, што выгнутая паверхня мае форму шара радыуса R. Калі паверхневае нацяжэнне разглядаемай вадкасці ёсць T, то значыць да любой лініі на паверхні шара прыложана сіла, роўная Tl, калі l—даўжыня гэтай лініі. Правядзем якую-небудзь плоскасць, праходзячую праз цэнтр шара, г. зн. такую, якая дзеліць яго напалам. Яна перасячэ шар па вялікім крузе, даўжыня акружыны якога $l=2\pi R$. Сілы паверхневага нацяжэння, прыложаныя да гэтай акружыны, прыціскаюць абедзве палавіны шара адну да адной з сілай $F=T\cdot 2\pi R$. З прычыны таго, што плошча судатыкання поўшарыяў ёсць $S=\pi R^2$, то ціск, абумаўляемы сіламі паверхневага нацяжэння, у разглядаемым выпадку шара ёсць:



Рыс. 264. Да вызначэння нармальнага ціску ў выгнутай і плоскай паверхні.

$$P=\frac{F}{S}=T\cdot\frac{2\pi R}{\pi R^2}=\frac{2T}{R}=T\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right).$$

Формула гэта, знойдзеная намі для шара, можа быць абагульнена для паверхні любой формы (рыс. 265). Няхай O ёсць які-небудзь пункт на паверхні, ON—нармаль да яго, а R і R'—радыусы праходзячых праз O кругоў найбольшай і найменшай крывізны. У такім выпадку дадатковы ціск у пункце O, накіраваны ўздоўж ON, будзе $P=T\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)$. Відавочна, што выведзеная вышэй формула для шаравой паверхні ёсць прыватны выпадак нашай апошняй формулы, адпаведны ўмове, што абодва радыусы крывізны роўны паміж сабой.



Рыс. 265. Нармальны ціск на выгнутай паверхні вадкасці.

Ціск, абумаўляемы крывізной паверхні, унутры малой кроплі можа дасягнуць прыкметных размераў. Так напрыклад для шарападобнай воднай кроплі радыуса $R=0{,}001$ *мм* дадатковы ціск

$$P=\frac{2\cdot 73}{10^{-4}}=1{,}5\cdot 10^6\ \frac{дын}{см^2}$$

будзе роўны прыблізна 1,5 атмасферы. Дадатковы ціск унутры вадзянога пузыра такога-ж размеру будзе ўдвая большы, бо ў гэтым выпадку будуць ціснуць дзве аднолькавыя шаравыя паверхні: знешняя і ўнутраная паверхні (рыс. 264 *b*).

Формула $P=T\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right)$ паказвае, якую форму павінна

набыць паверхня вадкасці ў спакоі, пад дзеяннем адных толькі малекулярных сіл (калі вадкасць вызвалена ад уздзеяння сілы цяжару). У кожным пункце гэтай паверхні ціск павінен быць аднолькавы і накіраваны па нармалі да яе. Таму на ўсёй паверхні мы павінны мець

$$\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}=\text{const}.$$

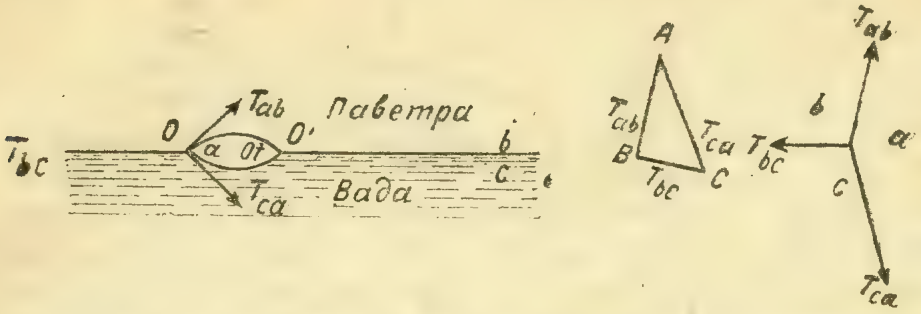
Гэтаму раўнанню здавальняюць усе паверхні з пастаяннай сярэдняй крывізной, напрыклад шар, плоскасць, бакавая паверхня круглага цыліндра. Даную вадкасць можна вызваліць ад уплыву сілы цяжару, калі змясціць яе ў вадкасць такой-жа ўдзельнай вагі. Змяшчаючы праванскае масла ў сумесь вады са спіртам, Плато атрымаў шары з дыяметрам да 10 *см*. Выявілася (1843), што пры вярчэнні гэтых шараў назіраюцца тыя з'явы, якімі, паводле гіпотэзы Канта-Лапласа, можна вытлумачыць узнікненне сонечнай сістэмы, г. зн. сплюшчванне каля полюсаў і ўтварэнне сатурнападобных кольцаў. Калі змясціць у сумесь вады са спіртам драцяны каркас, контуры якога зацягнуты плёнкай масла, то паверхня гэтых плёнак можа прымаць розныя формы, якія задавальняюць раўнанню

$$\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}=\text{const}.$$

Як паказвае штодзённая практыка, маленькія колькасці вадкасці збіраюцца ў кроплі, якія набліжаюцца па форме да шара. Маса вадкасці павінна быць пры гэтым настолькі малая, каб малекулярныя сілы значна перавышалі па велічыні сілу цяжару. Тады практычна дзейнічае толькі адна сіла паверхневага нацяжэння, якая надае паверхні вадкасці найменшую велічыню, магчымую пры даным яе аб'ёме, г. зн. форму шара. Найбольш строгі доказ таго, што свабодная ад уздзеяння знешніх сіл кроплі прымае форму шара, дае з'ява вясёлкі. Вясёлка ўтвараецца з прычыны пераламлення святла ў вадзяных кроплях, якія лунаюць у паветры. Як паказвае аптычнае даследванне, самае малое адступленне гэтых кропель ад шарападобнай формы павінна рэзка адбівацца на выглядзе вясёлкі; больш прыкметныя адступленні робяць утварэнне вясёлкі наогул немагчымым.

Судатыканне трох паверхней. Розніца ў велічыні паверхневага нацяжэння (гл. стар. 268) праяўляецца вельмі наглядна пры судатыканні паверхней з розным паверхневым нацяжэннем. Разгледзім дзве судатыкальныя вадкасці, акружаныя паветрам, напрыклад кроплю масла на паверхні вады (рыс. 266). Тут мы маем тры паверхні судатыкання розных матэрый; вада—паветра, вада—масла, масла—паветра. Гэтыя тры паверхні перасякаюцца па лініі, у кожным пункце якой дзейнічаюць тры сілы: паверхневыя нацяжэнні T_{ab}, T_{bc}, T_{ca} (мы абазначым масла, паветра і ваду індэксамі a, b і c). На рыс. 266 паказана вертыкальнае сячэнне паверхні. Для таго, каб тры сілы, прыложаныя напрыклад

у *O*, захоўвалі роўнавагу паміж сабой, неабходна, каб адна з іх была роўна і працілегла раўнадзейнай двух другіх, як паказана на рыс. 24 (гл. стар. 45). Калі-ж адна з нашых сіл больш сумы двух другіх, то роўнавага наогул немагчыма. У даным выпадку мы маем наступнае: T_{bc} (=73 *дын/см*) больш, чым T_{ca} (=21 *дын/см*) + + T_{ab} (=33 *дын/см*). Таму кроплі масла расцягваюцца і расця-



Рыс. 266—267. Судатыканне трох граніччых паверхней: масла—паветра, паветра—вада і вада—масла.

каюцца. Краявы вугал кроплі, г. зн вугал паміж датычнымі ў пункце *O*, робіцца ўсё больш і больш вострым і паступова набліжаецца да нуля. Калі паверхня вады дастаткова вялікая, то гэты працэс можа працягвацца датуль, пакуль таўшчыня слоя масла не зробіцца менш радыуса малекулярнага дзеяння. Тады слой распадаецца на малекулы і яго нельга ўжо будзе разглядаць як вадкасць. Рух, выклікаемы перавышэннем аднаго з паверхневых нацяжэнняў, можна коратка ахарактарызаваць так: адна вадкасць расцякаецца паміж двума іншымі, як-бы імкнучыся перашкодзіць ім судатыкацца адна з адной. У даным выпадку масла імкнецца падзяліць ваду і паветра. Калі гэта падзяляючая вадкасць ёсць паветра, то адна з астатніх вадкасцей утварае кроплі, якія ляжаць на другой вадкасці, не змочваючы яе (як напрыклад вада на тлушчы). Прамежкавы слой паветра не дае кроплі судатыкацца з вадкасцю. Калі-ж усе тры сілы ўраўнаважваюць адна адну, то з вектараў T можна пабудаваць трохвугольнік (рыс. 267). Як лёгка бачыць з рысунка знешнія вуглы гэтага трохвугольніка з'яўляюцца тымі вугламі, пад якімі вадкасці судатыкаюцца адна з адной. Мы маем:

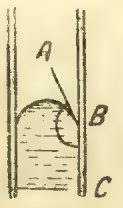
Рыс. 268. Да ўмовы роўнавагі пры перасячэнні трох паверхней.

$$\frac{T_{bc}}{\sin A} = \frac{T_{ca}}{\sin B} = \frac{T_{ab}}{\sin C}.$$

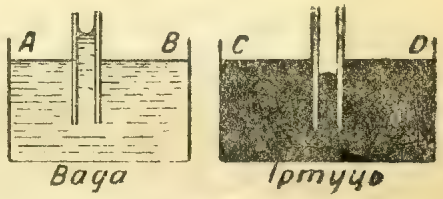
Такім чынам вуглы паміж паверхнямі падзелу залежаць толькі ад велічыні паверхневых нацяжэнняў і не залежаць, напрыклад, ад размеру кроплі.

Перавышэннем аднаго паверхневага нацяжэння над сумай двух другіх тлумачыцца адсутнасць роўнавагі таксама і ў тым выпадку, калі *c*—цвёрдае цела, напрыклад шкляная сценка, а *a*—кропля вадкасці. Калі напрыклад *a*—чыстая вада, то кропля

расцякаецца па паверхні, аддзяляючы шкло ад паветра. Калі-ж *a*—складаецца з іртуці, то шкло зусім не змочваецца, і іртуць сцягваецца ў шарападобную кроплю, аддзеленую ад шкла слоем паветра (тое-ж самае адбываецца, калі дажджавая кропля падае на тканіну непрамакальнага плашча, апрацаваную такім чынам, што яна не змочваецца вадой). Асабліва цікавы той выпадак (рыс. 268), калі частка паверхні вадкасці судатыкаецца з цвёрдым целам, а другая частка—так званая свабодная паверхня—з якім-небудзь газам, напрыклад з паветрам. Калі індэксамі *a*, *b* і *c* абазначым ваду, паветра і шкло, то T_{bc} і T_{ca} накіраваны ў працілеглыя бакі ўздоўж сценкі, а T_{ab} накіравана па *OP*. Роўнавага часцінкі вадкасці каля сценкі залежыць ад велічыні паверхневых нацяжэнняў T_{ab}, T_{bc}, T_{ca}. Відавочна пры роўнавазе кірунак *OP* такі, што накіраваная ўздоўж сценкі (па *OQ*) складаючая T_{ab} роўна і працілегла рознасці $T_{bc} - T_{ca}$ (складаючая, перпендыкулярная сценцы, знішчаецца супрацьленнем сценкі). Такім чынам мы павінны мець $T_{ab} \cdot \cos\alpha = T_{bc} - T_{ca}$. Вугал $POR = \alpha$, які вызначаецца роўнасцю $\cos\alpha = \frac{T_{bc} - T_{ca}}{T_{ab}}$ называецца краявым вуглом. Калі $T_{bc} < T_{ca}$, гэты вугал востры, калі $T_{bc} > T_{ca}$—тупы. Другі выпадак мае месца напрыклад тады, калі вадкасцю *a* з'яўляецца іртуць (рыс. 269). У гэтым выпадку краявы вугал ($\angle ABC$) роўны 128°52′ (Квінке). У выпадку судатыкання вады з ідэальна чыстай шкляной паверхняй краявы вугал роўны нулю, бо ў гэтым выпадку $T_{bc} > T_{ab} + T_{ac}$ і вада расцякаецца па ўсім шкле, аддзяляючы яго ад паветра. Калі-ж паверхня шкла не зусім чыстая, то краявы вугал большы 0; ён можа дасягаць 90° і нават зрабіцца тупым (сценка, забруджаная тлушчам).



Рыс. 269. Да паняцця краявога вугла.



Рыс. 270. Дзеянне капілярнасці.

Капілярнасць. З'ява капілярнасці тлумачыцца ўласцівасцямі паверхневага слоя вадкасці. Мы разгледзім іх на наступных прыкладах.

Няхай (рысунак 270) *AB* ёсць паверхня вады, а *CD*—паверхня іртуці. Абедзве яны знаходзяцца ў стане спакою, пад дзеяннем сілы цяжару, г. зн. гарызантальны. Возьмем дзве вузкія цыліндрычныя трубкі *E* і *F*, шырынёй у 1—2 *мм*, адкрытыя з абодвух канцоў. Калі пагрузіць іх у судзіны з вадкасцямі, то вада ў трубцы ўтворыць увагнуты меніск (mene — па грэцку — месяц) і ўзнімецца вышэй, чым у судзіне; іртуць-жа, наадварот, утворыць пукаты меніск і апусціцца ніжэй, чым у судзіне. Гэтыя з'явы тлумачацца наступным чынам. Пры судатыканні вады са шкляной сценкай на часцінкі паверхневага слоя вады, якія знаходзяцца каля сценкі, дзейнічае сіла, накіраваная ўверх. У выніку гэтага першапачаткова плоская паверхня вады робіцца

ўвагнутай (краявы вугал востры); чым вузейшая трубка, тым большая крывізна паверхні. Узняцце вады ў трубцы ёсць вынік гэтай дэфармацыі паверхні. Аналагічна, пры судатыканні іртуці са шклом, іртуць у трубцы імкнецца як-бы сцягнуцца ў кроплю (краявы вугал тупы), і замест першапачатковай плоскай паверхні атрымліваецца пукатая. Апусканне іртуці ў трубцы з'яўляецца вынікам апісанай дэфармацыі. Сапраўды, як паказана на стар. 271, ціск, вытвараемы плоскай паверхняй у судзіне і выгнутай у капілярнай трубцы, будзе розны; гэта розніца ціскаў і заганяе ваду па трубцы ўверх, а іртуць—уніз. Рознасць вышынь атрымліваецца тым большая, чым вузейшая трубка, бо чым вузейшая трубка, тым большая крывізна меніску, а з ёй і адрозненне ціску ад ціску плоскай паверхні. Такія вузкія трубкі называюцца капілярнымі або валоснымі (capilla—волас). Капілярнасцю тлумачыцца напрыклад пашырэнне вадкасцей па порыстых целах—цукры, губцы, прамакальнай паперы, кноце і г. д.

Калі вадкасць цалкам змочвае (чыстую) паверхню данага цела, то пасля пагружэння гэтага цела ў вадкасць яго паверхня аказваецца цалкам пакрытай гэтай вадкасцю. У даным выпадку цвёрдае цела адыгрывае толькі ролю остава, пакрытага слоем (скурай) вадкасці. Таму, калі вадкасць знаходзіцца ў змочваемай ёю трубцы (як вада на рыс. 270), то яна судатыкаецца не са шклом, а са слоем той самай матэрыі, якая складае вадкасць. Гэты слой уцягвае ўверх свабодную паверхню слупа вадкасці, які стаіць у трубцы (з прычыны таго, што змочванне ідэальнае, то краявы вугал роўны нулю). Таму паверхня слупа робіцца ўвагнутай, і лішак ціску (дзеючага на свабодную плоскую паверхню вадкасці) над ціскам на ўвагнутую паверхню ўзнімае вадкасць у трубцы на пэўную вышыню. Гэта гранічная вышыня будзе дасягнута відавочна, калі вага ўтворанага такім чынам слупа вадкасці зробіцца роўнай той сіле, якая цягне вадкасць уверх. Гэта апошняе роўна $2\pi r \cdot T$, бо $2\pi r$—даўжыня акружыны, па якой меніск судатыкаецца з трубкай (r—радыус трубкі), а T—велічыня паверхневага нацяжэння, г. зн. сіла, дзеючая на адзінку даўжыні. З прычыны таго, што краявы вугал роўны нулю, то вылічаная сіла накіравана вертыкальна ўверх. Вага слупа, накіраваная вертыкальна ўніз, роўна $\pi r^2 \cdot H \cdot s$, калі s—удзельная вага вадкасці, а H—вышыня слупа над узроўнем вадкасці ў судзіне (пры вылічэнні аб'ёму гэтага слупа лічым яго цыліндрам, г. зн. не прымаем пад увагу скрыўленне меніску). Умова роўнавагі сіл, якія цягнуць вадкасць уверх і ўніз, дае:

$$2\pi rT = \pi r^2 Hs, \text{ г. зн. } H = \frac{2T}{s} \cdot \frac{1}{r}.$$

Такім чынам мы бачым, што для адной і той-жа вадкасці вышыня ўзняцця H адваротна прапарцыянальна радыусу трубкі r (закон Журэна, 1718).

Атрыманую формулу можна перапісаць у выглядзе:

$$T = \frac{1}{2} \cdot r \cdot H \cdot s.$$

Гэтыя суадносіны дазваляюць зрабіць вельмі дакладнае вымярэнне паверхневага нацяжэння T (яго нярэдка называюць таксама капілярнай пастаяннай). Напрыклад у трубцы дыяметрам $d=1$ *мм* пры 8,5° Ц чыстая вада ўзнімаецца на 30,05 *мм*.

$$T=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 30{,}05\frac{мг}{мм}=7{,}5\frac{мг}{мм}.$$

Калі мы жадаем выразіць T у $\frac{дын}{см}$, то атрыманы лік трэба памножыць на 10.0,981. Атрымаем:

$$T=73\frac{дын}{см}.$$

Такое паверхневае нацяжэнне вады пры 8,5° Ц.

У вельмі тонкіх капілярах узняцце можа быць вельмі значным. Так у трубцы з дыяметрам у некалькі мікронаў (1 $\mu=0{,}001$ *мм*), вада ўзнімаецца на вышыню, значна большую чым метр. Гэтым тлумачыцца напрыклад пашырэнне вады ўверх па судзінках у раслінах, дыяметр якіх знаходзіцца паміж 20 і 1μ. У гэтым выпадку агульная вышыня, на якую ўзнімаюцца часцінкі вадкасці, яшчэ павялічваецца той акалічнасцю, што калонка вадкасці звычайна разбіваецца на паасобныя кароткія слупкі. Зусім таксама цагляная сцяна, якая стаіць на сырой зямлі, набракае даверху вадой, калі не ізаляваць яе верхнія слаі ад ніжніх шчыльнай, пазбаўленай пор, пракладкай.

Побач з падняццем вадкасці ў трубцы назіраецца яе ўзняцце і са знадворнага боку змочваемага ёю цыліндра (што значна паніжае дакладнасць паказанняў арэометра са шкалой), а таксама паміж двума паралельнымі дастаткова блізкімі адна да адной пласцінкамі. У апошнім выпадку ўзняцце ў два разы меншае за тое, якое мела-б месца ў капілярнай трубцы з дыяметрам, роўным адлегласці паміж пласцінкамі. Тэорыя паказвае, што ўзняцце вадкасці ўздоўж змочваемай ёю вертыкальнай плоскасці роўна $h=\sqrt{\frac{2T}{s}}$, дзе T — капілярная пастаянная вадкасці, а s — яе шчыльнасць.

ХВАЛЕВЫ РУХ

Ваганне. Дэфармаванае якой-небудзь сілай, пругкае цвёрдае цела прымае сваю ранейшую форму пасля таго, як гэта сіла спыняе дзеянне, калі толькі пры дэфармацыі не была пяройдзена граніца пругкасці (гл. ст. 174). Аднаўленне формы можа аднак адбывацца па-рознаму. Возьмем прыклад: вадкасць у стане спакою, знаходзячыся ў нерухомай судзіне, прымае форму гэтай судзіны, і яе свабодная паверхня ёсць гарызантальная плоскасць. Калі судзіну нахіляюць, форма вадкасці адпаведна змяняецца, калі-ж судзіну зноў ставяць у ранейшае палажэнне, вадкасць прымае

сваю ранейшую форму; гэты працэс змены і наступнага аднаўлення формы адбываецца ў розных вадкасцей па-рознаму. Лёгкарухомыя вадкасці мяняюць сваю форму амаль адразу-ж пасля змены палажэння судзіны; дэфармацыя-ж вязкіх вадкасцей ідзе больш павольна. Калі нахіленую судзіну шпаркім рухам паставіць прама, то вязкая вадкасць, прышоўшы ў першапачатковае палажэнне, застаецца ў ім, а рухомая вадкасць, набываючы вялікую скорасць, пераходзіць на другі бок палажэння роўнавагі, затым зноў варочаецца назад і г. д., каруцей кажучы, яна робіць ваганні каля палажэння роўнавагі, якія паступова аслабяваюць з прычыны ўнутранога церця паміж часцінкамі вадкасці і паміж вадкасцю і сценкамі судзіны. Пасля спынення дзеяння дэфармуючай сілы кожнае пругкае цела аднаўляе сваю ранейшую форму шляхам рухаў, якія аналагічны або ваганням рухомай вадкасці, або спаўзанню вязкай вадкасці. Цяжкая маса *M*, падвешаная на спружыне *B* (рыс. 271), атрымаўшы штуршок уверх, не адразу варочаецца ў палажэнне роўнавагі, а робіць каля яго паступова згасаючыя ваганні і спыняецца толькі праз пэўны прамежак часу. Дэфармаваны дрот пасля спынення дзеяння сілы прыходзіць у рух, папераменна то падаўжаючыся, то скарачаючыся і варочаецца ў стан спакою, толькі зрабіўшы пэўны лік ваганняў каля палажэння роўнавагі. Гэтыя ваганні аналагічны ваганням лёгкарухомай вадкасці (з'явай, аналагічнай паводзінам вязкай вадкасці, з'яўляецца пругкае паслядзеянне, гл. ст. 175).

Рыс. 271. Вагальнае цела.

Ваганні рада пругка звязаных пунктаў. Ваганні, якія адбываюцца і пашыраюцца пад дзеяннем пругкіх або падобных да іх сіл, прадстаўляюць сабою хвалевы працэс, адыгрываючы асноўную ролю ў радзе фізічных з'яў— акустычных, аптычных, цеплавых і электрычных.

Рыс. 272. Узнікненне хвалі.

Мы пачнем вывучэнне хвалевага руху, разглядаючы перадачу ваганняў па радзе пругка звязаных паміж сабой пунктавых мас, якія знаходзяцца ў спакоі і размешчаны па прамой лініі на роўных блізкіх адлегласцях адна ад адной (рыс. 272). Будзем лічыць, што сілы, дзеючыя паміж суседнімі пунктамі, падтрымліваюць роўнавагу гэтага рада пунктаў. Для гэтага трэба дапусціць, што паміж двума суседнімі пунктамі адначасова дзейнічаюць і сілы прыцяжэння, і сілы адштурхвання і што пры роўнавазе сілы прыцяжэння роўны сілам адштурхвання, бо інакш штуршкі або збліжаліся-б паміж сабой або аддаляліся-б адзін ад аднаго. Велічыня сіл узаемадзеяння паміж двума пунктамі залежыць ад адлегласці паміж імі: сілы ўзаемадзеяння ўзрастаюць, калі адлегласць паміж пунктамі робіцца меншай, і, наадварот, яны змяншаюцца з павелічэннем адлегласці паміж пунктамі. Пры гэтым змена адштурхвання адбы-

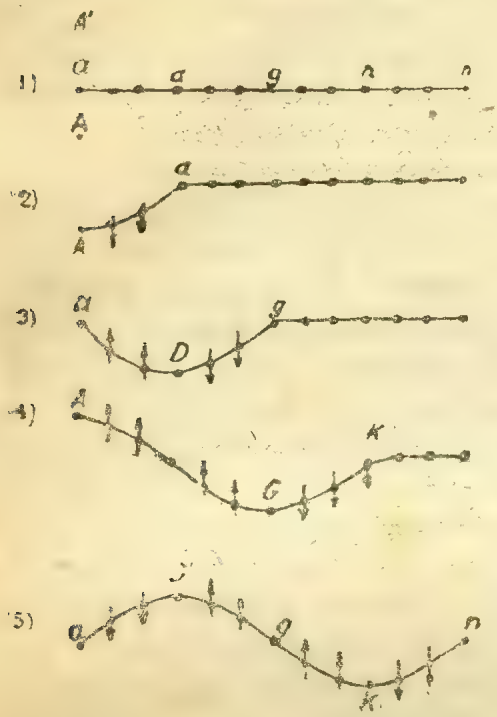
ваецца шмат шпарчэй, чым змена прыцяжэння,—да гэтага дапушчэння нас прыводзяць даныя доследу. На самой справе, у недэфармаваным пругкім целе (г. зн. калі пункты знаходзяцца ў палажэнні роўнавагі) адштурхванне і прыцяжэнне роўны адно аднаму. Пры сціскапні цела (г. зн. пры збліжэнні пунктаў) узрастаюць і тыя і другія сілы ўзаемадзеяння. Але з прычыны таго, што сціснутае цела імкнецца зноў аднавіць сваю ранейшую форму (г. зн. зноў павялічыць адлегласць паміж сваімі пунктамі), то відавочна, што ў сціснутым целе сілы адштурхвання перавышаюць над сіламі прыцяжэння, і значыць пры сціскапні сілы адштурхвання ўзраслі на большую велічыню, чым сілы прыцяжэння. Аналагічныя разважанні паказваюць, што ў расцягнутым целе пераважаюць сілы прыцяжэння, г. зн. што і пры расцяжэнні сілы адштурхвання змяншаюцца на большую велічыню, чым сілы прыцяжэння.

Такім чынам гэтыя працілегла накіраваныя сілы падтрымліваюць роўнавагу ў нашым радзе пунктаў. Але як толькі хоць-бы адзін пункт выходзіць з палажэння роўнавагі, г. зн. як толькі змяняецца яго адлегласць ад суседніх пунктаў, сілы прыцяжэння і адштурхвання выклікаюць парушэнне роўнавагі і ў суседніх з ім пунктаў, а праз іх і ва ўсіх пунктаў рада.

Няхай якая-небудзь прычына выклікала перамяшчэнне пункту α (рыс. 272) у палажэнне α' перпендыкулярна кірунку рада (далей на ст. 282 мы разглядаем выпадак перамяшчэння па кірунку рада ад α да β). Павелічэнне адлегласці паміж α і β выклікае змяншэнне дзеючых паміж гэтымі пунктамі сіл, прычым, як гэта было выяснена, прыцяжэнне змяншаецца на меншую велічыню, чым адштурхванне. Такім чынам у новым палажэнні пераважае сіла прыцяжэння. Таму пункт β пачынае набліжацца да α' і таксама выходзіць з палажэння роўнавагі. Але перамяшчэнне β не можа ісці па прамой $\alpha'\beta$, бо на β дзейнічае яшчэ прыцяжэнне з боку пункту γ (больш дакладна—перавышэнне прыцяжэння над адштурхваннем, выкліканае пры адходзе пункту β з свайго месца павелічэннем адлегласці паміж β і γ). Пункт β рухаецца па рэзультуючай гэтых двух сіл, г. зн. амаль у тым-жа кірунку, у якім перамясціўся пункт α, г. зн. проста ўніз. Урэшце, такім чынам кожны пункт рада пад дзеяннем прыцяжэння з боку сваіх суседзяў пачынае перамяшчацца па тым-жа кірунку, што і першы з пунктаў, які перамясціўся — α. Чым далей перамяшчаючыйся пункт рада знаходзіцца ад α, тым з большым запазненнем пачынаецца яго рух; велічыня запазнення ў адносінах да суседняга пункту пастаянная па ўсім радзе. Кожны пункт пачынае свой рух са спазненнем параўнальна з рухам свайго суседа, але ўсе пункты спазняюцца ў адносінах да сваіх суседзяў на адну і тую ж велічыню. Каб скласці яснае ўяўленне аб руху ўсяго рада пунктаў, трэба спачатку вывучыць рух якога-небудзь аднаго з яго пунктаў.

Рух кожнага з пунктаў, аб якім зараз ідзе гутарка, выклікаецца пругкімі дэфармацыямі, якія не перайшлі граніцы пругкасці, г. зн. падпарадкуюцца закону Гука (гл. ст. 178). Выведзены

з палажэння роўнавагі пункт прыцягваецца назад да гэтага палажэння з сілай, якая ў кожны момант часу прапарцыянальна імгненаму значэнню перамяшчэння. На самой справе сіла, якая зварочвае пункт, роўна той сіле, якая неабходна, каб утрымаць яго ў новым адхіленым палажэнні, але сіла, якая магла-б утрымаць пункт у адхіленым палажэнні, прапарцыянальна дэфармацыі, г. зн. прапарцыянальна адлегласці, на якую адышоў пункт ад палажэння роўнавагі. Такім чынам наш пункт прыцягваецца да палажэння роўнавагі з сілай, велічыня якой змяняецца паводле таго-ж закона, што і велічыня сілы, якая імкнецца вярнуць у палажэнне роўнавагі адхілены на невялікі вугал маятнік. На падставе сказанага (гл. стар. 131) аб рухах маятніка мы павінны зрабіць заключэнне, што ў даным выпадку і наш пункт таксама будзе рабіць „маятнікападобныя ваганні“ каля свайго палажэння роўнавагі.



Рыс. 273. Узнікненне папярочнай хвалі ў радзе часцінак, паміж якімі ёсць пругкія сувязі; 2—рад пунктаў праз $^1/_4$ перыяду; 3—рад пунктаў праз $^1/_2$ перыяду; 4—праз $^3/_4$ перыяду і 5—рад пунктаў пасля сканчэння поўнага перыяду ваганняў.

Уявім сабе цяпер, што пункт a на рыс. 273 (*1*) атрымлівае ўдар (імпульс), які надае яму пэўную скорасць v у кірунку да A. З таго моманту, як ён пакідае палажэнне роўнавагі, на яго пачынае дзейнічаць сіла пругкасці, якая імкнецца вярнуць яго назад. З прычыны гэтага яго скорасць будзе ўвесь час змяншацца і імкнуцца да нуля. Няхай у той момант, калі скорасць пункту робіцца роўнай нулю, наш пункт прыдзе ў палажэнне A. Пасля гэтага пад уплывам той-жа сілы прыцяжэння ён пачне рухацца па тым-жа самым шляху ў зваротным кірунку. Пры гэтым на кожным участку прахадзімага шляху скорасць пункту павялічваецца якраз настолькі-ж, наколькі яна раней на тым-жа ўчастку шляху змяншалася. Такім чынам, варочаючыся ў палажэнне роўнавагі, пункт мае тую-ж скорасць v, з якой ён вышаў з яго, але накіраваную ў іншы бок. З прычыны ўноў набытай скорасці, ён пераходзіць на другі бок палажэння роўнавагі і ўвесь працэс, які адбываўся раней у кірунку aA, паўтараецца колькасна і якасна ў працілеглым кірунку aA': велічыня адрэзка aA' роўна велічыні адрэзка aA; скорасць у кожным пункце гэтага адрэзка па велічыні роўна скорасці ў аднолькава аддаленым ад a пункце адрэзка aA; у абодвух выпадках аказваюцца рознымі толькі кірункі скорасцей. Апісаны рух адбываецца пад дзеяннем сілы, у кожны момант часу накіраванай да палажэння роўнавагі пункту (a), і прапарцыянальнай імгненнаму аддаленню пункту ад гэтага палажэння. Рух, які ад-

бываецца пад дзеяннем такога рода сіл, называецца **вагальным рухам**[1]; велічыня адрэзка aA' (найбольшае аддаленне пункту ад палажэння роўнавагі)—**амплітудай вагання**, T—час, патрэбны пункту для праходжання ўсяго шляху свайго руху туды і назад (г. зн. ад палажэння роўнавагі ўніз, затым праз палажэнне роўнавагі ўверх і назад да свайго месца)—**перыядам вагання**. Імгненны стан вагальнага працэсу, характарызуемы пэўным значэннем **перамяшчэння** вагаючагася пункту ад яго палажэння роўнавагі, імгненнай скорасцю пункту і кірункам яго руху,—называецца **фазай вагання**. Фазы, якія адрозніваюцца адна ад адной па часе на поўперыяду, называюцца **працілеглымі**; пункты, якія маюць гэтыя фазы ваганняў, у адзін і той-жа момант часу знаходзяцца на аднолькавых адлегласцях ад палажэння роўнавагі, з розных бакоў яго, і маюць скорасці, роўныя па велічыні і працілеглыя па кірунку.

Працэс вагальнага руху можна выразіць формулай, якая дае залежнасць палажэння скорасці, і кірунку руху пункта ад часу[2]. Мы аднак абмажуемся разглядам наглядней карціны гэтага руху.

Ваганні рада пругка звязаных пунктаў, перпендыкулярныя кірунку рада: папярочныя хвалі. Каб уявіць сабе, як узнікаюць і пашыраюцца папярочныя ваганні, паглядзім, якое палажэнне прымае рад пунктаў у той момант, калі пачатковы пункт a зрабіў адно поўнае ваганне. Разгледзім асобна чатыры стадыі вагання, пры якіх a рухаецца: 1) ад 0 да A, 2) назад ад A да 0, 3) ад 0 да A' і 4) назад ад A' да 0. Пры руху пунктаў a уніз, следам за ім усе пункты рада, адзін за адным, пачынаюць перамяшчацца ўніз—у тых-жа ўмовах і згодна таго-ж закона, як і пункт a. Няхай у той момант, калі a знаходзіцца ў пункце павароту A,

---

[1] Пругкія сілы заўсёды накіраваны працілегла перамяшчэнню пункту з яго палажэння роўнавагі і прапарцыянальны велічыні перамяшчэння. Таму можна сказаць, што пад уплывам пругкіх сіл пункт (або цела) **заўсёды** робіць вагальны рух.

[2] Формула, якая выражае імгненнае перамяшчэнне пункту як функцыю часу мае выгляд: $y = A \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}$; у ёй y—перамяшчэнне пункту, A—амплітуда, T—перыяд вагання, t—час, які мінуў ад пачатку вагання. Велічыня $\frac{2\pi t}{T}$ прадстаўляе **фазу** вагання. Нярэдка ўводзіцца абазначэнне $\frac{2\pi}{T} = \omega$, і тады формула пішацца так: $y = A \cdot \sin \omega t$. Тыя, хто ведаюць прыёмы дыферэнцыявання, лёгка могуць атрымаць выраз імгненнай скорасці пункту, які вагаецца і яго імгненнага паскарэння: выраз скорасці вызначаецца як вытворная перамяшчэння па часе: $v = \frac{dy}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos \omega t$, а паскарэнне—як вытворная скорасці па часе: $a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 y$. Апошняя формула паказвае, што паскарэнне вагальнага пункту прапарцыянальна перамяшчэнню і заўсёды яму працілегла (г. зн. накіравана да палажэння роўнавагі). Паскарэнне заўсёды прапарцыянальна дзеючай сіле і накіравана ў бок яе дзеяння, а таму пункт робіць вагальны рух пад дзеяннем сілы, велічыня якой прапарцыянальна перамяшчэнню пункту, і якая накіравана да яго палажэння роўнавагі (гл. вышэй, стар. 280).

узбурэнне пашырылася да пункту *d*, г. зн. у гэты момант *d* толькі што пачынае перамяшчацца ўніз. Пры гэтым рад пунктаў прымае палажэнне, паказанае на рыс. 273, (*2*): *a* знаходзіцца ў пункце павароту *A* і ў бліжэйшы момант ужо пачынае рухацца ўверх. Пункты-ж, якія ляжаць паміж *a* і *d*, у гэты час будуць рухацца ўніз, знаходзячыся ў прамежкавых палажэннях паміж палажэннем роўнавагі і пунктам найбольшага перамяшчэння (прадстаўляючы сінусаідальную крывую).

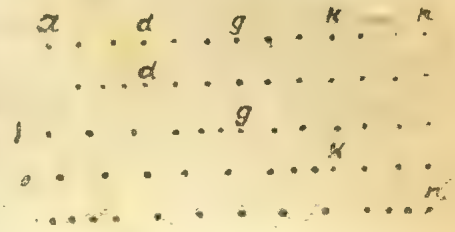
У працягу таго прамежку часу, за які *a* варочаецца назад да палажэння роўнавагі, пункты, якія ляжаць паміж *a* і *d*, адзін за адным дасягаюць свайго максімальнага адхілення і таксама пачынаюць рухацца ў адваротным кірунку. Момант звароту *a* ў палажэнне роўнавагі супадае з тым момантам, калі *d* дасягае максімальнага аддалення ад палажэння роўнавагі *D*. На самай справе, рух пункту *d* адстае ад руху пункту *a* на чвэрць поўнага перыяду (ён пачаўся тады, калі *a* знаходзіўся ў *A*, г. зн. ужо прарабіў чвэрць свайго вагання). У гэты-ж момант пачынае свой рух пункт *g*, які знаходзіцца ад *d* на такой-жа адлегласці, на якой *d* першапачаткова (калі ён быў у палажэнні роўнавагі) знаходзіўся ад *a*. Такім чынам у разглядаемы момант часу пункты, якія ляжаць паміж *a* і *d*, рухаюцца ўверх, пункт *d* прышоў у пункт павароту *D*, пункты, якія ляжаць паміж *d* і *g*, рухаюцца ўніз і нарэшце пункт *g* толькі пачынае свой рух (рыс. 273, 3).

У той-жа момант, калі *a* дасягае другога пункту павароту *A'*, *d* праходзіць праз сваё палажэнне роўнавагі, накіроўваючыся ўверх; *g* дасягае самага ніжняга пункту свайго шляху *G*, з прычыны таго, што ён у сваіх рухах адстае на поўперыяду ад *a* і на чвэрць перыяду ад *d* і ўзбурэнне раду ўжо дасягае пункту *k*, які знаходзіцца ад *g* на такой-жа адлегласці, на якой *g* знаходзіўся ў палажэнні роўнавагі ад *d* і *d* ад *a*. Цяпер пункты, размешчаныя паміж *a* і *d*, рухаюцца ўверх у кірунку да другога пункту павароту; пункты, якія ляжаць паміж *d* і *g*,—таксама ўверх у кірунку да палажэння роўнавагі, а пункты, якія знаходзяцца паміж *g* і *k*,—уніз па кірунку да першага пункту павароту; сам-жа пункт *a* другі раз пачынае рухацца ўніз (рыс. 273, 4).

У той момант, калі *a* зноў трапляе ў палажэнне роўнавагі, ўжо прарабіўшы адно поўнае ваганне, пункты рада займаюць палажэнне, паказанае на рыс. 273, 5. Такое размяшчэнне пунктаў дае хвалю, а дзве сіметрычныя палавіны гэтага размяшчэння называюцца грэбнем і западзінай хвалі.

Ваганні рада пругка звязаных пунктаў, якія (ваганні) пашыраюцца ўздоўж кірунку рада: уздоўжныя хвалі. Рад пунктаў, паказаных на рыс. 274, можа таксама ўтварыць „хвалю“ хоць і не такога выгляду, у якім мы звычайна ўяўляем сабе хвалі,—і ў тым выпадку (як было ўжо зазначана на стр. 280), калі пачатковы пункт рада—пункт α—пачне рухацца ў кірунку да пункту β. Першы пункт рада пры гэтым перамяшчэнні набліжаецца да сваіх суседзяў, і роўнавага паміж сіламі прыцяжэння

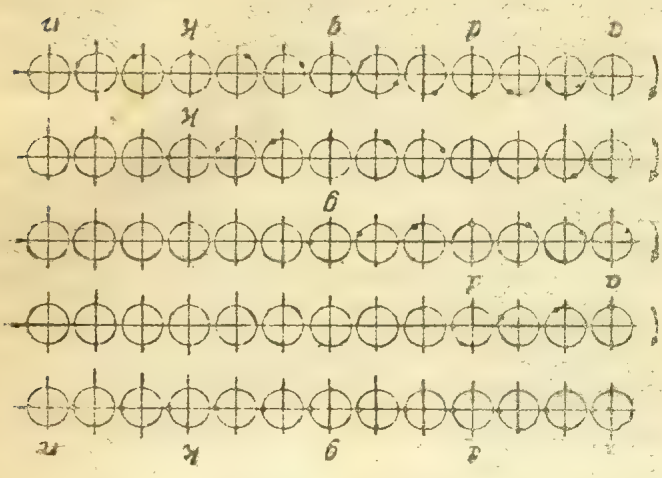
і адштурхвання парушаецца. Узбурэнне перадаецца ад пункту да пункту і прыводзіць у рух увесь рад. Кожны пункт пачынае вагацца каля свайго палажэння роўнавагі, таксама, як гэта было апісана вышэй. Паколькі сіла, з якой пункт прыцягваецца да палажэння роўнавагі, прапарцыянальна яго перамяшчэнню, яго рух дакладна супадае з рухам кожнага пункту ў разгледжаным выпадку папярочнай хвалі. Розніца ў гэтых двух выпадках толькі ў тым, што ў даным выпадку кірунак вагання супадае з кірункам пунктавага рада, а ў папярэднім выпадку ён быў перпендыкулярны яму. Зразумела пры такім руху размяшчэнне пунктаў ніколі не дасць малюнка, паданага на рыс. 273; яны будуць толькі паперыменна набліжацца адзін да аднаго і аддаляцца адзін ад аднаго. На рыс. 274 паказана, якое будзе размяшчэнне пунктаў праз чвэрць перыяду пасля пачатку руху першага пункту. Пры гэтым у кожным месцы рада перыядычна з'яўляюцца то згушчэнне, то разрэджанне пунктаў. Хоць пункты і не ўтвараюць пры гэтым хвалю ў звычайным сэнсе слова, мы кажам, што такое іх размяшчэнне прадстаўляе ўздоўжную хвалю. На самой справе: параўнаем палажэнне пунктаў у той момант, калі першы з іх прарабіў адно поўнае ваганне (рыс. 274, унізе) з іх першапачатковым палажэннем (рыс. 274, уверсе). У абодвух выпадках першы пункт знаходзіцца ў палажэнні роўнавагі, але мы бачым на ніжнім чарцяжы, што пункт, які пачаў вагацца на чверць перыяда пазней пачатковага пункту цяпер знаходзіцца ў палажэнні найбольшага аддалення ад роўнавагі; пункт, які пачаў свае рухі са спазненнем на поўперыяду, цяпер таксама знаходзіцца ў палажэнні роўнавагі і г. д. Такім чынам мы бачым, што ў даным выпадку перамяшчэнне (уздоўжнае) пункту ад яго палажэння роўнавагі дакладна роўна перамяшчэнню (папярочнаму) пунктаў у выпадку папярочнай хвалі. У абодвух выпадках рухі пунктаў падобны да руху маятніка; рознымі з'яўляюцца толькі кірункі рухаў у адносінах да кірунку рада пунктаў. Калі ў той момант, калі першы пункт толькі што закончыў адно поўнае ваганне, адзначыць перамяшчэнне кожнага пункта ад яго палажэння роўнавагі і адкласці яго ад данага пункту перпендыкулярна кірунку рада, то канцы атрыманых такім спосабам адрэзкаў утвораць зусім такую ж хвалевую крывую, як паказана на рыс. 273. Заўважым, што пры такой графічнай пабудове, ва ўздоўжнай хвалі месцам найбольшага згушчэння і месцам найбольшага разрэджання адпавядаюць тыя ўчасткі, дзе яе пункты праходзяць праз палажэнне роўнавагі (пункты g і n на рыс. 273,[5]).



Рыс. 274. Узнікненне ўздоўжнай хвалі.

Фазавая скорасць. Даўжыня адрэзка, на які пашыраецца хвалевы рух за перыяд вагання (T), называецца даўжынёй хвалі (λ); на рыс. 273, 274 гэта ёсць даўжыня адрэзка an. Калі лік ваганняў, вытвараемых кожным пунктам за 1 *сек*, ёсць n, то

$T = \frac{1}{n}$ сек. Пры гэтым за 1 сек. узбурэння пашыраецца на адлегласць, роўную n даўжыням хваль, г. зн. $n\lambda$. Гэта адлегласць называецца **скорасцю пашырэння** хвалі v. Такім чынам $v = n\lambda$ і з прычыны таго што $T = \frac{1}{n}$, то $v = \frac{\lambda}{T}$. Заўважым, што ў **кожным** месцы рада праз кожныя T секунд вагальны пункт будзе знаходзіцца ў адной і той-жа фазе і што праз T секунд пункты, аддаленыя ад пачатковага на адлегласць λ, таксама будуць знаходзіцца ў аднолькавых фазах. Таму можна сказаць, што фаза пашыраецца са скорасцю v і таму скорасць $v = \frac{\lambda}{T}$ называецца **фазавай скорасцю**[1].



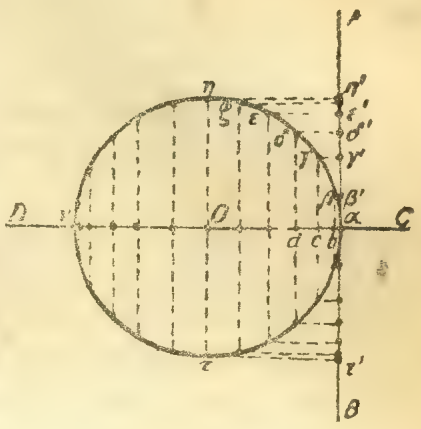
Рыс. 275. Утварэнне хвалі з часцінак, якія робяць кругавыя рухі.

Утварэнне хваль з пунктаў, якія робяць кругавыя рухі. Дагэтуль мы казалі аб утварэнні хваль у выніку прамалінейных рухаў пунктаў (рыс. 273 і 274); аднак хвалі могуць узнікаць і ў тых выпадках, калі часцінкі апісваюць **кругавыя** траекторыі, калі толькі пры гэтым кругавы рух кожнага пункту крыху запазняецца ў параўнанні з кругавым рухам другога, суседняга з ім пункту. Рад пунктаў ад a да n, паданы на рыс. 275, зусім такі-ж, як рад пунктаў на рыс. 273, але пункты рыс. 275 рухаюцца ў кірунку стрэлак **па кругах з пастаяннымі скорасцямі**. Кожны пункт пачынае свой рух **некалькі**

---

[1] Грунтуючыся на паданай на стар. 281 формуле гарманічнага вагальнага руху, $y = A \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}$, лёгка даць выраз перамяшчэння y ў момант часу t **любога** пункту, які знаходзіцца на адлегласці z ад цэнтра ваганняў (г. зн. выразіць y як функцыю t і z). Калі ў некаторы момант часу t пункт, які знаходзіцца ў **зыходным пункце** (цэнтры) ваганняў, мае перамяшчэнне $y = A \cdot \sin \frac{2\pi t}{T}$, то другі пункт, які знаходзіцца ад яго на адлегласці z, мае іншае перамяшчэнне (г. зн. знаходзіцца ў другой **фазе** ваганняў); ён мае ў момант t такое перамяшчэнне, якое ў зыходным пункце ваганняў **ужо было** ў некаторы момант часу $(t-\tau)$, прычым τ абазначае той час, на працягу якога ваганні пашырыліся ад зыходнага пункту да разглядаемага пункту (г. зн. прайшлі адлегласць z). Значыць у момант часу t у разглядаемым пункце (на адлегласці z ад цэнтра ваганняў) перамяшчэнне мае значэнне $y = A \cdot \sin \frac{2\pi(t-\tau)}{T}$ (дапускаючы, што амплітуда з адлегласцю не мяняецца). З прычыны таго, што $\tau = \frac{z}{v}$ і $v = \frac{\lambda}{T}$, то, падставіўшы ў формулу $\tau = \frac{z \cdot T}{\lambda}$, атрымаем: $y = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda}\right)$. Гэты выраз называецца **раўнаннем праходзячай хвалі**.

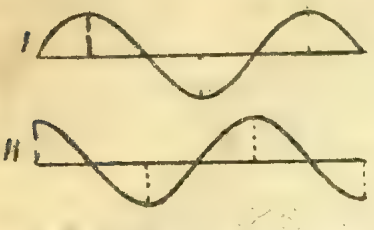
пазней, чым папярэдні, прычым гэта запазненне аднолькава ўздоўж усяго рада: калі кожны з пунктаў пачынае свой рух пазней, чым яго папярэднік, на $^1/_{12}$ таго часу, які патрэбны для выканання аднаго поўнага кругавога абароту, то (рыс. 275) пункт *d* пачынае свой рух праз чвэрць перыяду, пункт *g* — праз паўперыяду, да пункту *K* рух даходзіць праз тры чверці перыяду і нарэшце пасля звароту *a* ў палажэнне роўнавагі прыходзіць у рух пункт *n*. На рыс. 275 відаць, як размешчаны пункты рада ў розныя моманты часу. Побач з гэтымі існуюць і іншыя віды хваль. Для ўсіх відаў хвалевага руху характэрна адна агульная ўласцівасць: часцінкі, якія ўтвараюць хвалі, увесь час рухаюцца па адным і тым-жа шляху ў вузкіх граніцах каля сваіх палажэнняў роўнавагі, але сама хваля, г. зн. размяшчэнне ўсёй злучнасці часцінак, у даны момант часу пашыраецца ў прасторы. Такім чынам у прасторы пашыраецца толькі ўзбурэнне,— тая прычына, якая пабуджае часцінкі рухацца згодна пэўнага перыядычнага закона. Хваля пераносіць праз прастору не масу, а толькі энергію. Так напрыклад кажуць аб хвалепадобным пашырэнні землетрасення, але пры гэтым самія масы зямлі, якія перамяшчаюцца, не адходзяць ад свайго палажэння роўнавагі. Калі кажуць, што „землетрасенне было заўважана ў пункце *A* ў такі-то час, а ў пункце *B* на 20 сек. пазней", то пад гэтым падразумяваецца, што імпульс, які прыводзіць у рух земныя пласты, пашырыўся за ўказаны час ад *A* да *B*. Ведаючы розніцу часу і адлегласць паміж пунктамі *A* і *B*, можна вылічыць скорасць пашырэння хвалі, г. зн. тую скорасць, з якой пашыраецца землетрасенне. Такі-ж малюнак мы можам назіраць у полі, пакрытым калоссямі, па якіх прабягае вецер, прыгібаючы іх да зямлі. Кожны колас вагаецца каля свайго палажэння роўнавагі, але калоссі, якія прыгібаюцца, даюць уражанне некаторага паступальнага руху. У сапраўднасці па полі пашыраецца толькі імпульс, які выклікае рух калоссяў. Часцінкі, якія ўтвараюць вадзяную хвалю, рухаюцца па вельмі вузкіх кругах навакол палажэння роўнавагі. Гэты рух назіралі ўпершыню Эрнст Вебер і Вільгельм Вебер у доўгай вузкай судзіне (са шклянымі сценкамі), на плаваючых у вадзе маленькіх кавалачках янтара (удзельная вага янтара роўна ўдзельнай вазе вады). Пры такой пастаноўцы доследу відаць, што ў верхніх слоях вады часцінкі апісваюць кругавыя траекторыі, у больш глыбокіх—эліптычныя і толькі каля самага дна—яны рухаюцца па прамых лініях.



Рыс. 276. Складанне ўздоўжнага і папярочнага ваганняў.

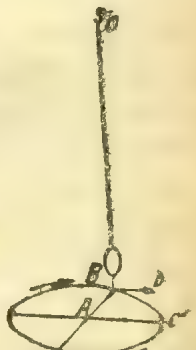
Раскладанне роўнамернага кругавога руху на два прамалінейныя вагальныя рухі. Няхай якая-небудзь часцінка, якая знаходзіцца ў пункце α (рыс. 276), рухаецца з пастаяннай скорасцю па акружыне з цэнтрам у пункце *O*. Будзем праектаваць рух матэрыяльнага

пункту на дзве праходзячыя праз α узаемна перпендыкулярныя прамыя AB і αD (на рыс. 276 памечаны праекцыі пункту на AB і αD праз кожную $^1/_{24}$ долю перыяду). Пераход пункту з α у β, γ... выклікае перамяшчэнне вертыкальнай праекцыі на адрэзкі $\alpha\beta'$, $\alpha\gamma'$, $\alpha\sigma'$,... („уверх" ад α). Адначасова з гэтым гарызантальная праекцыя перамяшчаецца ў кірунку αD на адрэзкі αb, αc, αd,... („у бок" ад α). З чарцяжа відаць, што адлегласць матэрыяльнага пункту па дузе ад α пэўным чынам звязана з велічынёй яго вертыкальнага ўзняцця над α (вымеранага па прамой AB). Чарцяжы паказваюць, што роўным дугам, на якія перамяшчаецца матэрыяльны пункт у сваім кругавым руху ад α да η, адпавядаюць вертыкальныя адрэзкі на прамой AB, якія робяцца ўсё меншымі і меншымі па меры пераходу праекцыі пунктаў ад α да η'. На шляху пункту ад η да ν роўным дугам, якія ён праходзіць, адпавядаюць адрэзкі, якія ўсё больш павялічваюцца, і на якія перамяшчаецца вертыкальная праекцыя; праекцыя пункту апускаецца ўніз ад η' да α, за роўныя прамежкі часу праходзячы праз тыя-ж адрэзкі, па якіх ён раней узнімаўся. Аналагічна працякае працэс пры зваротным пераходзе пункту ад ν да τ і ад τ да α. Далей з чарцяжа відаць, якім чынам адлегласць пункту, вымяраемая па дузе ад α, звязана з яго перамяшчэннем у кірунку прамой DC (гарызантальная праекцыя).



Рыс. 277. Дзве сінусоіды, перамяшчаныя адна адносна другой на $^1/_4$ перыяду.

Матэматычны аналіз руху абодвух праекцый—вертыкальнай па прамой AB і гарызантальнай па прамой αD—паказвае, што абодва гэтыя рухі з'яўляюцца маятнікападобнымі ваганнямі (ст. 131), якія маюць пэўную розніцу фаз. Каб пераканацца ў гэтым, уявім чарц. 276 у другім выглядзе. Адкладзем па восі абсцыс адлегласці нашай часцінкі ад пункта α, вымераныя па дузе круга, а па восі ардынат яе ўзняцці ў кірунку AB (крывая I) і яе перамяшчэнні ў кірунку CD, адлічваемыя ад пункту O (крывая II). Мы атрымаем (рыс. 277) дзве сінусоіды, перамешчаныя адна адносна другой на $\frac{2\pi}{4} = 90°$ (г. зн. на чвэрць перыяду). Такім чынам роўнамерны кругавы рух можна разглядаць як рэзультат складання двух маятнікападобных прамалінейных ваганняў, якія адначасова ажыццяўляюцца па двух узаемна перпендыкулярных кірунках, прычым адно з іх запазняецца на чвэрць перыяду адносна другога. Гэта можна пацвердзіць і на доследзе. Выведзем маятнік (рыс. 278) з палажэння роўнавагі A і затрымаем яго ў пункце павароту B. Калі пасля гэтага проста адпусціць маятнік, то ён пачне рабіць гарманічныя ваганні паміж B і B'. Калі-ж надаць яму ў палажэнні B (г. зн. праз чвэрць перыяду пасля пачатку руху) адпаведнай сілы


Рыс. 278. Канічны маятнік, які апісвае акружыны навакол свайго палажэння роўнавагі A.

штуршок у кірунку, перпендыкулярным плоскасці вагання (г. зн. у кірунку *b*), то ён пачне рухацца з пастаяннай скорасцю па крузе з цэнтрам у пункце *A* [1].

На чарц. 276 руху маятніка адпавядае часцінка, якая рухаецца па крузе. Першапачаткова яна знаходзілася ў пункце *O*. Атрымаўшы штуршок у кірунку *CD*, яна перамясцілася да *a* і там атрымала другі штуршок у кірунку, перпендыкулярным прамой *CD*. Рэзультатам гэтых двух штуршкоў з'явіўся роўнамерны рух па крузе з цэнтрам *O*. Ваганне ў кірунку *CD* абганяе ваганне па *AB* на чвэрць перыяду.

Складанне двух папярочных ваганняў. Цяпер мы звернемся да выпадку адначасовага пашырэння двух папярочных хваль у адным кірунку. Як мы ўбачым далей, у гэтым выпадку рэзультатам складання двух папярочных хваль аказваецца пашырэнне па радзе пунктаў адной рэзультуючай хвалі. (Выпадак, калі

Рыс. 279. Наверсе: рад пунктаў, якія знаходзяцца ў спакоі. Унізе: гэтыя-ж пункты ў пэўнай фазе ўздоўжнай хвалі.

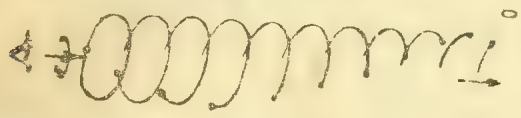
Рыс. 280. Папярочная хваля. Справа: папярочнае сячэнне натуральнай (непаляризаванай) светлавой хвалі.

з двух папярочных хваль утвараецца адна рэзультуючая хваля, адыгрывае важную ролю ў оптыцы). Уявім сабе, што мы глядзім уздоўж рада пунктаў, па якіх пашыраюцца хвалі (рыс. 279, 280, 281). Калі першы пункт рада атрымлівае штуршок у кірунку, перпендыкулярным размяшчэнню рада пунктаў і пачынае рабіць вертыкальныя ваганні—уніз і ўверх—то, як мы ўжо ведаем, па ўсім радзе пунктаў пашыраецца хваля ў вертыкальнай плоскасці. Размяшчэнне пунктаў, якія ўтвараюць хвалю, будзе такое-ж, як на рыс. 273, *5*, калі гэты рысунак паставіць вертыкальна. Калі-ж першы пункт рада атрымлівае імпульс, перпендыкулярны кірунку рада, але накіраваны гарызантальна, то ўзнікае папярочная хваля, якая ляжыць у гарызантальнай плоскасці. Размяшчэнне ўтвараючых яе пунктаў зноў пакажа рыс. 273, *5*, калі старонку, на якой змешчаны гэты рысунак, пакласці гарызантальна. Уявім сабе цяпер, што абедзве гэтыя хвалі пашыраюцца па радзе пунктаў адначасова. Дапусцім, што першы пункт у адзін і той-жа момант атрымае два штуршкі,—адзін уверх, а другі—управа (у адносінах да вока назіральніка), прычым мы прымем для прастаты, каб абодва штуршкі былі аднолькавай сілы. Тады гэты пункт пачне рухацца па прамой (нахільна ўправа ўверх і потым назад улева ўніз), якая атрымліваецца згодна правіла паралелаграма. Такім чынам у даным выпадку складанне двух прамалінейных

[1] У агульным выпадку рух гэтага маятніка будзе эліптычным: пры больш моцным штуршку маятнік будзе апісваць эліпс з воссю $CC' > BB'$, а пры слабым штуршку—эліпс з воссю $CC' < BB'$.

ваганняў зноў дасць прамалінейнае ваганне, прычым атрымаецца папярочная хваля, падобная да кожнай з тых двух папярочных хваль, якія атрымаліся-б, калі-б дзейнічаў толькі адзін з імпульсаў. Адрозненне рэзультуючай хвалі ад кожнай з двух складаючых заключаецца толькі ў велічыні амплітуды і ў палажэнні плоскасці вагання. Што-ж атрымаецца, калі хвалі, якія накладаюцца адна на адну, узнікаюць не адначасова?

Асабліва важнае значэнне (для некаторых пытанняў оптыкі) мае той выпадак, калі другі (гарызантальны) штуршок часцінка атрымлівае пасля таго, як яна ўжо зрабіла чацвертую частку свайго вертыкальнага вагання, г. зн. дайшла да верхняга пункту павароту; значыць у той момант, калі часцінка набывае гарызантальны імпульс, яе вертыкальная скорасць роўна нулю.



Рыс. 281. Палажэнне пунктаў у промені з правай кругавой палярызацыяй праз $^1/_4$ перыяду, часля ўзнікнення вагання.

Пры такіх умовах узнікненне гарызантальнай хвалі пачынаецца ў той момант, калі вертыкальная хваля ўжо пашырылася на адлегласць, роўную чвэрці даўжыні хвалі (інакш кажучы, абедзве хвалі маюць розніцу фаз у чвэрць перыяду. У момант, калі вагальны пункт варочаецца з свайго крайняга верхняга палажэння, ён мае дзве скорасці, адна з якіх накіравана ўніз, а другая гарызантальна, дапусцім, управа. У пачатковы момант першая з іх роўна нулю, другая-ж мае максімальнае значэнне. Велічыня абодвух гэтых скорасцей паступова змяняецца: вертыкальная скорасць узрастае ад нуля да свайго максімальнага значэння, гарызантальная скорасць у той-жа час змяншаецца ад максімальнага значэння да нуля. Адна з гэтых складаючых імкнецца вярнуць пункт да яго палажэння роўнавагі, другая імкнецца настолькі-ж аддаліць яго ад гэтага палажэння. У рэзультаце пункт застаецца ўвесь час на адной і той-жа адлегласці ад палажэння роўнавагі, г. зн. рухаецца навакол яго па акружыне. У нашым выпадку гэты рух (як яго бачыць вока назіральніка) адбываецца па гадзіннікавай стрэлцы. Кожны пункт рада рухаецца па крузе з некаторым запазненнем адносна папярэдняга пункту. Усе гэтыя кругі ляжаць на цыліндры, вось якога супадае з першапачатковым кірункам няўзбуранага раду пунктаў, а папярочнае сячэнне прадстаўляе сабою круг, роўны таму, па якім рухаецца кожны пункт рада. У той момант, калі першы пункт зрабіў свой поўны абарот, увесь рад мае выгляд вінтавой лініі, якая ляжыць на гэтым цыліндры (рыс. 281).

Паняцце аб палярызацыі. Ва ўздоўжных хвалях для пунктаў, якія перамяшчаюцца ўздоўж рада, існуе толькі адзін кірунак вагання; пры прахаджэнні папярочных хваль пункты могуць рабіць ваганні па вялікім мноства розных кірункаў. У гэтым заключаецца адно з істотных адрозненняў паміж уздоўжнымі і папярочнымі хвалямі.

Пачнем з уздоўжнай хвалі; няхай мы маем (рыс. 279) прамалінейны рад малекул, якія ўздоўжна вагаюцца і па якіх ўздоўж-

ная хваля пашыраецца ў кірунку, указаным на рыс. стрэлкай Калі глядзець уздоўж рада часцінак, то вока заўважыла-б, што пры ваганнях ні адна з малекул не выступае з рада. Праекцыя рухаў усіх малекул рада на плоскасць у кожны момант часу прадстаўляе сабою пункт, перпендыкулярны да кірунку рада.

Іншая справа пры пашырэнні папярочнай хвалі. Існуе вялікае мноства кірункаў, перпендыкулярных да кірунку пашырэння хвалі. Уявім сабе, што перпендыкулярна кірунку пашырэння папярочнай хвалі стаіць цыферблат гадзінніка; тады кожнае палажэнне стрэлкі пакажа адзін з магчымых кірункаў ваганняў у папярочнай хвалі. Уявім сабе, што ў данай папярочнай хвалі сустракаюцца самыя разнастайныя кірункі ваганняў. Які выгляд мае пры гэтым рад малекул у даны момант часу? У кожны момант часу ёсць самыя разнастайныя кірункі ваганняў і ў кожны даны момант знойдуцца пункты, аддаленыя на самыя разнастайныя адлегласці ад палажэння роўнавагі (якія не перавышаюць, зразумела, амплітуды вагання). Усё вялікае мноства малекул вагаецца адначасова і адначасова-ж праектуецца вокам на плоскасць цыферблата. Таму ясна, што гэта праекцыя ў кожны даны момант часу мае выгляд круглага дыска, радыус якога роўны амплітудзе вагання і ў кожны пункт якога праектуюцца адпаведным чынам адхіленыя часцінкі (рыс. 280). Так адбываюцца (згодна хвалевай тэорыі святла) ваганні ў звычайным, так званым натуральным промені святла.

Рыс. 282. Папярочнае святло палярызаванай на кругавую хваль.

Пяройдзем цяпер да прамалінейна палярызаваных ваганняў. Уявім сабе, што з вялікага мноства магчымых кірункаў ваганняў фактычна ажыццяўляецца толькі адзін (адпаведны ў паданым прыкладзе аднаму пэўнаму палажэнню гадзіннікавай стрэлкі). Тады ўсе ваганні ідуць паралельна аднаму з дыяметраў дыска і праекцыя хвалі на плоскасць, перпендыкулярную кірунку яе пашырэння, прадставіцца прамой лініяй або дыяметрам. У папярочнай хвалі—у адрозненне ад уздоўжнай — можна казаць аб баках променя. У палярызаванай хвалі ваганні адбываюцца не ва ўсе бакі. Яны накіраваны ўвесь час паралельна пэўнай прамой. Такім чынам паданая на рыс. 273 хваля з'яўляецца плоска палярызаванай. Плоскасць, у якой адбываюцца ваганні, ёсць плоскасць чарцяжа.

Розніца паміж натуральнымі і плоска палярызаванымі ваганнямі (або паміж натуральным і плоска палярызаваным промянямі) можна паясніць так. Уявім сабе компас, праз цэнтр якога праходзіць вертыкальна накіраваны промень святла, прычым ваганні ў гэтым промені адбываюцца толькі ўздоўж стрэлкі компаса. Калі стрэлка стаіць на месцы, то гэтыя ваганні адбываюцца толькі па адным кірунку, напрыклад ад поўначы да поўдня і ад поўдня да поўначы. Такі промень з'яўляецца плоска палярызаваным; яго ваганні адбываюцца ў вертыкальнай плоскасці, якая праходзіць праз прамую „поўнач-поўдзень". Калі-ж прывесці стрэлку компаса ў вярчэнне, то плоскасць паляры-

зацыі таксама пачне вярцецца. Пры пастаянным і вельмі шпаркім вярчэнні стрэлкі—парадку некалькіх мільёнаў абаротаў у секунду,—кірунак ваганняў таксама будзе вельмі шпарка мяняцца і адбывацца па самых разнастайных кірунках, перпендыкулярных променю. Іменна такога роду працэс мае месца ў звычайным светлавым промені. Гэтыя ўяўленні былі пацверджаны на доследзе (з вельмі шпарка вярчальным ісландскім шпатам Дове).

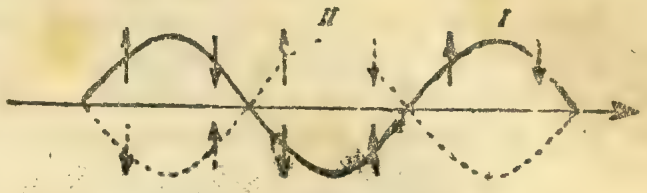
Рыс. 283. Электрамагнітная хваля. Правіла для вызначэння кірунку электрычнай сілы E і магнітнай сілы M пры даным кірунку пашырэння хвалі (→).

Аднак не ў кожнай палярызаванай хвалі (або не ў кожным палярызаваным промені) ваганні адбываюцца па прамой лініі. Як было выяснена вышэй, вагальны рух пункта, як рэзультат складання перпендыкулярных ваганняў, можа быць і кругавым (рыс. 281). Праекцыяй ваганняў на плоскасць, перпендыкулярную кірунку іх пашырэння, у гэтым выпадку з'яўляецца акружына (рыс. 282). Такога роду хваля (або такі промень) называецца палярызаванай па крузе. Кірунак кругавой палярызацыі бывае правы і левы ў залежнасці ад кірунку руху ў промені. Кругавая палярызацыя ўзнікае пры адначасовым пашырэнні двух плоска палярызаваных папярочных хваль з розніцай фаз у чвэрць даўжыні хвалі. Калі-ж гэта розніца фаз ляжыць паміж 0 і $^1/_4$ даўжыні хвалі, то ўзнікае рух не па крузе, а па эліпсе. Хваля (або промень), якая пашыраецца, называецца пры гэтым эліптычна палярызаванай. Часцінкі, якія ўтвараюць хвалі, ляжаць у гэтым выпадку на вінтавой лініі, якая рухаецца ў кірунку пашырэння хвалі па цыліндры з эліптычным сячэннем. Вока, якое глядзіць у кірунку пашырэння хвалі, бачыць утвораны рухоўнымі пунктамі эліпс. Такім чынам мы маем тры роды палярызацыі променяў: прамалінейную, кругавую і эліптычную.

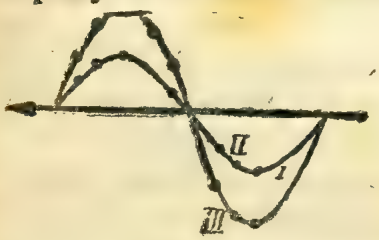
Электрамагнітныя хвалі. Згодна электрамагнітнай тэорыі святла, створанай Максвелам, пашырэнне променя святла прадстаўляе сабою таксама пашыраючыйся хвалевы працэс, падобны па сутнасці да тых хваль у радзе матэрыяльных пунктаў, аб якіх гутарка ішла вышэй, але які па свай прыродзе адрозніваецца ад механічных ваганняў пунктаў (такога-ж роду ваганні хваль радыётэлеграфа і радыётэлефона, якімі мы цяпер шырока карыстаемся). Светлавыя хвалі (як і хвалі радыё) утвараюцца з двух папярочных хваль, якія складаюцца адна з адной, і разам пашыраюцца ўздоўж адной і той-жа прамой, прычым плоскасці, у якіх адбываюцца ваганні той і другой хвалі, узаемна перпендыкулярны. Аднак у праціегласць там выпадкам складання хваль, аб якіх гаварылася вышэй, гэтыя дзве хвалі не ўплываюць адна на адну. Справа ў тым, што гэтыя дзве хвалі розныя па сваёй прыродзе: першая з іх прадстаўляе сабой маятнікападобныя ваганні электрычнай сілы, а другая—ваганні магнітнай сілы. Злучнасць іх прадстаўляе сабой электрамагнітную хвалю. Калі ўказальны палец левай рукі ўказвае на кірунак пашырэння хвалі, то кірунак адагнутага вялікага пальца супадае з кірункам электрычнай сілы E, а сярэдняга пальца—з кірункам магнітнай сілы M.

Складанне ваганняў (інтэрферэнцыя). Вышэй намі быў разгледжаны выпадак складання двух хваль, ваганні якіх не ля-

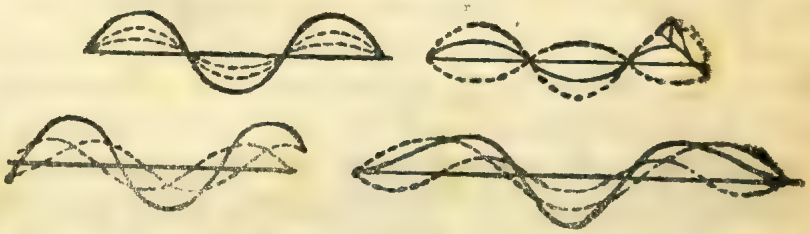
жаць у адной плоскасці; у разгледжаным выпадку ваганні ў адной са складаючыхся хваль былі накіраваны гарызантальна, а ў другой—вертыкальна. Значна больш простым з'яўляецца той выпадак, калі кірункі ваганняў складаючыхся хваль увесь час супадаюць або ўвесь час прама працілеглы адзін адна-ваму. Няхай першы пункт рада атрымлівае штуршок, накіраваны ўніз, у выніку чаго ў радзе пунктаў узнікае папярочная хваля (рыс. 273). Калі праз $^1/_2$, або $^3/_2$ або $^5/_2$ і г. д. поўнага перыяду, г. зн. калі першы пункт рада праходзіць з пачатковай скорасцю праз сваё палажэнне роўнавагі, накіроўваючыся ўверх, ён атрымлівае штуршок зусім такой-жа велічыні і кірунку, як першапачатковы, то ён, відавочна, спыніцца. Следам за ім з пэўным запазненнем прыдзе ў стан спакою і ўвесь рад пунктаў, які пачаў вагацца. На самой справе (рыс. 284) другі імпульс выклікае з'яўленне хвалі *II*, якая кожнаму пункту рада надае скорасць аднолькавай велічыні, але працілеглага кірунку ў параўнанні з той скорасцю, якую надае кожнаму пункту рада ваганне хвалі *I*. Калі-ж другі штуршок, які пункт атрымаў у той момант, калі ён праходзіў праз палажэнне роўнавагі ўверх, таксама накіраваны ўверх, то другі штуршок дадаецца да першага імпульсу і выклікае ўтварэнне другой хвалі, якая кожнаму пункту рада надае скорасць, роўную як па велічыні, так і па кірунку скорасці, надаваемай пунктам ваганнямі першай хвалі. У гэтым выпадку крывая *II* супадае з крывой *I* (рыс. 285) і рэзультатам іх складання з'яўляецца крывая *III*. Абедзве хвалі



Рыс. 284. Складанне двух папярочных хваль, якія ўзаемна знішчаюцца.



Рыс. 285. Складанне двух аднолькавых папярочных хваль.

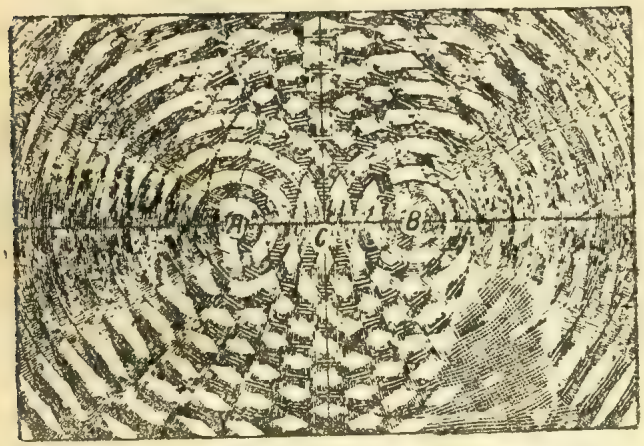


Рыс. 286 і 287. Складанне розных папярочных хваль.

супадаюць па перыяду, амплітудзе і фазе. На рыс. 286—287 паказаны розныя выпадкі складання хваль. На ім пунктырам паданы складаемыя хвалі, а плаўнаю рысаю—хвалі, якія паяўляюцца як рэзультат складання. Пры складанні хваль перамяшчэнні, накіраваныя ў адзін бок палажэння роўнавагі, складаюцца, а накіраваныя ў розныя бакі—аднімаюцца.

Само сабою зразумела, што часцінка, якая адначасова знаходзіцца пад дзеяннем некалькіх хваль, робіць некаторы складаны рух, які з'яўляецца рэзультуючым. Пераканацца ў гэтым уласнымі вачыма можна, назіраючы сустрэчу двух хваль на паверхні вады. На рыс. 288 канцэнтрычныя кругі з цэнтрамі

ў A і *B* прадстаўляюць сабою хвалевыя кольцы, выкліканыя ўзбурэннямі, адначасова створанымі ў пунктах *A* і *B*. Калі ў пэўны момант 1-шы, 3-ці, 5-ты, 7-мы,... кругі адпавядаюць максімальным узняццям (грэбеням хвалі), то ў той-жа момант 2-гі, 4-ты, 6-ты, 8-мы,... кругі адпавядаюць найбольшым апусканням (западзінам хвалі). У тых месцах, дзе адзін з кругоў, што ўзнік у пункце *A*, перасякаецца з якім-небудзь кругам, што пашыраецца ад пункта *B*, адначасова існуюць хвалі, выходзячыя з *A*, і хвалі, выходзячыя з *B*. У пунктах перасячэння (двух цотных або двух няцотных) кругоў сустракаюцца дзве западзіны (або два грэбені) хваль. У гэтых месцах імпульсы, якія рухаюць часцінкі вады, накіраваны ў адзін бок; таму ў гэтых пунктах імпульсы складаюцца і вока бачыць, што ў гэтых месцах грэбні аказваюцца больш высокімі і западзіны больш глыбокімі, чым яны былі ў адзіночнай сістэме хваль, якія расходзяцца толькі ад адзінага цэнтру. У тых-жа пунктах, дзе цотны круг перасякаецца з няцотным, адбываюцца налажэнні грэбеня на западзіну хвалі. Тут імпульсы, якія рухаюць часцінкі вады, аднолькавы па велічыні, але працілеглы па кірунках, і таму яны аднімаюцца адзін ад другога. Гэтыя месцы вадзяной паверхні павінны знаходзіцца ў спакоі, і сапраўды, на паверхні вады відаць сістэма ліній, дзе паверхня вады застаецца нерухомай.



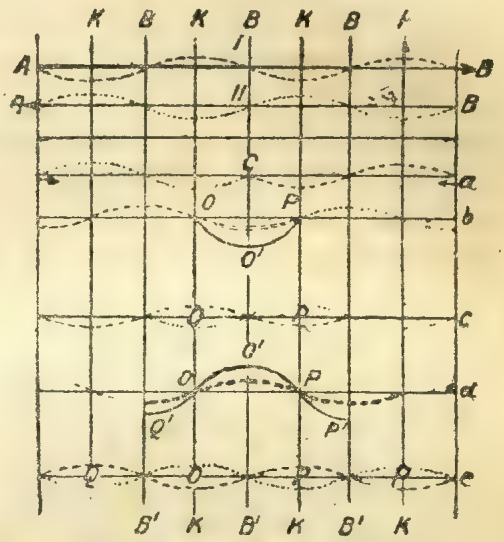
Рыс. 288. Інтэрферэнцыя двух сістэм хваль (з цэнтрамі ў *A* і *B*) на паверхні вадкасці.

Такое складанне двух сістэм хваль носіць назву інтэрферэнцыі. Кожная з паасобных хвалевых сістэм пры гэтым застаецца нязменнай; адна хваля праходзіць праз другую, не падпадаючы з боку другой хвалі ніякаму ўзбуральнаму дзеянню: адна хваля проста накладваецца на другую (прынцып суперпазіцыі). Гэта пацвярджаецца тым, што мы бачым у цэлым радзе з'яў, назіраемых на паверхні рухоўнай вады. Калі сачыць за хвалямі, якія бягуць за кармой лодкі, што плыве па пакрытай хвалямі рацэ, то пры перасячэнні гэтых двух сістэм хваль кожная з іх відаць у паасобку і кожная з іх ідзе сваім шляхам, не падпадаючы ніякім узбурэнням.

Стаячыя хвалі. Вузлы і пучнасці. З прычыны інтэрферэнцыі могуць узнікаць хвалі асобага тыпу, з якімі нам прыдзецца часта сустракацца—так званыя стаячыя хвалі. Яны атрымліваюцца як рэзультат складання двух хваль аднолькавай амплітуды і аднолькавай даўжыні, якія пашыраюцца ў прама працілеглых кірунках (на рыс. 285 паданы выпадак інтэрферэнцыі, калі абедзве хвалі ўзнікаюць на адным і тым-жа канцы рада пунктаў і пашыраюцца па адным і тым-жа кірунку).

Няхай прамая *AB* (рыс. 289) прадстаўляе сабой паверхню вады, па якой пашыраюцца дзве хвалі: адна ад *A* да *B*, другая ад *B* да *A*; абедзве хвалі з'яўляюцца ў адзін і той-жа момант часу і з прычыны таго, што пашырэнне іх адбываецца ў аднолькавых умовах, адначасова даходзяць да пункта *C*, які ляжыць якраз пасярэдзіне паміж месцамі ўзнікнення хваль. Зноў уявім, што *AB* прадстаўляе сабою рад пунктаў; калі адлегласць *AB* роўна двум даўжыням хваль, то ў момант сустрэчы хваль увесь рад будзе мець выгляд, паданы на рыс. 289 *a*.

Калі-б па *AB* пашырылася толькі адна хваля, якая вышла з пункта *A*, то ўвесь рад меў-бы выгляд верхняй крывой *I*; калі-б па *AB* пашырыліся хвалі ў адзін бок—толькі ад пункта *B*, то прамая *AB* набыла-б выгляд другой зверху крывой *II*. Наступныя рысункі (рыс. 289 *b*, *c*, *d*, *e*) паказваюць, які выгляд мае рад праз кожную чвэрць перыяду, на працягу якога абедзве хвалі паспяваюць пашырыцца далей па сваім шляху на чвэрць даўжыні хвалі. (На рыс. 289 вертыкальныя прамыя *KK*, *BB'* знаходзяцца адна ад другой на адлегласці у чверць даўжыні хвалі. На кожным з чарцяжоў (рыс. 289 *b*, *c*, *d*, *e*) рух, у параўнанні з папярэднім чарцяжом, прасунуўся якраз на гэту адлегласць). Па гэтых рысунках лёгка можна прасачыць, як пашыраецца кожная з хваль у паасобку: памечаная пунктамі—справа налева і другая, адзначаная кароткімі рысачкамі,—злева направа. Хваля, якая атрымліваецца ў рэзультаце інтэрферэнцыі абодвух гэтых хваль, паказана на чарцяжы неперарыўнай тлустай рысай.



Рыс. 289. Утварэнне стаячых светлавых хваль.

Чарцяжы (рыс. 289, *a*—*e*) паказваюць, што некаторыя пункты, якія знаходзяцца адзін ад аднаго на адлегласці поўхвалі (пункты *O*, *P*, *Q*, *R*, на прамых *KK*), застаюцца ўвесь час нерухомымі. Гэтыя пункты называюцца вузламі. Праз гэтыя пункты хвалі, якія складваюцца, праходзяць заўсёды з працілеглымі фазамі, чаму ў гэтых пунктах у кожны момант часу ўзнікаюць рухі, аднолькавыя па інтэнсіўнасці, але працілеглага накіраваныя, а значыць яны ўзаемна знішчаюцца. Рыс. 289, *c* і *e* паказваюць, што праз палавіну поўнага перыяду вагання ўсе пункты знаходзяцца на прамой, г. зн. што ўсе пункты адначасова праходзяць праз палажэнне роўнавагі; яшчэ праз адну чвэрць перыяду кірунак руху змяняецца ва ўсіх пунктах таксама адначасова (а не ў аднаго за адным, як у выпадках, апісаных вышэй). Рыс. 289, *b* і *d* падае выгляд рада пунктаў праз чвэрць перыяду пасля праходжання праз палажэнне роўнавагі, г. зн. калі пункты знаходзяцца на максімальных адлегласцях ад пала-

жэння роўнавагі. Гэтыя чарцяжы паказваюць, па-першае, што ўсе пункты, якія прыналежаць адной і той-жа поўхвалі, напрыклад поўхвалі *OP* паміж вузламі *O* і *P*—маюць аднолькавы кірунак руху, пункты-ж двух суседніх поўхваль рухаюцца ў працілеглыя бакі. Далей гэтыя чарцяжы паказваюць, што амплітуда вагання ў розных пунктаў розная (у апісаных вышэй праходзячых хвалях яна была для ўсіх пунктаў аднолькавая). Пункты, якія знаходзяцца пасярэдзіне паміж двума вузламі, маюць найбольшую амплітуду вагання, тыя, якія ляжаць бліжэй да вузлоў, маюць меншыя амплітуды і нарэшце ў саміх вузлах амплітуда ваганняў роўна нулю. У сярэднім пункце паміж двума вузламі агульная амплітуда двух інтэрферуючых хваль роўна суме абодвух амплітуд, бо ў гэтых пунктах і толькі ў гэтых пунктах абедзве хвалі, як гэта відаць з усіх чарцяжоў, увесь час маюць аднолькавыя фазы. Пункты *O*, *P′*, *Q′*, у якіх ваганні ўвесь час адбываюцца з найбольшай амплітудай, называюцца пучнасцямі; адлегласць паміж двума суседнімі пучнасцямі роўна палавіне даўжыні хвалі. У гэтых пунктах ваганні адбываюцца па прамых, якія праходзяць пасярэдзіне паміж вузламі (г. зн. па прамых *BB′*). З прычыны таго, што ў стаячай хвалі даўжыні шляхоў, якія праходзяцца рознымі пунктамі, розныя, а час праходжання іх для ўсіх пунктаў аднолькавы, то, відавочна, скорасць розных пунктаў неаднолькавая: у пучнасцях скорасць вагальных пунктаў мае найбольшае значэнне, у пунктах, больш блізкіх да вузлоў, яна меншая, і нарэшце ў саміх вузлах скорасць вагання роўна нулю. Як відаць, стаячыя хвалі істотна адрозніваюцца ад апісаных раней праходзячых хваль. Для стаячых хваль характэрным з'яўляецца тая акалічнасць, што некаторыя пункты рада (вузлы) увесь час знаходзяцца ў стане спакою, у той час як усе астатнія пункты адначасова праходзяць праз палажэнне роўнавагі і адначасова-ж мяняюць кірунак ваганняў. Вузлы падзяляюць увесь вагальны рад пунктаў на самастойныя адрэзкі і кожны такі асобны адрэзак вагаецца як самастойнае цэлае і пры ваганнях утварае хвалю (г. зн. вагаецца падобна да струны, рыс. 307). Кожны выдзелены двума вузламі адрэзак вагаецца ў кожны момант часу працілегла з суседнімі яму адрэзкамі. З прычыны таго, што ў кожным пункце прасторы увесь час відаць адна і тая-ж форма руху, то назіральніку, які глядзіць з боку, здаецца, што гэтыя хвалі ўвесь час стаяць на адным месцы, а не пашыраюцца; таму такія хвалі і называюцца стаячымі хвалямі.

Дагэтуль ішла гутарка аб папярочных стаячых хвалях; існуюць таксама і ўздоўжныя стаячыя хвалі. Яны ўтвараюцца зусім таксама, як і папярочныя стаячыя хвалі. Ва ўздоўжных стаячых хвалях таксама ёсць вузлы, дзе часцінкі ўвесь час застаюцца нерухомымі і пучнасці, дзе адбываюцца найбольш інтэнсіўныя ваганні.

Калі стаячыя хвалі ўтвараюцца як рэзультат складання двух аднолькавых хваль, якія пашыраюцца насустрач адна адной, то стварэнне вузлоў і пучнасцей у папярочных і ўздоўжных хва-

лях адбываецца не аднолькава. На самай справе, няхай ад *A* і *B* пашыраюцца па радзе пунктаў дзве ўздоўжныя хвалі, якія адначасова і пры аднолькавых умовах узнікаюць; яны сустрэнуцца якраз у сярэднім пункце паміж *A* і *B*. Тут яны створаць, відавочна, працілегла накіраваныя імпульсы →●←, і значыць у гэтым пункце ствараецца вузел. Калі пры тых-жа ўмовах інтэрферуюць дзве папярочныя хвалі, то яны ў сярэднім пункце створаць аднолькава накіраваныя імпульсы ↑●↑, г. зн. у гэтым пункце яны ўтвораць пучнасць.

Калі звярнуцца да рыс. 273, 274 і ўспомніць (стар. 283), што згушчэнні і разрэджанні ва ўздоўжнай хвалі адпавядаюць тым пунктам, у якіх папярочная хваля той-жа даўжыні перасякае прамую, на якой ляжаць пункты, калі яны знаходзяцца ў спакоі, то мы ўбачым, што ў вузлах уздоўжных стаячых хваль папераменна адбываюцца то згушчэнні, то разрэджанні, прычым самі гэтыя пункты застаюцца ў спакоі; пучнасцямі-ж ва ўздоўжных стаячых хвалях, наадварот, з'яўляюцца пункты, дзе сярэдняя шчыльнасць застаецца нязменнай, але дзе мае месца найбольш інтэнсіўны рух.

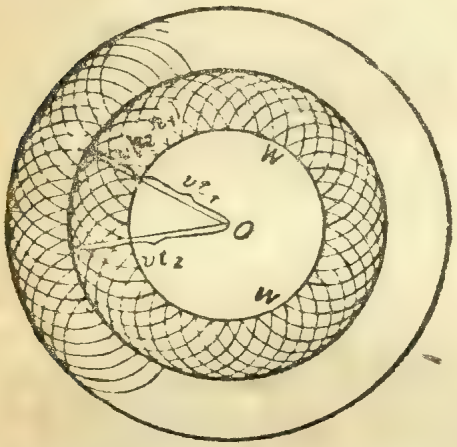
З геаметрычнага пункту погляду вузлы і пучнасці з'яўляюцца асобнымі пунктамі рада, па якіх пашыраюцца ваганні. Тое-ж самае мы скажам, разглядаючы з'яву стаячых хваль з чыста фізічнага пункту погляду. Калі разглядаць стаячыя хвалі толькі як пэўную форму руху, то вузлы і пучнасці будуць адрознівацца ад іншых пунктаў рада тым, што ў вузлах скорасць руху часцінак роўна нулю, а ў пучнасцях яна мае найбольшае значэнне. У гукавых стаячых хвалях, якія ўтвараюцца ў паветры, вузлы з'яўляюцца месцамі найбольшай перыядычнай змены шчыльнасці паветра, пучнасці-ж месцамі пастаяннай шчыльнасці, бо гукавыя хвалі ў паветры адносяцца да ўздоўжных хваль. У электрамагнітных стаячых хвалях пучнасці электрычнай сілы супадаюць з вузламі магнітнай сілы і наадварот—пучнасці магнітнай сілы супадаюць з вузламі сілы электрычнай (электрамагнітныя сілавыя хвалі з'яўляюцца папярочнымі хвалямі). У светлавых стаячых хвалях (Вінер, 1890) пучнасцямі з'яўляюцца месцы, дзе светлавыя дзеянні праяўляюцца найбольш моцна, а вузлы—тыя месцы дзе светлавыя дзеянні не праяўляюцца зусім.

Кожны вагальны пункт ёсць цэнтр узнікнення хваль. Прынцып Гюйгенса. Хвалевая паверхня. Дагэтуль мы разглядалі выпадак, калі ўсе вагальныя пункты ляжаць на адной прамой. У сапраўднасці-ж кожная вагальная часцінка абкружана малекуламі з усіх бакоў, з прычыны чаго яе можна разглядаць як цэнтр шара, у якім перасякаецца вялікае мноства прамых. Калі гэты пункт служыць зыходным пунктам хвалевага руху, то яго ваганні перадаюцца ўсім суседнім пунктам, г. зн. выклікаюць утварэнні вялікага мноства хваль, якія пашыраюцца па прамых—па радыусах шара. Але і кожны другі пункт, як толькі да яго даходзіць хваля, і як толькі ён сам прыходзіць у ваганне, таксама робіцца цэнтрам хвалевага руху. Такім чынам

у прасторы ўзнікае вялікае мноства хваль, якія ўсе інтэрферуюць паміж сабой. Загадзя нельга сказаць, што павінна атрымацца ў рэзультаце інтэрферэнцыі ўсіх хваль. Рашэнне гэтага пытання даецца прынцыпам, які быў установлены Гюйгенсам у дапасаванні да аптычных з'яў. Каб мець магчымасць паказаць, як прынцып Гюйгенса дапасоўваецца да аптычных з'яў, мы коратка закранем хвалевую тэорыю святла.

Згодна гэтай тэорыі кожная крыніца святла з'яўляецца зыходным пунктам ваганняў, якія пашыраюцца ў выглядзе папярочных хваль. Калі гэтыя хвалі трапляюць на вока назіральніка, яны выклікаюць у ім адчуванне святла. Даўжыні светлавых хваль—парадку дзесяцітысячнай долі міліметра. Большых вестак аб гэтых хвалях нам пакуль не патрэбна.

Няхай у некаторы момант часу ў пункце O ўзнікае ваганне (рыс. 290), якое пашыраецца ва ўсе бакі з аднолькавай скорасцю. З гэтай прычыны хвалевы рух адначасова дасягае ўсіх пунктаў, якія ляжаць на адной і той-жа адлегласці ад пункта O, г. зн. якія ўтвараюць шаравую паверхню з цэнтрам у O. Інакш можна сказаць, што ў кожны момант часу можна знайсці тую шаравую паверхню (з цэнтрам у пункце O), да якой якраз у гэты момант даходзіць хваля. Усе пункты, якія ляжаць на гэтай шаравой паверхні, пачынаюць свой рух адначасова; з прычыны таго, што ўсе яны рухаюцца згодна аднаго і таго-ж закона, то ўсе пункты гэтай паверхні будуць рабіць свае ваганні з адной і той-жа фазай, г. зн. усе яе пункты будуць у любы момант часу мець як аднолькавыя перамяшчэнні, так і аднолькавыя скорасці рухаў. Паверхня, усе пункты якой маюць гэту характэрную для іх уласцівасць, называецца хвалевай паверхняй. (У аднародным ізатропным асяроддзі хвалевая паверхня мае форму шара. У неаднародным або анізатропным асяроддзі, хвалевая паверхня не з'яўляецца шаравай паверхняй; такі напрыклад выпадак пашырэння светлавых хваль у крышталах; у гэтых выпадках яна найчасцей мае выгляд эліпсоіда, а ў іншых выпадках яна мае выгляд яшчэ больш складанай паверхні). Радыус шара, які прадстаўляе ў аднародным ізатропным асяроддзі хвалевую паверхню, расце па меры пашырэння ваганняў. Тут мы маем справу з шаравымі хвалямі. З прычыны таго, што вельмі маленькую плашчадку на паверхні шара можна разглядаць як плоскасць, то пры вялікіх радыусах можна казаць і аб плоскіх хвалях.



Рыс. 290. Хвалевыя паверхні і пашырэнне шаравай хвалі згодна прынцыпу Гюйгенса.

Калі скорасць пашырэння хвалевага руху па ўсіх кірунках роўна v *см/сек*, то ў момант t_1, г. зн. праз t_1 секунд пасля пачатку вагання ў пункце O, хвалі дойдуць да паверхні шара з радыу-

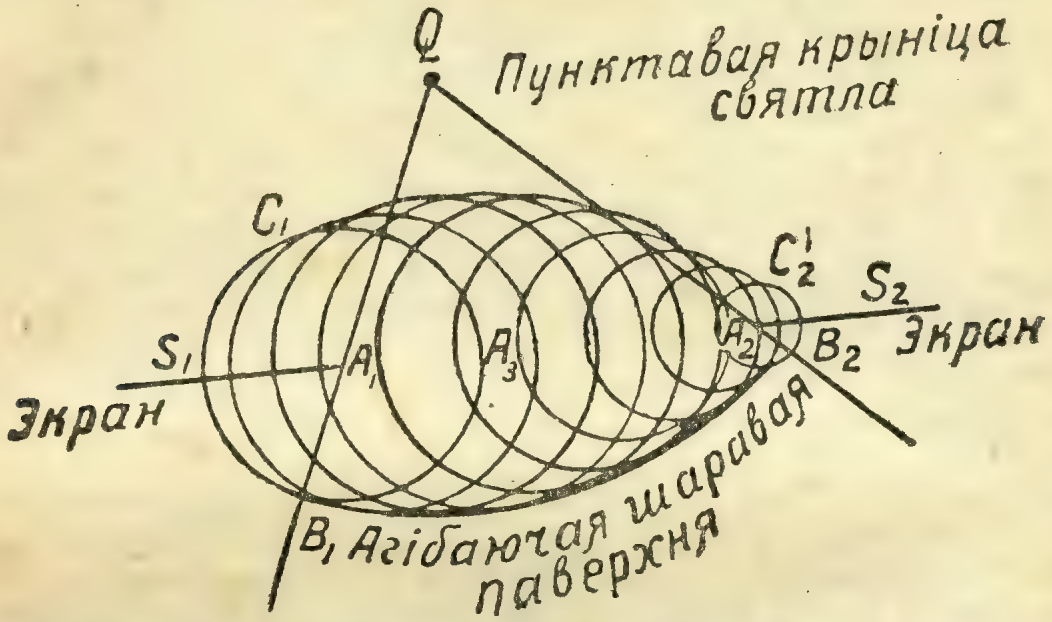
сам vt_1, а ў наступны момант t_2—да паверхні шара з радыусам vt_2. За прамежак часу ў $(t_2 - t_1)$ секунд хваля пашыраецца па радыяльных кірунках ад першай шаравой паверхні на адрэзак $v(t_2 - t_1)$. Пашырэнне хвалевага руху можна падаць наглядна, калі ўявіць сабе, што шар з цэнтрам у пункце O неперарыўна пашыраецца так, што ў кожны момант часу яго радыус аказваецца роўным той адлегласці, на якую паспелі пашырыцца хвалі за час, што мінуў ад пачатку ваганняў; або можна ўявіць пашырэнне хвалевага руху, як неперарыўны рух канцэнтрычных шаравых паверхней адной за адной, з якіх знешняя (самая вялікая) прадстаўлае граніцу, да якой да данага моманту часу пашырыўся хвалевы рух; пры гэтым на канцэнтрычных шаравых паверхнях, якія знаходзяцца адна ад адной на адлегласці, роўнай даўжыні хвалі або цэламу ліку даўжынь хваль, ваганні ў любы момант часу адбываюцца з аднолькавымі фазамі.

Пашырэнне шаравых хваль, якое адбываецца так, як гэта апісана, грунтуецца на тым, што пункт O абкружаны з у с і х б а к о ў часцінкамі і скорасць пашырэння ваганняў па ўсіх кірунках аднолькавая. Прынцып Г ю й г е н с а (1690) устанаўлівае, што кожны вагальны пункт сам служыць цэнтрам, з якога выходзяць новыя хвалі (рыс. 290). Няхай у момант t_1 хвалевая паверхня з радыусам vt_1 мае палажэнне W. Паставім пытанне, на якую адлегласць хвалевы рух пашырыцца за час $(t_2 - t_1)$, калі кожны пункт паверхні W с а м з'яўляецца цэнтрам вагання, г. зн. крыніцай хвалевага руху? У кожным пункце шаравай паверхні W узнікае хвалевы рух, які пашыраецца па ўсіх кірунках са скорасцю v. Каля кожнага пункта гэтай паверхні ўтвараецца „элементарная хваля", г. зн. шаравая хваля, радыус якой за час $(t_2 - t_1)$ робіцца роўным $v(t_2 - t_1)$. На рыс. 290 паказана частка гэтых элементарных шаравых хваль. Да ўсіх элементарных хваль, выкліканых ваганнямі пунктаў паверхні W пасля таго, як гэтыя ваганні за час $(t_2 - t_1)$ пашырыліся на адлегласць $v(t_2 - t_1)$, можна пабудаваць а г і н а ю ч у ю п а в е р х н ю. Гэта паверхня датыкаецца к о ж н а й з вялікага мноства элементарных хвалевых паверхней, і разам з тым я н а с у п а д а е з паверхняй шара радыуса vt_2. Такім чынам усе пункты ш а р а в а й х в а л і радыуса vt_2 з'яўляюцца ў той-жа час пунктамі элементарных хваль. Такім шляхам ідзе пашырэнне светлавых і гукавых хваль (розная прырода гэтых хваль зараз для нас не мае значэння).

Аднак светлавыя хвалі ў працілегласць гукавым пашыраюцца толькі па прамых лініях (не агінаючы перашкод). Чаму-ж светлавыя хвалі не агінаюць перашкод, якія сустракаюцца на іх шляху, так, як іх агінаюць гукавыя хвалі? Аналогія паміж святлом і гукам, як двума тыпамі хвалевага руху, тут нібы-та парушаецца і вядзе да супярэчнасці. П р а м а л і н е й н а е пашырэнне святла і ўтварэнне ц е н і з пункту погляду прынцыпа Гюйгенса здаюцца невытлумачальнымі. Каб ухіліць гэту супярэчнасць, Г ю й г е н с дапусціў, што дзеянне элементарных хваль, якія ўзнікаюць навакол кожнага пункту P, да якога дайшлі светлавыя ваганні хвалі, д а с я г а е п р ы к м е т н а й в е л і ч ы н і т о л ь к і н а а г і-

наючай гэтыя хвалі паверхні. Такім чынам, калі Q ёсць пунктавая крыніца святла (рыс. 291) і калі экран $S_1 S_2$ прапускае святло толькі праз адтуліну $A_1 A_2$, то палажэнне хвалевай паверхні ў некаторы момант часу t можа быць вызначана так, як паказана на рыс. 291. Агінаючая элементарных хваль прадстаўляе сабой у гэтым выпадку частку сферы з цэнтрам у Q, якая ляжыць унутры конуса $Q_1 A_1 A_2$. Унутры гэтага конуса святло пашыраецца так, як калі-б экрана $S_1 S_2$ зусім не было; у прастору-ж зне конуса святло зусім не пранікае.

Такім чынам прынцып Гюйгенса дае тлумачэнне прамалінейнаму пашырэнню святла. Аднак не знаходзяць тлумачэння



Рыс. 291. Тлумачэнне прамалінейнага пашырэння святла з пункту Q згодна прынцыпу Гюйгенса. Кожны пункт, які ляжыць у плоскасці адтуліны, напрыклад A_2, з'яўляецца цэнтрам сістэмы элементарных хваль. Гэтыя хвалі ўзнікаюць тым раней, чым бліжэй A_3 да Q. Таму ў даны момант часу радыус хвалевай паверхні з цэнтрам у A больш, чым радыусы шаравых хваль з цэнтрамі ў A_1 і A_2. Інакш кажучы, у даны момант часу t радыус хвалевай паверхні + адлегласць ад цэнтру да крыніцы Q аднолькавы для ўсіх сістэм элементарных хваль. Таму агінаючай усіх гэтых хваль з'яўляецца шаравая паверхня з цэнтрам у Q.

яшчэ дзве акалічнасці: 1) элементарныя хвалі, якія ўзнікаюць у пунктах A, маюць агінаючую паверхню (C_1 C_2) і ў прасторы паміж экранам і крыніцай святла, з прычыны чаго згодна прынцыпу Гюйгенса святло павінна пашырацца і ў адваротным кірунку, чаго ў сапраўднасці няма; 2) у тым выпадку, калі адтуліна $A_1 A_2$ (рыс. 291) вельмі малая, промень святла пашыраецца не па прамой лініі, а выгібаецца каля краёў адтуліны (з'ява дыфракцыі).

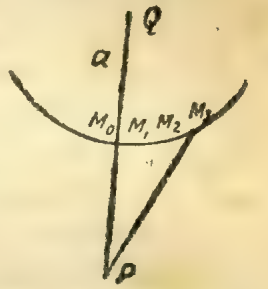
Тлумачэнні гэтаму былі ўпершыню даны Фрэнелем (1824). Разважанні Гюйгенса грунтаваліся на асноўным дапушчэнні, што дзеянне святла прыкметна толькі на агінаючай паверхні элементарных хваль. Фрэнель замяніў гэта дапушчэнне наступным прынцыпам; узаемадзеянне элементарных хваль адбываецца згодна законаў інтэрферэнцыі—святло ёсць там, дзе гэтыя хвалі ўзмацняюць адна адну, там-жа, дзе яны з прычыны працілегласці фаз узаемна знішчаюцца, атрым-

ліваецца цемната. Гэты прынцып Фрэнеля—Гюйгенса тлумачыць і прамалінейнае пашырэнне святла і загібанне променя ў вобласці цені ў выпадку малой адтуліны, г. зн. з'яву дыфракцыі. Вызначым, пераймаючы метад Фрэнеля, інтэнсіўнасць святла ў пункце P, выходзячага з крыніцы Q (рыс. 292) (паміж Q і P няма ніякага экрана).

Няхай Q—крыніца аднароднага (монахраматычнага) святла, даўжыня хвалі якога λ. Выбярам якую-небудзь сферычную хвалевую паверхню радыуса a з цэнтрам у пункце Q. Падзелім яе на кальцавыя зоны такім чынам: правядзем з пункту P рад сферычных паверхней, радыусы якіх адрозніваюцца на $\frac{\lambda}{2}$. Першую сферычную паверхню праводзім праз пункт M_0, г. зн. радыусам PM_0. Наступныя паверхні маюць радыусы

$$M_1P = M_0P + \frac{\lambda}{2};\ M_2P = M_1P + \frac{\lambda}{2};\quad M_3P = M_2P + \frac{\lambda}{2}$$ і г. д.

У пункце P праяўляецца сумеснае дзеянне элементарных хваль, узбуджаемых ваганнямі ўсіх пунктаў адзначанай хвалевай паверхні. Усе пункты гэтай паверхні вагаюцца ў адной і той-жа фазе; але з прычыны таго, што адлегласці ад двух суседніх кальцавых зон да пункту P адрозніваюцца на $\lambda/2$, то, згодна правіла інтэрферэнцыі, ваганні ў пункце P, выклікаемыя дзеяннем суседніх зон, працілеглыя па фазе і ўзаемна знішчаюцца. Такім чынам у пункце P дзеянні зон хвалевай паверхні папарна знішчаюцца і, як паказвае дакладны падлік, інтэнсіўнасць святла ў пункце P аказваецца такою, як калі-б існавалі толькі элементарныя хвалі, якія ўваходзяць у склад палавіны цэнтральнай зоны.



Рыс. 292. Да вызначэння асветленасці ў пункце P, калі промені святла выходзяць з пункту Q.

Калі паставіць паміж Q і P (перпендыкулярна лініі QP) круглы экран з цэнтрам у M_0, то інтэнсіўнасць святла ў пункце P будзе залежыць ад таго, ці закрывае гэты экран цэнтральную і бліжэйшыя да яе зоны або не. Можна было-б падумаць, што калі экран закрывае палавіну цэнтральнай зоны, то інтэнсіўнасць святла ў P будзе роўна нулю. Але гэта зусім няверна. У гэтым выпадку трэба пачаць пабудову зон з краёў экрана (больш правільна, з краю яго праекцыі на паверхню шара), і тады вылічэнне паказа, што ў пункце P зноў праяўляецца дзеянне палавіны першай (непасрэда прылягаючай да экрана) зоны. Такім чынам пры гэтым ні ў адным пункце прамой M_0P не будзе цемнаты. Доследцалкам пацвярджае гэты вывад тэорыі.

Але калі размер экрана надта вялікі ў параўнанні з даўжынёй хвалі і не малы ў параўнанні з адлегласцю M_0P, то інтэнсіўнасць святла ў P будзе зусім нязначная. Тое-ж будзе, калі ў M_0 знаходзіцца не ідэальна круглы экран, які значна перавышае сваімі размерамі даўжыню хвалі. Наогул пры наяўнасці у M_0 экрана няправільнай формы інтэнсіўнасць святла ў пункце P вельмі малая. Такім чынам мы бачым, што аб прамалінейным

пашырэнні святла можна казаць толькі ў тым сэнсе, што цемнату ў пункце P стварае толькі наяўнасць вялікага экрана, або экрана няправільнай формы, пастаўленага перпендыкулярна прамой QP.

Калі паміж Q і P знаходзіцца экран з круглай адтулінай, цэнтр якога прыпадае ў пункце M_0, то інтэнсіўнасць святла ў P істотна залежыць ад велічыні гэтай адтуліны. Калі яна пакідае адкрытай толькі палавіну цэнтральнай зоны, то інтэнсіўнасць святла ў пункце P такая-ж як калі-б экрана зусім не было. Калі-ж адтуліна ў два разы большая, г. зн. пакідае адкрытай усю цэнтральную зону, то і інтэнсіўнасць святла ў два разы большая. Пры яшчэ ў два разы большай адтуліне, якая пакідае адкрытай абедзве першыя зоны, інтэнсіўнасць святла ў пункце P блізка да нуля і г. д. Гэтыя вывады таксама пацвярджаюцца доследам. На доследзе замест таго, каб браць экраны з рознымі адтулінамі, можна змяняць на прамой QM_0 палажэнне пункту P, у якім назіраюць значэнне інтэнсіўнасці святла.

Прынцып Гюйгенса, дапоўнены Фрэнелем, тлумачыць не толькі прамалінейнае пашырэнне святла, але і адхіленне ад яго—з'явы дыфракцыі. Але ўсё-ж прынцып Гюйгенса—Фрэнеля не растлумачвае, чаму светлавыя хвалі пашыраюцца толькі ў адным кірунку і не пашыраюцца ў адваротным (г. зн. у кірунку да крыніцы святла), апроч таго вылічэнне Фрэнеля прыводзіць да няправільнага значэння фазы святла ў пункце P. Гэтыя недахопы тэорыі былі ўпершыню знішчаны Кірхгофам (1882).

Скорасць пашырэння хваль. Строгі вывад формулы, якая выражае скорасць пашырэння хвалевага руху, выходзіць за граніцы элементарнага курсу. Мы абмяжуемся таму паведамленнем толькі найбольш істотных вестак. З прычыны таго, што ваганні перш за ўсё абумоўлены пругкімі ўласцівасцямі матэрыі, то і скорасць пашырэння хваль павінна залежаць ад пругкасці данага цела. Далей скорасць пашырэння хвалевага руху залежыць ад велічыні вагальнай масы. Пругкія ўласцівасці вызначаюцца велічынёй модуля пругкасці e, вагальная маса характарызуецца яе шчыльнасцю d. Залежнасць скорасці пашырэння хваль v ад гэтых велічынь выражаецца формулай

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}$$

Гэтыя простыя суадносіны справядлівы толькі ў тым выпадку, калі хвалевы рух не суправаджаецца зменамі тэмпературы, якія выклікаюць змены каэфіцыента пругкасці.

Скорасць пашырэння хваль v не залежыць ні ад даўжыні хвалі ні ад амплітуды вагання. Кароткія і доўгія хвалі з рознымі амплітудамі ў адным і тым-жа асяроддзі пашыраюцца з аднолькавай скорасцю. Пры гэтым аднак трэба зрабіць адну заўвагу. Ва ўздоўжнай хвалі e ёсць модуль сціскання, а ў папярочнай хвалі гэта ёсць модуль зруху (стар. 180). Вадкасці і газы маюць толькі пругкасць у адносінах да сціскання (пругкасць аб'ёму). Таму ў іх могуць узнікаць толькі ўздоўжныя хвалі. У цвёрдых-жа целах могуць узнікаць і ўздоўжныя

і папярочныя хвалі. З прычыны таго, што каэфіцыент сціскання цвёрдых цел звычайна бывае большы, чым каэфіцыент зруху, то ўздоўжныя хвалі ў іх пашыраюцца шпарчэй, чым папярочныя (так напрыклад скорасць пашырэння землетрасення ўздоўж паверхні зямлі для ўздоўжных хваль у сярэднім роўна $v_{long} = 7{,}2$ *км/сек*, для папярочных-жа хваль $v_{trans} = 6{,}0$ *км/сек*.

У ізатропных матэрыях хваля пашыраецца з аднолькавай скорасцю па ўсіх кірунках, г. зн. паверхня яе мае форму шара; у анізатропных-жа целах, напрыклад у некаторых крышталах, форма хвалевай паверхні можа быць вельмі складанай.

Адбіццё хваль. Аб астатніх уласцівасцях хвалевага руху мы будзем казаць па меры далейшага апісання. З'яву адбіцця хваль кожны назіраў на вадзяных хвалях. Калі хвалі натыкаюцца на перашкоду, напрыклад на бераг, то гэта перашкода затрымлівае іх і „адкідвае" назад—яны пачынаюць рухацца ў адваротным кірунку. Уяўны цэнтр гэтых адваротных хваль ляжыць на такой-жа адлегласці за берагам, на якой фактычны цэнтр узнікнення хваль ляжыць перад берагам. Хвалі, выходзячыя з сапраўднага цэнтра ваганняў, і хвалі, адкідваемыя назад, складваюцца адны з аднымі.

ВУЧЭННЕ АБ ГУКУ.

(Акустыка)

А. УЗНІКНЕННЕ, ПАШЫРЭННЕ І ЎСПРЫЙМАННЕ ГУКУ.

Фізіялагічная і фізічная акустыка. Вучэнне аб гуку адносіцца адначасова і да фізікі і да фізіялогіі. Прычынаю, якая стварае адчуванне гуку, з'яўляецца рух пэўнага тыпу; каб скласці меркаванне аб прыродзе слухавых адчуванняў, неабходна вывучыць фізічныя законы руху, якія ствараюць гэтыя адчуванні. Адчуванне гуку ўзнікае пры кожным раздражненні слухавога нерва. У нармальных умовах гэта раздражненне выклікаецца ваганнямі пругкай мембраны (барабаннай перапонкі), якая знаходзіцца на ўнутраным канцы знадворнага слухавога праходу, што вядзе ад вушной ракавіны да так званага сярэдняга вуха. У сярэднім вуху знаходзяцца тры слухавыя костачкі (малаточак, кавадла і стрэмя), якія перадаюць ваганні барабаннай перапонкі другой мембране, што закрывае ўнутранае вуха. Ва ўнутраным вуху знаходзяцца костныя ўтварэнні—лабірынт і улітка; у апошнюю з іх уваходзіць слухавы нерв, які разгаліноўваецца ў ёй. Улітка запоўнена вадкасцю і ўздоўж яе ідзе перапонка—асноўная мембрана, якая складаецца з вялікага ліку валокнаў рознай даўжыні. Ваганні вадкасці перадаюцца гэтым валокнам, якія ў сваю чаргу ствараюць раздражненне канцоў слухавога нерва. Такім чынам слухавое адчуванне ствараецца раздражненнем нервавых канчаткаў. Фізіялагічны працэс слухавога ўспрыймання абумаўляецца ваганнямі барабаннай перапонкі. Барабанная перапонка прыходзіць у перыядычныя рухі пад уплывам вагання

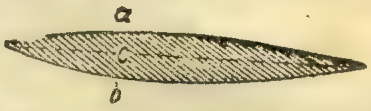
паветра ў знадворным слухавым праходзе; паветра прыводзіцца ў ваганне перыядычнымі вагальнымі рухамі некаторага цела, якое служыць крыніцай гуку. У канчатковым выніку прычынай гукавога адчування мы павінны лічыць ваганні цела, якое гучыць, прычым гэтыя ваганні праз прамежкавыя слаі паветра перадаюцца барабаннай перапонцы. Гэтыя вагальныя рухі мы будзем у далейшым называць гукавымі ваганнямі або проста гукам у фізічным сэнсе слова. Такім чынам вучэнне аб гуку можна падзяліць на дзве часткі: фізіялагічную акустыку, як вучэнне аб гукавых адчуваннях і іх успрыняццях, і фізічную акустыку, якая мае справу з гукавымі (гэта значыць вагальнымі) рухамі наогул. Строгага размежавання паміж гэтымі двума абсягамі вучэння аб гуку правесці немагчыма, бо натуральным прыборам для вывучэння гукавога руху з'яўляецца якраз орган слуху.

Шумы і музычныя тоны. Успрыймаемыя вухам гукі можна падзяліць на шумы і музычныя тоны. Шум можна атрымаць са злучнасці музычных тонаў. Калі ў аркестры ўсе музыканты адначасова настройваюць свае інструменты, то мы ўспрыймаем гукі, якія ляжаць на граніцы паміж шумам і музычнымі тонамі. У тым, што кожны шум прадстаўляе сабой сумесь музычных тонаў, нас могуць пераканаць доследы з рэзанатарамі (гл. стар. 312). Такім чынам тон трэба разглядаць як найбольш элементарнае гукавое адчуванне. У тым, што шумы і тоны, не зважаючы на іх агульную прыроду (і тыя і другія з фізічнага пункту погляду з'яўляюцца ваганнямі), аб'ектыўна адрозніваюцца адны ад адных, можна пераканацца таксама пры дапамозе фанаутографа (падобнага да фанаграфа), з дапамогай якога можна зафіксаваць форму гукавых ваганняў. Гэты прыбор складаецца з двух істотных частак: мембраны (падобнай да барабаннай перапонкі), на якой умацавана пішучае вастрыё (валасок) і вярчальнага цыліндра, пакрытага закопчанай паперай, да якога мякка прылягае вастрыё валаска. Пры вярчэнні вала, на які насаджаны цыліндр, гэты апошні перасоўваецца па вале вінтавым рухам падобна да гайкі. Калі мембрана пад дзеяннем дакодзячых да яе гукавых ваганняў пачынае вагацца, валасок крэсліць на закопчанай паперы крывую, якая паказвае ваганні, што робіць мембрана. Пры гэтым аказваецца, што выгляд ваганняў, якія даюць адчуванне музычнага тону, незалежна ад таго, якое цела служыць крыніцай гуку, заўсёды падобны да ваганняў маятніка. Іншая справа з шумамі. Там мы маем справу не з простымі маятнікападобнымі ваганнямі, а з ваганнямі, якія маюць складаную і няправільную форму.

У далейшым нас будуць цікавіць галоўным чынам музычныя тоны.

Ваганні цела, якое гучыць. Што цела, якое гучыць, сапраўды знаходзіцца ў стане вагальнага руху, можна лёгка даказаць. Напрыклад пры гучэнні струны хоць і не відаць кожнага з яе ваганняў у паасобку, усё-ж прыкметна, што струна выгібаецца, як паказана на рыс. 293, г. зн. вагаецца, займаючы ў прасторы папераменна палажэнні паміж дугамі *a* і *b*. У час гучэння струны гэтыя дугі робяцца ўсё больш і больш плоскімі, і ўрэшце струна

спыняецца, размяшчаючыся ўздоўж прамой *с*. Апроч таго пераканацца ў тым, што кожнае цела ў час гучэння знаходзіцца ў стане руху, можна, дакрануўшыся гэтага цела калі яно гучыць,—струны, звона, камертона—рукой; тады гук, які зыходзіць ад яго, зараз-жа спыняецца. Можна таксама зрабіць („косвенно") бачнымі і паасобныя ваганні цела, якое гучыць, напрыклад, прымусіць камертон запісаць свае ваганні, сфатаграфаваць ваганні струны, выявіць ваганні паветра ў трубе аргана з дапамогай полымя (стар. 327) і г. д. У большасці выпадкаў ваганні цела ў час гучэння даходзяць да вуха праз паветра. Існуе аднак рад гукавых адчуванняў, у якіх паветра не адыгрывае ніякай ролі. Напрыклад гучэнне камертона або ціканне кішанёвага гадзінніка, можна пачуць, калі дакрануцца да іх зубамі; шум едучага цягніка або стук капытоў па дарозе можна пачуць на больш далёкай адлегласці, чым звычайна, калі прылажыць вуха да зямлі і г. д. У першым выпадку ваганні перадаюцца да ўспрыймальнага органа ўнутранага вуха праз косці чэрапа, у другім выпадку—праз зямлю. Наогул кажучы, усе целы—цвёрдыя, вадкія і газападобныя,—у якіх могуць узнікаць і пашыраццa пругкія ваганні, могуць служыць перадатчыкамі гуку; паветра звычайна з'яўляецца такім перадатачным асяроддзем. У тым, што гук пашыраецца праз матэрыяльнае асяроддзе, акружаючае цела, якое гучыць, можна пераканацца, змясціўшы пад колакалам высосвальнага паветранага насоса электрычны званок. Па меры разрэджання паветра яго гук робіцца ўсё слабейшым і слабейшым і нарэшце зусім знікае.



Рыс. 293. Струна, якая ваганецца.

Сіла гуку. Музычныя тоны адрозніваюцца па сваёй сіле, вышыні і тэмбры. Усім вядома, што называецца сілай і вышынёй гуку. Тэмбрам называецца тая асаблівасць гуку, тое яго адценне, якое прымушае нас адрозніваць гук скрыпкі ад гуку аргана, якое дазваляе адрозніваць гук голаса аднаго чалавека ад голаса другога нават у тых выпадках, калі мы чуем гукі адной і той-жа вышыні і сілы. Чым адрозніваюцца ваганні, якія абумаўляюць моцны тон, ад ваганняў, якія абумаўляюць слабы тон? Як кожны ведае з практыкі, мы ўспрыймаем які-небудзь тон, які свабодна пашыраецца ў паветры, як гучны або ціхі, у залежнасці ад таго—ці блізка ці далёка ад нас знаходзіцца крыніца гуку. Пры гэтым калі мы аддалім крыніцу гуку, то вышыня і тэмбр гуку ад гэтага не зменяцца. Такім чынам адлегласць ад крыніцы ўплывае толькі на сілу гуку. Як у выпадку хваль на паверхні вады, так і ў выпадку паветраных гукавых хваль амплітуда ваганняў па меры аддалення робіцца ўсё меншай і меншай. Такім чынам фізічнай прычынай аслаблення гуку з адлегласцю з'яўляецца змяншэнне амплітуды гукавых ваганняў. У тым, што сіла гуку сапраўды абумаўляецца амплітудай ваганняў, можна пераканацца, назіраючы ваганні струны, якая гучыць (рыс. 293). Паасобных ваганняў струны зразумела заўважыць нельга—уся струна ў час гучэння мае выгляд рас-

плыўчатай з пашырэннем пасярэдзіне палоскі; чым гэта палоска вузейшая, тым меншая сіла гуку, якія дае струна.

Трэба аднак адрозніваць сілу гукавога адчування ад сілы гукавых ваганняў, г. зн. суб'ектыўную і аб'ектыўную сілу гуку. Каб не блытаць гэтыя два розныя паняцці, для іх ужываюць розныя тэрміны; таму суб'ектыўную сілу гуку называюць гучнасцю. Зразумела, па меры росту сілы гуку (аб'ектыўнай) павялічваецца і яго гучнасць (г. зн. суб'ектыўная сіла гуку). У далейшым мы будзем казаць толькі пра аб'ектыўную сілу гуку.

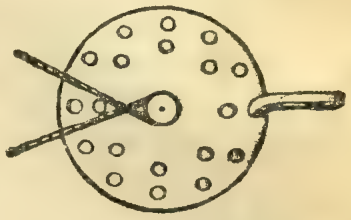
Аб'ектыўная сіла гуку адваротна прапарцыянальна квадрату адлегласці ад крыніцы гуку. Закон змяншэння сілы гуку адваротна прапарцыянальна квадрату адлегласці можна паясніць такім разважаннем. Цела ў час гучэння надае кінетычную энергію часцінкам акружаючага яго асяроддзя, па якім гук пашыраецца ў выглядзе шаравых хваль (калі, зразумела, гэта асяроддзе аднароднае і ізатропнае). Дапусцім, што ў асяроддзі, па якім пашыраецца гук, не адбываецца ніякай страты энергіі і што ўся энергія, якая надаецца крыніцай гуку, цалкам пераходзіць у энергію хвалевых рухаў, і ўся энергія аказваецца размеркаванай па паверхні шаравай хвалі. Мерай аб'ектыўнай сілы гуку служыць колькасць энергіі, праходзячай праз адзінку паверхні ў адзінку часу, г. зн. у адну секунду. Зразумела, што чым большая тая шаравая паверхня, па якой размяркоўваецца энергія, тым меншая колькасць энергіі прыпадае на адзінку паверхні. Паверхня шара прапарцыянальна квадрату яго радыуса. Таму паверхня ў 1 *см*², на якую нармальна падаюць гукавыя хвалі, атрымлівае на адлегласці 2, 3,..., *n* метраў толькі $^1/_4$, $^1/_9$,..., $^1/_{n^2}$ той энергіі, якую яна атрымала-б, калі-б знаходзілася на адлегласці 1 *м* ад крыніцы гуку. Гэта і паказвае, што сіла гуку ў даным пункце адваротна прапарцыянальна квадрату яго адлегласці ад крыніцы гуку. Трэба аднак заўважыць, што сіла гуку змяншаецца адваротна прапарцыянальна квадрату адлегласці толькі ў тым выпадку, калі гукавыя хвалі, якія пашыраюцца, з'яўляюцца шаравымі хвалямі.

Для вымярэння сілы гуку (напрыклад гучнагаварыцеляў) служыць дыск Рэлея. Ён прадстаўляе сабой маленькі лёгкі дыск, падвешаны на вельмі тонкай ніці і ахованы ад уплыву ветру (лісток слюды дыяметрам у 5 *мм*, таўшчынёю ў 0,05 *мм*, падвешаны на вельмі тонкай ніці даўжынёй у 10 *см* і дыяметрам у 3—5 μ)[1]. Калі паставіць такі дыск пад вуглом да кірунку пашырэння гуку, то ён імкнецца стаць перпендыкулярна гэтаму кірунку (вымярэнне вытвараецца паводле метаду трубы, люстэрка і шкалы). Момант вярчэння, які дзейнічае на дыск, прапарцыянальны сіле гуку. Ведаючы яго, можна вылічыць амплітуду ваганняў ціску ў хвалі ў *дын/см*². Для вымярэння амплітуды служыць таксама злучэнне анероіднай мембраны з рэзанатарам (вагальны манометр Віна). Пашыраная лейкападобная адтуліна рэзанатара (рыс. 298, стар. 312) шчыльна закрываецца мембранай, якая адпавядае ў даным выпадку барабаннай перапонцы. Яе ваганні робяцца бачнымі дзякуючы звязанаму з ёю люстэрку, якое рэпрадукуе іх у выглядзе светлай палоскі. Шырыня гэтай палоскі прапарцыянальна амплітудзе вагання, квадрат якой служыць мерай сілы гуку.

Ускосныя вымярэнні сілы гуку можна рабіць, карыстаючыся ператварэннем гукавой энергіі ў іншыя віды энергіі (напрыклад цеплавой або электрычнай).

[1] μ—мікрон.

Вышыня тону. Лік ваганняў. Сірэна. Чым адрозніваюцца ваганні высокага тону ад ваганняў нізкага тону? Высокія і нізкія тоны адрозніваюцца адзін ад другога толькі частатою ваганняў. Крыніца гуку, якая дае высокі тон, робіць больш лік ваганняў у секунду, чым крыніца гуку, якая дае нізкі тон. У гэтым можна пераканацца пры дапамозе сірэны (Каньяр дэ ла Тур, 1819). З дапамогай сірэны можна атрымаць тоны з заданым лікам ваганняў у секунду і апроч таго, карыстаючыся ёю, можна непасрэдна падлічыць, колькі ваганняў у секунду дае цела, якое гучыць. Сірэны бываюць розных тыпаў; асноўнай часткаю сірэны з'яўляецца круг з бляхі або картону, які можа вярцецца навакол сваёй восі; у ім зроблены адтуліны, якія ляжаць на канцэнтрычных акружынах і знаходзяцца адна ад адной на аднолькавых адлегласцях. Звычайна дыск забяспечваецца некалькімі радамі адтулін (рыс. 294), прычым лік адтулін у розных радах розны (Зеебек). Калі праз адтуліны прадуваецца моцны паток паветра, і пры гэтым дыск прыводзіцца ў шпаркае роўнамернае вярчэнне, то пры дастаткова вялікай скорасці вярчэння дыска сірэна дае пэўны тон. Чаму пры гэтым узнікае тон? Справа ў тым, што пакуль дыск стаіць нерухома, паветра роўнамерна выцякае з той або іншай адтуліны неперарыўным струменем. Калі-ж дыск прыведзены ў вярчэнне, то паветра з падводзячай трубкі ўдуваецца з найбольшай сілай у той момант, калі перад трубкай знаходзіцца адтуліна дыска. Калі-ж трубка прыкрыта часткай дыска, якая прыпадае паміж адтулінамі, то паветраны струмень аказваецца найбольш слабым. Такім чынам з трубкі выходзіць перарывісты паток паветра, які складаецца, як і ўздоўжныя гукавыя хвалі, са згушчэнняў і разрэджанняў, перыядычна надыходзячых адны за аднымі. Калі ў кожную секунду ўзнікае дастаткова вялікі лік паветраных штуршкоў, то вуха чуе тон пэўнай вышыні. Калі карыстацца сірэнай з двума радамі адтулін (рыс. 294), то пры прадуванні паветра праз знадворны рад (у якім лік адтулін большы, чым ва ўнутраным радзе), за адзін поўны абарот дыска паток паветра разбіваецца на большы лік паасобных штуршкоў, чым пры прадуванні паветра праз унутраны рад. Дослед паказвае, што прадуванне паветра праз знешні рад дае больш высокі тон, чым прадуванне праз унутраны. Такім чынам мы пераконваемся, што паветраныя штуршкі, якія надыходзяць адзін за адным з большай частатой, ствараюць больш высокі тон. Лік імпульсаў у секунду вызначаецца лікам абаротаў дыска ў секунду і лікам адтулін у даным радзе. Калі напрыклад ва ўнутраным радзе ёсць восем адтулін і дыск робіць трыццаць абаротаў у секунду, то ўзнікае тон, у якім адбываецца 240 ваганняў у секунду (або, як кажуць, частата яго роўна 240 герц). Такім чынам можна вызначыць лік ваганняў любога тону. Для гэтага трэба сірэну вярцець з такой скорасцю, каб яна давала тон такой-жа



Рыс. 294. Дыск сірэны.

вышыні, якую мае даследуемы гук (г. зн. абодва гукі павінны складаць унісон). Тады здабытак ліку адтулін на лік абаротаў дыска ў секунду вызначыць лік ваганняў.

Пашырэнне гуку ў паветры. Узнікненне і пашырэнне гуку ў паветры адбываецца ў выглядзе ўздоўжных хваль (стар. 301). Згушчэнні і разрэджанні паветра можна сфатаграваць (Бойс, Мах, Зальхер).

Працэс пашырэння гуку значна больш складаны, чым працэс пашырэння ўздоўжнай хвалі, які быў апісаны вышэй. Пры вывучэнні механізма пашырэння ўздоўжнай хвалі мы разглядалі толькі адну прамую, на якой ляжаць усе прыходзячыя ў ваганне пункты, якія першапачаткова знаходзіліся ў спакоі. У сапраўднасці-ж часцінкі акружаюць крыніцу гуку з усіх бакоў і ўвесь час знаходзяцца ў стане руху. Аднак усё, да чаго мы прышлі, вывучаючы працэс пашырэння ўздоўжных хваль на прамой, застаецца справядлівым і для выпадку сферычных хваль і можа быць дапасавана да працэсу пашырэння гукавых хваль у паветры. Выгляд сферычных гукавых хваль паказаны на рыс. 295. Як ужо было сказана на стар. 302, скорасць гуку ў якой-небудзь матэрыі залежыць ад шчыльнасці гэтай матэрыі d і ад яе пругкасці e: для газаў модуль сціскання e роўны ціску газу p; таму ў газах

Рыс. 295. Пашырэнне гуку ў выглядзе сферычных хваль (згушчэнні і разрэджанні паказаны тушоўкай).

$$v = \sqrt{\frac{p}{d}}.$$

Таму скорасць гуку не павінна залежаць ад даўжыні хвалі, г. зн. у кожнай данай матэрыі яна павінна быць аднолькавай да ўсіх даўжынь хваль. Гэта пацвярджаецца такім доследам: гук акорда, які складаецца з цэлага рада розных тонаў, мы ўспрыймаем аднолькава, незалежна ад адлегласці, з якой да нас даходзіць гук акорда. З асноўнай формулы вучэння аб ваганнях

$$\lambda = vT \text{ або } \lambda = \frac{v}{n}$$

(дзе λ—даўжыня хвалі, T—перыяд ваганняў, n—лік ваганняў у 1 секунду, гл. стар. 283), вынікае, што нізкім тонам адпавядаюць больш доўгія гукавыя хвалі, чым высокім; таму калі-б скорасць пашырэння доўгіх і кароткіх хваль была розная, то розныя тоны акорда не маглі-б даходзіць да вуха адначасова, і мы чулі-б гэтыя тоны адзін следам за другім, г. зн. сугучча акорда аказалася-б парушаным. Формула

$$v = \sqrt{\frac{e}{d}}$$

і ў іншых адносінах можа быць праверана доследным шляхам. Падставіўшы ў формулу замест e і d лікі, адпаведныя пругкасці і шчыльнасці данай матэрыі, мы знойдзем скорасць гуку ў гэтай матэрыі. У цвёрдых і вадкіх целах вылічанае такім чынам значэнне скорасці гуку настолькі добра адпавядае даным доследу, што, ведаючы скорасць гуку v данай матэрыі і яе шчыльнасць d, можна кантраляваць вымярэнні каэфіцыента пругкасці e. У газах-жа вылічанае тэарэтычна значэнне скорасці гуку расходзіцца са знойдзеным на доследзе. Напрыклад, скорасць гуку ў паветры пры 0° С роўна 331 *м/сек*, а яе значэнне, вылічанае паводле формулы

$$v=\sqrt{\frac{p}{d}},$$

ёсць 279,4 *м/сек*. Прычына гэтага разыходжання (Лаплас, 1818) заключаецца ў тым, што шпаркія сціскванні і разрэджанні газу ва ўздоўжнай гукавой хвалі выклікаюць ваганні тэмпературы паветра, а іменна: пры шпаркім сціскванні адбываецца павышэнне тэмпературы газу, а пры шпаркім яго разрэджанні—яе паніжэнне. У звязку з гэтым у розных участках гукавой хвалі заўсёды ёсць розная тэмпература: у месцах, дзе ў даны момант ёсць згушчэнне паветра, тэмпература вышэйшая, чым у тых месцах, дзе ў даны момант ёсць разрэджанне. Шпаркія змены тэмпературы ў сваю чаргу ўплываюць на значэнне пругкасці паветра. З прычыны малой цеплаправоднасці паветра ўзнікаючыя ў гукавых хвалях ваганні тэмпературы не могуць выроўнівацца з той шпаркасцю, з якой у ім пашыраюцца ваганні; і таму павышэнні тэмпературы павялічваюць ціск паветра там, дзе ёсць згушчэнне (г. зн. якраз у месцах павышанага ціску), а паніжэнні тэмпературы ў разрэджаннях (г. зн. там, дзе ёсць паніжаны ціск) яшчэ больш змяншаюць ціск паветра. Такім чынам шпаркія ваганні павялічваюць наяўную заўсёды ў гукавых хвалях розніцу ціскаў, з прычыны чаго павялічваюцца тыя пругкія сілы, якія абумаўляюць пашырэнне хвалі. На гэта звярнуў увагу Лаплас. Ён даў тэорыю пашырэння гуку ў газах, якая добра пагаджаецца з доследам. Паводле гэтай тэорыі скорасць гуку ў газе

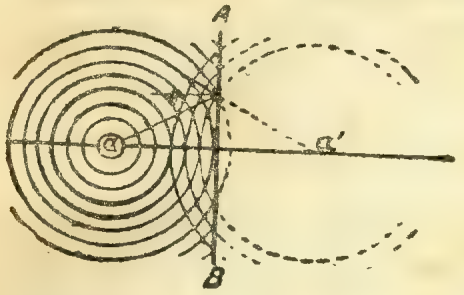
$$v=\sqrt{\frac{e}{d}}\cdot\sqrt{\frac{c_p}{c_v}}$$

(дзе c_p і c_v—цеплаёмнасці газу пры пастаянным ціску і пастаянным аб'ёме).

Адбіццё гукавых хваль. Калі хвалі, якія ўзнікаюць у пункце a на паверхні вады (рыс. 296), сустракаюць на сваім шляху некаторую сцяну AB, якая перашкаджае іх далейшаму пашырэнню, то яны адкідваюцца назад, адбіваюцца ад сцяны. Пры гэтым узнікае новая сістэма адбітых хваль, якія ва ўсім падобны да падаючых хваль, але пашыраюцца ў прама процілеглы бок. У сапраўднасці не існуе цэнтру, у якім узнікаюць адбітыя хвалі, але з геаметрычнага пункту погляду справа абстаіць так,

як калі-б яны ўзнікалі ў некаторым пункце a'. Адбітыя хвалі пашыраюцца ад гэтага ўяўнага цэнтру a' зусім таксама, як падаючыя хвалі пашыраюцца ад сапраўднага цэнтра a.

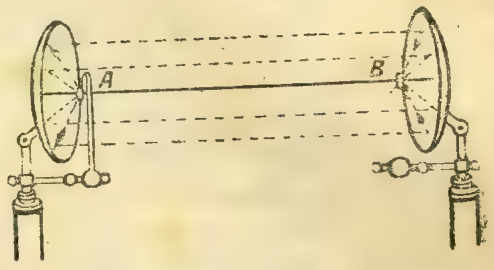
Зусім тое-ж адбываецца і пры пашырэнні хваль у паветры. Пры сустрэчы з якой-небудзь перашкодай (будынак, дрэвы, водная паверхня, воблака і г. д.) паветраныя хвалі адкідваюцца назад, утвараючы сістэму адбітых хваль, у дакладнасці падобную да сістэмы падаючых хваль. Гэта адбітая сістэма таксама не мае сапраўднага цэнтру ўзнікнення хваль; тым не менш адбітыя хвалі, дзеючы на орган слуху, ствараюць такое-ж уражанне, як нібыта яны выходзяць з аднаго пэўнага пункту, зусім таксама, як сістэма адбітых вадзяных хваль стварае зрокавае адчуванне, якое прымушае ўяўляць сабе гэтыя хвалі выходзячымі з цэнтру a'. Вуха ўспрыймае адбітыя гукавыя хвалі так, як нібыта крыніца гуку знаходзіцца недзе за адбіваючай сценкай.



Рыс. 296. Адбіццё гукавых хваль ад сцяны AB і ўтварэнне ўяўнай крыніцы гуку a' (рэха).

Існаваннем адбітых гукавых хваль тлумачацца такія з'явы, як рэха і рэверберацыя. Рэверберацыя—гэта ўтрыманне ў якім-небудзь закрытым памяшканні гуку пасля таго, як крыніца гуку больш не гучыць. Рэверберацыя моцна ўплывае на характар гуку ў закрытым памяшканні, з прычыны таго, што шматразовае адбіццё гуку ад сцен і столі можа прыкметна падоўжыць вымаўляемыя словы, рабіць іх няяснымі і прымушаць гукі „набягаць" адзін на аднаго. „Акустыка" таго або іншага памяшкання істотна залежыць ад наяўнай у ім рэверберацыі. Асабліва вялікую ролю адыгрываюць з'явы рэверберацыі і ў вялікіх будынках з крывалінейнымі абрысамі і з гладкімі цэльнымі сценамі. Трэба заўважыць аднак, што ў мэтах прыгожасці гуку, асабліва ў памяшканнях, прызначаных для музычных выкананняў, рэверберацыя гуку не павінна быць і занадта малой, інакш гук здаецца „сухім" і музычнае выкананне робіцца немастацкім. З'ява рэверберацыі прыкметна толькі тады, калі адбіты ад сцен гук даходзіць да вуха слухача разам з гукам, які ствараецца асноўнай крыніцай. Калі-ж адбіты гук даходзіць да вуха пасля таго, як вуха ўжо больш не ўспрыймае гук, які непасрэдна ідзе ад крыніцы, то назіральнік проста чуе паўтарэнне гуку, г. зн. тое, што мы называем рэхам. У адрозненне ад гукаў, якія ўзнікаюць з прычыны рэверберацыі, рэха дзейнічае як другая крыніца гуку: яно можа рэпрадукаваць рад складоў або музычных тонаў. Рэха рэпрадукуе звычайна толькі кароткія гукі або нямногія склады (што залежыць ад адлегласці паміж адбіваючымі сценамі і крыніцай гуку) і паўтараемы рэхам гук павінен быць гучным, у звязку з тым, што, пашыраючыся ад крыніцы да сценак і назад, гук прыкметна аслабляецца. Зусім іншая справа, калі гук адбіваецца ад двух увагнутых люстраў, пастаўленых так, як паказана на рыс. 297. Звычайна цікавае кішанёвага гадзінніка бывае чутна

не больш, чым на адлегласці 1—2 *м*. Калі-ж гадзіннік змясціць у фокусе ўвагнутага люстра[1] *A*, а вуха або лепш канец слухавой трубкі—у фокусе другога люстра *B*, то ціканне зробіцца чутным на значна большых адлегласцях. У гэтым выпадку гукавыя хвалі, адбітыя ад аднаго люстра, ідуць паралельнымі пучкамі да другога люстра; адбіты правым люстрам гук накіроўваецца да пункту *B*, а не варочаецца да крыніцы *A*, і таму не накладваецца на першапачатковыя ваганні; чутнае ў такіх умовах рэха можа паўтараць колькі заўгодна доўгія гукі. Усе гукавыя хвалі, якія падаюць ад гадзінніка на люстра і адбіваюцца ім назад, праходзяць праз пункт *B*; таму ў пункце *B* гук чуваць, нават калі ў *A* гук вельмі слабы (як напрыклад ціканне гадзінніка). Зусім тое-ж можа быць у будынку са скляпеннямі і з эліптычным сячэннем; гук пашыраецца ад аднаго з фокусаў эліпса да другога і словы, нават вельмі ціха вымаўленыя ў адным фокусе, выразліва чутны ў другім фокусе і зусім не чутны ў прамежных пунктах.



Рыс. 297. Адбіццё гуку ад увагнутых люстраў.

Пры дапамозе адбіцця гуку ў навігацыйнай справе вызначаюць глыбіню воднага басейна, у прыватнасці вымяраюць морскія і акіянскія глыбіні. Для гэтага служыць так званы рэха-лот—прыбор, які дакладна вымярае (у долях секунды) час, які прайшоў ад моманту стварэння імпульсу (напрыклад узрыў петарды) пад вадой каля самай яе паверхні, да моманту прыходу рэха, адбітага ад морскага дна. Ведаючы гэты час і скорасць гуку ў вадзе (скорасць гуку ў прэснай вадзе пры 8° С роўна 1435 *м*|*сек*, можна вызначыць глыбіню дна. Гэты метад вымярэння глыбінь (асабліва ў глыбокіх месцах) дае велізарныя перавагі ў параўнанні з метадамі, якія ўжываліся раней і пры якіх лот апускаўся на дно, даючы няўхільныя памылкі з прычыны правісання каната. Апроч таго пры дапамозе рэха-лота дасягаецца вялікая шпаркасць вызначэння глыбінь. Карабль, на якім знаходзіцца рэха-лот, вызначае глыбіні на шпаркім ходзе і сучасныя рэха-лоты непасрэдна запісваюць аўтаматычна профіль морскага дна.

Крыніцы гуку. Як было сказана, уздоўжныя ваганні могуць быць у любым целе, папярочныя-ж толькі ў цвёрдым (гл. стар. 301). Для атрымання музычных тонаў ужываюцца цвёрдыя целы ў выглядзе струн, стрыжняў (камертон), звонаў, пласцінак (цымбалы) і мембран (літаўры, барабан). Тоны, выклікаемыя ваганнямі вадкасці, у музыцы не ўжываюцца (такі спосаб узбуджэння гуку ўжываецца ў падводнай сігналізацыі, дзе карыстаюцца сірэнамі, узбуджаемымі працякаючай праз іх вадой.) У музыцы знаходзяць шырокае ўжыванне крыніцы гуку ў выглядзе вагальных слупоў паветра: такімі з'яўляюцца ўсе духавыя інстру-

[1] Фокус увагнутага люстра (*A* і *B*)—пункт, у якім збіраюцца пасля адбіцця ад люстра промені, прышоўшыя да яго паралельным пучком. Промені, вышаўшыя з фокуса пасля адбіцця ад люстра, ідуць паралельным пучком.

менты, да такога роду крыніц гуку адносіцца таксама і галасавы орган чалавека. Гельмгольц пабудаваў класіфікацыю музыкальных інструментаў паводле спосабу іх узбуджэння; гэта класіфікацыя падзяляе ўсе музычныя інструменты на такія, гучэнне якіх выклікаецца: 1) ударам (фартэп'яна, арфа, гітара і некаторыя іншыя струнныя інструменты); 2) церцем смыка (скрыпка, віаланчэль і іншыя смыкавыя інструменты); 3) удуваннем паветра праз вузкую адтуліну, з вострымі краямі (флейта і арганныя трубы) і 4) удуваннем праз адтуліну, забяспечаную пругкім язычком (язычковыя трубы і галасавыя звязкі чалавека).

Рэзананс. Цела, здольнае рабіць вагальныя рухі, можа быць прыведзена ў ваганне даходзячымі да яго гукавымі хвалямі. Але з прычыны таго, што энергія, якая прыносіцца гукавымі хвалямі, вельмі малая, то для таго, каб цела пачало вагацца пад дзеяннем гукавых хваль, неабходна выкананне адной пэўнай умовы. У чым заключаецца гэта ўмова, мы можам бачыць з такога прыкладу: качэлі, якія вагаюцца, як маятнік, можна прывесці ў рух лёгкімі штуршкамі; пасля першага штуршка іх ваганні будуць, зразумела, вельмі слабымі, але калі мы будзем паўтараць штуршкі ў адным і тым-жа кірунку і ў тым-жа рытме, у якім адбываюцца ваганні качэляў, то дзеянне штуршкоў будзе складвацца, і амплітуда качэляў будзе рабіцца ўсё большай і большай. Такім спосабам нават маленькае дзіцё можа моцна раскачаць цяжкія качэлі. Калі кірунак штуршкоў не супадае з імгненным кірункам вагальнага руху, то амплітуда вагання не будзе павялічвацца, і качэлі не раскачаюцца. Заўважым, што тэмп паўтарэння штуршкоў можа і не супадаць з рытмам качэляў: ён можа быць у два, у тры, у чатыры і г. д. разы цішэйшым за тэмп вагання цела; тады качэлі будуць атрымліваць штуршкі, якія павялічваюць іх размахі праз кожныя два, тры і г. д. перыяды іх ваганняў.

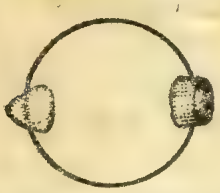
Цяпер вернемся да вывучэння ваганняў пругкіх цел. Параўнаем качэлі з нацягнутай струной, а штуршкі—з даходзячымі да струны гукавымі хвалямі, якія зыходзяць ад якой-небудзь крыніцы гуку, напрыклад ад арганнай трубы. Тэмп, з якім паўтараюцца паветраныя штуршкі (г. зн. лік іх у секунду), адпавядае частаце гукавых хваль, г. зн. вышыні тону трубы (гл. стар. 305). Такім чынам для таго, каб струна прышла ў такое-ж ваганне, як у паданым прыкладзе качэлі, неабходна, каб тэмп, з якім струна можа вагацца сама па сабе, г. зн. частата яе ўласных ваганняў была-б роўна частаце ваганняў прыходзячых гукавых хваль. Інакш кажучы, вышыня тону, які можа даваць струна, павінна быць аднолькавай з вышынёй тону ўзбуджаючай яе крыніцы гуку (у даным прыкладзе—арганнай трубы). Такім чынам мы бачым, што цела, здольнае да ваганняў, можа раскачацца, калі перыяд яго ўласных ваганняў аднолькавы з перыядам даходзячых да яго са зне („вымушаных") ваганняў. У гэтым заключаецца умова рэзананса ваганняў. Калі дзве струны настроены на адзін і той-жа тон, то, правёўшы смыкам па аднэй з іх, мы выклічам ваганні і другой.

Калі вызваліць фартэп'янную струну, зняўшы з яе мадэратар і павольна апусціўшы клавішу, і праспяваць адпаведную ёй ноту, то яна адкажа той-жа нотай. Калі мы ударым па адным з двух зусім аднолькавых камертонаў, то другі камертон адкажа на ваганні першага. Калі паставіць камертон або звон, якія гучаць, пад адтулінай арганнай трубы, настроенай на той-жа тон, труба таксама будзе даваць гук. Пра кожнае з гэтых двух цел мы скажам, што яны знаходзяцца ў рэзанансе адно з адным.

Лёгкарухомыя целы (струна, мембрана, слуп паветра) могуць быць прыведзены ў рэзанансныя ваганні менш працяглым гукам (г. зн. меншым лікам паветраных штуршкоў), чым маларухомыя (звон, пласцінка, камертон). Напрыклад замацаваная мембрана з малой масай пачынае вагацца адразу-ж, як да яе дойдуць гукавыя хвалі; ваганні-ж камертона (цела параўнальна вялікай масы) робяцца прыкметнымі толькі праз некаторы (хоць і невялікі) прамежак часу. Чым меншая маса вагальнага цела, тым меншая энергія яго ваганняў і тым хутчэй яно траціць гэту энергію (з прычыны церця аб паветра і ўнутранага церця), г. зн. тым хутчэй пасля спынення ўзбуджаючага тону спыняюцца і яго ўласныя ваганні. Калі ваганні цела, атрымаўшага адзін штуршок, знікаюць вельмі хутка, напрыклад праз некалькі перыядаў (г. зн. калі гэта цела робіць з г а с а ю ч ы я ваганні з вялікім дэкрэментам згасання), то амплітуда ваганняў прыкметна змяншаецца ўжо пад канец першага перыяду. Цела з вялікім дэкрэментам згасання можа быць прыведзена ў ваганні і такімі перыядычнымі штуршкамі, тэмп якіх н е ц а л к а м с у п а д а е з тэмпам яго ў л а с н ы х ваганняў. Целы з вялікім згасаннем могуць быць узбуджаны гукавымі хвалямі і без выканання ўмоў рэзанансу; пры рэзанансным узбуджэнні ў іх узнікаюць найбольш моцныя ваганні. Наадварот, целы, ваганні якіх з'яўляюцца слаба згасаючымі, могуць быць прыведзены ў ваганні т о л ь к і п р ы д а к л а д н ы м в ы к а н а н н і ў м о в ы р э з а н а н с у. Гукавыя хвалі, частата якіх хоць трошкі адрозніваецца ад уласнай частаты такога цела, прывесці яго ў ваганне не могуць. У якасці двух крайніх прыкладаў можна ўзяць слаба ўмацаваную мембрану і камертон. Першая прыводзіцца ў ваганне тонам л ю б о й вышыні, камертон-жа рэагуе толькі на ваганні, перыяд якіх супадае з перыядам яго уласных ваганняў (і не рэагуе нават на ваганні з перыядам у н е к а л ь к і долей секунды больш або менш). Уласцівасць слаба замацаванай мембраны адгукацца на л ю б ы тон, пачынаць і канчаць свае ваганні адначасова з ім, адыгрывае вельмі важную ролю ў працэсе слуху, у звязку з тым, што такога роду мембранай з'яўляецца барабанная перапонка нашага вуха. З прычыны ўласцівага ёй сільнага згасання яна не мае прыкметных рэзанансных уласцівасцей і рэагуе на любы тон.

Рэзанатары. Наогул целы, у якіх пры ўмове рэзанансу ствараюцца прыкметныя ваганні, называюцца рэзанатарамі. Пры дапамозе акустычных рэзанатараў можна рабіць а н а л і з гукаў. Рэзанатар Г е л ь м г о л ь ц а прадстаўляе сабою полы шар з двума дыяметральна працілеглымі адтулінамі (рыс. 298); краі адной адту-

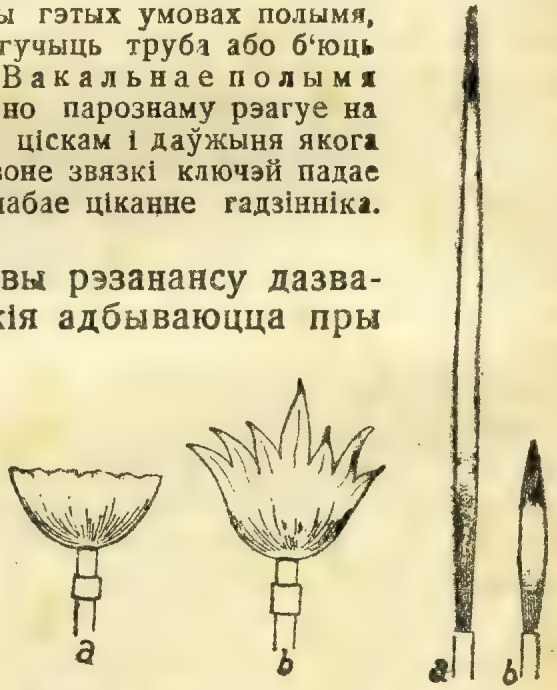
яіны маюць форму цыліндра, праз які праходзіць падаючая на рэзанатар гукавая хваля, а краі другой адтуліны маюць выгляд лейкі; гэты канец рэзанатара ўстаўляецца у вуха. Прыходзячымі гукавымі хвалямі паветра ў шары прыводзіцца ў ваганні, якія непасрэдна перадаюцца барабаннай перапонцы назіральніка. Гельмгольцаўскі рэзанатар мае пэўны перыяд уласных ваганняў, вышыня якога залежыць ад размераў шара. Калі да адтуліны рэзанатара даходзяць гукавыя хвалі, вышыня якіх супадае з вышынёй яго ўласнага тону, то ён „рэзануе", г. зн. паветра ў ім прыходзіць у інтэнсіўныя ваганні, узмацняе прыходзячы гук і перадае яго непасрэдна вуху. Асноўная ўласцівасць рэзанатара заключаецца ў тым, што ён узмацняе толькі адзін пэўны тон. Калі ў даследуемым пры дапамозе рэзанатара складаным гуку гэты тон ёсць, то рэзанатар адказвае гукам; у супраціўным-жа выпадку ён астаецца нямым. Груба кажучы, рэзанатар выбірае з сумесі тонаў толькі адзін тон і перадае яго вуху. Такім чынам рэзанатары даюць магчымасць рабіць аналіз складанага гуку, г. зн. вызначыць, з якіх простых музыкальных тонаў складаецца той або іншы складаны гук або шум.



Рыс. 298. Рэзанатар Гельмгольца, ужываемы для аналізу гукаў.

„Калі заткнуць адно вуха, а ў другое ўставіць рэзанатар, то большасць тонаў будзе чутна значна слабей, чым звычайна. Наадварот, тон адпаведны ўласнаму тону рэзанатара, будзе пранікаць у вуха з вялікай сілай. Такім чынам нават абсалютна не маючы музычнага слуху, можна выдзеліць гэты тон з сумесі розных тонаў. Можна лёгка паказаць, што ўласны тон таго або іншага рэзанатара сустракаецца і ў гудзенні ветру, і ў шуме вагонных колаў, і ў журчэнні вады". (Гельмгольц).

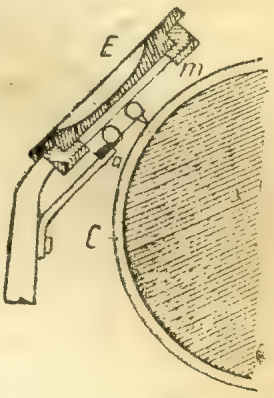
Чуллівае полымя. Чуллівае полымя рэзка рэагуе на даходзячыя да яго гукі, мяняючы сваю форму пад дзеяннем гукавых хваль пэўнай даўжыні. Для таго каб полымя зрабілася чуллівым, патрэбен пэўны ціск газу, асаблівая форма гарэння, шырыня трубкі і г. д. Пры гэтых умовах полымя, паказанае на рыс. 299 *a*, калі паблізу яго гучыць труба або б'юць молатам па кавадле, набывае выгляд 299 *b*. Вакальнае полымя (названае так Тіндалем таму, што яно парознаму рэагуе на розныя галосныя), якое гарыць пад моцным ціскам і даўжыня якога каля 60 *см* (рыс. 300), пры самым лёгкім звоне звязкі ключэй падае прыблізна да 17 *см*; яно рэагуе на самае слабае ціканне гадзінніка.



Рыс. 299—300. Чуллівае полымя (*a*) і яго рэакцыя на гук (*b*).

Успрыйманне гуку вухам. З'явы рэзанансу дазваляюць нам зразумець працэсы, якія адбываюцца пры ўспрыйманні гуку чалавечым органам слуху. Сутнасць гэтых працэсаў зводзіцца іменна да рэзанансу. Ва ўлітцы, якая знаходзіцца ва ўнутраным вуху, ёсць, як было сказана, асноўная мембрана (membrana basilaris). Гэты орган аналагічны фартэп'яна, у якім ёсць па струне на кожны тон. Асноўная мембрана складаецца з вельмі вялікай колькасці (больш 13 тыс.) валокнаў, кожнае з якіх рэагуе на тон пэўнай вышыні. Ваганні валокнаў асноўнай мембраны дзейнічаюць на канцы слухавога нерва і такім чынам ствараюць адчуванне гуку той або іншай вышыні. Аднак у цяперашні час мы не можам яшчэ дакладна сказаць, як іменна адбываецца ператварэнне рухаў валокнаў асноўнай мембраны ў раздражненне нерва. Нам вядома толькі, што ў аснове ўспрыймання тону той або іншай вышыні ляжыць з'ява рэзанансу.

Фанограф. Ваганні мембраны ў тэлефоне, грамафоне, фанаутографе з'яўляюцца **вымушанымі** ваганнямі; у кожным з гэтых прыбораў мембрана, як гэта ўжо вядома са сказанага, здольна рэагаваць на ваганні любой частаты, чаму кожны з гэтых прыбораў можа ўспрыймаць і потым зноў рэпрадукаваць (хоць і з рознай ступенню выразлівасці) гукі любой вышыні. Асноўны прынцып пабудовы фанографа той-жа, што і фанаутографа (гл. стар. 302); але апроч таго, што фанограф можа зафіксаваць гукавую крывую, ён служыць таксама і для яе рэпрадукавання, г. зн. з'яўляецца гаворачай або спяваючай машынай. Фанограф (рыс. 301) быў вынайдзены **Эдысонам** (1887). Яго асноўнымі часткамі з'яўляюцца: 1) цыліндр, паверхня якога роўнамерна пакрыта слоем спецыяльна прыгатоўленай мастыкі *C*, і 2) мембрана *m*, на абернутым да цыліндра баку якой прымацаваны маленькі сапфіравы разец, які дакранаецца сваім вастрыём мастычнага слоя *C*. Цыліндр можа вярцецца на вале і адначасова перамяшчацца паступальна, з прычыны чаго ён робіць вінтападобны рух з пастаяннай скорасцю. Калі пры вярчэнні валіка мембрана прыціскае разец да мастыкі *C*, то на валіку застаецца вінтападобная баразна пэўнай глыбіні. Калі пры гэтым мембрана пад уплывам даходзячых да яе гукавых хваль робіць ваганні, то разец уваходзіць у мастыку то на большую, то на меншую глыбіню ў залежнасці ад амплітуды гукавых ваганняў (г. зн. ад сілы гуку), і апроч таго паглыбленні на мастыцы ідуць адно за адным больш або менш часта ў залежнасці ад частаты даходзячых да мембраны гукавых ваганняў (г. зн. у залежнасці ад вышыні гуку). Запісаная на мастыцы крывая дакладна адпавядае ваганням мембраны *m*. Такім чынам на валіку фанографа ўспрыймаюцца і запісваюцца гукі. Калі пасля выдалення крыніцы гуку прывесці цыліндр у першапачатковае палажэнне, паставіць другую мембрану з прымацаванай да яе іголкай так, каб канец іголкі папаў у баразну, праведзеную разцом, і зноў прывесці валік у вінтападобны рух з той-жа скорасцю, то іголка будзе ўзнімаць і апускаць мембрану і такім чынам прымушаць яе вагацца зусім таксама, як яна вагалася пад дзеяннем даходзячых да яе гукавых хваль. Пры гэтым усе гукі, пад дзеяннем якіх на барабане атрымалася баразна, будуць **рэпрадукаваны** ўноў. У грамафоне замест цыліндра ўжываецца круглая пласцінка.

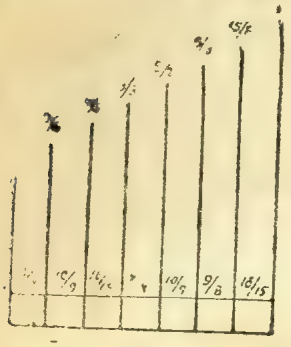


Рыс. 301. Фанограф.

Інтэрвал. Карыстаючыся сірэнай з некалькімі радамі адтулін, можна пры адной і той-жа скорасці вярчэння дыска сірэны атрымаць тоны розных вышынь, г. зн. тоны з рознымі лікамі ваганняў у секунду. Гэтым прыборам можна даследваць залежнасць вышыні тону ад яго частаты. Пры гэтым аказваецца, што розніца ў вышыні двух тонаў з частотамі f_1 і f_2 успрыймаецца вухам таксама, як розніца двух іншых тонаў з частотамі F_1 і F_2, калі адносіны $f_1 : f_2$ роўны адносінам $F_1 : F_2$; у гэтым выпадку кажуць, што паміж тонамі f_1 і f_2 ёсць той-жа **музычны інтэрвал**, што і паміж тонамі F_1 і F_2. Так напрыклад рад з 8 адтулінамі на дыску сірэны дае пры 30 абаротах у секунду тон з частатой 8×30 ваганняў у секунду. Рад з 16 адтулінамі дае пры той-жа скорасці вярчэння больш высокі тон з 16×30 ваганнямі ў секунду. Інтэрвал паміж успрыймаемымі пры гэтым тонамі называецца **актавай**. Адзін з тонаў (з у 2 разы большым лікам ваганняў) „актавай вышэй" другога. З іх больш нізкі тон называецца „асноўным", высокі — „яго актавай". Калі сірэна будзе вярцецца больш павольна і рабіць напрыклад 25 абаротаў у секунду, то хоць **абодва** тоны зробяцца ніжэйшымі, іх інтэрвал застаецца **ранейшым** і роўным адной актаве. Калі-ж, наадварот,

сірэна пачне вярцецца шпарчэй і будзе рабіць напрыклад 35 абаротаў у секунду, то абодва тоны зробяцца вышэйшымі, але інтэрвал іх, як і раней, застаецца тым-жа самым. Сапраўды, не зважаючы на змену скорасці вярчэння (25—30—35) адносіны частаты аднаго тону ($8\times25 — 8\times30 — 8\times35$) да частаты другога тону ($16\times25 — 16\times30 — 16\times35$) застаюцца пастаяннымі і роўнымі 1 : 2. Лік ваганняў асноўнага тону ва ўсіх выпадках застаецца ў два разы меншым за лік ваганняў яго актавы. Ва ўсіх тых выпадках, калі лік ваганняў аднаго тону адносіцца да ліку ваганняў другога як 1 : 2, вуха ўспрыймае розніцу вышынь гэтых тонаў як актаву.

Музычная гама. Розніца ў вышыні паміж асноўным тонам і яго актавай даволі вялікая. Падзяляючы інтэрвал 1 : 2 на долі ($1^1/_8$, $1^1/_2$, $1^2/_3$,... і г. д.) можна разбіць яго на бесканечнае мноства малых інтэрвалаў. Мы разгледзім толькі тыя інтэрвалы, якія ўжываюцца ў музыцы. Інтэрвал паміж асноўным тонам і актавай падзяляецца з пэўнай адвольнасцю на сем частак, г. зн. паміж асноўным тонам і актавай уводзіцца шэсць прамежкавых тонаў. Гэта злучнасць тонаў і носіць назву музычнай гамы. Назвы ўтвараючых яго тонаў такія: асноўны тон (прыма), секунда, тэрцыя, кварта, квінта, секта, септыма, актава. На рыс. 302 паказаны адносіны лікаў ваганняў гэтых тонаў да ліку ваганняў асноўнага тону. Ліку ваганняў асноўнага тону адпавядае даўжыня першага з васьмі адрэзкаў. Лікі, якія стаяць каля астатніх адрэзкаў (уверсе), даюць адносіны ліку ваганняў адпаведнага тону да ліку ваганняў асноўнага тону. Для квінты, напрыклад, гэтыя адносіны роўны $^3/_2$, для кварты—$^4/_3$. Гэтыя лікі вызначаюць велічыню інтэрвалу паміж асноўным тонам і адпаведным тонам гамы. Якая-ж велічыня інтэрвалаў паміж двума суседнімі тонамі гамы? Інтэрвал паміж прымай і актавай падзелены на сем частак, якія няроўны адна адной. Частата ваганняў секунды ў $^9/_8$ раз больш частаты ваганняў прымы, але гэтыя адносіны зусім не з'яўляюцца пастаяннымі для кожнага тону гамы ў адносінах да папярэдняга тону. Калі прывесці ўсе дробы, якія выражаюць інтэрвалы паміж паасобнымі тонамі гамы, да агульнага назоўніка, то можна бачыць, што лікі ваганняў тонаў гамы будуць знаходзіцца адзін да аднаго ў такіх-жа адносінах, у якіх стаяць паміж сабою лікі 24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48. Для таго каб знайсці велічыню інтэрвалаў паміж паасобнымі тонамі гамы, трэба кожны з гэтых лікаў падзяліць на той, які непасрэдна стаіць перад ім. Гэта дае для велічынь інтэрвалаў дробы $^9/_8$, $^{10}/_9$, $^{16}/_{15}$, $^9/_8$, $^{10}/_9$, $^9/_8$, $^{16}/_{15}$. Розныя інтэрвалы ўспрыймаюцца вухам парознаму.



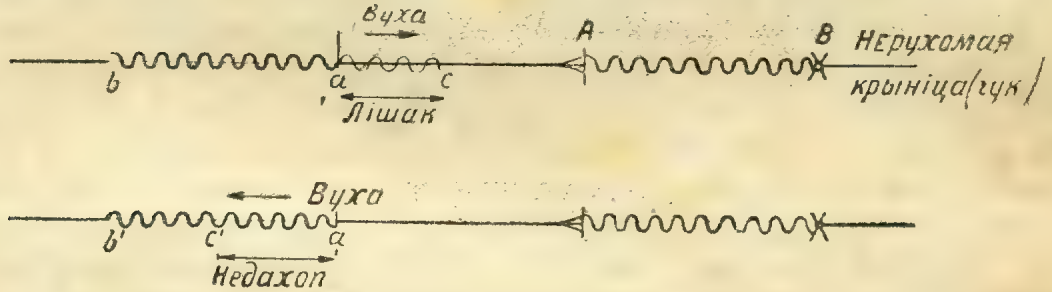
Рыс. 302. Адносіны лікаў ваганняў секунды, тэрцыі... актавы да ліку ваганняў асноўнага тону, прынятага за 1.

Нармальны тон. Дагэтуль гутарка ішла аб інтэрвале, г. зн. аб тонах розных вышынь і аб адносінах лікаў ваганняў двух тонаў; пра абсалютную вышыню кожнага тону і абсалютны лік яго ваганняў у секунду мы амаль нічога не казалі. Устанавіўшы лік ваганняў аднаго з тонаў гамы, мы тым самым установім лікі

ваганняў і ўсіх астатніх яе тонаў. На самай справе, ведаючы велічыню інтэрвалаў, мы можам, выходзячы в якога-небудзь аднаго тону, з дапамогай простага множання знайсці лікі ваганняў астатніх тонаў гамы. Пакуль мы маем справу з адным музычным інструментам, напрыклад з адным фартэп'яна, або з адным чалавечым голасам, абсалютная вышыня асноўнага тону не адыгрывае асаблівай ролі. Інструмент павінен быць правільна настроены толькі ў адносінах да свайго ўласнага асноўнага тону, г. зн. даваць правільную велічыню інтэрвалаў. Гэтага аднак недастаткова пры адначасовым гучэнні некалькіх інструментаў. У гэтым выпадку апроч правільнай настройкі кожнага інструмента ў паасобку неабходна яшчэ, каб асноўныя тоны ўсіх інструментаў супадалі адзін з адным. Міжнароднай згодай (на венскай канферэнцыі ў 1885 г.) у якасці нармальнага ўстаноўлены тон, даваемы камертонамі, які робіць 435 поўных ваганняў у секунду (г. зн. тон у 435 герц)[1]. Гэты тон абазначаецца праз *a* (нота *ля*).

Граніца чутнасці. У сярэднім ніжняй граніцай чутнасці вуха чалавека з'яўляюцца тоны ў 16—20 ваганняў у секунду (16—20 герц), а верхняй граніцай — тоны ў 16000—20000 герц, прычым з узростам верхняя граніца паніжаецца. У музыцы ўжываюцца толькі тоны паміж 40 і 5000 герц; у якасці крайніх граніц Гельмгольц указвае ноту кантрабаса (41 герц) і ноту карнет-а-пістона (4762 герц). Ведаючы лік ваганняў n данага тону, можна вылічыць яго даўжыню хвалі згодна формулы $\lambda = \frac{v}{n}$. З прычыны таго, што скорасць пашырэння гуку ў паветры для ўсіх частот роўна 342 *м/сек* (пры 15° Ц), то нармальнаму тону адпавядае даўжыня хвалі ў 342 : 435 = 0,786 *м*. Даўжыні хваль, ужываемых у музыцы гранічных тонаў—8,4 *м* і 7,3 *см*.

Прынцып Доплера (1840). Як мы ўжо ведаем, вышыня тону абумоўлена лікам ваганняў *n* або, можна сказаць, лікам хваль, якія даходзяць да органа слуху за секунду. Калі *n* хваль, выходзячых ад крыніцы гуку, за секунду займае адрэзак *AB* (= =*ab*=*aA*=*b'a*) (рыс. 303), то ўвесь такі рад хваль будзе ўспрый-



Рыс. 303. Да прынцыпа Доплера.

мацца вухам на працягу кожнай секунды, пакуль вуха і крыніца гуку застаюцца нерухомымі; пры гэтых умовах успрыймаемая вухам вышыня тону застаецца нязменнай. Зусім іншая справа, калі крыніца гуку вельмі шпарка набліжаецца да назіральніка або вельмі шпарка аддаляецца ад яго. Калі назіральнік набліжаецца да крыніцы гуку, г. зн. рухаецца насустрач гукавым хвалям, якія пашыраюцца ў прасторы, то ён успрыймае за адну секунду больш лік хваль, чым тады, калі ён стаіць на адным месцы. Няхай за гэту секунду назіральнік перамясціўся з пункта *a* ў пункт *c*. Няхай назіральнік рухаўся на працягу гэтай секунды з пастаяннай скорасцю. Мы можам уявіць аднак, што яго перамяшчэнне адбывалася так: на працягу секунды ён стаяў нерухома ў пункце *a* і ў апошні момант

[1] Герц—адно ваганне ў секунду.

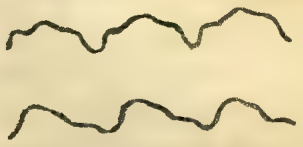
у канцы секунды, г. зн. калі да яго вуха ўжо дайшоў у канец хвалевага адрэзка *ab*, ён імгненна перамясціўся ў кірунку да крыніцы гуку ў пункце *c*. Пры гэтым ён апроч дайшоўшых да яго за секунду *n* хваль успрыймае яшчэ тыя хвалі, якія запаўняюць адрэзак *ac* і якія да нерухомага назіральніка прышлі-б толькі ў другую секунду. Але ў сапраўднасці тое, што мы прынялі, што яно адбываецца імгненна ў канцы першай секунды, адбываецца не адразу, з размяркоўваецца на час усёй першай секунды. Да вуха рухоўнага назіральніка за секунду даходзіць больш лік хваль, чым да вуха нерухомага, і таму ён чуе ствараемы крыніцай гуку тон больш высокім, чым нерухомы назіральнік. Такім чынам пры шпаркім руху назіральніка ў кірунку да крыніцы гуку, успрыймаемы ім тон павышаецца. Аналагічна можна паказаць, што пры шпаркім аддаленні назіральніка ад крыніцы успрыймаемы вухам тон паніжаецца. Няхай роўнамерна аддаляючыся ад крыніцы, назіральнік у канцы першай секунды трапляе ў пункт *c'*. Калі-б гэта перамяшчэнне адбылося імгненна ў пачатку першай секунды, калі да назіральніка дайшоў толькі пачатак хвалевага адрэзка *AB*, то вуха з усіх *n* хваль, якія ляжаць паміж *a* і *b'*, успрыняло-б толькі тыя, якія запаўняюць адрэзак паміж *b'* і *c'*. Хвалі-ж паміж *c'* і *a* яшчэ не дойдуць да назіральніка. Але ў сапраўднасці пераход назіральніка з пункту *a* ў пункт *c'* адбываецца не імгненна, а на працягу ўсёй секунды, і такім чынам за першую секунду да яго дойдзе меншы лік хваль, чым да нерухомага назіральніка. Значыць назіральнік, які шпарка аддаляецца ад крыніцы гуку, будзе чуць больш нізкі тон, чым назіральнік, які стаіць нерухома. Мы прыдзем да таго-ж рэзультату, калі будзем разглядаць рух не назіральніка, а крыніцы гуку. Разлік паказвае, што калі крыніца набліжаецца да назіральніка са скорасцю 21 *м/сек*, то вышыня гуку павышаецца на поўтона. Дослед цалкам пацвярджае вышэй паданую тэорыю, называемую прынцыпам Доплера. Змену вышыні тону, згодна прынцыпа Доплера, лёгка заўважыць седзячы ў цягніку: свісток паравоза, які набліжаецца або аддаляецца, рэзка мяняе сваю вышыню.

Калі *n* ёсць частата ваганняў нерухомай крыніцы, λ—адпаведная ёй даўжыня гукавай хвалі, v—скорасць гуку, v_b—скорасць назіральніка, то да нерухомага назіральніка, за секунду даходзіць $n=\frac{v}{\lambda}$ хваль, а да назіральніка, які рухаецца ў кірунку да крыніцы гуку, на $\frac{v_b}{\lambda}$ хваль больш. Такім чынам ён успрыймае ў секунду $n'=\frac{v+v_b}{\lambda}=n\left(1+\frac{v_b}{v}\right)$ хваль, г. зн. для яго тон павышаецца ў адносінах $1:\left(1+\frac{v_b}{v}\right)$. Калі-ж назіральнік аддаляецца ад крыніцы гуку, то для яго тон паніжаецца ў адносінах

$$1:\left(1-\frac{v_b}{v}\right).$$

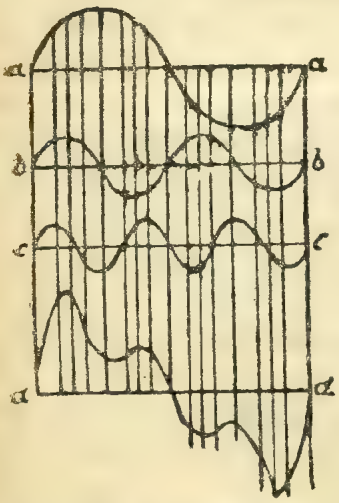
Б) ТЭМБР ГУКУ.

Тэмбр. Мы ўжо ведаем, што з трох фізіялагічных (суб'ектыўных) адзнак гуку—сілы, вышыні і тэмбру—фізічна (аб'ектыўна) першая абумаўляецца амплітудай, другая—частатой ваганняў. Тэмбр гуку вызначаецца формай вагання. Мы ўжо казалі аб тым, што ваганні цела, якое гучыць, можна рэпрадукаваць графічна. Так можна напрыклад запісаць ваганні камертона, калі на адну з яго вагальных галін прымацаваць іголку і затым, калі камертон дае гук, шпарка правесці гэтай іголкай па закопчанай пласцінцы, у рэзультаце чаго іголка вычарціць на сажы хвалістую рысу; або можна запісаць ваганне струны, калі ў цёмным пакоі ярка асвятліць адзін пункт струны ў час гучэння і сфатаграфаваць гэты пункт на светачўллівай пласцінцы, якая рухаецца з вялікай скорасцю перпендыкулярна да кірунку ваганняў асветленага пункта і г. д. У якасці ўжывальнага прыбора для запісу крывой гукавых ваганняў можна ўказаць на мембрану, якая прымае гукавыя ваганні (у фанаутографе або фанографе). Крывыя, паданыя на рыс. 304, атрыманы пры дапамозе фанаутографа.



Рыс. 304. Крывыя гукавых ваганняў.

Мембрана фанаутографа вагаецца пад дзеяннем гукавых хваль таксама, як барабанная перапонка ў вуху, і выглядам крывой ваганняў мембраны вызначаецца тэмбр гуку, успрыймаемага вухам. У чым жа заключаецца сувязь паміж формай гукавой крывой і тэмбрам гуку? Форма крывых, паданых на рыс. 304, больш складаная, чым звычайная сінусаідальная хваля, але вельмі проста з ёю звязана. Мы ведаем, што пры налажэнні хвалевых рухаў адзін на аднаго (гл. стар. 291) вагальныя імпульсы, якія дзейнічаюць адначасова на адзін і той-жа пункт, складаюцца або аднімаюцца ў залежнасці ад таго, ці накіраваны яны ў адзін або ў розныя бакі. Такім чынам з некалькіх простых сінусаідальных ваганняў можа ўзнікнуць вельмі складаная форма перыядычнага руху (пар. рыс. 305).



Рыс. 305. Складанне трох сінусаідальных ваганняў (*a*, *b*, *c*) дае несінусаідальнае вагание (*d*).

Тэарэма Фур'е. Закон Ома. Фур'е даказаў, што кожны перыядычны рух—у тым ліку і кожны з рухаў, паказаных на рыс. 304—можа быць раскладзены на некалькі простых сінусаідальных ваганняў, частоты якіх адносяцца адны да адных, як 1 : 2 : 3,.. прычым такое раскладанне можа быць выканана толькі адзіным спосабам. Як паданая на рыс. 305 крывая *d* можа быць раскладзена на састаўляючыя яе крывыя *a*, *b*, *c*, так і знятыя пры дапамозе фанаутографа крывыя (рыс. 304) зусім таксама можна раскласці на састаўляючыя іх сінусоіды. Кожнае з простых ваганняў *a*, *b*, *c*, якія ўтва-

раюць складанае гукавое ваганне *d*, адпавядае пэўнаму тону, вышыня якога вызначаецца частатой вагання, а сіла—амплітудай. Такім чынам па складаным выглядзе крывых, атрымліваемых ад розных гукавых крыніц, можна пераканацца ў тым, што звычайна кожная крыніца гуку дае не адзін толькі просты тон, а цэлую сумесь тонаў, якія адрозніваюцца адзін ад аднаго па вышыні і сіле. Найбольш нізкі з гэтых тонаў называецца асноўным тонам; тоны, якія прымешваюцца да яго і частоты якіх з'яўляюцца кратнымі ў адносінах да частаты асноўнага тону, называецца яго абертонамі, прычым тон з частатой, у два разы большай за частату асноўнага тону называецца яго першым абертонам, з частатой у тры разы большай—другім абертонам і г. д. Інтэнсіўнасць асноўнага тону—найбольшая, інтэнсіўнасць абертонаў, наогул кажучы, рэзка змяншаецца разам з іх вышынёй. Напрыклад гук, які мы лічым маючым вышыню 400 герц, у сапраўднасці, апроч частаты 400 герц, можа мець частоты:

$400 \times 2 = 800$ (1-ы абертон)
$400 \times 3 = 1200$ (2-гі абертон)
$400 \times 4 = 1600$ (3-ці абертон) і г. д.

Калі мы будзем мець на ўвазе, што запісваючая мембрана адыгрывае ў фанаутографе такую-ж ролю, якую ў слухавым органе адыгрывае барабанная перапонка, а з'яўленне на запісваючым валіку фанаутографа крывой таго або іншага выгляду адпавядае таму або іншаму слухавому адчуванню, успрынятаму вухам, то мы зможам перадаць тэарэму Фур'е так: „Кожны вагальны рух паветра ў слухавым праходзе, які рух выклікае адчуванне гуку, заўсёды можна палічыць за суму пэўнага ліку простых сінусаідальных вагальных рухаў, адпаведных асобным тонам (асноўнаму тону і яго абертонам), уваходзячым у састаў складанага гуку". Існаванне гэтых асноўных чыстых тонаў зусім не з'яўляецца дапушчэннем—іх можна сапраўды пачуць у кожным складаным гуку. Згодна закона, устаноўленага Омам (1843), вуха ўспрыймае толькі маятнікападобныя, г. зн. простыя сінусаідальныя ваганні. Складаныя ваганні вуха раскладае на рад простых, кожнае з якіх успрыймаецца ў паасобку. Аднак з прычыны таго, што сіла дадатковых састаўных тонаў (абертонаў) часцей за ўсё бывае значна меншай, чым сіла найбольш нізкага асноўнага тону, то яны звычайна не чутны і пазнаюцца толькі пры асобым практыкаванні слуху або пры дапамозе розных дапаможных сродкаў. Таму, успрыймаючы вухам які-небудзь музычны гук, мы не адвольна прыпісваем усёй сумесі ўваходзячых у яго састаўных тонаў вышыню найбольш моцнага асноўнага тону і нам здаецца, што толькі гэты асноўны тон і чутны; у сапраўднасці-ж гэта не так. Паводле Гельмгольца (1863) розніца ў тэмбрах музычных інструментаў тлумачыцца іменна тым, што побач з асноўным тонам існуюць абертоны розной вышыні і сілы, г. зн. дадатковыя чыстыя тоны, аб якіх ішла гутарка вышэй і частоты якіх у 2, 3, 4 разы большыя за час-

тоты асноўнага тону. Калі-б абертонаў зусім не было, а існавалі-б толькі асноўныя тоны, або калі-б усе музычныя інструменты давалі аднолькавыя абертоны, то розніцы ў тэмбры гуку не было-б.

Аналіз і сінтэз гуку. Што тэмбр гуку абумоўлены наяўнасцю і інтэнсіўнасцю ўваходзячых у яго склад абертонаў, Гельмгольц даказаў двума спосабамі: па-першае, робячы аналіз гуку, і, па-другое, выконваючы сінтэз гуку. Па-першае, ён паказаў, што гукі розных музычных інструментаў прадстаўляюць сабою сумесь асноўнага тону і яго абертонаў. Ён зрабіў з дапамогай набору настроеных на розныя тоны рэзанатараў аналіз гэтых гукаў і вызначыў, якія іменна абертоны змяшчаюцца ў кожным з гукаў розных музычных інструментаў. Такім чынам Гельмгольц здолеў даказаць, што розныя гукі адрозніваюцца па тэмбры іменна з прычыны наяўнасці ў іх складзе абертонаў з рознымі інтэнсіўнасцямі. Затым Гельмгольц бліскуча пацвердзіў гэта сінтэтычна. Калі тэмбр данага інструмента сапраўды тлумачыцца тым, што побач з асноўным тонам у складаным гуку змяшчаюцца яшчэ абертоны з у 2, у 3 і г. д. разы большымі частотамі, інтэнсіўнасць якіх стаіць у пэўных адносінах да сілы асноўнага тону, то гэты тэмбр можна рэпрадукаваць, атрымаўшы кожны з гэтых тонаў у паасобку, надаўшы ім адпаведную сілу і слухаючы ўсе гэтыя тоны, якія гучаць адначасова. Гельмгольц так і зрабіў у сваім доследзе па сінтэзе гуку. Чыстыя, пазбаўленыя абертонаў тоны ён атрымліваў, прымушаючы слупы паветра ў трубах рэзанаваць на ваганні камертонаў. Пры дапамозе рада настроеных камертонаў ён здолеў такім шляхам рэпрадукаваць галосныя гукі чалавечага голасу і тоны, даваемыя арганнымі трубамі рознага рэгістру, рэзкія гукі кларнета, якія складаюцца з рада няцотных абертонаў, і мяккія гукі рога, якія атрымліваюцца з поўнага хору ўсіх камертонаў.

Гельмгольц паказаў таксама, што калі крывыя *c* і *b* (рыс. 305) зрушыць па фазе адносна крывой *a*, то хоць сумарная крывая пры гэтым зменіцца, але тэмбр гуку застанецца ранейшым. Апошняе тлумачыцца тым, што хоць пры гэтым агульны выгляд крывой робіцца іншым, але абертоны, якія ўваходзяць у склад гукаў, застаюцца нязменнымі.

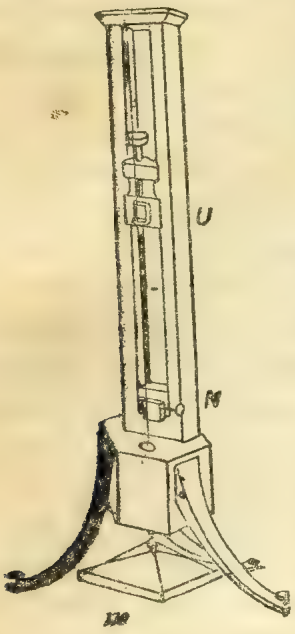
В) КРЫНІЦЫ ГУКУ.

Струны. Струна прадстаўляе сабой пругкае цела, якое мае форму ніці і знаходзіцца пад дзеяннем уздоўжнага нацяжэння. Усе пункты яе, апроч замацаваных канцоў, могуць свабодна рухацца. Калі вывесці струну з палажэння роўнавагі (напрыклад ударыўшы па ёй малаточкам, або правёўшы смыкам, або адцягнуўшы яе пальцам) і прадаставіць яе самой сабе, то яна атрымае паскарэнне, накіраванае да палажэння роўнавагі, пяройдзе праз гэта палажэнне, вернецца назад і г. д. Калі лік ваганняў, якія робіць струна, дастаткова вялікі, то мы пачуем гук. Законы ваганняў струны можна вывучаць пры дапамозе манахорда

(рыс. 306). Монахорд прадстаўляе сабой струну, даўжыні і нацяжэнню якой можна надаваць заданыя значэнні і якую можна замяняць іншай струной. Нацяжэнне струны выклікаецца грузам, даўжыня яе абмежавана зацiскачамі N і U. Вымярэнні паказваюць, што частата ваганняў струны залежыць ад яе матэрыялу, памераў і нацяжэння. Чым больш доўгая і тонкая струна, чым меншая яе ўдзельная вага і большае нацяжэнне, тым вышэй тон, які яна дае. Залежнасць частаты ваганняў струны ад вышэйуказаных фактараў даецца формулай Тейлора (1713):

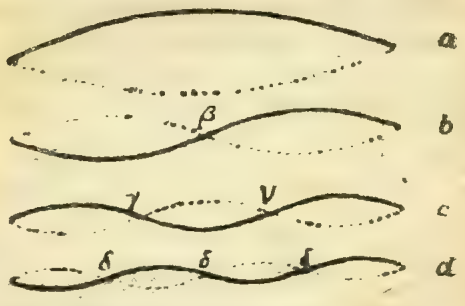
$$n=\frac{1}{dl}\sqrt{\frac{gm}{\pi p}}.$$

Тут d — дыяметр, l — даўжыня, p — удзельная вага струны, gm — нацяжэнне, выклікаемае вагой масы m, і $\pi=3{,}14$.



Рыс. 306. Монахорд.

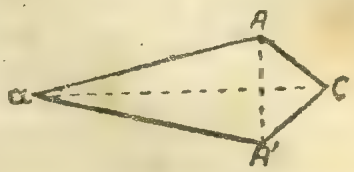
Справядлівасць гэтай формулы можна даказаць пры дапамозе монахорда. Невялікія адхіленні ад яе, якія назіраюцца на практыцы, можна вытлумачыць тым, што формула Тейлора выведзена не для струны, а для перарыўнага рада пунктаў і што ёю ўлічваецца толькі пругкасць пры расцяжэнні струны, але не ўлічваецца пругкасць пры выгібе. Уласцівасці струн даваць тоны рознай вышыні ў залежнасці ад іх даўжыні, дыяметра, напружанняў і удзельнай вагі выкарыстоўваюцца ў музычных інструментах. Для высокіх тонаў у струнных інструментах (фартэп'яна, смыкавыя інструменты, арфа, гітара, цытра) бяруцца больш тонкія і кароткія струны, чым для нізкіх. У тых струнных інструментах, дзе ёсць усяго чатыры струны, для таго каб атрымаць высокія тоны, струну прыціскаюць пальцам да грыфа, тым самым пакарочваючы яе вагальную частку. Для больш нізкіх тонаў, фартэп'янныя струны робяцца з медзі, удзельная вага якіх большая за ўдзельную вагу сталі і г. д. Для таго каб прымусіць струны ў струнных інструментах даваць больш высокія або больш нізкія тоны, мяняюць адпаведным чынам іх нацяжэнне (закручваючы або аслабляючы вінты, пры дапамозе якіх замацаваны іх канцы). Масы паветра, якія прыводзяцца ў рух струной, настолькі не значныя, што даваемыя струнамі тоны надзвычай слабыя. Павелічэнне сілы гуку струны дасягаецца змяшчэннем яе на драўлянай паверхні (дэка) або на драўлянай скрынцы з тонкімі пругкімі сценкамі. У такім выпадку ваганні струны перадаюцца на дэку і ваганні дэкі, якія адбываюцца з той-жа частатой, што і ваганні струны, прыводзяць у рух судатыкальную з ёй масу паветра. Зразумела, што з прычыны вялікага размеру дэкі ў гэтым выпадку сіла гуку ў паветры аказваецца шмат большай, чым сіла гуку, даваемага адной струной без дэкі. Пры такога роду перадачы гукавых ваганняў па ветру ад струны абавязковая ўмова—гэта ўласцівасць дэкі адналькава адгукацца на ваганні ўсіх частот. Тое-ж датычыць і рэзанансных скрынак смыкавых інструментаў (скрыпка, віаланчэль і інш.), у якіх ваганні струны перадаюцца і на дэку і заключанай унутры скрыпкі масе паветра. Каб рэзанансныя скрыні адказвалі на ўсе тоны, неабходна выкананне пэўных умоў, якія (асаблівая форма смыкавых інструментаў) падбіраюцца пераважна практычна на падставе даных шматгадовага вопыту многіх майстраў.



Рыс. 307. Форма ваганняў асноўнага тону (*a*) і трох першых абертонаў (*b*, *c*, *d*) струны.

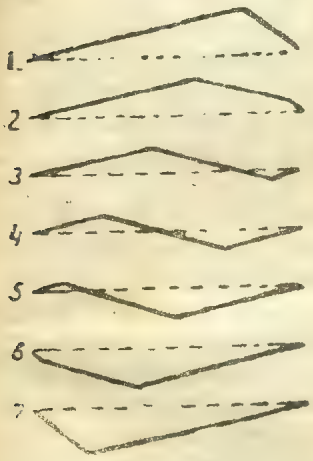
Дадатковыя тоны. У тым выпадку, калі струна дае адзін асноўны тон, яна вагаецца як цэлае паміж двума замацаванымі канцамі (рыс. 307, *a*). У кожны

падобны момант усе яе пункты рухаюцца па адным і тым-жа кірунку, як у стаячай папярочнай хвалі (гл. стар. 294). Пункты замацавання струны з'яўляюцца вузламі, сярэдзіна яе—пучнасцю; але могуць узнікнуць і такія формы ваганняў струны, якія паказаны на рыс. 307 *b*, *c*, *d*. Пункты β, γ, δ з'яўляюцца ў гэтых выпадках вузламі і струна падзяляецца на дзве, тры, чатыры і г. д. часткі. Пры гэтым усе пункты струны а д н а ч а с о в а праходзяць праз палажэнне роўнавагі, але пункты двух яе суседніх частак у аднолькавыя моманты часу вагаюцца ў працілеглых кірунках (як было падрабязна вытлумачана пры апісанні з'яў у стаячых хвалях). Пры гэтым апроч асноўнага тону (рыс. 307а) струна дае актаву (*b*), квінту актавы (*c*), наступную актаву (*d*) і г. д., як калі-б даўжыня яе скарацілася ў 2, 3, 4 і г. д. разы. Што пры такога роду ваганнях вузлы сапраўды знаходзяцца ў спакоі, можна даказаць, паклаўшы на струну кавалачкі паперы формы /\. Калі струна гучыць, то з усіх пунктаў, апроч вузлавых, гэтыя кусочкі будуць скідвацца. Каб прымусіць струну вагацца з лікам ваганняў, адпаведных аднаму з яе абертонаў, трэба яе замацаваць на рэзананснай скрыні і прыставіць да апошняй камертон, вышыня тону якога роўна вышыні таго тону, які мы жадаем атрымаць ад струны; тады струна будзе рэзанансаваць на ваганні камертона. Абертоны можна атрымаць і такім чынам: дакрануцца да струны ў пункце, які знаходзіцца на адлегласці $^1/_2$, або $^1/_3$, або $^1/_4$ і г. д. даўжыні ад яе канца, бародкай пяра або пальцам і адначасова правесці па струне смыкам.



Рыс. 308. Адцягнутая струна.

Формы ваганняў, аб якіх мы зараз казалі, сустракаюцца аднак толькі ў выключных выпадках. З в ы ч а й н а ваганні струны маюць шмат больш складаны выгляд. Адцягнутая ў пункце *A* струна (рыс. 308) (арфа, гітара, цытра) прымае адну за адной формы *1—7*, паказаныя на рыс. 309. У той момант, калі струна прадастаўляецца самой сабе, яна мае форму *aAc* (рыс. 308). Яе ваганні аднак не адбываюцца проста ў межах паміж *aAc* і *aA'c*, а праходзяць праз палажэнні *1—7* (рыс. 309) так, што аснова перпендыкуляра, апушчанага з пункту *A* на прамую *ac* рухаецца па *ac* узад і ўперад. У выпадку-ж ваганняў, указаных на рыс. 308, аснова перпендыкуляра заставалася-б увесь час на адным і тым-жа месцы. Аналагічна вядзе сябе струна і пасля правядзення смыкам або пасля ўдару. З таго, што было сказана вышэй аб тэмбры гуку, вынікае, што тэмбр смыкавых інструмантаў характарызуецца формай вагання



Рыс. 309. Паслядоўныя палажэнні струны, якая гучыць.

Рыс. 310. Выгляд ваганняў струны пад смыкам.

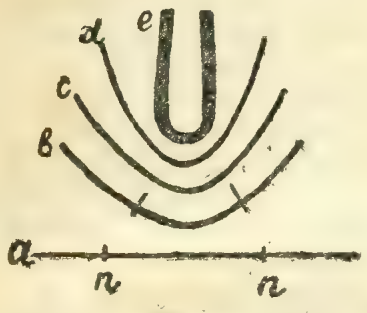
Рыс. 311. Папярочныя ваганні свабоднага на абодвух канцах стрыжня. Яго вузлы.

іх струн. Зубцы і тонкія закругленні на крывой, якая паказвае ваганні струны (рыс. 310), узнікаюць, калі на асноўны тон накладаюцца адносна моцныя абертоны. З рыс. 310 ясна, што чым большы лік кароткіх хваль, якія накладаюцца адна на адну, тым больш зубцоў будзе мець крывая ваганняў струны. Форма ваганняў струны істотна залежыць ад спосабу яе ўзбуджэння (адцягванне, удар, правядзенне смыкам) і ад таго, у я к і м п у н к ц е яно вытвараецца. Ваганні струны можна назіраць пры дапамозе в і б р а ц ы й н а г а м і к р а с к о п а (Г е л ь м г о л ь ц) і рэпрадукаваць фатаграфічна (Р а п с, К р ы г е р-М е н ц э л ь).

Стрыжні. Цвёрдым целам, якія ўжываюцца ў музычных інструментах, звычайна надаецца форма струны. Іншыя-ж формы—стрыжні, мембраны, пласцінкі, званы—ужываюцца значна радзей, бо яны даюць негарманічныя абертоны, якія парушаюць чыстату гуку. Таму ваганні іх цікавяць нас толькі з механічнага пункту погляду. Паколькі тэорыя гэтых ваганняў вельмі складаная, мы спынімся толькі на яе асноўных рэзультатах. Стрыжні могуць рабіць як уздоўжныя, так і папярочныя ваганні. Уздоўжныя ваганні атрымліваюцца, калі правесці ўздоўж

стрыжня жорсткім кавалкам сукна. Для атрымання-ж папярочных ваганняў трэба правесці па стрыжні смыкам (як па скрыпачнай струне) або ўдарыць па ім, (як па фартэп'яннай струне). У музычных інструментах звычайна карыстаюцца папярочнымі ваганнямі. Частата ваганняў стрыжняў залежыць, як і ў струны, ад матэрыялу і размераў стрыжняў, а таксама ад спосабу іх замацавання, г. зн. ад таго, дзе і як замацаваны стрыжань. Пры папярочных ваганнях частата прама прапарцыянальна велічыні сячэння стрыжня і адваротна прапарцыянальна квадрату яго даўжыні (у струне-ж яна адваротна прапарцыянальна першай ступені даўжыні). Таму, для таго, каб зрабіць частату ваганняў стрыжня ў 2, 3, 4 і г. д. разы большай, трэба, пры іншых роўных умовах, пакараціць стрыжань не ў 2, 3, 4 і г. д. разы (як струну), а ў 1,41, 1,73 і 2 і г. д. разы. Для гэтага трэба атрымаць першыя тры абертоны струны, даўжыня якой роўна 1000 *мм*; трэба яе пакараціць адпаведна да 500, 333,3 і 250 *мм*. Стрыжань-жа даўжынёй у 1000 *мм* прыдзецца ў аналагічным выпадку пакараціць адпаведна да 707, 577, 500 *мм*.

Вышыня асноўнага тону данага стрыжня залежыць, як ужо было сказана, ад спосабу яго замацавання. Найбольш нізкі тон атрымліваецца тады, калі адзін з канцоў стрыжня замацаваны наглуха, а другі—свабодны; найбольш высокі (які знаходзіцца ад найбольш нізкага прыкладна на 3 актавы)—калі абодва канцы замацаваны або абодва канцы свабодны. Калі абодва канцы замацаваны, то ваганні стрыжня аналагічны ваганням струны ў асноўным тоне, калі-ж абодва канцы свабодны, то форма ваганняў мае выгляд, паказаны на рыс. 311. У апошнім выпадку атрымліваюцца дзве вузлавыя лініі (з прычыны таго, што стрыжань можна разглядаць, як нешта аналагічнае раду прылягаючых адна да адной струн), якія знаходзяцца ад канцоў, прыкладна, на $^1/_5$ даўжыні стрыжня. На рыс. 311 у гэтых месцах пастаўлены падпоркі да стрыжня. Вузлавыя лініі вагальнага стрыжня можна зрабіць бачнымі (Хладні), калі насыпаць на яго дробны пясок, які пры ваганнях ссыпаецца з частак, што вагаюцца, і збіраецца на вузлавых лініях.

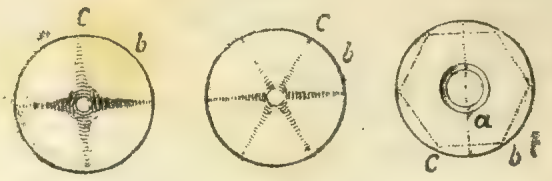


Рыс. 312. Папярочныя ваганні свабоднага на абодвух канцах стрыжня *a* выгнутага ў выглядзе камертона *e*. Два вузлы камертона, які вагаецца.

Камертон. У якасці музычнага інструмента стрыжань вельмі мала ўжываецца. Але як камертон аднак ён прадстаўляе сабой найпрасцейшы і агульнадаступны сродак атрымання тону патрэбнай вышыні (камертон упершыню з'явіўся ў 1711 г.). Нармальны камертон, настроены на нармальны тон—435 ваганняў у секунду (*ля*), прадстаўляе сабой неабходны ў акустыцы дапаможны прыбор для настройкі музычных інструментаў. У гэтым сэнсе установлены міжнароднай згодай нармальны камертон прадстаўляе сабой нешта аналагічнае міжнароднаму масштабу даўжыні, г. зн. метру. Камертон прадстаўляе сабой стрыжань з двума свабоднымі канцамі. Такі стрыжань (гл. вышэй) мае, пры ваганнях з частатой асноўнага тону два вузлы, якія знаходзяцца прыкладна на $^1/_5$ даўжыні ад яго канцоў. Калі пачаць выгібаць стрыжань, то гэтыя вузлы будуць усё больш і больш набліжацца адзін да аднаго. Абедзве вілкі камертона пры ваганнях то набліжаюцца адна да адной, то аддаляюцца. Дуга паміж вузламі камертона мяняе сваю крывізну і робіць ваганні ўздоўж восі камертона. Разам з ніжняй часткай самога камертона вагаецца і яго рукаятка, якая звычайна ўмацоўваецца на рэзанансной скрыні; крышка скрыні прыходзіць такім чынам у ваганні і ўзбуджае да рухаў масу паветра, якая знаходзіцца ўнутры скрыні. Калі выканана ўмова рэзанансу паміж частатой ваганняў камертона і частатой ваганняў рэзанансной скрыні, то гукавыя рухі акружаючага паветра аказваюцца найбольш інтэнсіўнымі, і гук камертона чутны ўзмоцненым. Частата ваганняў камертона знаходзіцца ў вельмі складанай залежнасці ад даўжыні і таўшчыні яго вілак, а таксама ад шчыльнасці і пругкасці матэрыялу (у большасці выпадкаў у якасці апошняга бярэцца сталь).

Мембраны і пласцінкі. Мембраны і пласцінкі могуць рабіць толькі папярочныя ваганні. Нацягнутыя мембраны (літаўры, барабан) аналагічны струнам, пласцінкі-ж (цымбалы) паводле характару ваганняў бліжэй падыходзяць да стрыжняў. Пругкасць мембраны абумаўляецца выключна яе нацяжэннем, пругкасць-жа пласцінкі—яе цвёрдасцю. Пласцінку (з металу, дрэва, шкла) можна прымусіць

вагацца, калі прытрымаць яе ў адным пункце і правесці па ёй скрыпічным смыкам (Хладні, 1787). Як і ў стрыжнях, частата ваганняў пласцінкі залежыць ад спосабу яе замацавання і ад таго, на якой адлегласці ад замацаванага пункта ўзбуджаецца ваганне. У залежнасці ад велічыні гэтай адлегласці аднолькавыя пласцінкі могуць даваць розныя асноўныя тоны. Пры гэтым пласцінка ніколі не вагаецца як адно цэлае, а заўсёды падзяляецца на часткі вузлавымі лініямі. Калі замацаваць яшчэ адзін пункт пласцінкі, напрыклад дакрануўшыся да яе пальцам, то лік магчымых форм ваганняў зробіцца яшчэ большым. З прычыны таго, што месца, дзе пласцінка ўтрымліваецца пальцам, застаецца ў спакоі, то праз яго праходзіць адна з вузлавых ліній. Хладні рабіў вузлавыя лініі бачнымі,

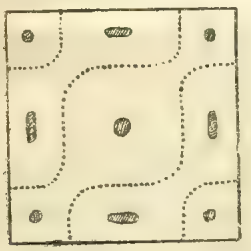


Рыс. 313. Ваганні пласцінкі. Хладніевы фігуры.

насыпаючы пласцінку дробным сухім пяском. Пясок скідваецца з частак, якія вагаюцца, і збіраецца на вузлавых лініях, якія знаходзяцца ў спакоі. Такім чынам узнікаюць хладніевы фігуры. На рыс. 313 паказаны тры аднолькавыя круглыя пласцінкі: у пункце *b* знаходзіцца тое месца, дзе ўзнікаюць найбольш моцныя ваганні, *c*—пункт замацавання пласцінкі і *a*—тое месца, у якім да яе дакрануліся пальцам.

Пучнасці на пласцінцы можна зрабіць бачнымі (Савар, 1827), калі замест пяску ўзяць які-небудзь вельмі дробны лёгкі парашок, напрыклад лікаподый (рыс. 314). Згодна Фарадзею тут мы маем: сільны рух пучнасцей узнімае паветра, а з імі лёгкае насенне лікаподыю ўверх; пры апусканні-ж пласцінкі паветра каля пучнасцей разрэджваецца і паветра, якое прыцякае з усіх бакоў, утрымлівае насенне на ранейшым месцы.

Ваганні звона аналагічны ваганням пласцінкі. У прыватнасці ваганні вялікага звона падобны да ваганняў пругкай пласцінкі, замацаванай у цэнтры. Такая пласцінка дае самы нізкі тон, калі ў ёй вузлавымі лініямі з'яўляюцца два яе дыяметры, г. зн. калі яна пры ваганнях падзяляецца на 4 квадранты. Аналагічна гэтаму і звон мае ў асноўным тоне 4 вузлавых лініі, якія ідуць ад яго вяршыні да краёў і дзеляць яго на 4 квадранты. У другім абертоне ён распадаецца на 6, у трэцім абертоне—на 8 частак, якія самастойна вагаюцца.



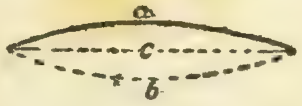
Рыс. 314. Ваганні пласцінкі. На пучнасцях збіраецца лікаподый (Савар), на вузлах—пясок (Хладні).

Уздоўжныя ваганні цвёрдых цел. Калі па струне правесці жорсткім кавалкам сукна або смыкам, пастаўленым да яе пад вельмі вострым вуглом, то струна будзе рабіць уздоўжныя ваганні. Пры гэтым узнікаюць рэзкія тоны, значна больш высокія, чым пры папярочных ваганнях струны. Яны маюць толькі тэарэтычную цікавасць, у музычнай-жа практыцы ад іх звычайна імкнуцца пазбавіцца. Таму смык трэба трымаць на колькі магчыма дакладна пад прамым вуглом да струны.

Уздоўжныя ваганні стрыжняў таксама маюць пераважна толькі тэарэтычнае значэнне. Уздоўжнымі ваганнямі стрыжняў, якія выкарыстоўваюцца для вызначэння каэфіцыентаў пругкасці розных цвёрдых матэрый і скорасці гуку ў іх. Каб узбудзіць у металічных або драўляных стрыжнях уздоўжныя ваганні, трэба правесці ўздоўж стрыжня жорсткім сукном. Па шкляных-жа стрыжнях для гэтага трэба праводзіць вільготным сукном або проста пальцам. Стрыжань прыходзіць таксама ва ўздоўжныя ваганні, калі ўздоўж яго ўдарыць малатком. Выгляд уздоўжных ваганняў стрыжня таксама залежыць ад таго, ці замацаваны яго канцы або не.

Разгледзім, як адбываюцца ўздоўжныя ваганні, адпаведныя асноўнаму тону стрыжня, свабоднага на абодвух канцах. Падобна да струны, стрыжань у асноўным тоне таксама вагаецца як адно цэлае. Але розніца паміж ваганнямі стрыжня і ваганнямі струны заключаецца ў тым, што струна вагаецца папярочна, а стрыжань уздоўжна. Калі ўдарыць малатком уздоўж стрыжня на адным яго канцы, то ад гэтага канца па стрыжні пабягуць уздоўжныя хвалі. Адбіўшыся ад другога канца, яны будуць складацца з хвалямі, якія зноў узнікаюць, утвараючы такім чынам стаячыя ўздоўжныя хвалі (гл. стар. 294). Пры гэтым у сярэдзіне стрыжня размахі рухаў будуць найбольш слабымі, але тут паперамення ўтвараецца то моцнае згушчэнне часцінак, то іх найбольшае разрэджанне; інакш кажучы, у сярэдзіне стрыжня ствараецца вузел ваганняў; на канцах-жа стрыжня рух найбольш інтэнсіўны, але шчыльнасць матэрыі там застаецца пастаяннай, г. зн. на канцах узнікаюць пучнасці

Рыс. 315. Адхіленне часцінак ад палажэння роўнавагі ў стрыжні, які ўздоўжна вагаецца.



Рыс. 316. Адхіленне часцінак ад палажэння роўнавагі ў стрыжні, які папярочна вагаецца.

ваганняў. Заўважым, што як утварэнне вузлоў, так і стварэнне пучнасцей нельга выявіць па знешнім выглядзе стрыжня, бо яго пункты рухаюцца не ўпоперак стрыжня, як гэта мае месца пры ваганнях струны, а ўздоўж яго. Але калі тыя адрэзкі, на якія перамяшчаюцца пункты стрыжня ва ўздоўжным кірунку, адкласці ў кірунку перпендыкулярным даўжыні стрыжня, то мы атрымаем звычайны хвалевы малюнак. Графічнае адхіленне пунктаў стрыжня ад палажэння роўнавагі падана на рыс. 315; тут *(a)* і *(b)* паказваюць адхіленні паасобных часцінак стрыжня ад іх палажэнняў у тыя моманты, калі ўсе пункты адначасова мяняюць кірунак свайго руху, *c* адпавядае моманту праходжання ўсіх пунктаў, якія складаюць стрыжань, праз палажэнне іх роўнавагі. На рыс. 316 *a, b, c,* паказваюць адпаведныя фазы вагання струны ў асноўным тоне. Мы бачым, што даўжыня стрыжня роўна палавіне даўжыні хвалі яго асноўнага тону. Вымераўшы гэту даўжыню і вышыню асноўнага тону, можна вызначыць скорасць пашырэння ўздоўжных ваганняў у стрыжні паводле формулы.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\text{даўжыні хвалі}}{\text{перыяд ваганняў}}.$$

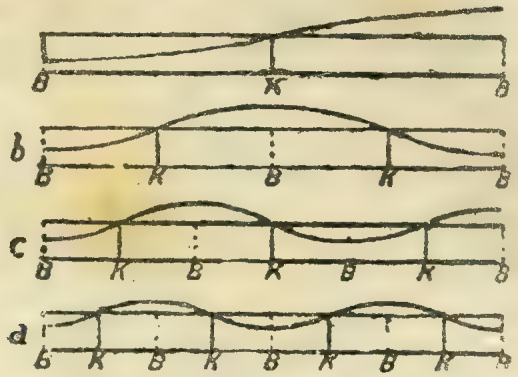
Даўжыня хвалі—λ, роўна падвоенай даўжыні стрыжня, перыяд-жа ваганняў—T, даецца формулай $nT = 1$, дзе n — частата ваганняў (адкуль $v = \lambda n$). Вызначыўшы вышыню асноўнага тону стрыжня, мы вызначаем n, а з ім T. Паводле Мельдэ, частата асноўнага току стальнога стрыжня даўжынёй у 1400 *мм*, роўна 1872 ваганням у секунду. Гэта дае $v = 2800 \cdot 1872$ *мм/сек* $= 5242$ *м/сек*. Лік ваганняў шкляного стрыжня даўжынёй у 1574 *мм* роўны 1696, што дае $v = 5339$ *м/сек*. З прычыны таго, што скорасць пашырэння v звязана з модулем пругкасці e (паводле формулы $v = \sqrt{\frac{e}{d}}$), то, знайшоўшы такім спосабам v і ведаючы шчыльнасць матэрыі d, можна вылічыць модуль пругкасці матэрыялу e.

Інакш вядзе сябе стыжань, у якога замацаваны адзін канец. На замацаваным канцы ўзнікае вузел, на свабодным—пучнасць. Такім чынам у гэтым выпадку даўжыня стрыжня роўна адной чвэрці даўжыні хвалі яго асноўнага тону (бо яна прадстаўляе сабой адлегласць паміж суседнім вузлом і пучнасцю). Асноўны тон, які атрымліваецца, ляжыць на актаву вышэй асноўнага тону стрыжня, абодва канцы якога вольныя.

Паветраныя слупы. Ваганні паветраных слупоў у трубах, адкрытых з абодвух бакоў або з аднаго боку, аналагічны ваганням стрыжняў. Побач са струннымі

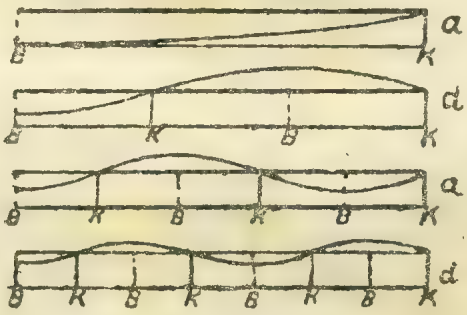
інструментамі, трубы прадстаўляюць сабой найбольш пашыраны тып музычных інструментаў (усе духавыя інструменты, арган, галасавы орган чалавека).

Вагальныя рухі паветра ў трубе ўтвараюць с т а я ч у ю ўздоўжную хвалю. Гэта хваля ўтвараецца зусім таксама, як у стрыжні, які вагаецца ўздоўжна: і ў тым і ў другім выпадку стаячыя хвалі ўтвараюцца ў выніку таго, што хвалі, якія пашыраюцца ад аднаго канца трубы (або стрыжня), складаюцца з хвалямі,



Рыс. 317. Вузлы і пучнасці ў адкрытай трубе.

якія ідуць насустрач ім пасля адбіцця ад другога канца трубы (або стрыжня). Дзе-ж знаходзяцца вузлы і пучнасці гэтай хвалі? У пучнасцях мы маем найбольш моцны рух часцінак газу, шчыльнасць-жа паветра там пастаянная. У вузлах, наадварот, часцінкі газу знаходзяцца ў спакоі, але з'яўляюцца месцам найбольш моцных згушчэнняў і разрэджанняў. Такім чынам характар ваганняў у стаячай хвалі на к а н ц ы трубы залежыць ад таго, ці маюць там часцінкі газу свабоду рухаў або не, інакш кажучы, адкрыты гэты канец ці закрыты. Н а а д к р ы т ы м канцы паветра ў трубе непасрэдна судатыкаецца са знадворным паветрам, значыць там усякая розніца ціскаў зараз-жа згладжваецца. Такім чынам на а д к р ы т ы м канцы ўзнікае п у ч н а с ц ь ваганняў. На з а к р ы т ы м-жа канцы паветра не можа рабіць уздоўжных ваганняў, значыць там утвараецца в у з е л. Такім чынам стаячая хваля ў трубе на адкрытым канцы заўсёды павінна мець пучнасць, на закрытым—вузел, г. зн. у адкрытай з а б о д в у х бакоў трубе мы



Рыс. 318. Вузлы і пучнасці ў закрытай трубе.

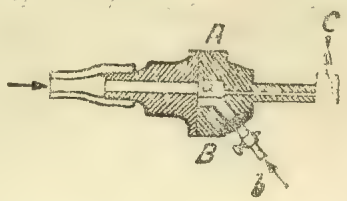
маем на а б о д в у х канцах пучнасці, у адкрытай-жа—на адным канцы пучнасць, на другім — вузел. На рыс. 317 і 318 графічна паказаны ваганні ў адкрытай і закрытай трубах аднолькавай даўжыні. Рысункі 317*a* і 317*b* адпавядаюць таму выпадку, калі ў адкрытай трубе ёсць толькі д з в е пучнасці на канцах (а пасярэдзіне паміж імі вузел), а ў закрытай трубе — пучнасць на адным канцы, вузел на другім. Магчымы і такія выпадкі ваганняў, калі ў трубе ствараецца вялікі лік пучнасцей і вузлоў, напрыклад калі форма ваганняў мае выгляд, паказаны на адным з рыс. *b*, *c*, *d*, (рыс. 317 і 318). З рысункаў *b*, *c*, *d* відаць, што ва ўсіх гэтых выпадках паміж двума пучнасцямі, якія ляжаць на канцах адкрытай трубы, можа быць яшчэ некалькі прамежных пучнасцей. Адлегласць паміж двума суседнімі пучнасцямі, падзеленымі адным вузлом, роўна палавіне даўжыні хвалі. Калі ёсць толькі дзве канечныя пучнасці (як гэта можна быць у адкрытай з абодвух канцоў трубе), то гэта значыць, што даўжыня гукавай поўхвалі роўна

даўжыні самой трубы. Відавочна, такая хваля з'яўляецца самай доўгай з усіх тых, якія ў трубе могуць узнікнуць. Музычны тон, адпаведны гэтай поўхвалі, з'яўляецца найбольш нізкім тонам, які можа даваць адкрытая труба: ён з'яўляецца а с н о ў н ы м тонам гэтай трубы. З прычыны таго, што даўжыні хваль, адпаведныя тонам розных вышынь, могуць быць вызначаны паводле формулы $\lambda = \frac{v}{n}$, то можна вылічыць, якая павінна быць даўжыня адкрытай трубы, каб яна давала пэўны музычны тон: даўжыня адкрытай трубы павінна быць роўна палавіне даўжыні гукавой хвалі. Калі-ж паміж канечнымі пучнасцямі знаходзіцца яшчэ а д н а пучнасць, то на ўсёй даўжыні адкрытай трубы ўстанаўліваюцца дзве поўхвалі, кожная з якіх у два разы карацей, чым поўхваля асноўнага тону (рыс. 317, *b*). Прысутнасць у адкрытай трубе паміж канечнымі пучнасцямі д в у х прамежных пучнасцей (рыс. 317,*c*) паказвае, што па ўсёй даўжыні трубы ўстанаўліваюцца тры поўхвалі і г. д. У агульным падзел паветранага вагальнага слупа ў адкрытай трубе на вузлы і пучнасці аналагічны падзелу на вузлы і пучнасці вагальнай струны, замацаванай у двух сваіх канечных пунктах. Калі струна вагаецца я к ц э л а е, яна дае асноўны тон; калі-ж яна пры гэтым дзеліцца яшчэ на 2, 3, ... *n* частак, то атрымліваюцца дадатковыя тоны з частотамі ў 2, 3, ... *n* раз большымі за частоты асноўнага тону (рад гарманічных абертонаў). Такім чынам а д к р ы т а я труба можа побач з асноўным тонам даваць у с ю з л у ч н а с ц ь г а р м а н і ч н ы х а б е р т о н а ў.

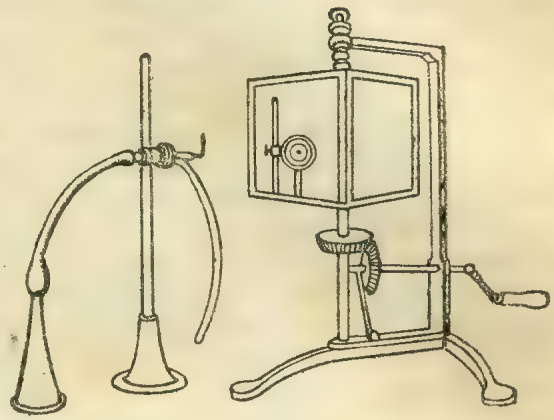
Іншая справа ў з а к р ы т а й трубе. На закрытым канцы заўсёды знаходзіцца вузел, а на адкрытым—пучнасць. Калі існуюць т о л ь к і а д н а пучнасць і а д з і н вузел на к а н ц а х трубы, то графічны вобраз стаячай уздоўжнай хвалі ў закрытай трубе мае выгляд, паказаны на рыс. 318*a*. Аднак лёгка ўявіць сабе, як у закрытай трубе могуць размясціцца і іншыя п р а м е ж н ы я вузлы і пучнасці: яны могуць размясціцца толькі так, каб на адным канцы заўсёды заставалася-б пучнасць, а на другім — заўсёды вузел. Розныя магчымыя выпадкі размяшчэння вузлоў і пучнасцей уздоўж адкрытай трубы паказаны на рыс. 318, *a*, *b*, *c*. Адлегласць паміж суседнімі вузлом і пучнасцю заўсёды роўна чвэрці даўжыні хвалі. Калі ў закрытай трубе ўстанаўліваецца толькі адзін вузел і адна пучнасць на яе канцах, то гэта значыць, што даўжыня трубы роўна чвэрці даўжыні хвалі. Відавочна, што гукавыя хвалі, якія ствараюцца пры гэтым, з'яўляюцца самымі д о ў г і м і з усіх, якія могуць узнікнуць у трубе, і што адпаведны ім музычны тон з'яўляецца а с н о ў н ы м тонам трубы. Такім чынам і для закрытай з аднаго канца трубы можна разлічыць, якою павінна быць яе даўжыня, каб яе асноўны тон меў заданую вышыню. Даўжыня трубы павінна быць у ч а т ы р ы разы меншая за даўжыню хвалі гэтага тону (адкрытая-ж труба, як толькі што было сказана, для таго-ж самага тону павінна быць у д в а разы карацей за даўжыню хвалі). Адсюль вынікае, што калі ў адкрытай з абодвух канцоў трубе зрабіць пасярэдзіне перагародку (рыс. 319), то яе асноўны тон ад гэтага не зменіцца. Што гэта павінна сапраўды так і быць, зусім ясна з таго, што нам ужо вядома аб ваганнях у закрытай трубе: калі адкрытая труба дае асноўны тон, у сярэдзіне яе знаходзіцца вузел і паветра там не вагаецца. Дослед пацвярджае гэты вывад тэорыі (асноўны тон пасля з'яўлення перагародкі застаецца нязменным і робіцца толькі некалькі больш мяккім). Калі паміж канцамі закрытай трубы існуе яшчэ а д н а прамежная пучнасць і яшчэ а д з і н прамежны вузел (рыс. 318, *b*), то па ўсёй даўжыні трубы ўстанаўліваюцца $^3/_4$ хвалі і тон, які дае труба, мае лік ваганняў у секунду ў тры разы большы за лік ваганняў асноўнага тону закрытай трубы. Пры д в у х прамежных пучнасцях і вузлах (рыс. 318, *c*), у трубе ўстанаўліваюцца $^5/_4$ даўжыні хвалі, і лік ваганняў чутнага тону аказваецца ў 5 разоў большым за лік ваганняў асноўнага тону і г. д. Такім чынам паветраны слуп, які знаходзіцца ў закрытай трубе, таксама можа вагацца або ўвесь цалкам, або можа пры ваганнях падзяляцца на часткі; але у той час, як у адкрытай трубе могуць быць атрыманы ў с е цэлыя кратныя асноўнага тону (г. зн. у ёй могуць узнікаць у с е гарманічныя абертоны), у закрытай трубе могуць стварацца толькі ц о т н ы я абертоны (частоты якіх у 3, 5, ..., раз большыя за частоты асноўнага тону).

Рыс. 319. Адкрытая труба; у сярэдзіне можна ўставіць перагародку.

Манаметрычны метад вывучэння ваганняў паветраных слупоў (Кёніг). Размяшчэнне вузлоў і пучнасцей у паветраным слупе, які вагаецца, можна зрабіць бачным рознымі спосабамі, напрыклад пры дапамозе манаметрычнага полымя (Кёніг, 1862). Для атрымання такога полымя ўжываюць манаметрычную каробку (рыс. 320), г. зн. закрытую з усіх бакоў камеру *a*. Сценка *AB* гэтай камеры прадстаўляе сабой вельмі тонкую гумовую мембрану. Калі паветра ў знешняй у адносінах да каробкі прасторы (злева ад *AB*) знаходзіцца ў стадыі згушчэння, то мембрана *AB* прагібаецца ўнутр камеры; калі-ж паветра ў знешняй прасторы разрэджана — мембрана выгібаецца ў знадворак. Інакш кажучы, згушчэнне знешняга паветра выклікае сцісканне, разрэджанне яго—расшырэнне камеры *a*, у якую праз адтуліну *b* уваходзіць газ. У першым выпадку ціск, пад якім газ выходзіць з камеры праз адтуліну *c*, павялічваецца, у другім выпадку — змяншаецца; адпаведна гэтаму полымя *c* то падаўжаецца, то пакарачаецца. Пад уплывам перыядычных згушчэнняў і разрэджанняў у гука-

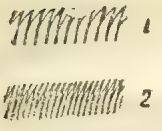


Рыс. 320. Манаметрычнае полымя.

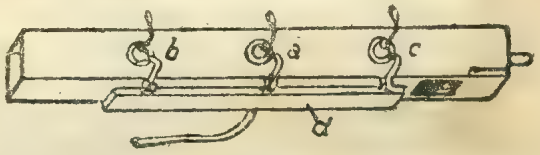


Рыс. 321. Метад Кёніга: назіранне гукавых ваганняў пры дапамозе манаметрычнага полымя, адбітага ў вярчальным люстры.

вых хвалях, полымя пачынае як-бы падскокваць і прысядаць, рытмічна рухаючыся ўверх і ўніз. Калі праспяваць якую-небудзь ноту перад трубой, злучанай, як гэта паказана на рыс. 321, з манаметрычнай мембранай, то полымя, якое раней было ледзь прыкметным, пад уплывам гуку адразу робіцца даўжэйшым і пакуль працягваецца гук, яно, як гэта здаецца на-вока, больш не пакарачаецца. Справа ў тым, што перыядычныя падаўжэнні і пакарачэнні полымя адбываюцца настолькі шпарка, што вока не можа за імі прасачыць. Для таго, каб усё-ж раздзяліць для вока перыядычныя змены даўжыні полымя, разглядаюць адбіццё полымя ў люстры, якое верціцца з такой шпаркасцю, што кожны новы вобраз полымя адбіваецца ўжо ад другога боку люстра (Уітстон, 1834). На рыс. 321 паказана размяшчэнне гэтага доследу: тут полымя адбіваецца ў прызме з люстранымі бакамі, якая можа вярцецца навакол сваёй восі. Верцячы гэту люстраную прызму з пэўнай скорасцю, мы бачым у люстры, пакуль мембрана застаецца ў спакоі, светлую паласу, вышыня якой роўна вышыні полымя; але калі мембрана прыходзіць пад уплывам гуку ў ваганне, у люстры відаць светлавая паласа з роўнамерна размешчанымі зазубрынамі (рыс. 322).



Рыс. 322. Зубчатая паласа манаметрычнага полымя ў вярчальным люстры (Кёніг) для асноўнага тону (1) і актавы (2).



Рыс. 323. Манаметрычныя полымі, якія знаходзяцца на $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$ адлегласці ад канца трубы і ўказваюць на размяшчэнне вузлоў і пучнасцей.

Пры дапамозе гэтага метада можна зрабіць ваганні паветра ў трубах бачнымі і паказаць, што найбольшыя змены шчыльнасці адбываюцца ў вузлах, а ў пучнасцях шчыльнасць застаецца пастаяннай. На манаметрычным полымі можна пераканацца таксама ў тым, што вузлы ваганняў у трубе займаюць рознае палажэнне (рыс. 317 і 318), гледзячы па тым, ці дае труба асноўны тон ці адзін з яго абертонаў. Для гэтага (Кёніг) карыстаўся адкрытай арганнай трубой (рыс. 323), якую спачатку прымушаў гучэць у асноўным тоне, а потым—у актаве гэтага асноўнага тону. У першым выпадку (рыс. 317,*a*) ёсць толькі адзін вузел—пасярэдзіне трубы. У гэтым месцы ў сценцы трубы зроблена адтуліна, у якую

ўстаўляюць манаметрычную каробку так, каб мембрана шчыльна прылягала да адтуліны. У другім выпадку (рыс. 317,*b*), калі труба дае актаву асноўнага тону, існуюць два вузлы, якія знаходзяцца ад канцоў на адлегласцях, роўных $^1/_4$ даўжыні трубы. У абодвух гэтых месцах таксама ўстаўляюцца каробкі *b* і *c*. Газ ва ўсе каробкі паступае з камеры *d*. Калі запаліць полымя і, удуваючы ў трубу павэтра, прымушаць яе гучэць у асноўным тоне, то сярэдняе полымя, якое знаходзіцца цяпер у пучнасці, застаецца амаль зусім у спакоі, два-ж іншыя полымі, якія ляжаць у вузлах, вельмі моцна падаўжаюцца. Калі назіраць адбіццё полымя ў вярчальным люстры, то ў ім відаць зубчатая светлая паласа, якая паказана на рыс. 322. З прычыны таго, што частата ваганняў асноўнага тону ў два разы меншая, чым яго актавы, то светлая паласа ў вярчальным люстры ў першым выпадку мае ў два разы менш зубцоў, чым у другім. Прамежкі паміж зубцамі паласы адпавядаюць адбіццю полымя якраз у моманты, калі полымя прысядае і робіцца амаль непрыкметным. Вярчальнае люстра ўжываецца таксама пры даследванні тэмбру гуку, інтэрферэнцыі, біенняў і г. д., а таксама для вывучэння іншых працэсаў, якія шпарка працякаюць, напрыклад пры вывучэнні электрычнай іскры (Федэрсен, 1857).

Вывучэнне ваганняў паветраных слупоў пры дапамозе пыльных фігур (Кундт). Кундт прапанаваў іншы спосаб даследвання ваганняў паветраных слупоў. Карыстаючыся яго метадам, можна зрабіць бачнымі вузлы стаячай хвалі і па іх вымераць даўжыню гукавой хвалі ў трубе, а следам за ёю скорасць гуку паветра. На рыс. 324 *G* прадстаўляе сабой шкляную трубку (шырынёй не менш 25 *мм*); унутры яе можа перамяшчацца поршань *H*, які шчыльна да яе прылягае. Уздоўж усёй трубкі магчыма больш роўнамерна насыпан парашок лікаподый або дробны парашок корку. З другога канца ў трубку ўваходзіць замацаваны пасярэдзіне стрыжань *S*; калі гэты стрыжань націраюць па яго даўжыні, то ён прыходзіць ва ўздоўжныя ваганні з частатой свайго асноўнага тону (гл. стар. 324). Перамяшчаючы поршань *H*, можна падабраць даўжыню паветранага слупа так, каб ён быў у рэзанансе з ваганнямі стрыжня (для таго каб дасягнуць магчыма больш моцнага рэзанансу, на канцы вагальнага стрыжня ўмацоўваюць кружочак з корку). У выніку складання хваль, адбітых ад поршня, і хваль, якія пашыраюцца ад канца стрыжня, у трубцы ўтвараюпца ўздоўжныя стаячыя хвалі, а прычыны чаго парашок утварае так званыя кундтавы фігуры (аналагічныя хладніевым фігурам). Пры гэтым парашок устрасаецца з пучнасцей і збіраецца ў вузлах, утвараючы там рэзка абрысаваныя кучкі. З прычыны таго, што адлегласць паміж двума суседнімі вузламі роўна поўхвалі, то, вымераўшы гэту адлегласць, можна вызначыць даўжыню гукавой хвалі ў газе, які запаўняе трубку. Апроч таго па гэтых вымярэннях можна знайсці адносіны скорасці пашырэння гуку ў стрыжні да скорасці яго пашырэння ў паветры або ў іншым газе (калі трубка запоўнена не паветрам, а якім-небудзь іншым газам). У звязку з тым, што $v = \lambda \cdot n$, то мы маем два раўнанні:

Рыс. 324. Кундаўскі метад выяўлення вузлоў у вагаючыхся паветраных слупах.

$$v_{\text{стрыжн.}} = \lambda_{\text{стрыжн.}} \cdot n; \quad v_{\text{паветра}} = \lambda_{\text{паветра}} \cdot n,$$

адсюль вынікае:

$$\frac{v_{\text{стрыжн.}}}{v_{\text{паветра}}} = \frac{\lambda_{\text{стрыжн.}}}{\lambda_{\text{паветра}}};$$

n з гэтых двух раўнанняў выключаецца, бо паветраны слуп вагаецца ў рэзанансе са стрыжнем, што азначае роўнасць частаты ваганняў газавых часцінак і часцінак стрыжня. Даўжыня гукавой хвалі ў паветры непасрэдна вымяраецца па пыльных фігурах у трубцы Кундта; даўжыня-ж гукавой хвалі ў стрыжні роўна падвоенай даўжыні, самога стрыжня. Вызначыўшы па гэтых даных адносіны скорасцей пашырэння гуку ў матэрыі стрыжня і ў паветры, мы можам вызначыць і велічыню скорасці гуку ў матэрыяле, з якога зроблены стрыжань, калі скорасць гуку ў паветры лічым вядомай.

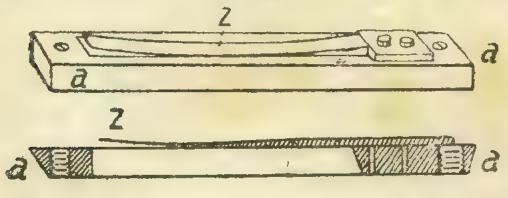
Узбуджэнне ваганняў паветраных слупоў. Арганныя і язычковыя трубы. Ваганні паветраных слупоў амаль заўсёды ўзбуджаюцца рэза-

нансным способам. Калі трымаць камертон у час гучэння перад адтулінай трубы, даўжыня якой стаіць у пэўных адносінах да даўжыні гукавой хвалі камертона, то паветра ў трубе пачынае гучэць. Нармальнаму тону (435 герц.) адпавядае даўжыня хвалі ў 782 *мм* (пры 15° Ц). Ён з'яўляецца асноўным тонам для адкрытай трубы даўжынёй у 391 *мм* і закрытай трубы даўжынёй у 195,5 *мм*. Абедзве гэтыя трубы рэзануюць на ваганні нармальнага камертона. З дапамогай таго-ж камертона можна прымусіць гучэць у 2, 3, 4, ... разы больш доўгую адкрытую трубу або закрытую трубу ў 3, 5, 7, ... раз больш доўгую. У гэтых выпадках нармальнаму тону будзе адпавядаць адзін з абертонаў трубы. Сувязь паміж даўжынёй слупа паветра, які вагаецца, і даўжынёй гукавой хвалі камертона робіцца вельмі нагляднай пры такім доследзе: камертон, які гучыць, змяшчаецца над шкляным цыліндрам, у якім вышыню слупа паветра можна змяняць, паступова падліваючы ў цыліндр ваду. Калі ўзровень вадкасці ў цыліндры знаходзіцца на пэўнай вышыні, г. зн. калі паветраны слуп у ім мае пэўную даўжыню, тон камертона чутны асабліва гучна.

З'ява рэзонансу адыгрывае асноўную ролю, калі гучэнне трубы выклікаецца ўдуваннем у яе паветра. Удуваннем прыводзяцца ў гучэнне так званыя духавыя інструменты (флейта, габой і г. д.). Для гэтай мэты труба забяспечваецца мундштуком, у залежнасці ад выгляду якога яна носіць назву арганнай трубы або язычковай трубы. На рыс. 325 паказана сячэнне чатырохвугольнай арганнай трубы. Пры ўдуванні паветра ў мундштук паветра ўваходзіць праз канал *h* (у аргане прадуванне робіцца пры дапамозе паветрадуўнага меха, у флейце—проста ротам). Трапляючы ў камеру *K*, паток паветра выходзіць праз вузкую шчыліну S. Паветра, якое выходзіць з камеры *K*, натыкаецца на вострае рабро кліна, выразанага з бакавой сценкі трубы і прыходзіць, згодна больш познай тэорыі (Ваксмут), у гарманічныя ваганні, якія суправаджаюцца ўтварэннем перыядычных віхроў (Кругер); згодна ранейшай тэорыі (Строугаль) церце паветра аб клін выклікае рэзкі гук, які прадстаўляе сабой сумесь тонаў рознай вышыні. У ліку тонаў, якія ўзбуджаюцца, калі прайшоўшае праз шчыліну паветра трапляе на рабро кліна, ёсць і асноўны тон паветранага слупа, заключанага ў трубе. Гучэнне, якое мы чуем зыходзячым ад трубы, абумоўлена тым, што з прычыны рэзонансу гэты паветраны слуп узмацняе з усіх тонаў толькі адзін, які вызначаецца геаметрычнымі размерамі трубы.

Рыс. 325. Арганная труба.

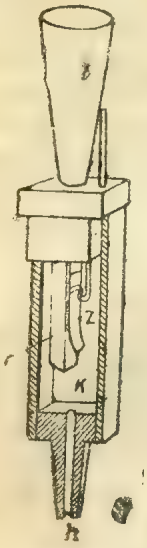
Да ліку такіх музычных інструментаў адносяцца флейта і большая частка арганных труб. Сіла тону, які даецца гэтымі інструментамі, амаль пастаянная. Больш моцны напор паветра, якое ўдуваецца ў гэтыя інструменты, выклікае толькі павышэнне іх тону. Гэта тлумачыцца тым, што пры гэтым высокія абертоны выступаюць больш рэзка і перакрываюць асноўны тон. Такім чынам ад адной зьмены ціску ў паветрадуўнай прыладзе аргана яшчэ нельга атрымаць ад яго больш гучнага або, наадварот, больш ціхага гуку; гэтага можна дасягаць толькі зменай ліку труб (рэгістр), якія гучаць адначасова, і ўводзячы трубы больш рэзкага або больш мяккага тэмбру.



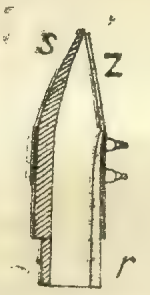
Рыс. 326. Язычок арганнай трубы, гармонікі, камертоннай трубы.

У так званых язычковых інструментах галоўную ролю адыгрывае пругкая пласцінка—язычок,—якая пад напорам паветра то адыходзіць ад шчыліны, якую яна закрывае, то зноў яе захлопвае з прычыны сваёй пругкасці. Такім чынам язычок робіць вагальныя рухі і, падобна да таго, як гэта адбываецца ў сірэне, разбівае паток паветра, які ідзе праз шчыліну, на паасобныя штуршкі, што ідуць следам адзін за адным праз вельмі маленькія прамежкі часу. Тым не менш дзеянне язычка адрозніваецца ад дзеяння сірэны тым, што ў язычковых трубах у працілегласць сірэне паветра ўвесь час праходзіць праз адну і тую-ж адтуліну, якая то адкрываецца, то закрываецца вагальным язычком. Сам па сабе язычок, як ужо сказана, з'яўляецца пругкай пласцінкай, якая, будучы выведзенай з палажэння роўнавагі, можа рабіць гарманічныя ваганні. На рыс. 326 паказаны прасцейшай

формы язычок, які ўжываецца ў трубах, гармоніка, фісгармоніі. Паветра, праходзячы праз прамавугольную шчыліну ў пласцінцы *aa*, прыводзіць язычок у ваганні; пры гэтым у пэўныя моманты часу язычок шчыльна захлопвае шчыліну. Калі язычок знаходзіцца ў стане спакою, то ён некалькі адагнуты ўверх і таму шчыліна адкрыта. Калі пачаць прадуваць паветра праз інструмент, узяўшы яго ў рот так, каб адагнуты канец язычка быў накіраваны ўнутр поласці рота, то пачуецца тон, па тэмбры падобны да тону губнога гармоніка. (Гук можна атрымаць і адваротным спосабам, узяўшы язычок у губы і ўцягваючы ў сябе паветра; у губным і ў звычайным гармоніках прадуванне праз іх паветра вядзецца і тым і другім спосабамі). Язычок прадстаўляе сабой звычайна металічную або драўляную (кларнет, габой, фагот) пласцінку. Трэба заўважыць, што ваганні самога язычка (калі напрыклад па ім правесці смыкам) даюць амаль нячутны тон. Гэтым пацвярджаецца, што той гук, які мы чуем ад язычковых інструментаў, не ёсць гук, параджаемы ваганнямі язычка, а гук, створаны ваганнямі рэзануючага з ім слупа паветра ў трубе. У язычковых, як і ў іншых духавых інструментах, паветра, прайшоўшы праз язычок, трапляе ў трубу; частата перыядычных штуршкоў паветра роўна уласнай частаце ваганняў язычка, якая залежыць ад яго пругкасці і ад яго масы; гэтымі штуршкамі выклікаюцца ваганні паветра ў трубе, якія ўзмацняюць пры ўмове рэзанансу гук, створаны ваганнямі язычка. У некаторых інструментах, як напрыклад у фісгармоніі, гармоніку, язычок ужываецца і без дапаможнай трубы. Наяўнасць трубы рабіць вагальны працэс больш складаным. Слуп паветра, які знаходзіцца ў трубе, пры ўдуванні паветра дае асноўны тон і рад абертонаў, вышыня якіх, як ужо было выяснена, залежыць ад даўжыні трубы. У язычковых інструментах прадуванне паветра робіцца праз язычок, які таксама мае ўласны рытм ваганняў, вызначаемы яго пругкасцю. Калі ўласны тон язычка супадае з асноўным тонам або з адным з абертонаў трубы, чаго можна дасягнуць, узяўшы трубу пэўнай даўжыні, то гэты тон і будзе чутны пры ўзбуджэнні інструмента. Калі-ж уласныя перыяды ваганняў язычка і трубы розныя, то і ў язычка і ў паветранага слупа ўстанаўляецца вагальны стан, які з'яўляецца прамежным паміж уласнымі ваганнямі язычка і слупа паветра. Але пры гэтым аднак нельга карыстацца металічным язычком, як у арган і фісгармоніі, бо перыяд ваганняў такога адносна цяжкога і непадатлівага (нягнуткага) язычка амаль зусім не мяняецца пад уплывам ваганняў паветра ў трубе. У музычных інструментах з металічным язычком кожнаму тону адпавядае свой язычок (падобна да таго як у раялі кожнаму тону адпавядае пэўная струна), прычым дапаможная труба або зусім адсутнічае (як у фісгармоніі), або кожны паасобны язычок забяспечаны сваёй трубой, даўжыня якой адпавядае тону язычка. На рыс. 327 падана язычковая арганная труба. Паветра, прадуваемае з паветрадуўнага меха, трапляе праз трубу *h* у камеру *K*, адкуль яно можа выйсці толькі праз шчыліну паміж язычком *z* і часткаю *r*. Пры гэтым язычок *z* прыходзіць у ваганні, папераменна адкрываючы і закрываючы шчыліну. На рыс. 328 паказаны мундштук кларнета, язычок якога *z* можа служыць для ўзбуджэння цэлага рада тонаў. Паміж язычком і сценкай *rz* знаходзіцца шчыліна, праз якую паветра можа пранікаць у трубу. Тон, які даецца трубой, залежыць ад таго, ці вагаецца яна як цэлае, або па частках (у апошнім выпадку трэба адкрыць адтуліны, зробленыя ў сценцы). Тут язычок робіцца настолькі гнуткім, што перыяд яго ваганняў можа прыстасавацца да любога перыяду ваганняў трубы.



Рыс. 327. Язычковая арганная труба.



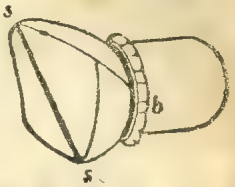
Рыс. 328. Мундштук кларнета з вельмі пругкім драўляным язычком.

Рыс. 329. Спяваючае полымя.

Спяваючае полымя. Гучэнне паветра ў адкрытай трубе можна выклікаць і яго награваннем, напрыклад унёсшы ў трубу полымя вадарода або свяцільнага газу (рыс. 329). Падбіраючы размеры трубы і даўжыню полымя, можна атрымаць такім чынам вельмі моцны гук (спяваючае полымя) (Хігінс). Прычынай узнік-

мення гуку, паводле Тіндаля, з'яўляецца перш за ўсе церце газу аб краі гарэлкі, з якой ён выходзіць, і выклікаемы пры гэтым шум церня. (Выцяканне газу з вузкай адтуліны пад вялікім ціскам заўсёды суправаждаецца шумам. Гэта можна заўважыць на прыкладзе свяцільнага газу). Само-ж гучэнне трубы, як і ў арганных трубах, ёсць з'ява рэзанансу. Пры дапамозе вярчальнага люстра можна пераканацца, што полымя, якое ўзбуджае гук трубы, моцна вібруе. З прычыны таго, што гэта вібрацыя полымя, відавочна, выклікаецца перыядычнымі згушчэннямі і разрэджаннямі паветра в трубе, то можна дапусціць, што калі полымя змясціць у пучнасці трубы, дзе ёсць пастаянны ціск, то гуку не атрымаецца зусім. На самай справе, калі полымя знаходзіцца на канцы трубы (дзе заўсёды ёсць пучнасць), труба не гучыць, і гук з'яўляецца толькі тады, калі полымя ўносіцца ўнутр трубы. Часам удаецца апроч асноўнага тону ўзбудзіць і першыя абертоны трубы. Пры гэтым перыяд ваганняў полымя прыстасоўваецца да перыяду ваганняў паветранага слупа: у гэтых адносінах полымя вядзе сябе падобна да гнуткага язычка або мембраны Кёніга.

Галасавы апарат чалавека. Гартань. Да тыпу язычковых труб адносіцца галасавы апарат чалавека. Найпрасцейшая мадэль галасавога апарата паказана на рыс. 330: дзве гумовыя мембраны шчыльна нацягнуты на скошаныя канцы трубкі *b* такім чынам, што паміж імі застаецца вузкая шчыліна *SS*. Калі праз шчыліну праходзіць паток паветра, то гэтыя дзве мембраны пачынаюць папераменна то выгінацца ў знадворак, то ўгінацца ўнутр, прычым шчыліна паміж імі робіцца то шырэйшай, то звужаецца, то зусім захлопваецца. Такім чынам ваганні двух мембран таксама, як і вібрацыя язычкоў, перыядычна адкрываюць і закрываюць шчыліну, разбіваючы паток паветра, які праходзіць праз яе, на рад штуршкоў (падобна да таго як гэта адбываецца ў сірэне). Гэтыя паветраныя штуршкі ідуць следам адзін за адным настолькі шпарка, што даюць тон, які ляжыць у межах чутнасці.



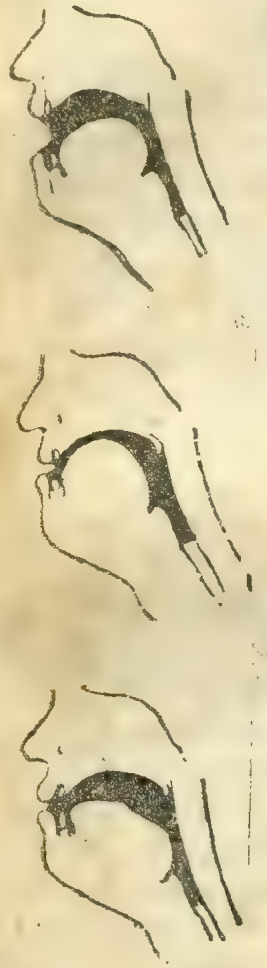
Рыс. 330. Мадэль галасавых звязак.

У гартані чалавека ролю гэтых мембранападобных язычкоў адыгрываюць галасавыя звязкі. Яны пад дзеяннем паветра, якое ідзе з лёгкіх праз дыхальнае горла, папераменна закрываюць і адкрываюць дыхальнае горла (трахею). Вышыня тону голасу залежыць ад нацяжэння галасавых звязак і ад сілы патоку паветра. Шчыліна паміж галасавымі звязкамі называецца галасавой шчылінай. Пры стварэнні гуку галасавыя звязкі збліжаюцца адна з адной, амаль зусім закрываючы шчыліну (пры кашлі шчыліна зусім закрываецца). Пры дапамозе гартаннага люстра (Гарсіа) можна выразліва назіраць звужэнне і расшырэнні галасавой шчыліны. Даўжыня галасавых звязак дарослага мужчыны дасягае ў сярэднім 1,5 *см*.

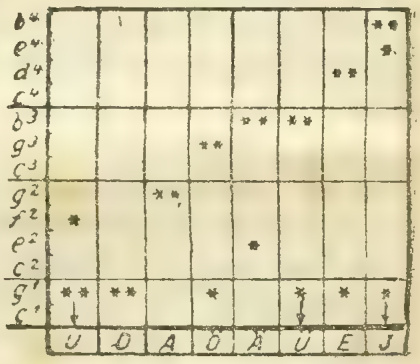
Паток паветра, якое праходзіць з лёгкіх праз гартань, трапляе ў прастору, утвараемую поласцю рота і носа. З тых гукаў мовы, якія ствараюцца дрыжэннем галасавых звязак і ваганнямі паветра ў поласці рота, мы спынімся толькі на галосных гуках.

Як паказалі доследы Гельмгольца (1863), кожная галосная захоўвае свае характэрныя адзнакі, нават калі ўвесь рад галосных рэпрадукуецца адным і тым-жа галасавым апаратам з пастаяннай вышынёй і сілай. Значыць сутнасць іх розніцы заключаецца ў тэмбры гуку. Акустычны аналіз пака-

заў, што пры спяванні некалькіх розных галосных на адной і той-жа вышыні тону, у іх побач з асноўным агульным для ўсіх іх тонам ёсць яшчэ пэўныя абертоны, прычым як лік, так і сіла гэтых абертонаў для розных галосных розныя. Істотнай з'яўляецца тая акалічнасць, што кожны галосны гук узнікае з сумеснага дзеяння галасавой шчыліны і поласці рота. Поласць рота і носа з'яўляецца акустычным рэзанатарам, які ўзмацняе тыя з даваемых галасавымі звязкамі тонаў і іх абертонаў, якія найбольш блізкі да ўласнага тону поласці; гэтыя ўзмоцненыя рэзанатарам тоны і аказваюцца найбольш моцнымі. Узмоцненне розных абертонаў можа адбывацца, зразумела, толькі над дзеяннем розных рэзанатараў: пры вымаўленні розных галосных форма поласці рота розная (у залежнасці ад таго, наколькі шырока адкрыты рот і як размешчаны язык, паднябенне і губы). Такім чынам поласць рота для кожнай галоснай з'яўляецца асобым рэзанатарам, які ўзмацняе толькі пэўныя выбраныя тоны. Гэтым і абумаўляецца розніца паміж галоснымі гукамі. Розныя ўстаноўкі поласці рота пры вымаўленні розных галосных (на рыс. 331 яны паказаны для галосных *а, у* і *і*) для кожнага паасобнага чалавека нязменны і для яго характэрны. Яны надаюць яго мове пэўны тэмбр—„голас". Голас таксама характэрны для чалавека, як рысы яго твару, і мяняецца з часам значна менш, чым яго знадворны выгляд. Абертоны, якія характарызуюць даную галосную,—так званыя фарманты (Герман),—не заўсёды маюць аднолькавыя лікі ваганняў. Лік ваганняў фарманты, адпаведнай пэўнай галоснай, можа змяняцца ў пэўных межах; з гэтай якраз прычыны галасы розных людзей і неаднолькавыя па тэмбры. На рыс. 332 падана табліца, якая паказвае, у якіх межах ляжаць фарманты розных галосных. Такім чынам поласць рота кожнага чалавека заўсёды ўзмацняе пэўныя абертоны пэўнай галоснай. Вышыня фармант, якія характарызуюць тую або іншую галосную, не залежыць ад вышыні асноўнага тону, якім гэта галосная вымаўляецца або спяваецца, а мае свайго роду абсалютнае значэнне. Калі пры інтанацыях мовы змяняецца вышыня асноўнага тону голасу, якім вымаўляецца якая-небудзь галосная, то разам з гэтым змяняецца толькі нумар абертону, характэрнага для данай галоснай, а не вышыня гэтага абертону.



Рыс. 331. Да ўтварэння галосных. Утвараемы поласцю рота і носа рэзонатар, які ўзмацняе гукі, мае з прычыны рознага размяшчэння языка, губ і паднябення, асобую форму для кожнай галоснай.

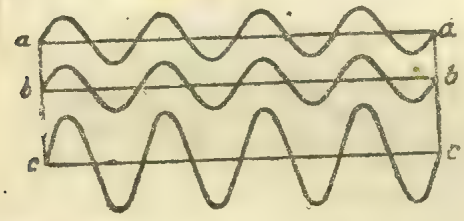


Рыс. 332. Палажэнне фармант.

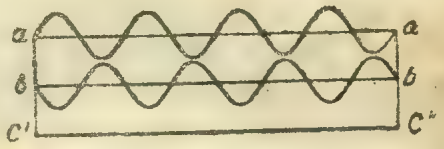
Ролю язычка могуць таксама адыгрываць губы, калі моцна сціснуць іх і праз іх прадуваць паветра з поласці рота; пры гэтым ясна адчуваецца, што губы знаходзяцца ў нацягнутым стане. Калі ціск паветра ў поласці рота перамагае гэта нацяжэнне губы злёгку прыадкрываюцца і паветра зараз-жа пачынае выходзіць з поласці рота, ціск яго падае і пад дзеяннем нацяжэння губ поласць рота зноў закрываецца. Пры паўтарэнні гэтага працэсу паток паветра, які выходзіць з рота, разбіваецца на паасобныя штуршкі і стварае гук. Губы выконваюць ролю язычка пры іграннi на духавых інструментах: трубах, трамбонах і рагах. Тое-ж самае адбываецца, калі губамі падаецца свіст (але тут апроч губ прымаюць удзел яшчэ язык і зубы).

Г) ІНТЭРФЕРЭНЦЫЯ І БІЕННІ.

Інтэрферэнцыя. Ф о р м а ю гукавой хвалі, якая атрымліваецца ў рэзультаце налажэння адно на адно д в у х п а а с о б н ы х ваганняў, абумаўляюцца многія акустычныя з'явы. Як на паверхні вады дзве сістэмы хваль могуць пры пэўных умовах узмацняць, аслабляць або нават зусім знішчаць адна адну, зусім таксама і ў рэзультаце складання двух тонаў можа атрымацца знікненне гуку. Мы не ўбачым у гэтым ніякага парадокса, калі будзем зварачаць увагу не на гукавыя а д ч у в а н н і, а на выклікаючыя іх р у х і, якія ў рэзультаце складання паасобных ваганняў могуць аказацца



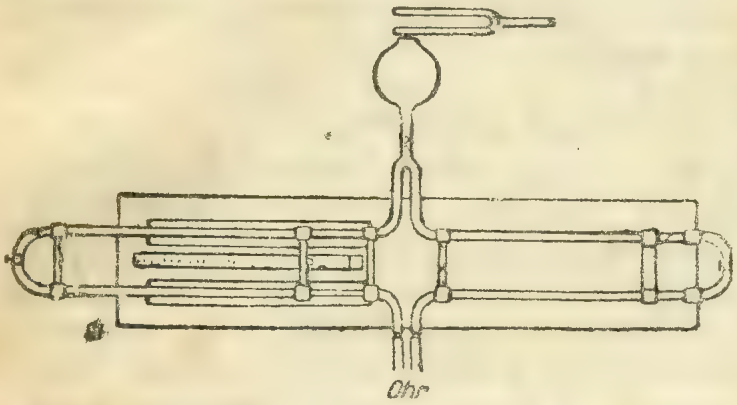
Рыс. 333. Ваганні, якія ўзаемна ўзмацняюцца.



Рыс. 334. Ваганні, якія ўзаемна знішчаюцца.

як узмоцненымі, так і аслабленымі. Калі на ваганні паветра ў слухавым праходзе, паданыя крывой *a* (рыс. 333), накладваюцца ваганні такой-жа інтэнсіўнасці, паданыя крывой *b*—прычым фазы складаемых ваганняў у кожны момант супадаюць,—то вуха ўспрыймае а д з і н толькі больш моцны тон, ваганні якога могуць быць паданы крывой *c*. Калі-ж фазы двух аднолькавай сілы тонаў, якія складаюцца, розныя, і ваганні другога ссунуты па фазе на поўхвалі адносна першага, г. зн. ваганні, адпаведныя другому тону, у кожны момант часу роўны і працілеглы ваганням першага тону (крывыя *a* і *b* рыс. 334), то рэзультат складання ваганняў выразіцца прамой *c'*, і вуха зусім не пачуе ніякага гуку. Падобную з'яву ў штодзённым жыцці прыходзіцца назіраць рэдка. Для таго, каб дзве гукавыя хвалі аднолькавай сілы цалкам знішчылі адна адну, яны павінны дайсці да вуха назіральніка з фазамі, д а к л а д н а працілеглымі. Такі выпадак бывае вельмі рэдка, бо гук, перш чым дайсці да вуха, звычайна шмат разоў адбіваецца і шмат разоў мяняе кірунак свайго шляху. Аднак абодва паданыя на рыс. 333 і 334 выпадкі можна лёгка ажыццявіць пры

дапамозе спецыяльных прылад, напрыклад пры дапамозе прыбора Квінке (рыс. 335). Замест двух аднолькавых крыніц гуку ў прыборы Квінке ёсць адна крыніца—камертон з узмацняючым рэзанатарам, гук якога падзяляецца на дзве аднолькавыя часткі і прыходзіць да назіральніка па двух розных шляхах (левай і правай трубках). Адна з гэтых трубак (на рысунку левая) зроблена рассоўнай, і такім чынам яе даўжыню можна змяняць і можна ў залежнасці ад жадання зрабіць або правы шлях даўжэйшым за левы, або левы даўжэйшым за правы, або абодва зрабіць аднолькавымі. Калі абодва шляхі гуку роўныя, то акустычныя хвалі даходзяць да вуха назіральніка ў аднолькавых фазах, і гук камертона чутны (складанні ваганняў як на рыс. 333, *с*). Тое-ж самае атрымаецца і ў тым выпадку, калі даўжыня аднаго шляху перавышае на 1, 2, ... цэлых хвалі даўжыню другога. Калі-ж адзін шлях на 1, 3, 5, ..., *n* (*n*—няцотны лік) поўхваль даўжэй за другі, то мы маем справу з выпадкам, паданым на рыс. 334: хвалі даходзяць да назіральніка ў прама працілеглых фазах і вуха не чуе гуку. (Гэта можна паказаць пры дапамозе манаметрычнага полымя і вярчальнага люстра так: змясціць полымя там, дзе павінна быць вуха назіральніка; тады ў першым выпадку ў люстры відаць зубчатая, у другім—роўная святлістая паласа).



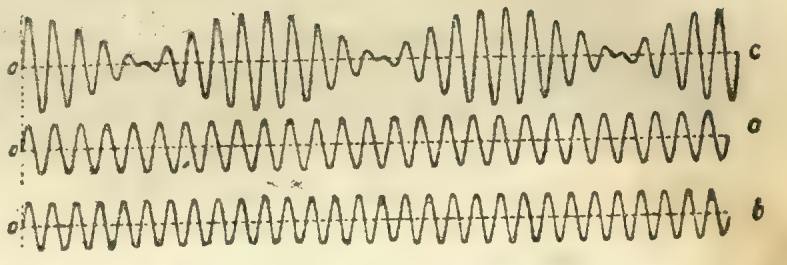
Рыс. 335. Інтэрферэнцыя гукавых ваганняў (метад Квінке).

Пры гучэнні камертона можна назіраць цікавую інтэрферэнцыйную з'яву, абумоўленую тым, што пры ваганнях камертона яго галіны то збліжаюцца, то аддаляюцца адна ад адной (Вебер). Калі вярцець камертон, які гучыць, навакол яго ўздоўжнай восі, то гук будзе выразна чутны пры чатырох палажэннях, калі вуха назіральніка ляжыць на адной з прамых *ab* або *df* (рыс. 336). Калі вуха назіральніка змешчана паміж указанымі чатырма палажэннямі, г. зн. у кірунку прамых *ki* або *gh*, то яно гуку камертона не чуе зусім. Калі паставіць камертон у адно з тых палажэнняў, калі гуку не чутно, і надзець на адну з яго галін каўпачок (не спыняючы яе ваганняў), то гук зараз-жа зноў пачуецца, бо ваганні другой галіны больш ужо не будуць знішчанымі. Такую-ж інтэрферэнцыйную з'яву можна назіраць і пры гучэнні двух аднолькава настроеных закрытых арганных труб, прадуваемых аднымі і тымі-ж мяхамі. У той час як паветра ўваходзіць у адну з гэтых труб, яно выходзіць з другой, так што атрымліваюцца дзве хвалі з працілеглымі фазамі, існаванне якіх можна выявіць пры дапамозе вярчальнага люстра.

Рыс. 336. Інтэрферэнцыя ваганняў двух вілак камертона.

Біенні. Калі два інтэрферуючыя тоны вельмі блізкія адзін да аднаго, г. зн. частоты іх амаль роўны, то і даўжыні хваль

гэтых тонаў таксама зусім нямнога адрозніваюцца паміж сабой і адлегласці паміж двума суседнімі вяршынямі хваль больш высокага тону не шмат меншыя, чым адлегласць паміж грэбнямі хваль нізкага тону. Пры складанні ваганняў гэтых тонаў не можа мець месца ні выпадак, паданы на рыс. 333, ні выпадак, паданы на рыс. 334. Мы сустракаемся тут з новай з'явай: у рэзультаце складання такіх ваганняў узнікае тон, які мяняецца па сіле: ён робіцца папераменна то мацнейшым, то слабейшым. Гэтыя папераменныя ўзмацненні і аслабленні называюцца біеннямі (рыс. 337). Тут *a*—ваганні простага тону без абертону з частатой 27 ваганняў у секунду, *b*—ваганні другога простага тону з частатой 30 ваганняў у секунду і *c*—ваганні сумарнага тону. Пры складанні двух тонаў агульная амплітуда паступова нарастае, затым пачынае змяншацца, пасля чаго зноў пачынаецца яе павелічэнне. Перыядычнымі зменамі амплітуды і абумоўлена папераменнае ўзмацненне і аслабленне гуку. Агульны гук, чутны як рэзультат складання двух тонаў, дасягае найбольшай сілы ў той момант, калі вяршыні двух складаемых хваль супадаюць. Колькі разоў у секунду гэта адбываецца? Калі ваганні



Рыс. 337. Біенні (*c*) двух тонаў (*a* і *b*), частоты якіх блізкі адна да адной.

абодвух тонаў пачынаюцца адначасова, то вяршыні іх хваль супадаюць у пачатковы момант: інтэрферэнцыйны тон пры гэтым мае найбольшую сілу. Затым больш частыя ваганні высокага тону пачынаюць абганяць ваганні нізкага тону. Дапусцім, што за час, у які адбываецца n ваганняў нізкага тону, высокі тон робіць $n+1$ ваганне; у такім выпадку грэбень $(n+1)$ хвалі высокага тону супадае з грэбенем n-й хвалі нізкага тону. У гэты момант інтэрферэнцыйны тон зноў дасягае найбольшай сілы. Такім чынам узмацненне гуку паўтараецца кожны раз, калі ваганні больш высокага тону абганяюць ваганні больш нізкага якраз на адно ваганне (відавочна паміж двума ўзмацненнямі сіла сумарнага тону роўна нулю, бо ў гэты момант вяршыня адной хвалі супадае з западзінай другой; амплітуда сумарнага тону робіцца роўнай нулю, зразумела, толькі ў тым выпадку, калі амплітуды двух складаемых тонаў аднолькавыя). Падлічым, колькі біенняў у секунду будзе чутна, калі першы тон робіць r, а другі s ваганняў? Дапусцім, што ў секунду чутна x біенняў, гэта значыць, што праз кожныя $1/x$ сек. чутна адно біенне, г. зн. за кожныя $1/x$ сек. больш высокі тон робіць на адно ваганне больш, чым нізкі. Але за $1/x$ сек. у больш высокім тоне адбываецца s/x ваганняў, а ў больш нізкім за той-жа час—r/x ваганняў, так што $\frac{s}{x}-\frac{r}{x}=1$. Адсюль мы знаходзім $x=s-r$, г. зн. лік біенняў у секунду роўны розніцы частот абодвух ваганняў. Гэта можна пацвердзіць з да-

памогай двайной сірэны Гельмгольца (якая, наогул кажучы, прадстаўляе сабой злучэнне двух сірэн Дове).

Біенні можна атрымаць на ўсіх музычных інструментах. Асабліва выразныя біенні атрымліваюцца пры гучэнні тых інструментаў, якія не маюць абертонаў або ў якіх абертоны вельмі слабыя (камертон, закрытая труба); так напрыклад вельмі рэзкія біенні стварае гук двух зусім аднолькавых камертонаў, калі адзін з іх злёгку расстроіць, прыляпіўшы да адной з яго галін невялікі кавалачак воску. У выпадках, калі біенні ствараюцца гэтымі інструментамі, гук у прамежках паміж двума ўзмацненнямі зусім знікае, бо ў гэты момант вершыня адной хвалі накладваецца на западзіну другой хвалі такой-жа амплітуды; з прычыны поўнага знішчэння гуку паміж яго ўзмацненнямі, у гэтых выпадках біенні чутны вельмі выразліва. Калі побач з асноўным тонам крыніца гуку дае моцныя абертоны, то ў момант, калі асноўны тон не чутны, першы абертон настолькі моцны, што чутны гук здаецца павышаным на актаву. Гукавыя біенні можна зрабіць бачнымі, якім-небудзь спосабам зарэгістраваўшы змены сілы гуку; такім чынам можна даказаць, што гукавыя біенні існуюць аб'ектыўна, незалежна ад органа слуху. На рыс. 337 напрыклад паданы біенні, зарэгістраваныя пры дапамозе фанаутографа. Біеннямі карыстаюцца пры дакладнай настройцы якога-небудзь інструмента на тон пэўнай вышыні. Па наяўнасці або адсутнасці біенняў паміж нармальным камертонам і настройваемым інструментам можна меркаваць, ці дасягнута пажаданая вышыня або не. Перадача гукаў па радыё (радыётэлефонія) цалкам грунтуецца на ўжыванні біенняў.

Лік ваганняў найбольш высокіх тонаў, успрыймаемых вухам, не перавышае 16—20 тыс. герц. Частата-ж электрычных ваганняў у антэне, якія ствараюць у прасторы электрамагнітныя хвалі, мае значэнне некалькіх сот тысяч (напрыклад пры даўжыні электрамагнітнай хвалі ў 1000 *м* частата электрычных ваганняў у антэне 300000). Для таго каб зрабіць чутным перадаваемы пры дапамозе гэтых ваганняў тон, у тэлефоне—пры дапамозе спецыяльнага генератара—узбуджаюць другое (дапаможнае) ваганне, напрыклад у 301000 герц. Інтэрферуючы, абедзве гэтыя хвалі даюць 1000 біенняў у секунду, г. зн. тон, які ляжыць у межах чутнасці.

Кансананс і дысананс. З'ява гукавых біенняў ляжыць у аснове некаторых нашых слухавых адчуванняў. Сугучча двух чыстых тонаў (без абертонаў) мы ўспрыймаем як кансананс або як дысананс перш за ўсё ў залежнасці ад ліку біенняў, якія ўзнікаюць пры складанні гэтых тонаў (г. зн. ад розніцы частот двух простых тонаў). Наяўнасць частых біенняў надае гуку „зыкаючы" („жужжащий") характар або, паводле выразу Гельмгольца, гук робіцца „шурпатым". Пры малым ліку біенняў, да 4—6 у секунду, біеннямі амаль не парушаецца чыстата тону; па меры павелічэння ліку біенняў характар гуку мяняецца і найбольшая „шурпатасць" гуку надыходзіць, паводле Гельмгольца, пры 33 біеннях у секунду. Пры далейшым павелічэнні ліку біенняў у секунду шурпатасць гуку зноў змяншаецца і зусім

знікае, калі лік біенняў дасягае ў секунду 132. Хоць біенні, якія адбываюцца з такой шпаркасцю, нельга падлічыць, але яны выклікаюць пэўнае слухавое адчуванне. Дзеянне „шурпатага" тону на вуха аналагічна дзеянню мільгаючага святла на вока. Мільгаючае святло, у якім ваганні яркасці адбываюцца настолькі шпарка, што іх нельга падлічыць, дае зусім іншае адчуванне, чым змены сілы святла, якія ідуць павольна следам адны за другімі. Калі справядліва дапушчэнне, што ступень сугучча (кансанансу) сапраўды вызначаецца лікам біенняў у секунду, то два гукі, якія маюць адзін і той-жа інтэрвал, у высокім дыяпазоне павінны быць менш кансануючымі, чым у нізкім дыяпазоне; на самай справе лік біенняў, г. зн. розніца частот, адпаведная аднаму і таму-ж інтэрвалу, для высокіх частот большая, чым для нізкіх. Гэта можна праверыць напрыклад па двух аднолькавых музычных інтэрвалах (65 : 61): на сугуччы тонаў з частотамі 520—488 ваганняў у секунду, якія даюць 520—488 = 32 біенні ў секунду, і на сугуччы тонаў з частотамі 65 і 61 герц; гэтыя тоны даюць 65 — 61 = 4 біенні ў секунду. У першым выпадку сугучча з'яўляецца рэзка дысануючым, у другім—дысананс значна слабейшы. Можа здарыцца і наадварот, што адзін і той-жа інтэрвал у высокім дыяпазоне з'яўляецца кансануючым, а ў нізкім дае дысананс (так будзе ў тым выпадку, калі ў высокім дыяпазоне лік біенняў у секунду перавышае 132, а ў нізкім адносна малы). Напрыклад у выпадку вялікай тэрцыі маем: у высокіх актавах яна дае ясны кансананс, а ў нізкіх—выразліва прыкметны дысананс. Апроч таго з'ява кансанансу і дысанансу абумаўляецца біеннямі, якія могуць узнікаць паміж абертонамі, уваходзячымі ў склад гукаў, што складаюць сугучча; і тут чым больш рэзкія і частыя біенні, тым больш праяўляецца дысануючы характар сугучча.

Камбінацыйныя тоны. Калі адначасова гучаць два тоны аднолькавай і дастаткова вялікай сілы, то (пры пэўнай велічыні інтэрвалу і пры пэўнай сіле кожнага тону) узнікаюць камбінацыйныя тоны: рознасныя (адкрытыя гамбургскім арганістам Зорге, называемыя таксама тонамі Тарціні), лік ваганняў якіх роўны розніцы лікаў ваганняў першапачатковых тонаў, і сумавыя, лік ваганняў якіх роўны адпаведнай суме. Рознасныя тоны могуць быць вельмі моцныя. Гэта з'ява, наогул кажучы, адыгрывае вельмі важную ролю ў акустыцы, асабліва ў электраакустыцы,—галіне, якая прысвечана перадачы і рэпрадукаванню мовы і музыкі, і ў апошні час вельмі шпарка развіваецца.

Прырода цеплыні. Рухі, якія выклікаюцца механічнымі спосабамі і даступны нагляданню, спыняюцца, наогул кажучы, не адразу пасля таго, як знікне рухаючая сіла; яны прадаўжаюцца яшчэ некаторы час, паступова зацішаючыся, і нарэшце замірaюць зусім. Такі напрыклад рух вагона, які адчэплен ад паравоза і коціцца па рэльсах, або рух слізгаючай па вадзе лодкі, пасля таго як вёслы ўжо прыняты і г. д. Гэта зацішэнне ёсць дзеянне церця. З пункту гледжання непасрэднага ўспрыняцця рух, які перастаў быць бачным, зніштожыўся. Аднак у сапраўднасці рух пры гэтым не спыніўся; ён ператварыўся ў іншы рух, хоць не бачны непасрэдна, але заметны паводле свайго дзеяння: церцевыя паверхні нагрэліся.

Звычайна награванне занадта мізэрнае, каб яго можна было выявіць непасрэдна. Але ў некаторых выпадках гэта магчыма; напрыклад, калі маса, якая вельмі шпарка рухаецца, раптоўна спыняецца або моцна зацішаецца. Пры тармажэнні чыгуначнага вагона тормазныя калодкі, якія прыціскаюцца да колаў, і самыя колы разагравaюцца так моцна, што награванне робіцца заметным навошчуп. Метэоры, якія імчацца скрозь атмасферу зямлі, з прычыны церця аб паветра напальваюцца да свячэння; куля, што ўдараецца аб якую-небудзь перашкоду, можа нагрэцца да таго, што паверхня яе плавіцца і да т. п.

Рух, які здаецца зніштожаным пры пераходзе ў цеплыню, у сапраўднасці не зніштожыўся, але толькі перадаўся атамам і малекулам нагрэтых цел. Мы няздольны непасрэдна бачыць асобныя атамы або малекулы. Аднак ёсць магчымасць наглядаць рух такіх малекул не непасрэдным шляхам. Для гэтага служаць назіранні над броунаўскім рухам, які атрымаў сваю назву ад імя батаніка Броуна, упершыню (1827) наглядаўшага, што найдрабнейшыя часцінкі (кветкавы пылок, узважаны ў вадзе) выяўляюць пад мікраскопам безупынны і беспарадкавы рух. Броунаўскі рух зручна можна наглядаць на растворах некаторых фарбаў (напрыклад жоўтая фарба гумігута або чорная туш), утвараючых у вадзе эмульсію, зерні якой прадстаўляюць сабою параўнальна буйныя часцінкі (у 1000 і больш малекул), бачныя пад мікраскопам. Назіранні паказваюць, што такія зерняткі безупынна рухаюцца туды і сюды, нібы падштурхваемыя то з аднаго, то з другога боку. Дакладныя вымярэнні выявілі, што пры награванні раствору скорасць руху зернятkаў узрастае. Натуральнае аб'ясненне, якое дадзена зараз гэтай з'яве, наступнае: зерняткі фарбы атрымліваюць безупынныя штуршкі з боку акружаючых іх малекул вады. Удары ў сярэднім уроўнаважваюць адзін

аднаго і не могуць выклікаць руху крупінак у які-небудзь пэўны бок. Але ў кожны паасобны момант сукупнасць удараў з аднаго і з другога боку можа і не быць строга аднолькавай, і часцінка атрымлівае пераважны штуршок у якім-небудзь кірунку. У наступны момант гэты пераважны кірунак зменіцца другім, і часцінка будзе адкінута ў другі бок і г. д. Чым меншыя размеры часцінкі, тым больш магчымы перавес удараў з таго ці іншага боку, г. зн. тым больш заметным будзе рух часцінкі. Узрастанне інтэнсіўнасці руху часцінкі з тэмпературай раствору з'яўляецца непасрэдным довадам таго, што з павелічэннем тэмпературы больш інтэнсіўнымі становяцца ўдары акружаючых малекул вадкасці, г. зн. шпарчэй рухаюцца гэтыя малекулы. Само сабой відавочна, што ў апісваемай з'яве крупінкі фарбы з'яўляюцца толькі зручнымі аб'ектамі, якія даюць магчымасць заключыць аб існаванні малекулярных штуршкоў. Калі ўзяць вадкасць (ваду) без фарбы, то і ў ёй рух малекул адбываецца і тым больш інтэнсіўна, чым вышэй тэмпература. Сутыкаючыся між сабою, малекулы вадкасці адбіваюцца, мяняюць кірунак і скорасць свайго руху, г. зн. прыходзяць у зусім беспарадкавы рух. Зусім таксама павінны трымаць сябе і малекулы газу. Сапраўды, і ў газе ўдалося наглядаць броунаўскі рух, разглядаючы праз мікраскоп дробныя, узважаныя ў паветры пылінкі (Эрэнгафт, 1907).

Цеплавы рух малекул, састаўляючых цвёрдае цела, адбываецца некалькі інакш, бо цвёрдае цела ў адрозненне ад вадкасці характарызуецца наяўнасцю значных сіл узаемадзеяння між малекуламі. Дзеянне гэтых сіл прыводзіць да таго, што малекулы (або атамы) цвёрдага цела замацованы больш-менш трывала на пэўных месцах у адносінах адзін да аднаго (утвараюць крышталічную рашотку). Цеплавы рух іх праяўляецца ў беспарадкавым ваганні каля гэтых палажэнняў роўнавагі, ваганняў тым больш інтэнсіўных, чым вышэй тэмпература цела.

Такім чынам малекулы вадкасці або газу з прычыны сутыканняў адзін з адным рухаюцца па ламаных лініях, якія складаюцца з большых або меншых прамалінейных адрэзкаў. Пры кожным сутыканні велічыня скорасці мяняецца, так што нельга гаварыць аб пэўных скорасцях малекул матэрыі. Стан матэрыі пры кожнай данай тэмпературы характарызуецца толькі сярэднім значэннем скорасці малекул. Іменна гэтая сярэдняя велічыня і ўзрастае, як ужо адзначалася, пры павышэнні тэмпературы матэрыі. Такім чынам награванне матэрыі ёсць павелічэнне скорасці яго часцінак. З гэтага пункту погляду становяцца зразумелымі тыя шматлікія прыклады награвання з прычыны штуршкоў і церця, якія мы прыводзілі вышэй.

Калі напрыклад нагрэць ваду пры дапамозе церця, верцячы ў ёй мешалку, то бачнае механічнае вярчэнне—упарадкаваны рух—патраціцца на павелічэнне сярэдняй скорасці малекул вады, г. зн. ператворыцца ў беспарадкавы рух. Тое самае адбываецца і ў газападобных і цвёрдых целах. Малекулы знаходзяцца ў стане беспарадкавага цеплавога руху, і іх скорасць (лепш сказаць: іх запас энергіі) тым большая, чым мацней нагрэта цела. Наогул

узнікненне цеплыні з механічнай работы трэба разглядаць як ператварэнне ўпарадкаванага бачнага руху ў беспарадкавы, хаатычны рух малекул. Уяўленне аб цеплавым руху малекул аказалася асабліва пладатворным у тэорыі газаў, якія падпарадкаваны, як вядома, вельмі простым законам. Мы можам скласці сабе вельмі падрабязнае механічнае або кінетычнае ўяўленне аб з'явах, якія адбываюцца ў газах, і аб'ясніць пры дапамозе гэтага ўяўлення простыя законы, якім падпарадкаваны газы. Пры гэтым паняцці, якімі мы карыстаемся для характарыстыкі стану газу, тэмпература, ціск, атрымліваюць просты механічны сэнс.

Але папярэдне неабходна азнаёміцца з метадамі, на якіх аснавана вымярэнне тэмпературы і колькасці цеплыні, выясніць, у якіх адзінках робяцца гэтыя вымярэнні і даць дакладныя формулёўкі газавых законаў.

А. ТЭРМАМЕТРЫЯ.

Адчуванне цяпла. Усе непасрэдныя звесткі аб цеплавым стане цела мы атрымліваем пры дапамозе адчування дотыку і, кіруючыся нашым адчуваннем, называем цела гарачым, цёплым, халодным і да т. п. Такім чынам мы прыпісваем целу ўласцівасці, існуючыя толькі ў нашым уяўленні. Цела само па сабе не бывае ні цёплым, ні халодным; але адно, што мы наогул можам непасрэдна даведацца аб яго цеплавым стане,— гэта адчуванне цяпла або холаду, якое яно выклікае пры судатыканні з нашым целам. Вось чаму мы схільны прыпісваць гэтаму цеплавому дзеянню большае значэнне, чым яно заслугоўвае. Больш таго, паводле паказанняў нашай нервовай сістэмы наогул нельга меркаваць аб сапраўдным стане цела: яны залежаць ад стану нашага ўласнага цела ў даны момант. Адзін і той самы прадмет здаецца руцэ цёплым ці халодным у залежнасці ад таго, якой яна была сама да датыкання—халоднейшай ці цяплейшай, чым ён; калі рука была халаднейшай, то прадмет здаецца ёй цёплым, бо яна саграваецца ім; калі рука была цяплейшай, то прадмет здаецца ёй халодным, бо ён яе ахалоджвае. Апрача таго прадметы з аднолькавай „тэмпературай" часта здаюцца руцэ не аднолькава цёплымі: металічны прадмет здаецца халаднейшым, чым драўляны пры хатняй тэмпературы і іншых роўных умовах (лязо нажа халаднейшае, чым яго драўляная ручка), бо метал шпарчэй адбірае цеплыню рукі (лепш праводзіць цяпло), чым дрэва. Далей, адчуванне цяпла тым мацней, чым большая паверхня ўчастка скуры, які ўспрымае цяпло; прытым яно куды больш значнае, напрыклад, на шыі, чым на далонях або ў поласці роту (пры іншых роўных умовах). На аснове сказанага мы павінны адмовіцца характарызаваць цеплавы стан цела па нашых адчуваннях і прымушаны шукаць іншай, больш аб'ектыўнай, характарыстыкі гэтага стану.

Вызначэнне тэмпературы. Кожнае цела ў любым стане характарызуецца не толькі вядомым запасам цеплыні, але таксама і

некаторай тэмпературай. Калі два целы, якія маюць розную тэмпературу, судатыкаюцца, то цёплае цела ахалоджваецца, а халоднае награваецца,—іх „тэмпературы“ выроўніваюцца. Усякае вымярэнне тэмпературы аснавана на выроўніванні тэмператур двух сіл, якія судатыкаюцца між сабою, і аб тэмпературы цела можна правільна заключаць толькі пасля поўнага ўраўнання яе з тэмпературай вымяральнага прыбора.

Для вызначэння тэмпературы цела можна скарыстаць кожную з яго ўласцівасцей, якая знаходзіцца ў колькаснай сувязі з яго тэмпературай, напрыклад, даўжыня ці аб'ём цела, якія наогул павялічваюцца па меры награвання. Але з тае прычыны, што не ўсе матэрыі расшыраюцца ў роўнай меры пры аднолькавым павышэнні тэмпературы, то неабходна адвольна выбраць матэрыял таго цела, якое павінна з'яўляцца для вызначэння тэмпературы. Як-жа перайсці цяпер да лікавага выражэння тэмпературы? Перш за ўсё трэба ўстанавіць выходны пункт, г. зн. нулявы пункт, ад якога пачынаецца лічэнне. Для гэтага карыстаюцца тэмпературай таючага лёду, які знаходзіцца пад ціскам 1 *am*. Далей трэба вызначыць велічыню аднаго градуса, г. зн. рашыць, колькі градусаў пажадана мець між нулявым пунктам і яшчэ адным пастаянным пунктам. Другім пунктам выбрана тэмпература вады, якая кіпіць пад ціскам 1 *am*; больш дакладна—тэмпература пары гэтай вады. Умовіліся тэмпературу таючага лёду адзначаць лічбай 0, а тэмпературу кіпячай вады лічбай 100, так што інтэрвал тэмператур між гэтымі двума пунктамі ацэньваецца ў сто адзінак, называемых градусамі.

Выбар асноўных пунктаў і ўмоўнае абазначэнне іх тэмператур мае доўгую гісторыю. Паданае ў тэксце і агульнапрынятае зараз абазначэнне звязана з імем Цэльсія. Таму стоградусную тэрмаметрычную шкалу прынята называць шкалой Цэльсія. Строга кажучы, тэмпература таяння лёду і тэмпература кіпення вады залежыць ад знадворнага ціску. Уплыў ціску на тэмпературу таяння лёду мізэрны, і яго можна не браць пад увагу; уплыў-жа на тэмпературу кіпення значны (0,037° на кожны міліметр іртутнага слупа), так што неабходна ўносіць адпаведную папраўку: тэмпература кіпення вады лічыцца роўнай 100° пры ціску ў 1 *am*.

Застаецца цяпер устанавіць—таксама адвольна,—якім спосабам трэба вымяраць тэмпературы як між абодвума пастаяннымі пунктамі, так і па-за гэтым прамежкам. Прасцей за ўсё прыняць лінейную залежнасць між адпаведнай уласцівасцю цела—у нашым прыкладзе яго даўжынёю—і тэмпературай. Калі абазначыць даўжыню пры 0 градусаў (0°) праз l, а пры 100° праз l_{100}, далей даўжыню пры даследуемай тэмпературы t праз l_t, то пры лінейных адносінах між даўжынёй і тэмпературай

$$l_0 = a + bt. \qquad (1)$$

Пры $t = 0°$ і $t = 100\,t$ значыцца $l_0 = a$ і $l_{100} = a + b \cdot 100$, адкуль

$$a = l_0 \text{ і } b = \frac{l_{100} - l_0}{100} \qquad (2)$$

так што формула (1) прымае выгляд:

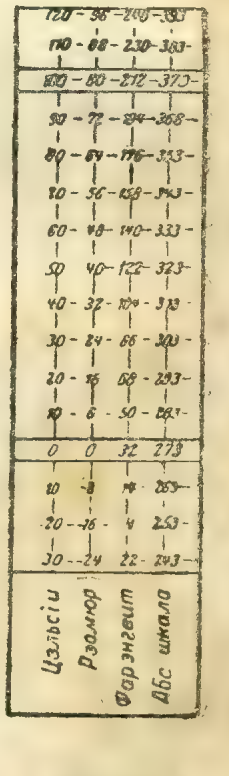
$$l_t = l_0 + \frac{l_{100} - l_0}{100} t \qquad (3)$$

або

$$t = \frac{l_t - l_0}{l_{100} - l_0} \cdot 100. \qquad (4)$$

Формула (4) дае магчымасць такім чынам па нагледжанай даўжыні цела l_t і даным раз назаўсёды значэнням l_0 і l_{100} вылічыць тэмпературу t, адпавядаючую данай даўжыні. Замест таго, каб кожны раз рабіць гэта вылічэнне, можна супроць пунктаў, адпавядаючых розным значэнням l, паставіць проста адпаведныя значэнні t, вызначаныя з формулы (4). Такім іменна чынам і складаюцца ш к а л ы сапраўдных тэрмометраў.

Замест лінейных суадносін між даўжынёю l і тэмпературай t можна было-б на такой-жа падставе ўзяць якія-небудзь іншыя. Апрача таго няма патрэбы абмяжоўвацца суадносінамі з двума пастаяннымі каэфіцыентамі a і b у формуле (1), а можна было-б выбраць формулу з некалькімі каэфіцыентамі; але для вызначэння кожнага лішняга каэфіцыента трэба было-б устанаўліваць адпаведны пастаянны пункт. Гэта прывяло-б таксама да пабудовы тэрмаметрычнай шкалы, але з'явілася-б ускладненнем, уводзіць якое наогул не варта без крайняй патрэбы. Адначасна з 100-градусным дзяленнем прамежку між пунктамі замярзання і кіпення вады (Ц э л ь с і), ёсць і 80-градуснае дзяленне (Р э а м ю р) і шкала Ф а р э н г е й т а (рыс. 338). Для навуковых мэт карыстаюцца шкалою Цэльсія; у Англіі і Амерыцы побач з ёю—і сістэмай Ф а р э н г е й т а; шкала Р э а м ю р а ўжываецца толькі ў тэрмометрах для паветра і вады галоўным чынам у СССР. Знакі + і — не азначаюць праціглежнасці між градусамі цяпла і холаду; яны ўказваюць толькі на палажэнне данай тэмпературы ў адносінах да д р у г о й тэмпературы—тэмпературы таючага лёду. Градусы цяпла нельга ні складваць з градусамі холаду, ні адымаць ад іх. Таксама тэмпературу ў 30° нельга лічыць удвая большай за тэмпературу 15°. Нулявы пункт ёсць зусім адвольна выбраная тэмпература, а д к у л ь мы пачынаем лічэнне і які мы н а з ы в а е м нулём, ён—адносны нуль. Адзначым падобны прыклад: калі гаварылася, што чалавек ростам „12 вяршкоў", то гэта не азначала, што ён удвая большы за таго, у каго рост у „6 вяршкоў"; тут за пачатак лічэння браўся зусім адвольны пункт, які ляжыць на 2 аршыны вышэй падашвы чалавека.



Рыс. 33

Найбольш ужывальнай вадкасцю, расшырэннем якой карыстаюцца для тэрмаметрычных мэт, з'яўляецца іртуць. Аднак пры тэмпературах ніжэй—40° іртуць непрыгодна, бо яна замярзае. Для нізкіх тэмператур лепш мець тэрмометр з якой-небудзь арганічнай вадкасцю, напрыклад пентанам (прыгодны да—200°). Пры дакладных вымярэннях з падобнымі тэрмометрамі трэба браць пад увагу расшырэнне шкляной судзіны і ўводзіць адпаведную папраўку. Калі мы будзем карыстацца формулай (4) для вызначэння тэмпературы пры дапамозе двух тэрмометраў з р о з н ы м і матэрыямі (напрыклад іртуць і пентан), то

паказанні іх не будуць супадаць, бо змена аб'ёмаў з тэмпературай для розных вадкасцей адбываецца па некалькі розных законах. Такім чынам неабходна ўстанавіць, якую тэрмаметрычную матэрыю мы прымаем за ўзорную і пры карыстанні другімі матэрыямі рабіць адпаведныя папраўкі. Сярод розных магчымых тэрмаметрычных матэрый звяртаюць на сябе ўвагу газы, аб'ём якіх вельмі моцна змяняецца з тэмпературай і якія, значыць, могуць служыць для значна больш дакладных назіранняў. Пры карыстанні газам у якасці тэрмаметрычнай матэрыі мы можам не браць пад увагу папраўку на расшырэнне судзіны.

Газавы тэрмометр. Газавы тэрмометр можа ўжывацца дваякім чынам. З тае прычыны, што для газаў аб'ём вельмі значна залежыць ад ціску, то пры назіранні змены аб'ёму з тэмпературай, неабходна назіраць, каб ціск заставаўся нязменным. У такім выпадку можна ўстанавіць лінейную сувязь між аб'ёмам пэўнай колькасці газу (v) і тэмпературай t пры пастаянным ціску. Мы атрымаем формулу, аналагічную (4), а іменна:

$$t = \frac{v - v_0}{v_{100} - v_0} \cdot 100, \qquad (5)$$

якая дае магчымасць вызначыць t па велічыні вымеранага аб'ёму v і двух значэннях аб'ёму v_0 і v_{100}, адпавядаючым тэмпературам 0° і 100°. Калі аднак мы будзем награваць газавы тэрмометр, не дазваляючы газу расшырацца, то пры награванні будзе ўзрастаць ціск газу P. Абазначыўшы ціск пры 0° праз P_0, пры 100° праз P_{100} і зноў прыняўшы лінейную залежнасць між ціскам і тэмпературай, мы прыдзем да формулы, аналагічнай (4), а іменна:

$$t = \frac{P - P_0}{P_{100} - P_0} \cdot 100. \qquad (6)$$

Такім чынам газавы тэрмометр дае магчымасць вымяраць тэмпературу паводле змянення яго аб'ёму (пры пастаянным ціску) або паводле змянення яго ціску (пры пастаянным аб'ёме). Само сабой зразумела, што паказанні на аснове формулы (5) і (6) могуць быць не супадаючымі, калі закон змянення аб'ёму з тэмпературай будзе адрознівацца ад закону змянення ціску з тэмпературай.

Вопыт паказвае аднак, што для многіх газаў (а пры нізкім ціску для большасці газаў) законы гэтыя аднолькавы, так што паказанні па формуле (5) і (6) супадаюць. Больш таго, паказанні газавых тэрмометраў з рознымі газамі (вадарод, гелій, кісларод, азот і многія іншыя), вызначаныя па формулах (5) і (6), вельмі блізкія між сабою, а практычна нават зусім супадаюць, калі браць газы дастаткова разрэджанымі. Гэта акалічнасць, таксама як і вялікая чуллівасць газавых тэрмометраў, дае магчымасць не ўводзіць паправак на тэрмометрычную матэрыю і расшырэнне судзіны, што з'яўляецца вялікаю перавагай газавых тэрмометраў.

З формулы (5) і (6) атрымаем простым ператварэннем:

$$v = v_0 + t \cdot \frac{v_{100} - v_0}{100} = v_0 \left(1 + \frac{v_{100} - v_0}{100 \cdot v_0} \cdot t\right), \quad (7)$$

$$P = P_0 + t \frac{P_{100} - P_0}{100} = P_0 \left(1 + \frac{P_{100} - P_0}{100 \cdot P_0} \cdot t\right). \quad (8)$$

Велічыні $\frac{v_{100} - v_0}{100 \cdot v_0}$ і $\frac{P_{100} - P_0}{100 \cdot P_0}$ паказваюць адноснае прырашчэнне аб'ёму і ціску газу пры павышэнні тэмпературы на 1°. Вымярэнні паказваюць, што велічыні гэтыя роўныя між сабою і для розных газаў маюць а д н о і т о е - ж значэнне, а іменна $\frac{1}{273}$. Гэты закон, вядомы пад імем закона Г е й - Л ю с а к а (гл. старонку 383), дазваляе надаць тэрмаметрычным формулам надзвычайна просты выгляд. Устаўляючы ў формулу (7) ці (8) знойдзеную велічыню, атрымаем:

$$v = v^\circ \left(1 + \frac{t}{273}\right), \text{ або } v = \frac{v_0}{273} \cdot (t + 273). \quad (9)$$

$$P = P_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right), \text{ або } P = \frac{P_0}{273} \cdot (t + 273). \quad (10)$$

Абазначыўшы $t + 273$ праз T, знаходзім, што аб'ём (або ціск) газу п р а м а п р а п а р ц ы я н а л ь н ы T, калі ціск (або аб'ём) падтрымліваць нязменным. Карыстаючыся такім чынам для вызначэння тэмпературы газу не велічынёй t, а велічынёй $T = t + 273$, мы атрымліваем крайне простую сувязь між аб'ёмам (або ціскам) і гэтай новай тэмпературай, якую называюць а б с а л ю т н а й т э м п е р а т у р а й. Пры дапамозе абсалютнай тэмпературы формулы (9) і (10) выразяцца:

$$v = \frac{v_0}{273} \cdot T. \quad (11)$$

$$P = \frac{P_0}{273} \cdot T. \quad (12)$$

З гэтых апошніх выражэнняў відаць, што пры $T = 0$, $v = 0$ і $P = 0$, г. зн. калі абсалютная тэмпература газу раўняецца нулю, то і аб'ём газу і яго ціск ператвараюцца ў нуль. Далейшае паніжэнне тэмпературы, як відаць, немагчыма, бо яно адпавядала-б а д м о ў н а м у аб'ёму або ціску газу. Такім чынам $T = 0$ ёсць найбольш нізкая тэмпература, да якой можна ахаладзіць газ. Яе называюць абсалютным нулём тэмпературы. Па шкале Цэльсія абсалютны нуль адпавядае тэмпературы —273° (больш дакладна— 273,2°). Абсалютны нуль ёсць найніжэйшая тэарэтычная тэмпература. Заключэнне гэта асноўваецца на дапушчэнні, што газы дакладна падпарадкаваны закону Гей-Люсака, як-бы мы іх моцна не ахалоджвалі. У сапраўднасці пры дастаткова нізкіх тэмпературах газы ўжо не падпарадкуюцца гэтаму закону, а затым нават пераходзяць у вадкі стан. Такім чынам непасрэдная вопытная

праверка гэтага заключэння аказваецца немагчымай. Аднак уяўленне аб абсалютнай шкале тэмпературы і абсалютным нулі можа быць абгрунтавана іншым шляхам пры дапамозе законаў тэрмадынамікі (стар. 367). Таму шкалу абсалютных тэмператур называюць часам тэрмадынамічнай шкалой або шкалой Кельвіна—ад імя вучонага, які даў тэрмадынамічнае азначэнне тэмпературы.

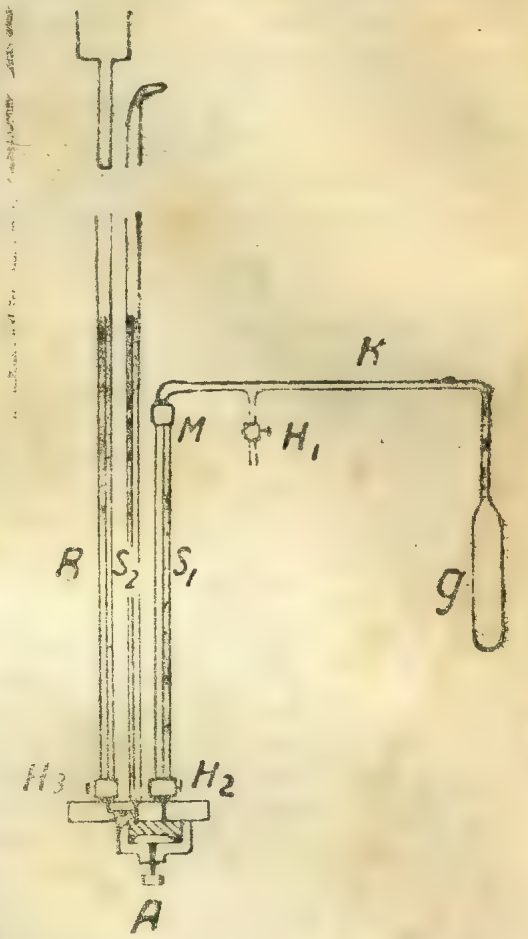
Паказанні газавых тэрмометраў, напоўненых рознымі газамі (паветра, вадарод), супадаюць толькі ў тым выпадку, калі газы моцна разрэджаны. Але пры моцна разрэджаных газах трудна рабіць вымярэнні, бо назіраемыя ціскі надта малыя. Тэмпературныя-ж паказанні менш разрэджаных газаў могуць розніцца на некалькі дзесятых градуса ў залежнасці ад прыроды газу і ступені яго разрэджання. У абыдзенным жыцці гэта не істотна, у дакладных-жа вымярэннях вядома важна. Таму міжнароднай згодай было ўстаноўлена лічыць нармальным тэрмометрам вадародны тэрмометр пастаяннага аб'ёму, які мае пры тэмпературы таючага лёду ціск у 1000 *мм* іртутнага слупа (1886). У Міжнародным бюро мер і вагаў у Парыжы былі пабудаваны чатыры іртутных тэрмометры, найстаранна вывераныя па нармальнаму вадароднаму тэрмометру ў вобласці між 0 і 100°, так што паказанні іх цалкам супадаюць між сабою. Гэтыя чатыры іртутных тэрмометры і прадстаўляюць уласна міжнародную вадародную шкалу. Вадародны тэрмометр не ўжываецца для вельмі нізкіх і вельмі высокіх тэмператур, бо пры высокай тэмпературы вадарод дзейнічае хімічна на судзіну з любога матэрыялу або праніка скрозь яго сценкі; пры нізкіх-жа тэмпературах вадарод зжыжаецца. Калі вадарод замяніць геліем, то гэтыя труднасці не знікаюць, а толькі перасоўваюцца ў вобласць больш крайніх тэмператур. Як ужо ўпаміналася вышэй, пытанне аб тэмпературнай шкале і аб яе ажыццяўленні прынцыпова вырашаецца толькі тэрмадынамікай, іменна яе другім прынцыпам.

Калорыя, адзінка цеплыні. За адзінку цеплыні прынята тая колькасць цеплыні, якая неабходна, каб нагрэць 1 *г* чыстай вады ад 14,5 да 15,5°. Гэту адзінку называюць грам-калорыя (*г/кал*), або малая калорыя (*кал*). Наогул адзінку цеплыні можна было-б вызначыць паводле любога іншага дзеяння цеплыні, напрыклад паводле выпарэння пэўнае колькасці вады або любой іншай вадкасці, паводле плаўлення пэўнае колькасці лёду і да т. п. Але ў прынятага спосабу тая перавага, што па ім вымярэнні робяцца лёгка і дакладна. Колькасць цеплыні роўна K калорыям, калі яна можа нагрэць K грам вады ад 14,5 да 15,5°. Вопыт паказвае аднак, што для награвання пэўнае колькасці вады на 1° патрэбна амаль адна і тая-ж колькасць цеплыні незалежна ад таго, пры якой пачатковай тэмпературы знаходзіцца вада. Таму для вымярэння колькасці цеплыні K амаль заўсёды аказваецца дастатковым вызначыць, на колькі градусаў Δt яна награвае m грам вады. Тады $K = m \cdot \Delta t$ калорый. Тэхніка мае справу звычайна з кілограм-калорыяй, або вялікай калорыяй (*кг/кал* або *Кал*), роўнай 1000 грам-калорый. Кілограм-калорыя ёсць такім чынам, колькасць цеплыні, якая награвае 1 *кг* вады на 1°, больш дакладна ад 14,5° да 15,5°.

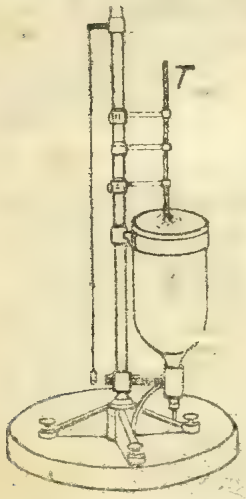
Будова тэрмометраў. Газавы тэрмометр. Як адзначалася вышэй, найбольш дасканалым тэрмометрам з'яўляецца газавы тэрмометр (стар. 345), які можна ўжываць пры пастаянным аб'ёме і пры пастаянным ціску. На рыс. 339 паказаны газавы

тэрмометр для дакладных вымярэнняў. Будова яго і спосаб абыходжання з ім паясняецца ў надпісу да рысунка.

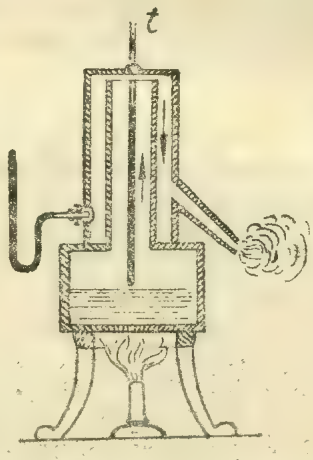
Элементарныя формулы для вылічэння паказанняў гэтага тэрмометра, паданыя на стар. 345, можна ўжываць толькі ў тым выпадку, калі ў с е часткі газу набылі вымяраемую тэмпературу і калі аб'ём газу сапраўды застаецца пастаянным. На практыцы-ж ні адна з гэтых умоў не в ы к а н а л ь н а с т р о г а. Большая частка капіляра K і аб'ём S_1 над меткай M заўсёды знаходзіцца пры хатняй тэмпературы. Гэта „шкодная прастора" газавага тэрмометра ўлічваецца ў папраўках да элементарнай формулы для вызначэння тэмпературы. Умова пастаяннага аб'ёму не выканальна строга, таму, што судзіна G сама змяняе свой аб'ём з тэмпературай. Для вымярэння тэмператур ад самых нізкіх да 450° звычайна карыстаюцца шклянымі судзінамі (лепш за ўсё з асобага гатунку шкла—іенскае шкло 59 III), для больш высокіх тэмператур—металічнымі, да 1700°—з ірыдзістай платыны, а вышэй—з вольфрама, які плавіцца толькі пры 3300°. Вышэйшая гранічная тэмпература для газавых тэрмометраў вызначаецца тугаплаўкасцю і газанепранікальнасцю матэрыялу, з якога зроблен рэзервуар.



Рыс. 339. Газавы тэрмометр для дакладных вымярэнняў. g (шкло або метал)—змяшчае галоўную частку газу (H_1—кран для напаўнення g). S_1 S_2—іртутны манометр. Па капіляры K ціск у g перадаецца ў S_1 S_2, ён вымяраецца розніцай узроўняў іртуці ў S_1 і S_2. З прасторы над іртуццю ў S_2 выпампавана паветра, таму манометр не залежыць ад атмасфернага ціску. Каб прыводзіць газ заўсёды да аднаго і таго-ж аб'ёму, перад кожным адлікам іртуць у S_1 падымаюць да меткі M. Для гэтага напаўняюць прастору іртуццю з судзіны, змешчанай вышэй, праз трубку R і краны H_3 і H_2. Канчатковая ўстаноўка робіцца пры дапамозе выгібальнай стальной пласціны і вінта A.



Рыс. 340. Вызначэнне пункту таяння лёду.



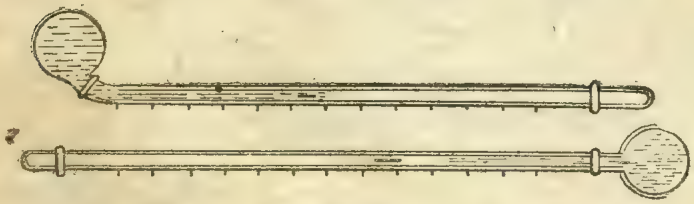
Рыс. 340а. Вызначэнне пункту кіпення вады.

І р т у т н ы т э р м о м е т р. Найбольш ужывальны і р т у т н ы т э р м о м е т р агульна-вядомай формы. Пры вырабе тэрмометра іртуць і ўнутраныя сценкі шкла павінны быць з у с і м ачышчаны ад газу, каб капіляр гатовага тэрмометра апрача самой іртуці не змяшчаў нічога, а п р а ч а слядоў іртутнае пары (іншае патрабуецца ў тэрмометрах для асоба высокіх тэмператур, аб чым будзе

ніжэй). У кожнага тэрмометра трэба адшукаць пункт, да якога падымаецца слупок іртуці, калі шарык з іртуццю цалкам пакрыты таючым лёдам (рыс. 340), і другі пункт, якога ён дасягае, калі тэрмометр цалкам абкружан параю (не вадой!), якая выходзіць з кіпячай вады (рыс. 340а). Для абазначэння тэмператур паміж пунктамі кіпення і замярзання адлегласць між гэтымі пунктамі дзеліцца на роўныя часткі і кожнае дзяленне адзначаецца; гэтыя-ж дзяленні працягваюцца вышэй пункту кіпення і ніжэй пункту замярзання. Паказанні іртутнага тэрмометра, нанесеныя такім чынам, вельмі блізкія да паказанняў газавага тэрмометра. Калі патрабуецца вялікая дакладнасць, неабходна ўнесці некаторыя папраўкі.

Розныя віды тэрмометраў. Вобласць ужывання звычайнага іртутнага тэрмометра абмежавана пунктам замярзання іртуці пры—38,87° і нармальным пунктам кіпення яе пры + 356°. Для тэмператур ад — 35° да — 100° замест іртуці ўжываюць спірт, які замярзае толькі пры — 130°. Тэрмометры для тэмператур вышэй 350° напаўняюць паверх іртуці азотам (або вуглекіслым газам). Іртуць, падымаючыся, сціскае газ, аказваецца пад павышаным ціскам, і тэмпература кіпення яе павышаецца. Іртутны тэрмометр такога віду (з тугаплаўкага шкла або плаўленага кварца) вытрымлівае тэмпературы да 500° і нават да 750°. Яшчэ больш высокія тэмпературы вымяраюцца электрычнымі тэрмометрамі (платынавы тэрмометр) або аптычнымі пірометрамі. У максімальных і мінімальных тэрмометрах найвышэйшая і найніжэйшая тэмпературы за пэўны прамежак часу памячаюцца значком, які захоўвае сваё палажэнне. Вельмі важным з'яўляецца медычны тэрмометр (рыс. 341), г. зн. максімальны тэрмометр для вымярэння тэмпературы чалавечага цела. Гэта іртутны тэрмометр, у якога слупік іртуці разрываецца, як толькі іртуць у рэзервуары пачынае сціскацца пасля максімальнага расшырэння; разрыў іртутнай калонкі абумоўліваецца звужэннем у капіляры, куды для гэтай мэты ўстаўляюць шкляную ніць. Частка слупка, якая адарвалася, застаецца там, дзе была пры максімальнай тэмпературы. З тае прычыны, што тэмпература чалавечага цела толькі нямнога адыходзіць ад + 37°, то шкала звычайна ахоплівае ад + 35° да + 42° і бывае падзелена на дзесятыя долі градуса. У максімальных тэрмометрах другога тыпу (рыс. 341а) іртуць, расшыраючыся, рухае перад сабою жалезны стрыжанёк, які не варочаецца пры ахалоджанні назад, а застаецца ў палажэнні, адпавядаючым максімальнай тэмпературы; у мінімальных тэрмометрах спірт, які замяняе іртуць, пры сцісканні захоплівае з сабою шкляны стрыжанёк, з прычыны свайго паверхневага нацяжэння; пры расшырэнні спірту стрыжанёк застаецца ўнутры яго на ранейшым месцы. Ва ўсіх гэтых тыпах метка прыводзіцца ў першапачатковае палажэнне праз устрасанне. Гэтыя тэрмометры адзначаюць толькі граніцныя тэмпературы. Тэрмографы-ж рэгіструюць бесперарыўна ход вымярэння тэмпературы. Яны вычэрчваюць бесперарыўныя тэмпературныя крывыя і часта бываюць звязаны з прыборамі, якія вымяраюць час.

Рыс. 341. Медычны тэрмометр.



Рыс. 341а. Максімальны і мінімальны тэрмометр.

Рыс. 342. Платынавы тэрмометр.

Платынавы тэрмометр. (Электрычнае вымярэнне тэмпературы). З іртутным тэрмометрам зручней усяго абыходзіцца, але больш надзейны платынавы тэрмометр: між—200° і + 650° ён найбольш ужывальны пры навуковых вымярэннях, напрыклад пры вопытах над узрывамі, пры вывучэнні адыябатнага

ціску і расшырэння газаў або пры даследванні насычаючага ціску вадзяной пары (гэта нармальны інструмент, прыняты Германскай палатай мер і вагаў). Ён мае вялікае тэхнічнае значэнне, бо дае магчымасць рабіць адлік на адлегласці. Платынавы тэрмометр аснаваны на наступным: электрычнае супраціўленне дроту мяняецца ў залежнасці ад тэмпературы. Калі вядома залежнасць між гэтымі велічынямі, то вымярэнне супраціўлення пэўнага адрэзка дроту пры любой тэмпературы дае магчымасць вылічыць гэтую невядомую тэмпературу. Найбольш прыгодна платына (ідэя Вернера Сіменса, 1870 г., формула Календара, 1886 г.): яна не змяняецца пад дзеяннем паветра, мае вельмі высокую тэмпературу плаўлення; яе формула супраціўлення вышэй—40° мае просты выгляд: $Rt = R_0 (1 + at + bt^2)$, таму для атрымання канстант R_0, a і b даволі вымерыць супраціўленне пры трох пэўных тэмпературах (карыстаюцца пунктамі плаўлення лёду, кіпення вады і кіпення серкі пры 444,6° пад 1 *am*). Платынавы тэрмометр, прыстасаваны для навуковых мэт, паказаны на рыс. 342: платынавы дроцік дыяметра 0,1 *мм* з супраціўленнем парадку 10 Ω навіты спіраллю на слупік з ізалятара (фарфур або слюда), сячэнне якога крыжападобна (+), так што дрот датыкаецца да ізалятара толькі ў нямногіх пунктах. Тэрмометр знаходзіцца ў ахоўнай трубцы, і з ім абыходзяцца як са звычайным іртутным. Правады злучаюць тэрмометр з прыборам для вымярэння супраціўлення. Пры вельмі нізкіх тэмпературах лепш ужываць свінцовы дрот замест платынавага: паблізу тэмпературы вадкага вадарода змяненне супраціўлення са зменай тэмпературы для многіх металаў аказваецца надта малым, і значыць чуллівасць тэрмометра нязначная. У гэтых адносінах свінец мае перавагу перад платынай. Апрача адзначанага метаду вымярэння тэмператур ёсць шмат іншых спосабаў, якія маюць навуковае і тэхнічнае значэнне і грунтуюцца на іншых фізічных працэсах. Да ліку іх належаць: з'ява ўзнікнення электрычнага току пры награванні і ахалоджанні (тэрмаэлектрычнасць), змяненне колеру напаленага цела са зменай тэмпературы і г. д. Разгляд гэтых метадаў адкладваецца да наступных раздзелаў.

Б. АГУЛЬНЫЯ ЗАКОНЫ ЦЕПЛЫНІ.

(Тэрмадынаміка)

Малекулярная тэорыя цеплыні і тэрмадынаміка. Да пачатку XIX веку панавала думка: „цеплыня" ёсць асобы від матэрыі, атрымаўшай назву флагістон (цепларод). Награванне цела заключалася паводле гэтых уяўленняў у паглынанні флагістона, ахалоджанне—у аддачы яго; змяшчэнне флагістона вызначала тэмпературу цела. З тае прычыны, што вага цела не змяняецца пры награванні або ахалоджанні яго, то прыходзілася прызнаць, што цепларод не мае вагі; яго адносілі да „невагомых", побач з электрычнай і магнітнай матэрыяй. Негрунтоўнасць гэтага пункту погляду выяснілася з відавочнасцю, калі было адкрыта (Румфорд, 1798 г.), што цеплыня можа быць атрымана ў любой колькасці „з руху". Румфорд скарыстаў для гэтага цеплыню, якая развівалася ў ствале гарматы ў часе высвідроўвання дула. Цеплыня гэта, узнікаючая з прычыны церця, даводзіла да кіпення ваду, у якую быў пагружаны апрацоўваемы ствол. Пры досыць доўгім свідраванні Румфорд мог выпарыць адвольную колькасць вады (ён карыстаўся тупым свердзелам, каб работа не скончылася надта хутка). Адсюль ён зрабіў вывад: цеплыня не можа быць матэрыяй, бо і гармата і свердзел абмежаваных размераў і не могуць змяшчаць у сябе і аддаваць неабмежаваную колькасць цеплавое матэрыі; цеплыня, перадаваемая вадзе, павінна такім чынам стварацца. Пры гэтым працэсе стварэння цяпла свердзелу ўвесь час на-

даецца рух, які знішчаецца церцем свердзела аб ствол. Цеплыня прадаўжае стварацца, пакуль адбываецца гэта перадача і зніштажэнне бачнага руху; значыць, яна толькі вынік руху і павінна сама быць рухам, іменна рухам малекул цела, выкліканым з прычыны церця. Кажучы больш дакладна, прыбору перадаецца энергія, таму цеплыня павінна быць відам энергіі, той энергіі, якую мае кожная рухоўная маса, у тым ліку і рухоўная малекула.

Погляды Румфорда былі пацверджаны шматлікімі даследамі. Сярод іх вядомы дослед Дэві, які расплаўляў кавалкі лёду шляхам церця іх адзін аб адзін—без усякага знешняга прытоку цеплыні. Але тэорыя цепларoду была канчаткова пакінута толькі ў сярэдзіне XIX в., калі было даведзена, што пэўная колькасць работы ператвараецца заўсёды ў адну і тую-ж колькасць цеплыні і што, наадварот, гэта колькасць цеплыні можа выканаць тую-ж самую механічную работу; гэтым была даведзена эквівалентнасць цеплыні і работы. Погляд, згодна якому цеплыня ёсць форма энергіі, мае назву механічнай тэорыі цеплыні. Механічная або малекулярная тэорыя цеплыні прабуе растлумачыць цеплавыя з'явы чыста механічна, уводзячы нас у мікракосмас малекулярных рухаў. Мы не можам аднак наглядаць за рухам кожнай асобнай малекулы, а стараемся заключыць аб гэтых рухах па сукупнасці дзеянняў усіх малекул, якія праяўляюцца ва ўласцівасцях нашых цел. Так сукупнасць беспарадкавых рухаў вялікае колькасці малекул не ўспрымаецца намі як рух у звычайным сэнсе слова, але як цеплыня. Таксама мы не наглядаем штуршкоў асобных малекул аб сценкі, але сукупнасць удараў вялікае колькасці малекул праяўляецца, як ціск на сценку судзіны. Прастора, у якой рухаюцца малекулы,—аб'ём цела—вельмі істотна для вызначэння паводзін усёй сукупнасці малекул, але не адыгрывае ніякай заметнай ролі ў механіцы асобнай малекулы. З гэтага пункту погляду і тэмпература ёсць паняцце, якое мае сэнс толькі для макраскапічнага мноства малекул, але зусім не можа быць дапасавана да асобнай малекулы. Сапраўды, тэмпературу мы ацэньваем як меру сярэдняга значэння кінетычнай энергіі ўсіх малекул, тады як кінетычная энергія кожнай асобнай малекулы безупынна мяняецца і можа быць то значна большай, то шмат меншай за ўказанае сярэдняе значэнне. Мы можам аднак вывесці надзвычай важныя агульныя заключэнні аб уласцівасцях цеплавых з'яў, не спыняючыся на такім малекулярным—мікраскапічным—разглядзе гэтых з'яў. Досыць абмежавацца макраскапічным апісаннем цеплавых працэсаў, г. зн. апісаннем, якое ўжывае толькі паняцце, што характарызуюць нашы целы як цэлае, напрыклад, тэмпература, ціск, аб'ём і г. д. Такога роду разгляд з'яўляецца вельмі цэнным, бо ён устанаўлівае ў надзвычайна агульнай форме палажэнні, правільнасць якіх пацвярджаецца вопытам. Той раздзел вучэння аб цеплыні, які будуе свае вывады на такіх макраскапічных паняццях, не спыняючыся на разглядзе іх малекулярнай прыроды, мае назву

тэрмадынамікі. У аснове тэрмадынамікі ляжаць тры асноўныя палажэнні, атрыманыя з вопыту і дазваляючыя найкарацейшым спосабам апісваць цеплавыя з'явы. Усе тэрмадынамічныя законы могуць быць выведзены з гэтых палажэнняў як вынікі. Калі мы паспрабуем аднак прасачыць, які сэнс маюць нашы макраскапічныя характарыстыкі—тэмпература, ціск і г. д.—з пункту погляду малекулярных уяўленняў, то мы прыдзем да больш дэталёвага і глыбокага разумення цеплавых працэсаў—да мікраскапічнага іх растлумачэння. Пры гэтым, як відаць, і асноўныя палажэнні тэрмадынамікі павінны атрымаць адпаведнае малекулярнае растлумачэнне: малекулярная тэорыя прабуе вывесці палажэнне тэрмадынамікі з законаў механікі. Першае палажэнне тэрмадынамікі—закон захавання энергіі ў дапасаванні да вучэння аб цеплыні—выводзіцца лёгка. Але для доваду другога палажэння, якое вызначае напрамак тэрмадынамічнага ператварэння (работы ў цеплыню або цеплыні ў работу), неабходна дапоўніць звычайную механіку статыстычнай. Перад трэцім-жа палажэннем, якое гавора аб тэрмадынамічных уласцівасцях матэрыі, што мае толькі мізэрны запас кінетычнай энергіі, класічная механіка спыняецца; яна павінна быць у вельмі істотных рысах дапоўнена тэорыяй квантаў.

Першае палажэнне тэрмадынамікі, механічны эквівалент цеплыні. Першае палажэнне тэрмадынамікі ахоплівае толькі тыя вопытныя факты, якія належаць да колькасці ператвараемай энергіі, аднолькава закранаючы як ператварэнне якой-небудзь формы энергіі ў цеплыню, так і ператварэнне цеплыні ў іншую форму энергіі. Іншыя пытанні, напрыклад пытанне аб умовах, пры якіх наогул магчыма ператварэнне энергіі, тут не закранаюцца. Першае палажэнне можна выразіць розным чынам. Найбольш ужывальны: пэўная колькасць механічнай работы, будучы ператворана ў цеплыню, дае заўсёды адну і тую-ж колькасць цеплыні і, наадварот, пэўная колькасць цеплыні, пасля ператварэння ў механічную работу, дае заўсёды адну і тую-ж колькасць механічнай работы, незалежна ад умоў ператварэння. Пэўнай колькасці работы такім чынам заўсёды „эквівалентна" адна і тая-ж колькасць цеплыні і наадварот, незалежна напрыклад ад таго, ці адбываецца ператварэнне пры 0° ці пры 1000° і г. д.

Даць лікавыя суадносіны між цеплынёй і работай або між цеплынёй і іншымі формамі энергіі магчыма, але толькі тады, калі ўстаноўлена, у якіх мерах вымяраецца энергія. Механічнымі адзінкамі энергіі з'яўляюцца эрг і кілограмамэтр, а таксама ват-секунда і інш. Адзінка цеплыні—калорыя. Лік механічных адзінак энергіі, якія эквівалентны адной калорыі, называюцца механічным эквівалентам цеплыні. Пры гэтым механічную энергію звычайна выражаюць у грам-метрах* або кілограм*-метрах, у залежнасці ад таго, аб чым ідзе гутарка аб грам- ці кілограм-калорыі [1]. Тады лікавая велічыня эквівалента

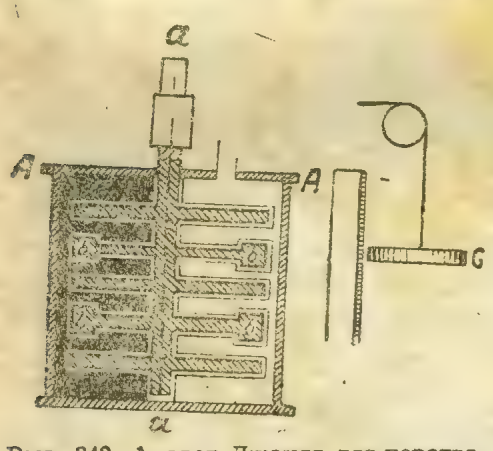
[1] У выражэнні работы (грам-метр) маецца на ўвазе грам-вага; у выражэнні-ж цеплыні (грам-калорыя) маюць на ўвазе грам-масу. У далейшым для прастаты набору мы не будзем падаваць знака (*) у выражэнні работы.

цеплыні будзе адна і тая-ж, незалежна ад таго, як вядзем мы разлік, на вялікія ці малыя калорыі.

Існуюць розныя спосабы для вызначэння тае колькасці цеплыні, якая атрымліваецца з пэўнай работы, напрыклад з аднаго кілограмаметра. Апішам адзін з спосабаў Джоуля, які адыграў асабліва важную ролю ў гісторыі пытання аб устанаўленні механічнага эквівалента цяпла. У гэтым спосабе цеплыня, атрыманая з работы, выкарыстоўваецца для награвання вады. Вымяраюцца: павышэнне тэмпературы вады ў градусах і колькасць вады ў кілограмах. Работа вымяраецца ў кілограмаметрах. Рыс. 343 паказвае схему ўстаноўкі.

Вада знаходзіцца ў цыліндрычнай судзіне *A*, у вадзе—вал *a* з лопасцямі *b*; ён верціцца пры дапамозе шнура, які раскручваецца і на якім падвешаны грузы *G*. Для таго, каб лопасці не проста прыводзілі ваду ў вярчэнне, а прасоўваліся ў ёй з найбольшым церцем, і ў самой вадзе не ўзнікалі па магчымасці віхры, у судзіну ўстаўлены перагародкі з вырэзамі такіх размераў, каб лопасці якраз маглі прайсці скрозь іх. Грузы *G* падаюць і прыводзяць вал у вярчэнне. Калі грузы ўпалі, наскольк і ім дазваляе шнур, імі выканана пэўная работа; грузы могуць даць новую порцыю работы, калі іх ізноў усцягнуць наверх. Такім чынам можна перадаць лопасцям у вадзе адвольную колькасць работы.

Церце між лопасцямі і вадою ўтварае цеплыню, цеплыня павышае тэмпературу вады, і тэрмометр адзначае гэта павышэнне (пры вылічэнні атрыманага цяпла неабходна ўлічыць, што апрача вады награваюцца і часткі самога прыбора і што частка цеплыні траціцца для наглядання з прычыны аддачы ўзне). Вага падаючых грузаў у кілограмах, памножаная на вышыню падзення ў метрах, дае ў кілограмаметрах работу, патрачаную на вярчэнне лопасцей. Джоуль (1843) знайшоў, што пры затраце 426 *кгм* работы атрымліваецца 1 *кг-кал* (адна конская сіла, роўная, як вядома, 75 *кгм* у секунду, дае 0,176 *кг-кал* у секунду). Таму работа у 426 *кгм* „эквівалентна" кілограм-калорыі. Гэты лік называюць, як ужо сказана, механічным эквівалентам цяпла (м.э.ц.). М. э. ц. быў вызначаны самымі разнастайнымі спосабамі. Сам Джоуль атрымаў значэнне м. э. ц. і пры дапамозе іншых метадаў. Так, напрыклад, ён вывеў яго з вызначэння работы, неабходнай для праштурхвання вады скрозь капілярныя трубкі, і наглядання звязанага з гэтым павышэннем тэмпературы вады, выкліканага церцем; другі метад вызначэння работы, неабходнай для сціскання паветра ў судзіне да пэўнага ціску, і наглядаемага пры гэтым павышэння тэмпературы паветра; Юлі Роберт Майер вылічыў м. э. ц. па расшырэнні нагрэтага газа (гістарычна гэты метад аказаўся першым метадам вылічэння м. э. ц.); Квінтус Іцыліус (1857) вызначыў м. э. ц. па цеплыні, выдзя-



Рыс. 343. Апарат Джоуля для ператварэння механічнай энергіі ў цеплавую.

ляемай электрычным токам. Усе метады далі больш ці менш адзін і той-жа лік кілограм-метраў работы для механічнага эквівалента цеплыні. Пры старанным выкананні розных вызначэнняў м. э. ц. мы атрымліваем супадаючыя рэзультаты, незалежна ад спосабу вызначэння. Такім чынам мы сапраўды маем справу з велічынёй, якая ўстанаўлівае пераход ад цеплавых адзінак да механічных. Найбольш дакладным значэннем м. э. ц. лічаць 426,7 *кгм.*

З тае прычыны, што 1 *кг/кал* = 426,7 *кгм* і 1 *кгм* = $9{,}81 \cdot 10^7$ эргаў = = 9,81 джоуляў („ват-секунд"), то 1 *кал* = $4{,}186 \cdot 10^7$ эргаў = 4,186 джоуляў; і наадварот, джоуль = 0,239 *кал.*

Кожнаму вядома, што цеплыню можна ствараць з работы хоць-бы з церця запалкі аб запалкавую каробку, калі галоўка запалкі награваецца да тэмпературы загарання. Пры ўсякай механічнай рабоце напрыклад свердзелам або напільнікам, разаграваюцца як апрацоўваемы прадмет, так і інструмент. Кожная рухлівая частка машыны награваецца ў церцевых частках; цеплыня церця адпавядае бескарыснай страце работы. Таму апошнюю па магчымасці змяншаюць пры дапамозе змазвання частак, якія труцца, маслам. Такім чынам безліч вопытаў пераконвае нас, што работа можа быць ператворана ў цеплыню, і прытым у зусім пэўную, „эквівалентную" колькасць цеплыні. Тое, што работа пры гэтым сапраўды знікае, відаць з доследу з падаючым грузам; у груза, які ўпаў да самага нізкага даступнага яму пункту, адняты пэўны запас работы. Як-жа бывае з адваротным ператварэннем цеплыні ў работу? Паравая машына досыць ясна сведчыць, што цеплыня можа даваць работу. Але ці сапраўды яна пры гэтым знікае? Ці перастае яна існаваць як цеплыня? У сярэдзіне XIX в. гэта акалічнасць была старанна даследвана кольмарскім інжынерам Гірнам. Ён паказаў, што вадзяная пара, якая непасрэдна паступае ў кандэнсатар паравой машыны, аддае больш цяпла, чым пара, прасунуўшая папярэдне поршань машыны, г. зн. выканаўшая механічную работу (мятая пара). Іншыя нагляданні Гірна звязаны з меркаваннямі Ю. Р. Майера. Ён даследваў на сваім арганізме суадносіны між ужываемай колькасцю кісларода і цяплом, якое развіваецца ў целе, прычым даследчык змяшчаўся ў строга ізаляваным у цеплавых адносінах памяшканні. Пры поўным спакоі арганізм даваў 9,2 *кг кал* на кожны грам ужытага кісларода. Гэты лік падаў да 2 *кг кал*, калі чалавек рухаўся, падымаючыся па вярчальнаму колу, г. зн. выконваў работу, якая паглынала частку цеплыні акіслення.

На роўнацэннасць цеплыні і работы першым указаў доктар Юлі Роберт Майер (1842). Выходным пунктам з'явілася для Р. Майера нагляданне, зробленае ім у Яве (пры кровапусканні). Ён звярнуў увагу на тое, што венозная кроў жыхароў Явы светлачырвонага колеру, тады як у эўрапейцаў яна цёмначырвоная, з прычыны значнага змяшчэння вуглекіслаты. Тады ўжо ведалі, што жывёльная цеплыня, падобна да цеплыні згарання, атрымлі-

ваецца пры акісленні спажыўных матэрый, і што пры гэтым павольным згаранні (акісленні) таксама ўзнікае вуглекіслата. Асноўваючыся на гэтым, Майер растлумачыў сваё назіранне, дапусціўшы, што чалавечае цела для падтрымання сваёй тэмпературы на аднолькавай вышыні (каля 37°) павінна развіваць менш цеплыні ў гарачым клімаце, дзе меншая цеплааддача; у сувязі з гэтым змяншаецца і колькасць вуглекіслаты, выдзяляемай арганізмам, і кроў застаецца больш светлай. Майеру мы абавязаны ўяўленнем, што цеплыня акіслення харчовых матэрый ператвараецца ў механічную энергію, згодна першаму палажэнню тэрмадынамікі [1]. Гельмгольц (1847), незалежна ад Майера выказаў думку аб роўнацэннасці цеплыні і работы ў найбольш агульнай форме і даў ёй матэматычную фармулёўку ў сваёй вядомай працы „Аб захаванні сілы".

Эквівалентнасць цеплыні і работы, якая існуе ў прыродзе незалежна ад штучнага ўмяшання чалавека і дае нам права замяняць адну другой, даводзіць глыбокае ўнутранае сродства між работай і цеплынёй і дае магчымасць бачыць у іх толькі розныя формы аднаго і таго самага, іменна энергіі.

Першае асноўнае палажэнне тэрмадынамікі можна выказаць некалькі інакш. (Гэта фармулёўка ёсць толькі вынік першапачатковай фармулёўкі і не сцвярджае нічога новага). Усякае цела, у якім-бы стане яно не знаходзілася, мае некаторы запас энергіі. Мы не закранаем пытання аб велічыні поўнага запасу ўнутранай энергіі цела (пар. стар. 165—166) і разглядаем толькі змяненне гэтай энергіі пры пераходзе з аднаго стану ў другі. Такім чынам, для таго каб ацаніць энергію цела, трэба ведаць, у якім стане яно знаходзіцца. Стан цела характарызуецца не толькі яго агрэгатным станам (газападобны, вадкі, цвёрды), але і яго тэмпературай, ціскам і шчыльнасцю. Для вызначэння стану цела трэба столькі даных, каб гэта вызначэнне было адназначным, г. зн. каб яго немагчыма было зблытаць з якім-небудзь іншым станам. Часам бывае дастаткова двух даных, напрыклад указання, што паветра знаходзіцца пры 0° і ціску 1 *ат.* Ясна, што гэта магчыма толькі пры газападобным стане матэрыі; пры гэтым няма патрэбы дадаваць звесткі аб шчыльнасці яго, бо шчыльнасць газу адназначна вызначаецца тэмпературай і ціскам (паветра пры адзначаных умовах мае шчыльнасць 0,001293).

Першае палажэнне тэрмадынамікі ў новай формулёўцы сцвярджае, што энергія цела адназначна вызначаецца яго станам. Калі газ падпадае якой-небудзь змене стану, напрыклад тэмпературы і ціску, і нарэшце варочаецца да першапачатковага стану, г. зн. да пачатковых тэмпературы і ціску, то яго канечная энергія аказваецца такой самай, як у пачатку. Падобны

[1] З гэтай прычыны спажыўная каштоўнасць харчовых матэрый вызначаецца ў калорыях. Усваенне арганізмам дастаўляемых яму калорый залежыць аднак ад працэсу стрававання і іншых з'яў абмену матэрый, так што дзве роўнацэнныя ў сэнсе змяшчэння калорый спажыўныя матэрыі могуць аказацца зусім рознымі па здольнасці ўсвоення арганізмам.

працэс, у рэзультаце якога цела варочаецца да выходнага стану, мае назву кругавога працэсу. Такім чынам першае палажэнне тэрмадынамікі можна выказаць яшчэ ў такой форме: калі цела падпадае кругавому працэсу, то ў канцы яно будзе мець такую энергію, як у пачатку, і прыход і расход энергіі ў часе працэсу ў дакладнасці пакрыюць адзін аднаго. Адсюль немагчымасць perpetuum mobile, г. зн. вечнага руху[1].

Надзея стварыць perpetuum mobile крыецца ў дапушчэнні, што можна (наперакор першаму палажэнню тэрмадынамікі) працяжна атрымліваць энергію, не затрачваючы энергіі. Дапускалася, што, паддаючы цела або сістэму цел пэўным цыклічным зменам так, каб пасля некаторага часу заўсёды-б з'явіўся першапачатковы стан, удасца атрымаць з сістэмы работу, не змяняючы першапачатковага запасу яе энергіі. Іншымі словамі, дапускаецца чаргаванне аднаго кругавога працэсу за другім. Але пры кожным з кругавых працэсаў немагчымы выйгрыш у рабоце, значыць немагчыма і стварэнне perpetuum mobile.

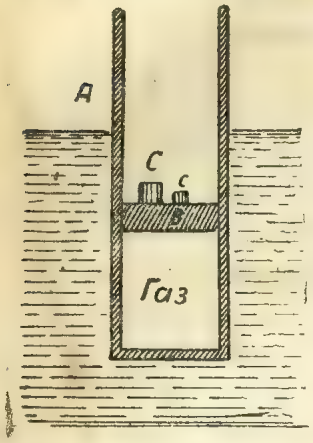
Першае палажэнне тэрмадынамікі можна фармуляваць матэматычна, разглядаючы два станы цела 1 і 2, якім адпавядае энергія U_1 і U_2. Няхай U_2 большае з двух значэнняў, г. зн. $U_2 - U_1$ павелічэнне энергіі пры пераходзе ад стану 1 да стану 2. Энергія цела можа ўзрасці ад таго, што яно ўспрымае некаторую колькасць цеплыні Q і колькасць A якой-небудзь іншай формы энергіі, якую мы коратка абазначым работай. Тады ў агульным $U_2 - U_1 = Q + A$. Наша формула правільна і ў тым выпадку, калі цела аддае частку цяпла знешняму асяроддзю або выконвае работу (перадае энергію акружаючым целам). У гэтых выпадках толькі велічыні Q або A трэба лічыць адмоўнымі. Пры кругавым працэсе стан 1 супадае з станам 2, і значыць $U_2 = U_1$. Але тады $Q + A = 0$, г. зн. пры кругавым працэсе сума ўспрынятай цеплыні і патрачанай работы роўна нулю.

Другое палажэнне тэрмадынамікі. Кругавы працэс. Perpetuum mobile другога роду. Паводле першага палажэння ва ўсіх з'явах прыроды магчыма толькі ператварэнне энергіі (але не стварэнне або зніштажэнне яе). Другое-ж палажэнне даследуе, якія віды ператварэнняў энергіі магчымы ў даных умовах. Яно асабліва датычыць кірунку ператварэння: калі гутарка ідзе аб пераходах між механічнай і цеплавой энергіях, то другое палажэнне ўказвае, ці будзе пры даных умовах пераходзіць работа ў цеплыню ці цеплыня ў работу, а таксама, якой вялікай будзе колькасць цяплыні, ператворанай у работу ў найбольш спрыяльным выпадку. Перш чым фармуляваць другое палажэнне, разгледзім больш уважліва ўзаемнае ператварэнне цеплыні і работы спачатку на самым наглядным прыкладзе (рыс. 344).

---

[1] Perpetuum mobile літаральна азначае „вечны рух". Пад гэтай назвай аднак разумелася прыстасаванне, якое-б магло вечна даваць работу без адпаведнай затраты энергіі, г. зн. рухавік, які працуе сам па сабе.

У цыліндры *A* рухаецца ўверх і ўніз шчыльна прыгнаны поршань *B*. Цыліндр змяшчае паветра і можа абменьвацца цеплынёй з навакольным асяроддзем, напрыклад з вельмі вялікім рэзервуарам, напоўненым вадой, тэмпература якой *T* застаецца пастаяннай, колькі-б цеплыні рэзервуар не прыняў ці не аддаў (так званы награвальнік ці ахаладжальнік). Газ унутры цыліндра мае тэмпературу навакольнага асяроддзя. Ціск газу на поршань ўроўнаважваецца вагою поршня і дадатковых грузаў *C* і *c*. Калі зняць з поршня груз *c*, то газ расшырыцца і падыме поршань разам з грузам *C*, г. зн. выканае работу. Патрэбную для гэтай работы колькасць цеплыні (па першым палажэнні) газ перш за ўсё возьме з уласнага цеплавога запасу. Ён ахаладзіўся-б, калі-б не было цеплавога абмену між ім і навакольным асяроддзем праз праводзячыя сценкі цыліндра. Ва ўмовах-жа нашага доследу цеплыня сазне накіроўваецца ў цыліндр, і тэмпература газу *T* аказваецца пастаяннай (працэс ізотэрмічны). Цеплыня, патрэбная для работы газу, адымаецца ад награвальніка. Значыць пры тэмпературы *T* пэўная колькасць цеплыні ператварылася ў работу. Пры гэтым цела, якое выканала работу, г. зн. газ, у некаторых адносінах зменіўся, ён павялічыў свой аб'ём. (Тая акалічнасць, што працуючае цела змяняецца, ляжыць у аснове ўсяго далейшага разважання!) Калі вагу *C* можна змяншаць па частках, то газ будзе выконваць паступова ўсё новую і новую работу, у той час як награвальнік будзе нязменна снабжаць яго эквівалентнай колькасцю цеплыні. Адначасова ўсё больш будзе змяняцца стан газу, і яго аб'ём будзе пастаянна ўзрастаць, а шчыльнасць змяншацца. Калі мы зноў пакладзем зняты груз на поршань, то апошні апусціцца і сцісне газ. Груз выканае работу над газам, у якім з гэтае прычыны ўзнікае адпаведная колькасць цеплыні; яна павысіла-б тэмпературу газу, калі-б не цеплавы абмен з навакольным асяроддзем; але з тае прычыны, што ён існуе, то цеплыня будзе імкнуцца да судзіны з вадою, і тэмпература газу застанецца ранейшай. Калі на поршань вярнуць увесь ранейшы груз, то газ вернецца да першапачатковага стану: ён выканаў кругавы працэс.



Рыс. 344. Ілюстрацыя другога закона тэорыі цяпла.

Ці трэба было ў другой палове працэсу (для сціску газу) столькі-ж работы, колькі газ выканаў у першай частцы працэсу (пры сваім расшырэнні)? Далей, ці змяшчае вада, якая акружае цыліндр, у канцы кругавога працэсу столькі-ж цеплыні, як у пачатку? Вопыт вучыць: наогул адваротны працэс патрабуе больш работы, чым дала першая частка працэса; значыць для ажыццяўлення кругавога працэсу патрэбна затрата работы, і цеплыня, адпавядаючая гэтай затраце работы, перадаецца вадзе, акружаючай цыліндр; такім чынам у канечным выніку мы ператвараем работу ў цеплыню. Тэорыя ідзе далей вопыту. Тэарэ-

тычна дапусцімы найспрыяльнейшы гранічны выпадак, калі затрачаная работа дакладна роўна выйгранай рабоце, тады судзіна з вадою мае і ў канцы кругавога працэсу тую-ж колькасць цеплыні, што і ў пачатку. Гэты гранічны выпадак здзейсніцца, калі поршань будзе рухацца без усякага церця, і калі газ будзе расшырацца і сціскацца так павольна, што ўнутры яго не ўзнікне розніц ціску і розніц тэмпературы. Такім чынам, улічваючы і рэальна магчымыя і тэарэтычна дапусцімыя выпадкі, мы заключаем, што ў вышэй апісаным доследзе пры кругавым працэсе ніколі не будзе выйгрышу работы за кошт цеплыні. У нашым выпадку работа будзе атрымана за кошт цеплыні толькі пры абавязковай умове змянення стану працуючай сістэмы.

Абагульваючы гэта заключэнне, прыходзім да адной з фармулёвак другога палажэння: „Ні пры адным кругавым працэсе, ні пры радзе паслядоўных кругавых працэсаў (або што зводзіцца да таго-ж самага: пры любым перыядычным працэсе) нельга атрымаць работу толькі шляхам адняцця цеплыні ад навакольнага асяроддзя (награвальніка), якое знаходзіцца пры пэўнай тэмпературы. За кошт цеплыні асяроддзя работа можа быць атрымана толькі пры абавязковай умове, што адбудзецца і застанецца некаторае змяненне стану або ў самым працуючым целе або ў навакольным асяроддзі".

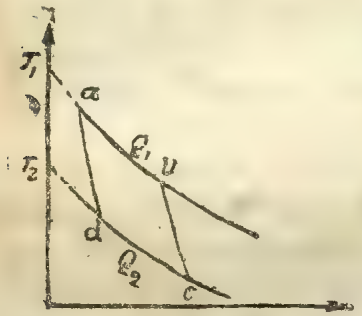
Гэта сцвярджэнне—трэба адзначыць, што яно здабыта з вопыту—ставіцца Планкам як галоўнае, як асноўнае пры разглядзе другога палажэння тэрмадынамікі. Непасрэдна з яго выцякае немагчымасць пабудаваць такі рухавік, адзіным рэзультатам дзейнасці якога-б было ператварэнне ў работу цеплыні, якую атрымлівае гэты рухавік з акружаючай прасторы: мора, паветра або зямлі. Сапраўды, каб такая машына не выконвала кругавога працэсу, г. зн. каб матэрыі, якія ўваходзяць у састаў яе, мелі-б бесперарыўнае змяненне, не варочаліся ў першапачатковы стан, то дзейнасць такой машыны, як відаць, спынялася-б сама сабою, бо немагчыма бязмежнае змяненне. Калі-ж машына працуе кругавымі працэсамі, то, згодна сказанаму вышэй, яна ніколі не выканае работы за кошт цеплыні акружаючых цел. Падобная гіпатэтычная машына, якая не супярэчыць першаму прынцыпу, давала-б колькі хочаш работы пры мізэрных затратах на яе жыўленне; практычна яна была-б роўнасільна вечнаму рухавіку, і называецца з гэтае прычыны perpetuum mobile другога роду. Другое палажэнне тэрмадынамікі можна значыць фармуляваць, як палажэнне аб немагчымасці perpetuum mobile другога роду.

Цыкл Карно. Толькі што апісаны кругавы працэс не здолен ператварыць цеплыню ў работу. Але вядомы іншыя кругавыя працэсы, у якіх гэта магчыма. Важнейшым практычным прыкладам такога працэсу з'яўляецца работа паравой машыны, у прыватнасці кандэнсацыйнай паравой машыны, дзеянне якой асабліва наглядна. Вада ў катле ператвараецца ў пару; пара, расшыраючыся, рухае поршань, г. зн. выконвае работу; у кандэнсатары

пара ізноў ператвараецца ў ваду. Істотнае адрозненне гэтага працэсу ад апісанага вышэй—у наступным: замест аднаго цеплавога рэзервуара пэўнай тэмпературы мы маем у гэтым выпадку два рэзервуары рознай тэмпературы, і з імі ўступае ў цеплавы абмен цела, якое выконвае работу (вада, пара); тэмпературы абодвух рэзервуараў розныя—паравы кацёл пры T_1 і халадзільнік кандэнсатара пры T_2.

Для нагляднасці ідэалізуем гэты працэс, надаўшы яму форму ідэальнага кругавога працэсу, прыдуманага Карно і называемага з гэтае прычыны цыклам Карно: адхілімся ад узнікнення цеплыні пры церці і ад бескарыснага (не суправаджаемага работай) пераходу цеплыні ад больш гарачых да больш халодных частак сістэмы.

Няхай працуючае цела ёсць газ. Будзем паказваць стан гэтага газу пунктамі на дыяграме (рыс. 345), дзе па восі абсцыс адкладзены аб'ёмы, а па восі ардынат—ціскі. Няхай пачатковы стан газу паказаны пунктам a, г. зн. яму адпавядае аб'ём, роўны абсцысе пункту a, і ціск, роўны ардынаце гэтага пункту. Газ пачынае расшырацца; яго аб'ём павялічваецца, а ціск змяншаецца, і стан яго пасля расшырэння будзе паказаны на дыяграме пунктам b. Няхай гэта расшырэнне апрача таго адбывалася пры пастаяннай тэмпературы T_1, г. зн. ізотэрмічна; гэта значыць, што была паглынута некаторая колькасць цеплыні Q_1, запазычаная з рэзервуара тэмпературы T_1, з якім газ знаходзіўся ў судотыку (пар. працэс стар. 356). Прымусім газ расшырацца далей да стану, адзначанага на дыяграме пунктам c, але на гэты раз без цеплавога абмену з навакольным асяроддзем. Такога роду працэс, пры якім сістэма не абменьваецца цеплынёй з навакольным асяроддзем, называецца адыябатным. Работу, патрэбную для гэтага адыябатнага расшырэння, газ вымушан выконваць за кошт свайго ўласнага запасу цеплыні. Пры гэтым ён ахалоджваецца да тэмпературы T_2. Прывядзем газ у судотык з халадзільнікам, які мае тую-ж тэмпературу T_2, і сціснем яго ізноў ізотэрмічна, г. зн. дазваляючы яму аддаваць развіваемую цеплыню Q_2 халадзільніка (ад c да d); нарэшце ізноў ізалюем газ і сціснем яго адыябатна, г. зн. без цеплавога абмену (ад d да a). Цеплыня, якая пры гэтым развіваецца, ідзе на павышэнне тэмпературы самога газу ад T_2 да T_1.



Рыс. 345. Дыяграма цыклу Карно.

Гэтым цыкл скончаны: працуючае цела—газ—вярнулася да першапачатковага стану. Асяроддзе пры тэмпературы T_1 аддало колькасць цеплыні Q_1; другое асяроддзе пры тэмпературы T_2 набыло цеплыню Q_2; апрача таго працуючае цела выканала некаторую работу A. Згодна першаму палажэнню тэрмадынамікі $A = Q_1 - Q_2$, і калі Q_1 больш Q_2, г. зн. асяроддзе з больш высокай тэмпературай аддало цеплыні больш, чым атрымала асяроддзе з больш нізкай тэмпературай, то A—дадатна: машына пры кругавым працэсе выканала работу. Калі працуючае цела—

ідэальны газ, то нам вядомы простыя законы[1], якія ўстанаўліваюць сувязь між ціскам і аб'ёмам газу як пры ізотэрмічных, так і пры адыябатных зменах. Таму можна тэарэтычна вылічыць сувязь між колькасцямі цеплыні Q_1 і Q_2 і работай A, выконваемай газам. Рэзультаты вылічэння прыводзяць да наступных суадносін:

$$A = Q_1 - Q_2 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = Q_1\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \text{ або } \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Калі-б замест ідэальнага газу мы прымусілі выканаць аналагічныя працэсы якую-небудзь іншую матэрыю, захоўваючы тыя самыя найспрыяльнейшыя ўмовы (адсутнасць церця, адсутнасць абмену цяпла з прычыны цеплаправоднасці), то выведзеныя вышэй суадносіны аказаліся-б ізноў правільнымі. Наогул, асноўваючыся на немагчымасці perpetuum mobile другога роду, можна даказаць тэарэму, што пры даных значэннях T_1, T_2 і Q_1 велічыні атрымліваемай работы A і адданай халадзільніку цеплыні Q_2 будуць адны і тыя самыя, які-б працэс не служыў для атрымання работы з цяпла, толькі-б захоўваліся адзначаныя найспрыяльнейшыя ўмовы (тэарэма Карно). Даказацельства гэтай тэарэмы вядзецца „ад праціўнага"; дапушчэнне яе няправільнасці павяло-б да магчымасці зрабіць perpetuum mobile другога роду, што супярэчыць другому палажэнню тэрмадынамікі. Такім чынам работа A, атрыманая ў працэсе Карно, тым большая, чым большая цеплыня, запазычаная рабочай матэрыяй з награвальніка і чым больш значная розніца тэмператур $T_1 - T_2$. Мы бачым, што з усёй паглынёнай цеплыні Q_1 толькі частка траціцца на работу. Узнікшая работа A роўна Q_1, памножанаму на правільны дроб η. Гэты дроб роўны

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Велічыня η, паказваючая, якая частка ўсёй паглынёнай рабочай матэрыяй цеплыні Q_1 пераходзіць у работу, называецца каэфіцыентам карыснага дзеяння. η можна прыняць роўнай адзінцы, г. зн. лічыць, што ўсё атрыманае цяпло цалкам перайшло ў работу, толькі калі T_1 настолькі большае, чым T_2, што дроб $\frac{T_2}{T_1}$ можна прыраўняць нулю ў параўнанні з 1; тады $\eta = 1$. У большасці сапраўдных выпадкаў η значна меншае. Калі напрыклад больш высокая тэмпература $t_1 = 150°$ ($T_1 = 273 + 150 = 423°$ абс.), а больш нізкая $t_2 = 30°$ ($T_2 = 273 + 30° = 303°$ абс.) (умовы, характарызуючыя звычайную паравую машыну), то $\eta = \frac{423 - 303}{423} = 0{,}28$, г. зн. у гэтым выпадку толькі 28 проц. атры-

---

[1] Ізотэрмінічны працэс кіруецца суадносінамі Кляпэйрона $\frac{P.V}{T} = \text{const}$, а адыябатны—суадносінамі Пуасона $P.V^{\gamma} = \text{const}$, дзе P—ціск, V—аб'ём, T—абсалютная тэмпература газа, а $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ — адносіны ўдзельнай цеплыні газа пры пастаянным ціску і пастаянным аб'ёме (стар. 389). Для вадарода напрыклад $\gamma = 1{,}41$.

Qанай цеплыні Q_1 ператвараецца ў работу. Астатак цеплыні $_1 - A = Q_2$ аддаецца ў выглядзе цеплыні-ж асяроддзю з больш ізкай тэмпературай (халадзільніку) і не можа быць выкарыстаны ля атрымання работы. Мы ацанілі каэфіцыент карыснага дзеяння дэальнай паравой машыны. У сапраўднасці ён будзе значна ніжэй, бо частка цяпла будзе страчана для скарыстання з прычыны цеплавога абмену розна нагрэтых частак сістэмы і да т. п.

Кругавы працэс (стар. 356), у якім прымала ўдзел толькі адно знешняе цеплавое асяроддзе, складаўся з двух частак, з якіх другая была поўным зваротам першай. У кругавым працэсе Карно дакладнага звароту няма, і працуючае цела (напрыклад газ) на шляху ад a да c праз b праходзіць іншыя станы, чым на зваротным шляху ад c да a. Але мы можам да гэтага працэсу — назывем яго дадатным — прылучыць другі, адмоўны, праціпежны першаму, і які ідзе ад стану a праз d, c, b назад да a. Пры гэтым адмоўным працэсе, з прычыны расшырэння цела ад d да c і выконваемай пры гэтым работы, ад асяроддзя з больш нізкай тэмпературай T_2 будзе аднята некаторая колькасць цеплыні Q_2', а асяроддзю з больш высокай тэмпературай T_1 будзе адпаведна аддадзена колькасць цеплыні Q_1'. Колькасці цеплыні тут маюць знакі, процілежныя тым, якія былі пры дадатным працэсе; апрача таго пры адмоўным працэсе работа не выйграецца; наадварот, прыходзіцца затраціць некаторую работу A'. Тэорыя паказвае, што для адмоўных працэсаў правільны тыя-ж адносіны, як і для дадатных, іменна:

$$A' = Q_2' \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \frac{Q_1''}{T_1} - \frac{Q_2'}{T_2} = O.$$

Далей тэорыя кажа, што A' і A, Q_1' і Q_1, Q_2' і Q_2 адпаведна роўны і праціпежны, так што адмоўны працэс Карно з'яўляецца ва ўсім поўным зваротам дадатнага. У той час, як пры дадатным працэсе цеплыня перадаецца ад больш высокай тэмпературы да больш нізкай, і атрымліваецца работа, пры адмоўным працэсе цеплыня пераносіцца ад асяроддзя з больш нізкай тэмпературай да асяроддзя з больш высокай тэмпературай, прычым затрачваецца работа.

Рэзюмуючы, можна выказаць як вынік другога палажэння тэрмадынамікі: дадатны працэс Карно ператварае ў работу толькі частку ўсёй наяўнай у запасе цеплыні, другая частка застаецца цеплынёю-ж, але пры больш нізкім тэмпературным узроўні. Пры дапамозе адмоўнага працэсу Карно цеплыня можа быць пераведзена з больш нізкага на больш высокі тэмпературны ўзровень, але толькі пры затраце работы.

Адмоўны працэс Карно—ідэальная схема халадзільнай машыны. Падтрымліваць тэмпературу некаторае прасторы ніжэй навакольнага асяроддзя магчыма толькі пры затраце работы. Адмоўны працэс Карно называецца таксама цеплавым насосам, бо ён можа ўзняць цеплыню на больш высокі ўзровень

тэмпературы. Але больш цёплае цела атрымлівае пры гэтым не толькі тую цеплыню Q_2', якая адымаецца ад цела больш халоднага; цеплыня Q_1', атрымліваемая цёплым целам, перавышае цеплыню Q_2', на велічыню работы, затрачанай пры адмоўным працэсе Карно.

Зваротныя і незваротныя працэсы. Да гэтага часу былі разгледжаны толькі ідэальныя з'явы. Чым адрозніваюцца ад іх з'явы рэальныя? Пры рэальным працэсе кожны рух суправаджаецца церцем рухоўных частак, якія ператвараюць частку энергіі руху ў цеплыню. Працэс, схема якога падана на рыс. 344, адрозніваецца ў сапраўднасці тым, што газ траціць частку работы на перамаганне церця поршня аб сценкі цыліндра, прычым гэта работа ператвараецца ў цяпло. Такое ператварэнне работы ў цяпло з прычыны церця адбываецца як пры расшырэнні, так і пры сціску газу. Таму работа, якая дастаўляецца газам пры расшырэнні, будзе менш работы, неабходнай для сціску нашага газу да першапачатковага аб'ёму. Сапраўды, пры расшырэнні газу частка выконваемай ім работы пойдзе на перамаганне церця і не будзе атрымана намі, а пры сціску—мы павінны будзем выканаць дадатковую работу, якая ператворыцца ў цяпло з прычыны церця.

Падобнае адбываецца пры кожным рэальным рабочым працэсе: церце паглынае частку карыснай работы. Наадварот пры сапраўдным выкананні кругавога працэсу работа, расходваная на сціск, з прычыны церця не можа быць звернута поўнасцю пры расшырэнні таго-ж газу. У той час, як у ідэальным кругавым працэсе канечны стан нічым не адрозніваецца ад пачатковага, пры сапраўдным працэсе выпрацоўваецца цеплыня, якая так і застаецца цеплынёй. У рэзультаце частка работы ператвараецца да канца кругавога працэсу ў цеплыню.

Другая неўнікнёная крыніца цеплавых страт у рэальных працэсах, пры якіх маецца розніца тэмператур, ёсць цеплаправоднасць. Яна дае магчымасць цеплыні перайсці з больш высокага тэмпературнага ўзроўня на больш нізкі без выканання работы (у ідэальным працэсе, падобным працэсу Карно, такі пераход, як мы бачылі, суправаджаўся ператварэннем часткі цеплыні ў работу). Нешта падобнае адбываецца, калі падаючы струмень вады, які можа выканаць работу, пападае міма кола, замест таго каб упасці на яго лопасці. Церце зніштажае карысную работу, ператвараючы яе ў цяпло, цеплаправоднасць-жа паніжае здольнасць цяпла ператварацца ў работу: з гэтае прычыны кожны сапраўдны працэс дае менш работы, чым ідэальны. У адпаведнасці з гэтым каэфіцыент карыснага дзеяння рэальнай (незваротнай) машыны $\left(\eta^* = \frac{Q_1^* - Q_2^*}{Q_1^*}\right)$ будзе меншы, чым каэфіцыент карыснага дзеяння зваротнай машыны $\left(\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}\right)$, нават калі абедзве машыны працуюць пры дапамозе агульнага

награвальніка (тэмпература T_1) і агульнага халадзільніка (тэмпература T_2). Такім чынам

$$\eta^* = \frac{Q_1^* - Q_2^*}{Q_1^*} < \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

адсюль

$$1 = \frac{Q_2^*}{Q_1^*} < 1 - \frac{T_2}{T_1} \text{ і } 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

або

$$\frac{Q_2^*}{T_2} - \frac{Q_1^*}{T_1} > 0 \text{ і } \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} = 0.$$

Ідэальныя працэсы трэба разглядаць як гранічныя выпадкі рэальных; у іх пры іншых роўных умовах каэфіцыент карыснага дзеяння або эканамічнасць большая, чым у сапраўдных. Каб у канцы рэальнага працэсу вярнуцца поўнасцю да выходнага стану, трэба было-б выканаць некаторы лішак работы, бо ў сапраўднасці ўсе працэсы заўсёды суправаджаюцца церцем і цеплаправоднасцю. З прынцыпа немагчымасці perpetuum mobile 2-га роду выцякае, што немагчыма без затраты работы перавесці цеплыню ад нізкай да больш высокай тэмпературы (халадзільная машына) і што цеплыню церця нельга перавесці ў работу, не змяніўшы ў канчатковым ліку стану якога-небудзь з цел, што прымаюць удзел у працэсе. Такім чынам, калі пры церці работа пераходзіць у цеплыню „сама сабою", г. зн. не суправаджаецца абавязковай зменай стану якога-небудзь цела, то адваротны працэс заўсёды звязаны са зменаю стану. Церце—працэс, які нельга абраціць, не пакінуўшы ў акружаючым якіх-небудзь змен. Такі працэс называецца незваротным. Незваротна таксама пашырэнне цеплыні шляхам выпрамянення або цеплаправоднасці: пашырэнне адбываецца без затраты работы, але зваротнае накапленне цеплыні ў целе больш высокай тэмпературы патрабуе затраты работы.

Вядомы і іншыя незваротныя працэсы. Калі напрыклад газ выцякае ў зусім пустую прастору, то ён расшыраецца без усякай работы; але каб яго ізноў сціснуць, патрабуецца работа. Далей, два газы змешваюцца або адна матэрыя растваряецца ў другой без затраты работы; але для таго, каб выдзеліць матэрыю з раствору або раздзяліць змешаныя газы, патрэбна затрата работы.

Падагулім сказанае. Пераход работы ў цеплыню з прычыны церця магчымы без якіх-небудзь дадатковых змен стану; таксама пераход цеплыні ад больш высокіх да больш нізкіх тэмператур (праводнасць, выпрамяненне) або перамяшчэнне масы з меншага аб'ёму ў большы (дыфузія) адбываецца без затраты работы, але працэсы, працілежныя гэтым, патрабуюць затраты работы або змянення стану. Цеплыня церця ўзнікае пры ўсякім выпадку „сама сабою", і маса або цеплыня імкнецца пашырыцца без усякага знешняга ўплыву на ўсю даступную прастору. Такім чынам працэсы прыроды працякаюць пераважна ў адзначаных напрамках, так што ўзнікаюць непераможныя перашкоды поўнаму іх зва-

роту. Калі церце, або цеплаправоднасць, ці дыфузія калі-небудзь мелі месца, то сляды іх ніколі не ўдасца згладзіць зусім. Кожны працэс у прыродзе працякае заўсёды ў такім напрамку, што работа пераходзіць у цеплыню ў большай колькасці, чым цеплыня ў работу, што больш цеплыні пераходзіць ад высокай тэмпературы да нізкай, чым наадварот, і што маса больш падпадае расшырэнню ў прасторы, чым сціску. Заўсёды пераважаюць тыя працэсы, якія мы называем незваротнымі.

Працілежнасцю незваротным працэсам з'яўляюцца працэсы з в а р о т н ы я, тыя, якія могуць працякаць у зваротным кірунку без дадатковай работы. Такім з'яўляецца напрыклад ваганне маятніка без затухання (без церця), г. зн. такое, што амплітуды пры кожным размаху застаюцца аднолькавымі (хоць, строга кажучы, гэта адносіцца да матэматычнага, а не да фізічнага маятніка). Усе ц а л к а м зваротныя працэсы ідэалізаваны, рэальныя-ж працэсы ўсе без выключэння так або інакш з в я з а н ы з незваротнымі працэсамі (таксама і ваганне маятніка), а таму самі б о л ь ш а б о м е н ш незваротны і адрозніваюцца толькі с т у п е н н ю сваёй незваротнасці.

Энтропія. Ступень незваротнасці працэсу можна вылічыць пры дапамозе матэматычнай функцыі, уведзенай Клаузіусам, э н т р о п і і. Пры кожным незваротным працэсе энтропія сістэмы ў з р а с т а е. Змяншацца яна наогул не можа ні пры якіх абставінах; застаецца пастаяннай яна толькі пры ідэальным зваротным працэсе. Праўда, у асобнага цела або групы цел, складаючых толькі ч а с т к у ўсёй разглядаемай сістэмы, энтропія можа і змяншацца; але гэта змяншэнне суправаджаецца тым большым узрастаннем энтропіі ў астатніх частак сістэмы, так што сума ў с і х змен энтропій сістэмы сведчыць аб павелічэнні энтропіі.

Змена энтропіі выражаецца матэматычна асабліва проста ў тым выпадку, калі змены аб'ёму (калі яны сустракаюцца) адбываюцца зваротна (напрыклад без дыфузіі). Тады прырост энтропіі за некаторы прамежак часу, на працягу якога цела ўладала абсалютнай тэмпературай T і ўспрыняла колькасць цеплыні Q, роўны $\frac{Q}{T}$. Калі тэмпература змянялася за гэты час, то прырост энтропіі можна вылічыць, разбіўшы працэс на невялікія часткі, на працягу якіх тэмпературу можна лічыць пастаяннай. Для кожнай такой часткі змена энтропіі будзе паводле вышэйсказанага вызначацца велічынёю $\frac{Q}{T}$, а поўны прырост энтропіі роўны суме велічынь $\frac{Q}{T}$ за ўвесь працэс.

Пры працэсе Карно, як і пры ўсякім іншым кругавым працэсе, працуючае цела пасля рада змен прыходзіць у п е р ш а п а ч а т к о в ы стан, значыць усе яго ўласцівасці, у тым ліку і энтропія, прымаюць першапачатковае значэнне. Такім чынам змена энтропіі рабочага цела за поўны цыкл роўна нулю, г. зн. у агульным я г о энтропія не змянілася; затое змянілася энтропія абодвух знешніх асяроддзяў (халадзільніка і награвальніка). У асяроддзя з больш

высокай тэмпературай T_1, якое а д д а л о целу цеплыню Q_1, энтропія з м е н ш ы л а с я на $\frac{Q_1}{T_1}$; энтропія-ж больш халоднага асяроддзя з тэмпературай T_2, якое а т р ы м а л а цеплыню Q_2, павялічылася на $\frac{Q_2}{T_2}$. Поўнае прырашчэнне энтропіі ў с ё й сістэмы ў цэлым (рабочая матэрыя, халадзільнік і награвальнік) раўняецца, значыць,

$$\frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1}.$$

Для з в а р о т н ы х працэсаў гэта розніца роўна нулю (стар. 359), г. зн. энтропія сістэмы застаецца нязменнай. Для незваротных-жа працэсаў (стар. 362) адпаведная розніца больш нуля, г. зн. энтропія павялічваецца. Такім чынам энтропія ў с ё й с і с т э м ы ў ц э л ы м можа заставацца нязменнай (пры зваротных працэсах) або павялічвацца (пры незваротных працэсах), але н і к о л і н е м о ж а з м я н ш а ц ц а. Гэта палажэнне можа разглядацца як новая ф а р м у л ё ў к а другога палажэння тэрмадынамікі. У межах нашага вопыту мы маем шматлікія довады правільнасці другога палажэння. Лік яго вынікаў, даступных доследнай праверцы, надзвычайна вялікі. Кожнае новае ўдасканаленне эксперыментальнай тэхнікі прыносіць новыя пацверджанні. Гэта трэба асабліва падкрэсліць з прычыны ўсё яшчэ наяўных спроб пабудаваць вечны рухавік.

Не гледзячы на тое, што закон захавання энергіі, які выключае магчымасць пабудовы perpetuum mobile 1-га роду, павінен быў-бы ўжо атрымаць дастаткова шырокую відавочнасць, мы сустракаемся аднак са шматлікімі праектамі пабудовы вечнага рухавіка. Бюро рабочага вынаходніцтва на жаль атрымлівае нямала такіх праектаў. Яснае разуменне немагчымасці perpetuum mobile 2-га роду пашырана яшчэ менш, бо другое палажэнне тэрмадынамікі з'яўляецца куды больш трудным для разумення.

Тэхнічнае значэнне энтропіі. У працэсе Карно заўсёды, нават у ідэальным выпадку, пры ператварэнні цеплыні ў работу частка цеплыні $Q_2 = \frac{Q_1}{T_1} \cdot T_2$ выпадае са звароту ў бескаштоўным выглядзе. Таму, хоць цеплыня ў фізічных адносінах э к в і в а л е н т н а механічнай рабоце, у тэхнічных, г. зн. гаспадарчых адносінах, яна м е н ш каштоўна. Гэта пакажа наступны мысленны вопыт: няхай паравы рухавік павінен дастаўляць 427 *кгм* энергіі ў секунду. Яго паравы кацёл знаходзіцца пад ціскам 2 *ат*, значыць змяшчае ваду пры 120°. Вада была нагрэта ад хатняй тэмпературы (20°) да 120°, значыць у яе ўложана 100 *кг-кал* на літр; кацёл дастаўляе ўмоўленыя 42700 *кгм* за 100 *сек* у выглядзе цеплыні пры тэмпературы 120° на кожны літр вады. Т э а р э т ы ч н а яна эквівалентна 427 *кгм/сек*, тэхнічна-ж—не, бо калі спажывец ператворыць атрыманую цеплыню ў работу, то сам ён атрымае ў ідэальным (недасяжным) выпадку ніякім чынам не больш 25 проц., г. зн. 75 проц. цеплыні прападуць для яго бескарысна. Калі-б ён атрым-

ліваў кожныя 100 *сек* па 1 *л* вады пры 150°, то для яго прапала-б каля 69 проц. цеплыні. Чым ніжэй тэмпературны ўзровень прадастаўленай яму цеплыні, тым меншая яе каштоўнасць, бо тым меншая частка яе будзе скарыстана пры ператварэнні ў механічную работу. У гэтым сэнсе мы прыпісваем кожнай колькасці цеплыні пэўную тэмпературу, іменна тэмпературу рэзервуара, з якога яна атрымліваецца.

Пры ператварэнні ў работу частка цеплыні падае з больш высокага тэмпературнага ўзроўня T_1 на больш нізкі—T_2. Чым вышэй першапачатковы ўзровень і чым ніжэй канечны, тым б о л ь ш ы процант цеплыні п е р а т в а р а е ц ц а пры гэтым у работу (і тым меншая частка застаецца ў выглядзе бескарыснай цеплыні на больш нізкім узроўні).

Калі якому-небудзь насіцелю цеплыні (вадзяной пары, газу, нафце) у спецыяльнай вытворчай установцы, г. зн. ва ўсёй сістэме прыстасаваных і прымаючых удзел у працэсе прадметаў: катлы, машыны, праводкі ды інш., мы дамо магчымасць павялічыць сваю энтропію (змяншаючы яго ціск або тэмпературу), то пры гэтым частка цеплыні, якая ў ім знаходзіцца, пяройдзе ў механічную работу, але частка параўнальна невялікая. Большая частка цеплыні застанецца цеплынёй пры паніжанай тэмпературы. За выконваемую механічную работу прыходзіцца плаціць прыродзе высокі падатак. Гэта доследны факт. Для велічыні бескарысна гінучай цеплыні $Q_2\left(=\frac{Q_1}{T_1}T_2\right)$ рашаючае значэнне мае множнік $\frac{Q_1}{T_1}$, г. зн. змена энтропіі награвальніка. Велічыню T_2 нельга значна змяніць; гэта або хатняя тэмпература або тэмпература кандэнсатара паравой машыны і да т. п. Чым больш $\frac{Q_1}{T_1}$, тым больш бескарыснага „цеплавога адкіду", які прыходзіцца ўлічваць як страту, і тым меншы каэфіцыент карыснага дзеяння працуючай сістэмы. Каб павялічыць гэты апошні, як відаць, мы павінны па магчымасці павялічыць T_1, а T_2 па магчымасці зменшыць; ідэальным быў-бы халадзільнік пры тэмпературы абсалютнага нуля, але нам прыходзіцца звычайна здавальняцца хатняй тэмпературай, г. зн. тэмпературай на 300° больш высокай. Таму галоўныя сродкі палепшання цеплавых рухавікоў складаюцца з павелічэння тэмпературы награвальніка. Цеплатэхніка ўжо многага дасягнула на гэтым шляху. Першым дасягненнем у адзначаным напрамку з'явілася ўжыванне паравых машын з п е р а г р э в а м і катлоў высокага ціску. Пачатковую тэмпературу вады ў катле можна павысіць, павялічыўшы пачатковы ціск. У гэтых адносінах аднак для вады (як і для ўсякай іншай матэрыі) існуе гранічная (крытычная, гл. стар. 422) тэмпература. Для вады яна роўна 374°. Пры гэтай тэмпературы ціск вадзяной пары роўны 225 *am*. Каб унікнуць вялікіх ціскаў пры высокіх тэмпературах, Э м е т прапанаваў ужываць замест вадзяной пары іртуць, ціск пары якой у многа разоў меншы, чым у вады пры такой самай тэмпературы, і крытычная тэмпература якой ляжыць вышэй (1470°). Газавая печ разагравае кацёл з іртуццю і дае насычаную іртутную

пару пры ціску каля 3,15 *ат* і тэмпературы 425°; пара рухае аднаступенчатую турбіну і асаджваецца ў кандэнсатары пры ціску каля 0,032 *ат*, адпавядаючым тэмпературы насычэння каля 212°. Ахалоджванне—вадзяное; вада, якая выпараецца, рухае другую турбіну. Ступень карыснага дзеяння гэтай двухступенчатай турбіны на 37° вышэй, чым ва ўстаноўцы, якая працуе на вадзяной пары пры 24,5 *ат* і 370°.

Куды большае тэхнічнае значэнне мае пабудова рухавікоў, якія працуюць спальваннем лёгка гаручых сумесей унутры рабочага цыліндра з поршнем. Рухавікі гэтыя маюць назву рухавікоў унутранага згарання і даюць магчымасць куды больш рацыянальна скарыстаць цеплавую энергію. Гэта відаць ужо з таго, што тэмпература ўтвараемых пры згаранні газаў значна вышэй, чым тэмпература пары ў паравых машынах. Гэта тэмпература T_1 можа лёгка даходзіць да 2000°. Калі за тэмпературу халадзільніка прыняць тэмпературу акружаючага паветра, г. зн. прыкладна $T_2 = 300°$, то ў ідэальных умовах рухавік унутранога згарання мог-бы мець каэфіцыент карыснага дзеяння $\eta = \frac{2000 - 300}{2000} = 0{,}85$, г. зн. у такой машыне магло-б быць скарыстана да 85 проц. цеплавой энергіі. Сапраўдныя рухавікі даюць вядома больш нізкі эканамічны каэфіцыент (стар. 417).

Вадзяная пара, як насіцель цеплыні, складае сутнасць паравой машыны незалежна ад тыпу канструкцыі. Карыснае дзеянне яе залежыць пры гэтым не толькі ад колькасці энергіі ў ёй, але ў такой самай меры і ад яе энтропіі. Таму энтропія вадзяной пары была вылічана на аснове эмпірычна падабранага раўнання стану і ў выглядзе табліц і дыяграм дадзена ў сувязі з такімі велічынямі, як цеплыня выпарвання, тэмпература насычанае пары, удзельная вага і інш., для ўсіх ціскаў і тэмператур, істотных для тэхнікі. Таксама як выкананую работу можна паказаць плошчаю на дыяграме ціску—аб'ёму (pv), так і цеплыню, затрачаную на гэту работу, можна выразіць плошчаю на дыяграме тэмпературы—энтропіі (TS). Механічная работа, выкананая целам у 1 *кг* пры змене аб'ёму на dv пад ціскам p, роўна $dL = p \cdot dv$ *кгм*. Выкліканая гэтым змена цеплавой энергіі dQ пры тэмпературы T роўна $dQ = TdS$ *кг/кал*. Ізотэрмічныя змены стану паказаны на дыяграме TS лініяй, паралельнай восі энтропіі; адыябатныя—паралельнай восі тэмператур. Рыс. 346 дае прыблізную карціну дыяграмы TS вадзяной пары.

Фізічны сэнс энтропіі. Значэнне энтропіі сістэмы і яе змены маюць, як мы бачылі, першаступянёвае значэнне пры даследванні тэхнічных працэсаў. Мы назвалі яе толькі матэматычнай функцыяй, які-ж яе фізічны сэнс? Кожнае цела ў стане, у якім яно знаходзіцца ў даны момант, мае пэўную энтропію, таксама як яно мае пэўную тэмпературу, пэўны аб'ём і ціск. Таму энтропію цела трэба лічыць адной з яго фізічных уласцівасцей. Пад фізічнай уласцівасцю цела мы разумеем яго здольнасць выконваць пры пэўных умовах пэўныя дзеянні.

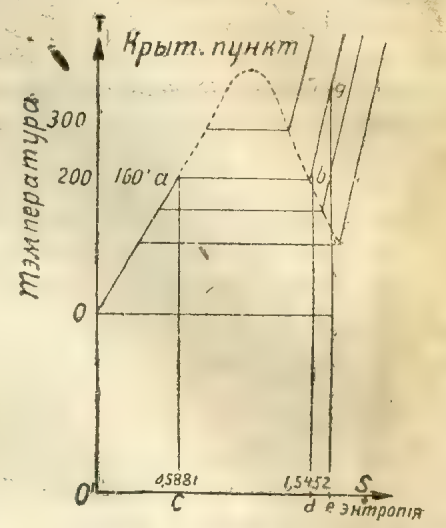
Аб якога роду ўмовах можа ў даным выпадку ісці гутарка? І якога роду дзеянні характарызуе сабою энтропія або яе змена?

Умова такая: мы пераводзім цела зваротным чынам, г. зн. пры захоўванні неабходных перасяярог (гл. вышэй), з якога-небудзь стану, вызначаемага ціскам P і тэмпературай T у некаторы нармальны стан (p_0, T_0). Для гэтага прыводзім яго спачатку шляхам бесканечна павольнага адыябатычнага сціску або расшырэння да нармальнай тэмпературы T_0, а затым бесканечна павольна і ізотэрмічна мяняем яго ціск, пакуль ён не стане роўны нармальнаму ціску P_0. Цікавячае нас дзеянне складаецца з таго, ці аддае цела пры гэтым цяпло, ці паглынае яго? Лёгка бачыць, што рашэнне гэтага пытання залежыць ад змены энтропіі нашага цела. Дзякуючы выбранаму намі спосабу пераходу ад (P T) да (P_0 T_0) лёгка вылічыць гэту змену энтропіі. Пры першай адыябатычнай частцы пра-

цэсу энтропія цела не змянілася, бо пры адыябатычным працэсе цела не атрымлівае і не аддае цяпла. Пры другой-жа ізотэрмічнай змене тэмпература цела ўвесь час была T_0, так што змена энтропіі ёсць $\frac{Q}{T_0}$, калі Q цяпло, якое надаецца целу на гэтай стадыі змены. Такім чынам змена энтропіі $\Delta S = S_0 - S = \frac{Q}{T_0}$, калі S—энтропія ў пачатковым і S_0 энтропія ў нармальным стане цела. Калі $S < S_0$, г. зн. энтропія цела пры пераходзе да нармальнага стану павялічваецца, то $Q > 0$, г. зн. цела паглынае некаторую дадатную колькасць цяпла, калі, наадварот, $\Delta S < 0$, г. зн. пры пераходзе да нармальнага стану энтропія цела змяншаецца, то $Q < 0$ — целу надаюць адмоўную колькасць цяпла, г. зн. цела аддае цяпло навакольнаму асяроддзю. Такім чынам змена энтропіі вырашае пытанне аб кірунку пераходу цяпла ў адзначаных умовах.

Энтропія цела ў пэўным стане тым большая, чым большая яго маса. Таму энтропію адносяць звычайна да адзінкі масы, г. зн. вымяраюць у адзінках

$$\frac{\text{колькасць цяпла}}{\text{градус} \times \text{маса}}.$$



Рыс. 346. З дыяграмы энтропіі вадзяное пары. Лінія з дыяграмы T—G, абазначаная $Oabg$, з дапаможнымі лініямі ac, bd, ge, адзначаюць: вада награваецца пад ціскам $p = 16$ *am* ад 0° да пункту кіпення 200°, пры 200° яе энтропія роўна 0,5881; гэтаму стану адпавядае пункт a (пункты адрэзка Oa адпавядаюць тэмпературам кіпення пад ціскам ад 0 да 16 *am*). Крывая Oa— граніца між вадою і параю. Плошча $OacO'$ адпавядае колькасці цеплыні, неабходнай для награвання вады ад 0 да 200° пад ціскам 16 *am*. Пры выпарэнні T_2 застаецца пастаяннай; гэтаму адпавядае лінія, якая ідзе праз a паралельна восі энтропіі. Калі выпарэнне скончана, энтропія дасягае велічыні 1,5452, адзначанай пунктам b. Плошча $abcd$ адпавядае цеплыні выпарэння. Крывая bg дае сувязь між прырашчэннем энтропіі і пераграваннем ад 200° да 300° С. Плошча $bged$ адпавядае колькасці цеплыні, патрэбнай для перагравання.

Як паказвае паданае вышэй разважанне, мы заўсёды маем справу са зменаю энтропіі. Для вылічэння яе велічыні трэба ўмовіцца, якое значэнне энтропіі будзе прыпісана якому-небудзь пэўнаму стану. У нашым прыкладзе мы лічым, што ў „нармальным стане" энтропія роўна S_0. У такім выпадку для любога іншага стану значэнне энтропіі $S = S_0 + \frac{Q}{T_0}$. Для таго, каб вылічыць гэта значэнне энтропіі для любога стану сістэмы, трэба ўмець вызначыць Q — колькасць цеплыні, якая надаецца целу пры пераходзе яго з аднаго стану ў другі. Для гэтай мэты неабходна ведаць, якім чынам звязаны між сабою парометры, вызначаючыя стан цела (ціск, аб'ём і тэмпература), г. зн. ведаць раўнанне стану нашай сістэмы. Раўнанне стану дакладна вядома толькі для ідэальных газаў (раўнанне Клапейрона $p \cdot V = RT$, калі разлік весці на 1 грам-малекулу або $p \cdot V = \frac{R}{m} T$, калі m—азначае малекулярную вагу газу і разлік робіцца на 1 *г* (гл. стар. 371). Таму для ідэальнага газу можна зрабіць вылічэнне энтропіі. Гэта вылічэнне, аднесенае да адзінкі масы, дае для энтропіі газу, малекулярная вага, якога роўна m, пры тэмпературы T і аб'ёме V велічыню $S = \text{const} + c_v \log T + \frac{k}{m} \log v$, калі c_v—азначае ўдзельную цеплыню газу пры пастаянным аб'ёме.

Больцман даў новае асвятленне паняццю энтропіі, разгледзеўшы яго з пункту погляду малекулярнай тэорыі. Калі цеплавая энергія цела ёсць сума кінетычнай энергіі ўсіх яго малекул, якія пры безупынных узаемных сутычках пастаянна ўроўніваюць сваю энергію, то гэты абмен энергіі будзе цягнуцца да таго часу, пакуль усе малекулы не набудуць адналькавую сярэднюю кінетычную энергію, г. зн. пакуль тэмпература цела не выраўняецца ва ўсіх яго частках. Калі-б мы захацелі ў целе з роўнамерна размеркаванай тэмпературай стварыць штучныя тэмпературныя розніцы, то нам прышлося-б у пэўных груп малекул адняць частку энергіі і перадаць яе іншым групам малекул. „Само па сабе" гэта не можа адбыцца, бо малекулярны рух дзее ў сэнсе выроўнівання энергіі, а не ў сэнсе мясцовых скаплення ў энергіі. Аднак, калі мы маем надта вялікую коль-

касць малекул, то лёгка могуць ажыццявіцца некаторыя адступленні ад роўнаме рнага размеркавання энергіі, бо асобныя малекулы выпадкова могуць мець энергію больш-менш сярэдняй велічыні. Пры апісанні стану сістэмы з вельмі вялікай колькасці малекул мы павінны з гэтае прычыны звярнуцца да разгляду, які ўжываецца ў тэорыі праўдападобнасцей.

Размеркаванне ўсяго запасу цеплавой энергіі між асобнымі малекуламі можа адбывацца вельмі разнастайным чынам. Прыклады двух выпадкаў, якія найбольш рэзка адрозніваюцца: уся энергія размеркавана між малекуламі пораўну і ўся энергія згрупавана каля адной малекулы, а ўсе астатнія пазбаўлены энергіі. Лёгка бачыць, што з гэтых двух выпадкаў першы куды больш праўдападобны, г. зн. шмат больш магчымасцей для ажыццяўлення першага выпадку, чым для другога. Такім чынам, можна гаварыць аб праўдападобнасці кожнага пэўнага стану і вылічваць гэту праўдападобнасць. Разлік паказвае, што працэсы выроўнівання ў размеркаванні энергіі прыводзяць да ўтварэння станаў, адпавядаючых большай праўдападобнасці. Найпраўдападобным станам аказваецца той, пры якім выроўніванне здзейснена ў найбольшай ступені. Кожная змена стану і сістэмы, якая адбываецца сама па сабе, з разглядаемага пункту погляду ёсць пераход ад стану менш праўдападобнага да больш праўдападобнага, і ёсць значыць павелічэнне праўдападобнасці стану; такім чынам праўдападобнасць стану ёсць мера энтропіі[1]. Чым большая праўдападобнасць стану, тым большая энтропія. Значыць энтропія дасягае свайго максімуму пры поўным выроўніванні размеркавання энергіі.

Вынікі з другога палажэння. Другое палажэнне можна такім чынам назваць прынцыпам выроўнівання. З тае прычыны, што пры кожным незваротным ператварэнні энергіі любога віду частка яе неўнікнёна пераходзіць у цеплыню, а цеплыня роўнамерна размяркоўваецца між усімі малекуламі, то праз досыць доўгі час павінны знікнуць усе тэмпературныя розніцы, а з імі і ўсякая магчымасць атрымаць работу з цеплыні (пры дапамозе кругавых працэсаў). Гэтыя разважанні прывялі Клаузіуса да заключэння, што сусвет імкнецца да стану поўнай тэмпературнай аднароднасці („цеплавая смерць"), калі другое палажэнне тэрмадынамікі безумоўна правільна. Але гэта палажэнне ўзята з вопыту ў вельмі невялікай частцы сусвету і за параўнальна кароткі прамежак часу, і яго нельга пашыраць за межы гэтага вопыту. Можа быць дзе-небудзь у сусвеце час-ад-часу адбываюцца працэсы адваротныя працэсам выроўнівання. З пункту погляду ідэй Больцмана гэта не з'яўляецца немагчымым. Паводле Больцмана звычайнае працяканне працэсаў, звязанае з павелічэннем энтропіі, ёсць толькі найбольш праўдападобнае працяканне. Адступленні ад яго магчымы, хоць праўдападобнасць іх адпаведна невялікая і значыць яны могуць мець месца параўнальна рэдка. Нам ва ўсякім выпадку вядомы шматлікія працэсы адступлення сістэмы ад найпраўдападобнейшага стану. Сюды адносіцца ўся сукупнасць так званых флюктуацыйных з'яў, у прыватнасці броунаўскі рух. Не выключана магчымасць, што падобнымі параўнальна рэдкімі выпадкамі адступленняў ад найпраўдападобнага ходу працэсаў падтрымліваецца стацыянарны стан сусвету, які перашкаджае наступленню „цеплавой смерці".

Трэцяе палажэнне тэрмадынамікі. (Цеплавая тэарэма Нернста). Трэцяе палажэнне, цеплавая тэарэма Нернста, як і першыя два палажэнні ёсць тэрмадынамічны прынцып, узяты з вопыту, перш за ўсё з даных тэрмахіміі. Яго можна дапасаваць да кожнай з'явы прыроды, асабліва-ж плённым ён аказаўся пры вылічэнні хімічнай роўнавагі. Таму мы закранем яго бліжэй пры абмеркаванні тэрмахімічных працэсаў.

Тэрмадынамічная шкала тэмператур. У раздзеле аб тэрмаметрыі мы бачылі, што вызначэнне тэмпературы было звязана з уласцівасцямі матэрыі, выбранай для вымярэння і з'яўлялася

[1] Лікава энтропія прапарцыянальна натуральнаму лагарыфму праўдападобнасці плюс некаторая пастаянная ($S = S_0 + K \cdot \log W$).

такім чынам нечым умоўным тэарэма Карно (стар. 359) дае магчымасць нам пабудаваць шкалу тэмператур, якая **не залежыць ад уласцівасцей матэрыі**. Згодна гэтай тэарэме каэфіцыент карыснага дзеяння ідэальнай (зваротнай) машыны (напрыклад тыпу Карно) не залежыць ад прыроды рабочай матэрыі і заўсёды роўны:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

дзе T_1 і T_2—тэмпературы награвальніка і халадзільніка. Апошнія суадносіны і можна скарыстаць для пабудовы пажаданай тэмпературнай шкалы.

Для таго, каб $\eta = 1$ неабходна, каб $T_2 = 0$. Такім чынам за нуль прымаецца тэмпература цела, ужыванне якога як халадзільніка дае магчымасць здзейсніць машыну, дзе цяпло **поўнасцю** пераходзіць у работу, г. зн. машыну з каэфіцыентам карыснага дзеяння роўным 1. Мы вызначылі такім чынам нуль тэмпературнай шкалы, якая не залежыць ад уласцівасцей якой-бы там не было матэрыі. Гэта, як відаць, **нуль абсалютны**, бо каб былі магчымы тэмпературы, меншыя за гэты нуль ($T_2 < 0$), то мы атрымалі-б $\eta > 1$, г. зн. стварылі-б машыну, якая дастаўляла-б больш энергіі, чым атрымлівае (perpetuum mobile 1-га роду). Вызначыўшы абсалютны нуль, мы атрымаем тэрмаметрычную шкалу, калі **выберам** велічыню градуса. Гэта велічыня, вядома, залежыць ад нашага жадання, як і велічыня ўсякай **асноўнай** адзінкі (напрыклад велічыня сантыметра або секунды). Пабудаваная такім чынам шкала тэмператур мае назву **тэрмадынамічнай**, бо ў аснове яе ляжаць прынцыпы тэрмадынамікі, агульныя для ўсіх без выключэння матэрый. Яна была прапанавана лордам **Кельвінам** (**Віліям Тамсон**, 1854).

Абсалютная шкала тэмператур, паданая на стар 345, асноўваецца на ўласцівасцях ідэальнага газу. Гэтымі-ж уласцівасцямі мы карыстаемся пры вывадзе формулы $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, якая ляжыць у аснове тэрмадынамічнай шкалы (паказваючы затым, што формула правільна і для **любой** іншай матэрыі). З гэтае прычыны тэрмадынамічная шкала супадае са шкалой абсалютных тэмператур, якой мы карысталіся да гэтага часу.

В) КІНЕТЫЧНАЯ ТЭОРЫЯ ГАЗАЎ.

Мы ўжо бачылі, што першае і другое палажэнні тэрмадынамікі, якія выражаюць зусім агульныя палажэнні адносна ўласцівасцей цеплавой энергіі, дапускаюць **малекулярнае** тлумачэнне.

Пры гэтым першае палажэнне, г. зн. прынцып захавання энергіі, з малекулярнага пункту погляду з'яўляецца часта механічным прынцыпам: цеплавая энергія ёсць прыватны від механічнай, іменна энергіі беспарадкавага руху малекул. Для газаў і вадкасцей гэта амаль выключна кінетычная энергія, для цвёрдых

цел — сума кінетычнай і патэнцыяльнай, абумоўленай сіламі ўзаемадзеяння між атамамі і малекуламі. Такім чынам вядомы ўжо ў механіцы закон жывых сіл прыводзіць нас да заключэння, што з'яўленне якое-небудзь колькасці цеплавой энергіі можа здабыцца толькі за кошт эквівалентнай (роўнай) колькасці энергіі, запазычанай са зне.

Што датычыць другога палажэння, то тут малекулярныя ўяўленні некалькі відазмяняюць і змягчаюць фармулёўку другога прынцыпа. Чыста тэрмадынамічнае выражэнне пытання аб кірунку працэсаў сцвярджае, што ператварэнне абавязкова пойдзе па шляху, пры якім энтропія сістэмы, як цэлага, не можа змяншацца. З малекулярнага-ж пункту погляду (Больцман) толькі такі кірунак працэсу найбольш праўдападобны, хоць магчымы некаторыя адступленні ад гэтага шляху. Не гледзячы на такое абмежаванне безагаворачнага прыстасавання другога палажэння тэрмадынамікі, мы не павінны забываць, што праўдападобнасць працэсаў, якія вядуць да колькі-небудзь заметнага адступлення ад другога палажэння, настолькі мізэрная, што практычна мы можам лічыць яго заўсёды строга захоўваемым. Такім чынам ідэі Больцмана ані не ставяць пад сумненне немагчымасць пабудовы perpetuum mobile 2-га роду.

Развіццё кінетычных уяўленняў укладае такім чынам канкрэтны сэнс у агульныя фармулёўкі тэрмадынамікі, прыводзячы ў той-жа час да некаторых удакладненняў, якія маюць вялізнае прынцыповае значэнне. Мы бачылі ўжо, як з'ява Броунаўскага руху дае ў нашы рукі амаль адчувальныя довады існавання малекул і іх руху. У сучасны момант мы маем рад іншых з'яў (рассяванне святла, даследванні пры дапамозе рэнтгенаўскіх прамянёў і г. д.), якія з няменшай пераканальнасцю сведчаць у карысць малекулярнай гіпотэзы. З другога боку, стаўшы на пункт погляду малекулярнай гіпотэзы, мы не абмяжоўваемся толькі агульнымі ўяўленнямі, але ствараем стройную тэорыю, якая выводзіць уласцівасці матэрыі з яе малекулярнай прыроды. Асабліва добра развіта кінетычная тэорыя газаў, якія, як вядома, падпарадкаваны вельмі простым законам, асабліва калі ціск іх невялікі. Тэарэтычныя прадказанні, якія выцякаюць з кінетычнай тэорыі газаў, апраўдваюцца на вопыце настолькі добра, што ў цэннасці малекулярных уяўленняў было-б трудна сумнявацца, нават калі-б мы не ведалі броунаўскага руху і таму падобных з'яў. У аснове кінетычнай тэорыі газаў ляжыць уяўленне, што газ ёсць скапленне надта вялікай колькасці падобных між сабою часцінак — малекул, якія знаходзяцца ў беспарадкавым руху, безупынна сутыкаючыся адна з адной і ўдараючыся аб сценкі судзіны. У прасцейшым выпадку мы дапускаем, што размеры малекул у параўнанні з аб'ёмам судзіны знікальна малыя (малекулы — кропкі) і што сілы ўзаемадзеяння між малекуламі зусім адсутнічаюць (за выключэннем моманту саўдару, пры якім малекулы расштурхваюцца як ідэальна пругкія целы). Такі газ будзем лічыць ідэальным газам. Як відаць, рэальны газ тым бліжэй нагадвае адзначаны ідэальны, чым ніжэй ціск газу.

Ідэальны газ. Як ужо адзначалася на стар. 207, газы, асабліва разрэджаныя, падпарадкаваны простаму закону, які мае назву закона Бойля-Марыота: пры пастаяннай тэмпературы здабытак ад множання ціску на аб'ём ёсць велічыня пастаянная. Там-жа мы бачылі, што гэты закон можа быць выведзены з меркаванняў кінетычнай тэорыі газаў, пры захоўванні тых простых дапушчэнняў (адсутнасць узаемадзеяння між малекуламі і бесканечна малыя размеры малекул), якія мы паклалі ў аснову тэорыі ідэальнага газу. Рэальныя газы адступаюць больш-менш значна ад закона Бойля-Марыота, як аб гэтым сказана ўжо на стар. 209. Калі газ награваць пры пастаянным ціску (аб'ёме), то яго аб'ём (ціск) павялічваецца прапарцыянальна а б с а л ю т н а й тэмпературы (закон Шарля), гл. стар. 386. Няхай мы маем газ у аб'ёме v_1 пры ціску p_1 і абсалютнай тэмпературы T_1 і прыводзім яго да аб'ёму v_2 пры ціску p_2 і тэмпературы T_2. Для гэтага спачатку нагрэем газ да T_2 пры нязменным аб'ёме v_1. Ціск стане p', прычым $p' = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$ (на аснове закона Ш а р л я, бо нагрэў рабіўся пры пастаянным аб'ёме). Затым давядзем аб'ём да v_2 пры нязменнай тэмпературы T_2, так што ціск зробіцца роўным p_2. На аснове закона Б о й л я знойдзем, што $p' \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2$ або $p_1 \cdot v_1 \frac{T_2}{T_1} = p_2 \cdot v_2$, г. зн. $\frac{p_1 \cdot v_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot v_2}{T_2}$. Такім чынам выражэнне $\frac{p \cdot v}{T}$ для данае колькасці газу застаецца нязменным, г. зн. $\frac{p \cdot v}{T} = \text{const}$. Велічыня гэтай пастаяннай залежыць, відавочна, ад колькасці ўзятага газу і яго прыроды. Назавем r гэту пастаянную для а д н а г о г р а м а якога-небудзь газу. Вымярэнні даюць:

для вадарода. $r_{H_2} = 0{,}0410$
„ кісларода. $r_{O_2} = 0{,}0025$
„ азота . . $r_{N_2} = 0{,}0029$ і г. д.,

калі вымяраць аб'ём у літрах і ціск у атмасферах. Калі газ узяты ў колькасці m грамаў, то наша формула прыме выгляд $\frac{p \cdot v}{T} = r \cdot m$, бо відавочна, што пры тым-жа p і T, m грам газу будуць займаць аб'ём у m раз большы. Зварочваючыся да лічбаў, паданых вышэй, лёгка заўважыць наступны цікавы рэзультат: калі ўзяць нашы газы ў колькасцях, адпавядаючых іх малекулярным вагам (па адной г р а м - м а л е к у л е або м о л ю, г. зн. 2 *г* вадарода, 32 *г* кісларода, 28 *г* азота і г. д.), то правыя часткі нашых формул прымуць а д н о і тое-ж значэнне $2r_{H_2} = 32r_{O_2} = 28r_{N_2} = \ldots = 0{,}0820$.

Гэту у н і в е р с а л ь н у ю, агульную для ў с і х газаў лічбу называюць у н і в е р с а л ь н а й г а з а в а й п а с т а я н н а й і абазначаюць літарай R.

Такім чынам для любога газу, узятага ў колькасці адной грам-малекулы, маюць месца суадносіны між p, v і T у форме:

$$p \cdot v = RT, \qquad (1)$$

дзе $R = 0{,}0820$, калі аб'ём вымеран у літрах, а ціск у атмасферах.

Знойдзенае раўнанне называецца раўнаннем стану ідэальнага газу (раўнанне Кляпейрона). Само сабой зразумела, у ім заключаюцца больш прыватныя законы ідэальных газаў, г. зн. закон Бойля і закон Шарля. Ужо раней было паказана, якім чынам кінетычныя ўяўленні аб ідэальным газе дазваляюць вывесці залежнасць між ціскам і аб'ёмам, устаноўленую ў законе Бойля-Марыота. Выходзячы з тых-жа меркаванняў, мы можам цяпер даць малекулярна-кінетычнае тлумачэнне паняццям ціску і тэмпературы і вывесці тэарытычным шляхам поўнае раўнанне стану ідэальнага газу. Разгледзім, як і раней, ідэальны газ, які складаецца з N малекул масы m, лётаючых па ўсіх кірунках унутры кубічнай судзіны з рабром l. Малекулы гэтыя лётаюць па ўсіх кірунках і прытым з самымі разнастайнымі скорасцямі. Для прастаты разлікаў мы заменім гэты беспарадкавы рух рухам, пры якім $\frac{N}{3}$ малекул рухаюцца з некаторай сярэдняй скорасцю ўздоўж аднаго рабра, другая траціна з той-жа скорасцю ўздоўж другога рабра, трэцяя—уздоўж трэцяга рабра. Даследванне паказвае, што такое спрошчанне не зьмяняе рэзультатаў, калі прыпісаную сярэднюю скорасць вызначыць наступным чынам: агульная кінетычная энергія ўсіх малекул, лётаючых з гэтай скорасцю, роўна кінетычнай энергіі сапраўднага руху. Інакш кажучы, калі выбраная намі скорасць ёсць c, а сапраўдныя скорасці малекул адпавена v_1, v_2, v_3, і г. д., то пастаўленая намі ўмова сцвярджае

$$N \cdot \frac{1}{2} mc^2 = \frac{1}{2} mv_1^2 + \frac{1}{2} mv_2^2 + \frac{1}{2} mv_3^2 + \ldots,$$

або

$$c^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \ldots}{N},$$

або нарэшце

$$c = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots}{N}}.$$

Скорасць, вызначаную такім чынам, называюць звычайна сярэдняй квадратычнай скорасцю.

Кожная малекула, якая рухаецца са скорасцю c, мае колькасць рухаў mc. Пры ўдары аб сценку малекула адбіваецца ад яе, мяняючы сваю скорасць на адваротную. Пасля адбіцця яе колькасць руху будзе роўна—mc, г. зн. зменіцца на—2 mc. Змена колькасці руху пры ўдары роўна здабытку часу дзеяння сілы на яе велічыню. У нашым выпадку сіла, адкідаючая малекулу, абумоўліваецца процідзеяннем сценкі судзіны, якая злёгку выгібаецца пад ударам малекулы і зноў прымае першапачатковае палажэнне. Для разліку поўнай сілы процідзеяння сценкі вылічым поўную змену колькасці руху, атрыманую за t секунд усімі малекуламі, паспеўшымі зрабіць удар якой-небудзь сценцы судзіны. Кожная малекула за t секунд паспее ўдарыцца $\frac{ct}{2l}$ раз, бо ад удару да ўдару ёй трэба прайсці шлях $2l$ і яна ляціць са скорасцю c

Такім чынам змена колькасці руху, атрыманая за t секунд адной малекулай, ёсць $2mc \cdot \frac{ct}{2l} = \frac{mc^2 \cdot t}{l}$, а ўсімі малекуламі, якія бамбардыруюць даную сценку: $\frac{N}{3} \cdot \frac{mc^2 \cdot t}{l}$. Такая, значыць, велічыня імпульсу сілы, з якой малекулы дзейнічаюць на сценку, а сценка процідзее іх ударам. Калі велічыню гэтай сілы абазначым праз f, то імпульс сілы за час t ёсць ft. Такім чынам $f \cdot t = \frac{N}{3} \frac{mc^2}{l} \cdot t$, або $f = \frac{N}{3} \cdot mc^2 \cdot \frac{1}{l}$. Указаная сіла дзейнічае на ўсю сценку, плошча якой ёсць l^2. Сіла на адзінку плошчы, г. зн. ціск (p) роўна, значыць, $p = \frac{f}{l^2} = \frac{N}{3} mc^2 \cdot \frac{1}{l^3}$. З тае прычыны, што l^3 ёсць аб'ём газу v, то мы атрымліваем канчатковую формулу:

$$p = \frac{N}{3} mc^2 \cdot \frac{1}{v} \text{ або } p \cdot v = \frac{N}{3} mc^2, \qquad (2)$$

$\frac{1}{2} mc^2$—ёсць сярэдняя кінетычная энэргія адной малекулы. Нагляданні над броунаўскім рухам даюць магчымасць заключыць, што сярэдняя энергія часцінкі прапарцыянальна абсалютнай тэмпературы матэрыі незалежна ад велічыні масы часцінак. Абазначыўшы каэфіцыент прапарцыянальнасці праз $\frac{3}{2} \kappa$, г. зн. дапусціўшы

$$\frac{1}{2} mc^2 = \frac{3}{2} kT, \qquad (3)$$

мы знойдзем:

$$pv = N \cdot kT, \qquad (4)$$

г. зн. формулу, якая заключае ў сабе законы стану ідэальнага газу. Пры вывадзе гэтага раўнання мы выяснілі сэнс паняцця ціску і тэмпературы газу. Ціск вызначаецца колькасцю руху, прынасімага малекуламі, якія бомбардыруюць сценкі судзіны, а тэмпература (абсалютная) аказалася велічынёю, прапарцыянальнай сярэдняй кінетычнай энергіі малекул. У раўнанні (3) няма нічога характэрнага для данага газа. Велічыня k ёсць універсальны множнік, адзін і той-жа для ўсіх газаў, а N—выражае лік малекул газу ў выбраным намі аб'ёме. Фігураваўшая ў пачатку разважанняў маса малекулы m, розная для розных газаў, пасля ўвядзення абсалютнай тэмпературы знікла з канчатковага рэзультату. Такім чынам гэта раўнанне мае месца для ўсіх газаў незалежна ад масы малекулы m. Яно выражае сабою той факт, што пры пастаяннай тэмпературы T усе ідэальныя газы задавальняюць закону Бойля-Марыота: $pv = \text{const}$. Калі-ж пастаянным з'яўляецца ціск p, то аб'ём газу ўзрастае прапарцыянальна тэмпературы T, а пры, пастаянным аб'ёме ціск расце прапарцыянальна тэмпературы T (закон Шарля). Раўнанне (3)

змяшчае таксама закон Авагадро: даны аб'ём любога газу v пры даным ціску p і тэмпературы T змяшчае заўсёды аднолькавы лік малекул. Інакш кажучы, прастора, напрыклад у 1 *л*, змяшчае пры 0° і 1 *ат* пэўную колькасць малекул, незалежна ад таго, што знаходзіцца ў ім: вадарод, азот, кісларод, або які-небудзь іншы газ.

Газавая пастаянная. Лік Авагадро. Паколькі велічыні p, v і T даступны вымярэнням, значэнне N. k можна вылічыць. Возьмем газ у колькасці адной грам-малекулы або аднаго моля, г. зн. няхай лік малекул такі, што $Nm = M$, дзе M—малекулярная вага. У такім выпадку наша раўнанне (3) павінна супадаць з раўнаннем Клапейрона $p \cdot v = RT$. Іншымі словамі універсальная газавая пастаянная R ёсць не што іншае, як $N \cdot k$, калі N—лік малекул у молі, г. зн. $R = N \cdot k$. Адсюль вынікае, што $N = \frac{R}{k}$, г. зн. N адно і тое-ж для ўсіх газаў, бо R і k—універсальныя пастаянныя, не залежачыя ад прыроды газу. Такім чынам лік малекул у молі для ўсіх элементаў аднолькавы. Раўнанне (4) такім чынам азначае, што пры даным ціску p і тэмпературы T аб'ём аднаго моля v аднолькавы для ўсіх газаў. Пры 0° і 1 *ат* 2 *г* вадарода займаюць аб'ём у 22,41 *л* (малекулярны аб'ём); такі-ж самы аб'ём займаюць пры гэтых умовах 32 *г* кісларода і г. д. N называецца лікам Авагадро[1]. Уваходзячая ў формулу (3) пастаянная k (пастаянная Больцмана) роўна:

$$k = \frac{R}{N}, \qquad (5)$$

г. зн. газавай пастаяннай, падзеленай на лік Авагадро. Раўнанне (4) ёсць агульнае раўнанне газавага стану для таго выпадку, калі v ёсць аб'ём аднаго моля. З тае прычыны, што пры $p = 1$ *ат* і $T = 273°$ (0°) v роўны 22,41 *л*, то, падстаўляючы гэтыя даныя ў раўнанне (4), знойдзем:

$$R = \frac{pv}{T} = \frac{1 \cdot 22{,}41}{273} = 0{,}0820 \frac{\text{л-ат}}{\text{градус}}$$

велічыню, якая ўжо падавалася на старонцы 371. Адсюль $pv = 0{,}0820$. T *л-ат*. 1 *л-ат*, падобна напрыклад 1 *кг-мт*, прадстаўляе сабою пэўную работу. Такую работу патрэбна напрыклад затраціць для таго, каб перасунуць поршань з папярочным сячэннем у 1 *дм* на адлегласць 1 *дм*, перамагаючы ціск у 1 *ат*, г. зн. для таго, каб перамагчы ціску 1 *ат* у прасторы, роўнай 1 *л*.

Літр-атмасферу можна выразіць у якіх-небудзь іншых адзінках работы, напрыклад у эргах або джоулях. Ціск у 1 *ат* ёсць той ціск, які аказвае вага слупа іртуці вышынёю ў 76 *см* на *см*². Ён роўны: $76 \cdot 13{,}596 \cdot 980{,}6 = 1013200 = 0{,}10132 \cdot 10^7$ *дын/см*². Адсюль $1 л\text{-}ат = 1000 \cdot 0{,}10132 \cdot 10^7 = 101{,}32 \cdot 10^7$ эрг = 101,32 джоуля. Газавая-ж пастаянная $R = 0{,}0820 \cdot 101{,}32 \cdot 10^7 = 8{,}313 \cdot 10^7 \frac{\text{эрг}}{\text{градус}} = 8{,}313 \frac{\text{джоуль}}{\text{градус}}$.

---

[1] Яго лікавае значэнне ўпершыню была знойдзена аўстрыйскім фізікам Лашмідтам.

Нарэшце мы можам выразіць R і ў цеплавых адзінках. З тае прычыны, што 1 *кал* эквівалентна 4,186 джоуляў (стар. 352), то $R = \frac{8{,}313}{4{,}186} = 1{,}98 \frac{кал}{град.}$

Скорасць газавых малекул. Даўжыня свабоднага прабегу. Унутранае церце. Парадак велічыні малекул. З формулы $pv = \frac{N}{3} mc^2$ і $Nm = M$ (маса моля) вынікае $c^2 = \frac{3pv}{M}$. Вымяраючы p у *дын./см²* (ціск у 1 *ат* роўны $1{,}0132 \cdot 10^6$ *дын/см²*) і M у грамах і v у *см³* мы атрымаем значэнне c у *см/сек*. Падстаўляючы лікавыя даныя, знойдзем пры 0° і 1 *ат* (у *м/сек*):

	c	g		c	g
Азот	492	(454)	Вадарод	1844	(1692)
Кісларод	461	(425)	Гелій	1303	(1204)

Значэнні c ёсць сярэднія квадратычныя скорасці (стар. 372). Яны не супадаюць з сярэднямі значэннямі самой скорасці g, але ведаючы c можна тэарэтычна вылічыць g $\left(g = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \cdot c = 0{,}92 \cdot c\right)$. Адпаведныя значэнні і прыведзены ў нашай табліцы ў дужках. Прыведзеныя лічбы паказваюць, што велічыня скорасці газавых малекул прыкладна супадае са скорасцю знарадаў, выпускаемых сучаснымі гарматамі. Аднак, не гледзячы на такую вялікую скорасць, кожная малекула па адным кірунку праходзіць толькі надта невялікі шлях. Яна бесперапынна сутыкаецца з іншымі малекуламі, мяняючы пры гэтым кірунак свайго руху. Лік удараў, якія атрымлівае малекула за адну секунду z, а таксама сярэднюю даўжыню яе свабоднага прабегу $l = \frac{g}{z}$, г. зн. адлегласць, каторую прабягае малекула ў прамежку між двума паслядоўнымі сударамі, можна вылічыць з назіранняў над дыфузіяй, цеплаправоднасцю і ўнутраным церцем газаў. Дыфузія ёсць пашырэнне аднаго газу па прасторы, занятай другім газам. Скорасць дыфузіі прапарцыянальна таму шляху, які праходзяць часцінкі газу, не мяняючы кірунку сваёй скорасці, г. зн. даўжыні свабоднага прабегу. Цеплаправоднасць можна разглядаць як дыфузію двух аб'ёмаў аднаго і таго самага газу, якія знаходзіцца пры розных тэмпературах. Халодны газ пашыраецца ў цёплым і наадварот. Таму скорасць пашырэння цяпла таксама звязана з даўжынёю свабоднага прабегу.

Працэс унутранога церця мы разгледзім больш падрабязна. Калі размясціць у непасрэднай блізасці да дыска, які знаходзіцца ў спакоі, паралельны яму рухомы дыск, то для перасоўвання гэтага апошняга (у кірунку, паралельным першаму дыску) патрэбна будзе большая сіла ў тым выпадку, калі прамежная прастора запоўнена якім-небудзь газам, чым калі яна пустая. Газ процідзейнічае руху спосабам, аналагічным механічнаму церцю. Велічыня гэтага церця залежыць ад уласцівасцей данага газу. Матэрыял дыскаў пры гэтым не адыгравае ролі, бо кожны з іх пакрыт слоем газу, які рухаецца разам з дыскам і церце бывае толькі пры перасоўванні слаёў газу адзін адносна другога. Каэфіцыент унутранога церця газу η звязаны з яго малекулярнымі ўласцівасцямі: малекулы пераходзяць з аднаго гарызантальнага слоя газа ў суседні, нібы „зачапляючы" іх адзін аб адзін і тармозячы тым самым іх рух. Кінетычная тэорыя прыводзіць да наступнай формулы $\eta = 0{,}350 \cdot \rho \cdot g \cdot l$. З тае прычыны, што каэфіцыент церця η і шчыльнасць ρ можна вымерыць, а значэнні g паданы вышэй, то адсюль можна знайсці сярэднюю даўжыню свабоднага прабега l. Дзелячы сярэднюю скорасць малекулы g на сярэднюю даўжыню свабоднага прабегу l, мы атрымаем сярэдні лік сударaў z, якія атрымлівае малекула за 1 секунду. Пры 0° і 1 *ат* атрымліваюцца наступныя лічбы:

	l		z
Азот . . .	$95{,}5 \cdot 10^{-7}$	*см*	$4{,}8 \cdot 10^9$
Кісларод .	$102 \cdot 10^{-7}$	„	$4{,}2 \cdot 10^9$
Вадарод . .	$180 \cdot 10^{-7}$	„	$9{,}4 \cdot 10^9$
Гелій . . .	$283 \cdot 10^{-7}$	„	$4{,}3 \cdot 10^9$

Такім чынам сярэдняя даўжыня свабоднага прабегу ёсць велічыня парадку адной стотысячнай сантыметра, а лік удараў у секунду—парадку мільярда.

Лік саўдараў у даўжыню свабоднага прабега можна звязаць з дыяметрам малекулы і з лікам малекул у молі. Калі дзве малекулы дыяметра σ стыкаюцца, іх цэнтры знаходзяцца адзін ад аднаго на адлегласці σ. Калі цэнтр малекулы прабягае ў 1 секунду адрэзак g (больш дакладна: калі цэнтр малекулы на працягу 1 секунды захоўвае кірунак свайго руху, г. зн. прабягае ўвесь адрэзак g), то малекула, эфектыўнае сячэнне якой роўна $\sigma^2\pi$, пакрывае прастору $g\cdot\sigma^2\pi$. Даная малекула сутыкаецца з кожнай малекулай, якая знаходзіцца ў гэтай прасторы. Калі лік малекул у гэтай прасторы ёсць A, то шуканы лік саўдараў $z = A$. З тае прычыны, што малекулярны аб'ём v змяшчае N малекул, то лік іх у аб'ё $g\cdot\sigma^2\pi$ раўно $A = g\sigma^2\pi\frac{N}{v}$. Гэта і ёсць лік саўдараў z. Дакладнае вылічэнне дае:

$$\ldots (6) \ldots\ldots z = \sqrt{2}\,\frac{N}{v}\,g\cdot\sigma^2\pi \text{ і } l = \frac{v}{N}\,\frac{1}{\sqrt{2}\sigma^2\pi}.$$

Агульны аб'ём N-шарападобных малекул у молі ёсць

$$b = N\cdot\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sigma}{2}\right)^3 = N\,\frac{1}{6}\,\pi\sigma^3.$$

Таму можна напісаць $l = \frac{v\sigma}{6\sqrt{2b}}$ і для дыяметра малекулы атрымліваецца выражэнне:

$$\sigma = \frac{6\sqrt{2b}\cdot l}{v}.$$

З тае прычыны, што велічыня l пры 0° і 1 *am* вядома (гл. вышэй), то для вызначэння σ застаецца вылічыць тую прастору $\frac{b}{v}$, якая пры гэтых умовах занята малекуламі. Вядома, што пры 0° і 1 *am* у 1 *см*³ змяшчаецца 0,001429 *г* кісларода. Далей вымярэнні паказваюць, што ў момант зацвердзявання (калі малекулы цесна збліжаны адна з адной) шчыльнасць кісларода роўна 1,27. У гэтым выпадку 0,001429 *г* запаўняюць аб'ём $\frac{0{,}001429}{1{,}27} = 0{,}001124$ *см*³. У сапраўднасці аб'ём, займаемы малекуламі яшчэ меншы, так што лік 0,001124 *см*³ з'яўляецца толькі верхняй граніцай магчымых значэнняў $\frac{b}{v}$. З тае прычыны, што для кісларода $l = 102\cdot10^{-7}$ *см*, то верхняя граніца магчымых значэнняў дыяметра малекулы кісларода ёсць $\sigma = 0{,}97\cdot10^{-7}$ *см*. Больш строгая тэорыя прыводзіць да лічбы $\sigma = 0{,}25\cdot10^{-7}$ *см*. Прыкладна такі-ж парадак велічыні дыяметра малекулы і іншых газаў—ён у некалькі сот раз меншы, чым сярэдняя даўжыня свабоднага прабегу пры 0° і 1 *am*.

Ведаючы сярэднюю даўжыню свабоднага прабегу l і дыяметр малекулы σ, можна з раўнання (6) вызначыць лік малекул у молі:

$$N = \frac{v}{l}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\cdot\sigma^2\pi}.$$

Пры 0° і 1 *am* $v = 22410$ *см*³. Адсюль, напрыклад для кісларода, падстаўляючы знойдзеныя значэнні l і σ, атрымліваем $N = 59\cdot10^{22}$. Разлікі кінетычнай тэорыі газаў даюць толькі прыблізнае значэнне для N. Больш дакладныя метады вызначэння N запазычаны з оптыкі і вучэння аб электрычнасці. Найбольш праўдападобнай з'яўляецца лічба $N = 60{,}6\cdot10^{22}$; парадак дакладнасці яе 1 проц.

Раўнанне (5) дае магчымасць вызначыць пастаянную Больцмана $k = \frac{R}{N}$. Падстаўляючы замест газавай пастаяннай R яе значэнне ў $\frac{\text{эрг.}}{\text{град.}}$, мы атрымліваем:

$$k = \frac{8{,}313\cdot10^7}{60{,}6\cdot10^{22}} = 1{,}37\cdot10-16\,\frac{\text{эрг}}{\text{град}}.$$

Г) ЗМЕНА РАЗМЕРАЎ ЦЕЛ.

Змена аб'ёму цвёрдага цела з тэмпературай. Адно з найбольш заметных дзеянняў цеплыні ёсць змена аб'ёму цела. Паглынанне цеплыні роўнасільна павелічэнню кінетычнай энергіі малекул; з прычыны гэтага яны апісваюць большыя арбіты каля палажэння роўнавагі, у сувязі з чым павялічваецца і аб'ём цела. Істотнай пры гэтым аказваецца розніца ў сілах сашчаплення пры трох розных агрэгатных станах цела. Газы расшыраюцца мацней усяго, бо ў іх амаль няма сілы сашчаплення; вадкасці расшыраюцца значна менш, а цвёрдыя цела менш за ўсё. Расшырэнне для ўсіх газаў амаль а д н а л ь к о в а (бо ў іх ва ўсіх сашчапленне блізка да нуля); для вадкасцей і цвёрдых цел усё гэта не мае месца.

Цеплавую змену аб'ёму цвёрдых цел лёгка наглядаць напрыклад, на прамалінейным стрыжні, які пры 0° карацей, чым пры 100°. Каб даведацца, паводле якога закону адбываецца змена даўжыні стрыжня з тэмпературай, вымяраюць даўжыні l_t пры розных тэмпературах[1] t і параўноўваюць іх з даўжынёй l^0 пры 0°. Адносіны $l_t - l_0$ да l_0, г. зн. падаўжэнне пры награванні на $t°$ да пачатковай даўжыні, аказваецца ў першым прыбліжэнні прапарцыянальным прыросту тэмпературы t. Калі назваць α дроб $\frac{l_1 - l_0}{l_0}$ (награванне ад 0 да 1°), то $\frac{l_t - l_0}{l_0} = \alpha t$, або $l_t = l_0 + l_0 \alpha t$. Даўжыня пры тэмпературы t на $l_0 \alpha t$ большая, чым пры 0°. α называюць к а э ф і ц ы е н т а м л і н е й н а г а р а с ш ы р э н н я (лінейнага, таму што ён улічвае толькі змену даўжыні, а не вымярае к у б і ч н а г а расшырэння, г. зн. прырашчэння аб'ёму). Знойдзена, напрыклад, што платынавы стрыжань, роўны пры 0° 1 *м*, пры 100° аказваецца на 0,9 *мм* даўжэйшым; медны стрыжань — на 1,65 *мм*, алавяны на 2,67 *мм*. Гэта адносіцца да награвання на 100°; падаўжэнні на 1° у 100 раз меншыя, і, значыць, каэфіцыенты расшырэння роўны для

платыны	0,0000090
медзі	0,0000165
волава	0,0000267

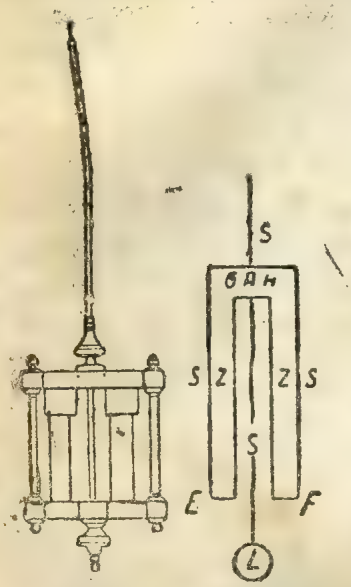
Дзелячы на 100 падаўжэнне, адпаведнае награванню на 100°, мы атрымліваем толькі п р ы б л і з н ы я значэнні α, бо не з а ў с ё д ы існуе прапарцыянальнасць між прыростам тэмпературы і падаўжэннем, г. зн. α не застаецца пастаянным; пры высокіх тэмпературах α павольна р а с ц е. Але наогул расшырэнне цвёрдага цела заўсёды так мізэрна, што яго прыходзіцца ўлічваць толькі пры дакладных вымярэннях, або ў тэхніцы ў выпадку цел настолькі доўгіх пры 0°, што ўжо звычайныя змены тэмпературы істотна мяняюць іх даўжыню. Чыгуначныя рэльсы, пакладзеныя адна за другою, павінны напрыклад мець некаторыя свабодныя пра-

---

[1] Мы ўжо бачылі (стар. 369), што шкала тэмператур можа быць створана незалежна ад уласцівасцей якой-бы там не было матэрыі (тэрмадынамічная шкала). Значыць мы можам вывучаць расшырэнне любога цела, карыстаючыся такой незалежнай тэмпературнай шкалой.

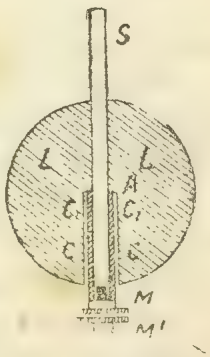
межкі для расшырэння, бо яны выгібалі-б адна адну пры расшырэнні; канцам арак жалезных мастоў таксама трэба забяспечыць пэўную рухлівасць (яны апіраюцца на жалезныя шарніры) і г. д. Трэба ўлічваць расшырэнне эталонаў даўжыні: метрам лічаць адлегласць між двума пэўнымі меткамі на стрыжні ірыдыевай платыны пры т э м п е р а т у р ы т а ю ч а г а л ё д у. Пры 100° гэта адлегласць больш 1 *м*.

Кампенсаваны маятнік. Кампенсаваны балансір. У гадзінніку з маятнікам неабходна паралізаваць цеплавое расшырэнне маятніка, бо ў іншым выпадку са зменаю тэмпературы ход гадзінніка будзе мяняцца. Гадзіннік з стальным маятнікам, правільны пры 15°, пры 25° адставаў-бы на 5 сек. у дзень, пры 5° — настолькі спяшаўся-б. Кампенсацыя магчыма з дапамогаю іртуці (Г р э м, 1715). Пры расшырэнні стальнога стрыжня маятніка яго цэнтр вагання апускаецца (рыс. 347), але затое ў іртуці, узровень у якой у шкляной судзіне пры расшырэнні падымаецца, цэнтр цяжару аказваецца вышэй, чым быў, і ў рэзультаце цэнтр цяжару вагання маятніка застаецца без змены. Менш дасканалае прыстасаванне ў маятнікаў з рашоткай (Г а р ы с о н): своеасаблівая сістэма падвесу маятніка кампенсуе выклікаемае награваннем апусканне цэнтру вагання падняццем яго на тую-ж вышыню таксама з прычыны дзеяння цяпла. Стрыжань маятніка, злучаны з механізмам гадзінніка прыстасаваннем, падобным да рашоткі (рыс. 348) Лініі *S* азначаюць стальныя стрыжкі, *Z*—цынкавыя (або лятунныя) стрыжні; палосы рашоткі трывала злучаны ўнізе папярочнымі брускамі *E* і *F*, а пункт *A* звязаны брускам *GH* з цынкавымі стрыжнямі. Стальныя стрыжні, падаўжаючыся, імкнуцца перасунуць цяжкую чачавіцу *L* у н і з; гэтаму замінаюць цынкавыя стрыжні, верхнія канцы якіх разам з папярочнай перакладзінай з прычыны награвання рухаюцца ў в е р х і падымаюць пункт *A*. З тае прычыны, што цынк расшыраецца амаль удвая больш сталі, то даўжыні стальных з цынкавых стрыжняў можна падабраць так, каб цэнтр вагання не перамяшчаўся.



Рыс. 347—348. Кампенсаваны маятнік.

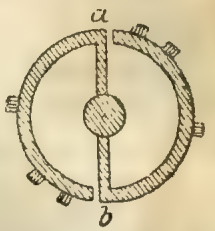
Найбольш дасканала кампенсаваны маятнік Р ы ф л е р а з нікелевай сталі (інвар; паводле Г і л ь о м а 35,7% *Ni* 64,3% сталі), якая мае вельмі малы каэфіцыент расшырэння. Ён складаецца з масіўнага стрыжня нікелевай сталі *S* (рыс. 349), кампенсатара CC_1, свабодна надзетага на стрыжань маятніка, чачавіцы *L*, якая знаходзіцца на кампенсатары, і рэгулюючых гаек *M* і *M'*. Плоскасць *A*, якой чачавіца *L* датыкаецца да трубкі кампенсатара C_1, што падтрымлівае чачавіцу, праходзіць строга праз цэнтр *L*. Прынцып дзеяння той самы, што і ў маятніку Г а р ы с о н а: апусканне чачавіцы, абумоўленае падаўжэннем доўгага, але маючага малы каэфіцыент расшырэння стрыжня *S* кампенсуецца падняццем, з прычыны расшырэння трубкі CC_1. Для таго каб мець магчымасць змяніць вобласць дзеяння кампенсатара CC_1 (адпаведна розным стрыжням *S*), яго робяць з двух трубак неаднолькавых металаў, каэфіцыенты расшырэння якіх па магчымасці розныя. У секундных маятніках ніжняя



Рыс. 349. Маятнік Рыфлера.

трубка *C* робіцца з нікеляванай латуні, верхняя C_1 — са сталі; разам яны дасягаюць 10 *см* даўжыні. Кампенсацыя ў гэтых маятніках вельмі дасканалая. Пагрэшнасць складае ў першакласных маятніках на $1^\circ \pm 0{,}005$ сек. у суткі, у другакласных $\pm 0{,}02$ сек.

У хранометрах маятнік заменены балансірам (параўнальна масіўным кальцом, якое вагаецца на восі), а сіла цяжару — пругкасцю спружыны. Некампенсаваны балансір вагаецца пры высокай тэмпературы, павольней, чым пры нізкай, бо змяншаецца пругкая сіла спружыны, а таксама з прычыны павелічэння дыяметра балансіра.

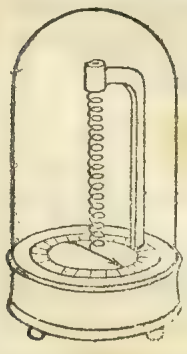


Рыс. 350. Кампенсаваны балансір.

Пры павелічэнні дыяметра асобныя пункты балансіра аддаляюцца ад восі вярчэння, і момант інерцыі ўсяго балансіра ўзрастае (стар. 114). Каб захаваць ранейшую скорасць пры павелічэнні моманту інерцыі, трэба было-б павялічыць прыкладаемую сілу; але пругкасць спружыны пры награванні сама змяншаецца. Таму неабходна дабіцца змяншэння моманту інерцыі пры павышэнні тэмпературы. Гэта дасягаецца ў сістэме Эршоу, якая аснована на наступным: калі дзве паласы з металаў з рознымі каэфіцыентамі расшырэння (напрыклад латунь і сталь) цесна прыкласці адну да адной (прыварыць або злітаваць), то пры награванні іх сістэма зменіць сваю форму. Адна палова (латунь) расшыраецца больш, чым другая (сталь), і ад гэтага паласа пакрывіцца так, што на яе выпуклай, больш доўгай частцы акажацца метал, які найбольш расшырыўся (латунь); калі металічная паласа да награвання ўтварала дугу, знадворны бок якой створаны металам, які расшырыўся больш, то з прычыны награвання крывізна павялічыцца.

Гэта скарыстаў Эршоу. Кальцо балансіра робіцца з латуні і сталі — латунь, як метал, які больш расшыраецца, ляжыць знадворку — і разразаецца ў двух пунктах на адным і тым самым дыяметры (рыс. 350). Пры награванні дыяметр *ab* падаўжаецца і імкнецца рассунуць пункты *a* і *b* і тым павялічыць момант інерцыі кальца. Але затое з прычыны вялікага расшырэння знадворнай паласы кальца павялічваецца крывізна кожнага з сегментаў, так што абодвы канцы кожнага з іх прыбліжаюцца да восі і імкнуцца зменшыць момант інерцыі. Роўнамернасць ходу гадзінніка яшчэ паляпшаецца, калі спружына спіралі складаецца з двух металаў з рознымі каэфіцыентамі расшырэння, чым ухіляецца ўплыў тэмпературы на пругкія ўласцівасці спружыны. Лепш за іншыя сталь з 35 проц. змяшчэннем нікеля (Гільом).

Цеплавое расшырэнне цвёрдых цел таксама скарыстоўваецца тэрмаметрыяй. У тэрмометры Брэге напрыклад ужываецца паласа з двух металаў, як у балансіра хранометраў, або нават з трох для большай чуллівасці: серабра, золата і платыны (золата пасярэдзіне, адпаведна свайму каэфіцыенту расшырэння). Дэфармуючаяся спіральная спружына верціць стрэлку каля шкалы і ўказвае на змену тэмпературы (рыс. 351). У тэхнічных пірометрах для вельмі высокіх тэмператур (у доменных, шклоплавільных печах і інш.) ужываюцца сістэмы з многіх металічных стрыжняў.


Рыс. 351. Тэрмометр Брэге.

Каэфіцыенты расшырэння вядомых сартоў шкла і платыны супадаюць між сабою; тое самае наглядаецца для некаторых сартоў шкла (Шота) і жалеза (і спецыяльных сплаваў); гэта дае магчымасць шчыльна ўлітоўваць металічныя драціны ў шкляныя сценкі эвакуяваных судзін, унутр якіх трэба правесці правады для электрычнага

току: у лямпах напальвання, рэнтгенаўскіх трубках, іртутных шкляных лямпах і г. д. Месца ўлітоўкі пры старанным вырабе вытрымлівае вялікія тэмпературныя ваганні і значныя ціскі, не разбураючыся і не прапускаючы паветра. Пры неаднолькавых расшырэннях шкло лопаецца ў месцы ўлітоўкі. Тэхніка скарыстоўвае таксама **сціск**, які суправаджае **ахалоджанне** цела, напрыклад пры надзяванні гарачай жалезнай шыны на вобад кола; пасля ахалоджання шына шчыльна абцягвае вобад. Падобным спосабам можна дабіцца такога злучэння між шкляной трубкай і надзетай паверх яе жалезнай, якое-б не давала паветранай цечы.

Награваемае цела расшыраецца па **ўсіх** кірунках: **ізатропнае** цвёрдае цела па **ўсіх** кірунках аднолькава (свінец, золата, серабро, медзь, добра адпаленае шкло і крышталы кубічнай сістэмы, напрыклад алмаз, каменная соль, свінцовы блеск), **анізатропнае**—па розных кірунках неаднолькава. Аб'ёмнае расшырэнне ізатропных цел можна ахарактарызаваць **каэфіцыентам аб'ёмнага** расшырэння β, які вызначыцца аналагічна каэфіцыенту лінейнага расшырэння формулай $\beta = \frac{v_t - v_0}{v_0 t}$. Такім чынам аб'ёмы пры 0° і пры $t°$ звязаны суадносінамі $v_t = v_0 (1 + \beta t)$. Вопыт паказвае, што ў ізатропных целах каэфіцыент аб'ёмнага расшырэння ўтрая больш лінейнага; у гэтым лёгка пераканацца таксама і наступнымі простымі меркаваннямі. Уявім сабе куб, выразаны з ізатропнага цела, з даўжынёю рабра l пры 0°. Аб'ём куба пры 0° $v = l^3$. Калі α каэфіцыент лінейнага расшырэння, то даўжыня рабра пры $t°$ роўна $l(1 + \alpha t)$, і аб'ём куба

$$v_t = [l(1 + \alpha t)]^3 = l^3 (1 + \alpha t)^3 = l^3 (1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3).$$

Члены з α^2 і α^3 знікальна малыя ў параўнанні з іншымі членамі. Таму $v_t = l^3 (1 + 3\alpha t) = v_0 (1 + 3\alpha t)$. Значыць каэфіцыент аб'ёмнага расшырэння роўны 3α. Але гэта правільна **толькі** для параўнальна невялікай групы ізатропных цел. Некаторыя крышталы, іменна ісландскі шпат і пэўныя сарты мрамару, у пэўных кірунках ні сціскаюцца ні расшыраюцца пры змене тэмпературы (**Брусцер** прапанаваў ужываць цыліндр, выразаны ў гэтым кірунку з мрамару, як маятнік пэўна нязменнай даўжыні). Каучук і ёдыстае серабро сціскаюцца пры **награванні**, і кварцавае шкло ў вобласці нізкіх тэмператур таксама.

Тэмпературныя змены аб'ёму вадкасцей. У кропельных вадкасцях нас цікавіць толькі аб'ёмнае расшырэнне. Наогул яно прапарцыянальна павышэнню тэмпературы, як і ў цвёрдых цел. Але ў вадкасцей яно куды больш значнае, чым у апошніх, што знаходзяцца ў сувязі з параўнальнай слабасцю сіл сашчаплення ў вадкасцях.

Мацней за ўсё расшыраюцца тыя вадкасці, якія застаюцца **вадкімі** толькі пад вялікім ціскам: вадкая сярністая кіслата, вадкая вугальная кіслата і да т. п. (гл. аб крытычных тэмпературах). Каэфіцыент расшырэння вугальнай кіслаты, якая звадкоўваецца пад ціскам 63 *am*, пры 20° роўна прыблізна 0,015, — значна больш, чым у паветра пры тых-жа ўмовах. Каэфіцыент расшырэння вадкасцей

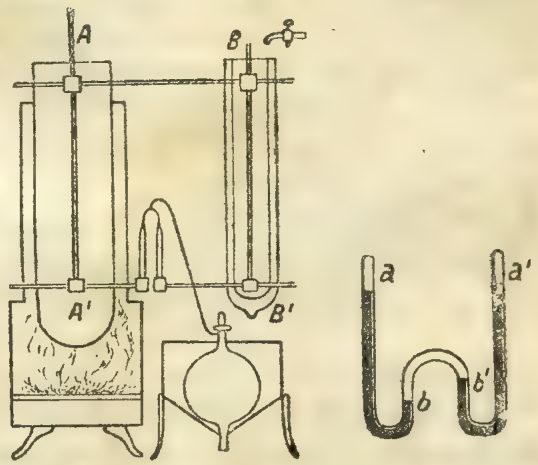
расце з тэмпературай, прычым наогул тым мацней, чым бліжэй тэмпература да пункту кіпення. Калі аб'ём пры 0° прыняць роўным 10.000, то ён-жа роўны:

	для іртуці	вады	спірту	эфіру
пры 30°	10 055	10 042	10 295	10 492
„ 80°	10 146	10 289	10 959	—
„ 100°	10 183	10 433	—	—

На шкале спіртавага тэрмометра дзяленні між 30 і 80° з гэтае прычыны большыя, чым між 0 і 30°; на іртутным-жа яны больш-менш аднолькавыя (улічыць расшырэнне шкла).

Каэфіцыент расшырэння можна вымераць пры дапамозе шкляной судзіны тэрмаметрычнай формы, г. зн. вузкай калібраванай шкляной трубкі, прылітаванай да шарыка; неабходна ведаць іх аб'ём. Шарык з трубкай напаўняюць даверху вадкасцю, награваюць на пэўны лік градусаў (прычым вадкасць расшырыўшыся часткова выліваецца з капіляра) і зноў ахалоджваюць да першапачатковай тэмпературы. Тады вадкасць запаўняе ўжо не ўсю с у д з і н у, і незапоўнены аб'ём паказвае, наколькі яна расшырылася пры награванні. Неабходна ўлічваць расшырэнне шкляной с у д з і н ы. Пры раптоўным моцным награванні вадкасць спачатку крыху паніжаецца, з прычыны расшырэння с у д з і н ы, і толькі пасля, калі пачне прагравацца вадкасць, мы заўважым павышэнне, бо каэфіцыент расшырэння для вадкасці значна большы, чым для судзіны.

Вымярэнне расшырэння іртуці і вады. У метадзе Дзюлона і Пці (па лепшаным Рэньо ў 1847 г., рыс. 352) расшырэнне судзіны не мае значэння. У трубцы формы AA' і BB' слупкі а д н о й і т о й с а м а й вадкасці AA' і BB' награваюцца да неаднолькавых тэмператур—адна абкружаецца напрыклад гарачым маслам, другая таючым лёдам, прычым слой паветра bb' замінае цеплавому абмену між левым і правым слупом вадкасці (рыс. 352а). Пакуль гэтыя слупы пры аднолькавай тэмпературы, іх шчыльнасці роўныя, і a і a', b і b' знаходзяцца на адпаведна аднолькавых узроўнях. Калі тэмпературы перастаюць быць роўнымі, шчыльнасці таксама становяцца рознымі, і ўзроўні перамяшчаюцца. Асновай для разліку служыць закон злучаных судзін.



Рыс. 352—352а. Вымярэнне расшырэння ртуці паводле спосабу Дзюлона і Пці ў апараце Рэньо.

Няхай даўжыні слупоў у каленах a, b, b', a' (рыс, 352а) адпаведна роўны h_1, h_2, h_3, h_4, а іх тэмпературы — t (масла), τ (хатняя) і 0° (таючы лёд). З тае прычыны, што шчыльнасці вадкасці адваротна прапарцыянальны аб'ёмам, то, абазначаючы шчыльнасць пры 0° праз δ_0, знойдзем, што шчыльнасці вадкасці ў гэтых каленах будуць адпаведна $\frac{\delta_0}{1+\beta t}$, $\frac{\delta_0}{1+\beta t}$, δ_0, калі β — каэфіцыент расшырэння выпрабоўваемай вадкасці. Для роўнавагі паводле закона злучаных судзін неабходна:

$$\frac{h_1\delta_0}{1+\beta t} - \frac{h_2\delta_0}{1+\beta t} = h_4\delta_0 - \frac{h_3\delta_0}{1+\beta t}.$$

Скарачаючы на δ_0, атрымаем:

$$\frac{h_1}{1+\beta t} = \frac{h_2 - h_3}{1+\beta t} + h_4.$$

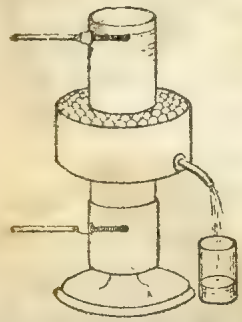
Ведаючы з вопыту h_1, h_2, h_3, h_4, t і τ, знойдзем β, свабоднае ад усякіх паправак на расшырэнне судзіны.

Дзюлон і Пці (1818) знайшлі гэтым спосабам каэфіцыент расшырэння іртуці між 0 і 100°; у сярэднім ён аказаўся каля $\frac{1}{5\,550}$ на 1°. Сярэдні каэфіцыент расшырэння між 0 і ϑ° С ровен:

$$\left(\frac{-}{\alpha}\right)_0^{\vartheta} = \left\{ 0{,}18182 + 0{,}00078\ \frac{\vartheta}{100} \right\} 10^{-3};$$

гэта выражэнне прыгодна ад 0 да 100° (Тізен, Шэель, Сел, 1896). Той-жа спосаб для вызначэння расшырэння вады між 0 і 40° здзейснен Тізенам, Шэелем і Дзісельхорстам (1900).

Змена аб'ёму і шчыльнасці вады. Вада трымае сябе істотна інакш, чым іншыя вадкасці. Ад 0 да 4° яна сціскаецца; пачынаючы з 4° яна расшыраецца, так што пры 8° яе шчыльнасць прыблізна такая-ж, як пры 0°. Арэометр усплывае, пакуль тэмпература падымаецца ад 0 да 4°, і пачынае тануць пры далейшым павышэнні тэмпературы.



Рыс. 353. Змена шчыльнасці і аб'ёму вады.

Змена шчыльнасці становіцца яшчэ больш нагляднай, калі слуп вады з тэмпературай вышэй 4° пачаць ахалоджваць у сярэдзіне, акружыўшы яго роўнамерным халодным поясам (рыс. 353). Калі вымяраць тэмпературу адначасова ўверсе і каля дна, то спачатку верхні тэрмометр не пакажа ніякіх заметных змен, ніжні-ж выявіць безупыннае ахалоджанне; але ахаладзіўшыся да 4° ён на гэтым спыніцца. У гэты момант пачне паніжацца тэмпература верхняга тэрмометра, і паніжэнне будзе прадаўжацца да 0°. Прычына—ахалоджанне да 4° павялічвае (гл. вышэй) шчыльнасць вады, таму ахалоджаная вада апускаецца на дно. З прычыны гэтага ніжнія слаі вады хутка ахалоджваюцца, як і паказвае ніжні тэрмометр Але дна дасягае толькі вада пры 4°, пры гэтым тэрмометр спыняецца на гэтым паказанні. Вада халадней 4° падымаецца ўверх з прычыны змяншэння яе шчыльнасці (гл. вышэй) і паскарае ахалоджанне верхніх слаёў, што адзначаецца верхнім тэрмометрам. Найбольш лёгкай ва ўмовах доследу аказваецца вада пры 0°, яна падымаецца вышэй за ўсё, і верхні тэрмометр спыняецца на 0°.

Анамаліяй у тэмпературным ходзе шчыльнасці вады аб'ясняецца тое, што ў стаячай вадзе на дне можа быць тэмпература вышэй нуля, тады як на паверхні лёд. Малая цеплаправоднасць ледзянога пакрыцця і вады ахоўваюць дно, а таксама і жыхароў вады ад далейшага ахалоджання. У праточнай вадзе цячэнне, якое перамешвае слаі вады, дапамагае роўнамернаму яе ахалоджанню і часта ўтварэнню доннага лёду. Шчыльнасць лёду меншая, чым вады, таму донны лёд урэшце ўсплывае. Пры замярзанні вада яшчэ больш расшыраецца (прыблізна на 10 проц.) і пры гэтым здольна перамагчы вялікія супраціўленні, разрываць трубы, у якіх яна цякла, расколваць сцены, у трэшчынах якіх яна скапілася і замерзла і г. д.

Тэмпературная змена аб'ёму газа. Пры тэмпературнай змене аб'ёму газу неабходна ўлічваць ціск, пад якім газ знаходзіцца. У цел вадкіх і цвёрдых гэтага не патрабавалася, бо ў іх знешні ціск не аказвае заметнага ўплыву на аб'ём апрача выключных выпадкаў, накшталт вадкай сярністай кіслаты або вадкай вугле-кіслаты. Калі аб'ём жалезнага стрыжня пры 0° роўны v_0, а пры 100°—v_{100}, то пры тых-жа тэмпературных умовах яго аб'ём надзвычайна блізкі да гэтых значэнняў пры ўсякім ціску. Калі-ж паветра займае пры 0° аб'ём v_0, а пры 100° аб'ём v_{100}, ціск у абодвых выпадках розны, то мы яшчэ нічога не можам сказаць, наколькі расшырыўся газ пад дзеяннем награвання, бо аб'ём газу істотна залежыць ад таго ціску, пад якім газ знаходзіцца.

Таму перш за ўсё мы забяспечваем газу пастаянны ціск, а затым ужо даследуем, як павялічваецца аб'ём пры пэўным павелічэнні тэмпературы.

Такім чынам пры награванні газу мы можам вымяраць або павелічэнне аб'ёму пры пастаянным ціску, або павелічэнне ціску пры пастаянным аб'ёме. Дослед паказвае (Шарль, 1787, больш дакладна Гэй-Люсак, 1802 [1]: пры пастаянным ціску ўсе газы пры павышэнні тэмпературы на 1° расшыраюцца прыблізна на $\frac{1}{273}$ свайго аб'ёму пры 0°. Усе газы маюць аднолькавы каэфіцыент расшырэння; ён роўны прыблізна $\alpha = \frac{1}{273} = 0{,}003665$. (Паводле вельмі дакладных вымярэнняў гэта аказваецца толькі прыблізна правільным, але настолькі блізка, што ў першым прыбліжэнні правіла гэта можна лічыць зусім дакладным). Калі пры 0° і ціску p_0 (разумеючы пад гэтым атмасферны ціск) аб'ём газа роўны v_0, то пры падтрыманні таго-ж ціску, пры тэмпературы t аб'ём газу становіцца роўным $v = v_0\,(1 + \alpha t)$. Калі-ж ціск зменіўся, стаў напрыклад p замест p_0, то гэта змена дае сябе адчуваць побач са зменаю тэмпературы. Пры ціску p_0 аб'ём пры t раўняўся $v_0\,(1 + \alpha t)$, пры ціску p і тэмпературы $t°$ ён раўняецца v; згодна раўнанню (Бойля-Марыота):

$$p_0 \cdot v_0\,(1 + \alpha t) = p \cdot v.$$

Значыць

$$v = \frac{p_0 \cdot v_0}{p}\,(1 + \alpha t).$$

З гэтага стану можна вылічыць аб'ём газа пры любым ціску p і пры любой тэмпературы t, калі гэты аб'ём быў вядомы пры якой-небудзь адной тэмпературы пад адным пэўным ціскам. Нармальным ціскам p_0 лічыцца ціск am, нармальнай тэмпературай—0°.

Роўнасць $pv = p_0 v_0\,(1 + at)$ указвае таксама, як змяняецца ціск газу, калі яго аб'ём захоўваецца пастаянным, незгледзячы на змену тэмпературы, г. зн. калі $v = v_0$. Тады раўнанне прымае выгляд:

$$p = p_0\,(1 + \alpha t) = p_0 + p_0\,\alpha t,$$

---

[1] Як відаць першым адкрыў закон Вольта. Яго праца апублікавана Брунь-яцелі ў 1793 г. ў Annalli di Chimica.

г. зн. прырост ціску прапарцыянальны павышэнню тэмпературы; ціск узрастае з кожным 1° на $\frac{1}{273}$ свайго значэння пры 0°. Роўнасці $v = v_0(1 + \alpha t)$ і $p = p_0\ (1 + \alpha t)$, дзе каэфіцыент расшырэння і каэфіцыент павелічэння ціску аказваюцца аднолькавымі, абодвы выражаюць закон Гэй-Люсака. З тае прычыны, што $\alpha = \frac{1}{273}$ (дакладней $\frac{1}{273{,}2}$), то формулам можна надаць выгляд:

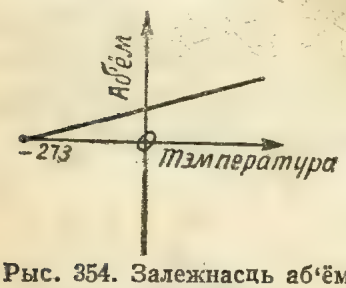
$$p = \frac{p_0}{273}(t + 273) \text{ і } v = \frac{v_0}{273}(t + 273)$$

або

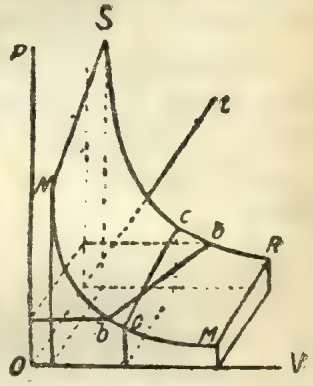
$$p = \frac{p_0}{273} \cdot T \quad \text{і} \quad v = \frac{v_0}{273} \cdot T,$$

дзе T—абсалютная тэмпература нашага газу. Гэтымі суадносінамі мы ўжо карысталіся. Такім чынам узрастанне аб'ёму прапарцыянальна абсалютнай тэмпературы і абазначыцца прамой лініяй. Пры $t = -273$, г. зн. пры $T = 0$ прамая перасекла-б вось тэмператур (рыс. 354), г. зн. пры абсалютным нулі газ не займаў-бы ніякага аб'ёму, калі-б ён падпарадкаваўся гэтаму закону без абмежаванняў. Падобнае дае і лінейная залежнасць ціску ад тэмпературы.

Значэнні p і v, якія належаць да пастаяннай тэмпературы, былі ўжо раней паказаны намі адной крывой. Цяпер мы можам графічна паказаць залежнасць між p, v і t для ідэальнага газу паверхняю, апісваемай раўнаннем $pv = p_0v_0\ (1 + \alpha t)$. Калі да каардынат рыс. 194, якія звязваюць значэнні p і v пры пастаяннай тэмпературы, дадаць трэцюю вось каардынат, перпендыкулярную да плоскасці pv, і адзначаць на ёй тэмпературы, то пункты, адпавядаючыя адначасовым значэнням p, v і t, утвараюць некаторую паверхню. Кожны пункт гэтай паверхні будзе такім чынам адпавядаць пэўнаму стану газу, які характарызуецца яго ціскам, аб'ёмам і тэмпературай. Раўнанне, якое выражае функцыянальную залежнасць між p, v і t, называюць раўнаннем стану газу, а паверхня, якая графічна паказвае гэта раўнанне, ёсьць паверхня стану. Для паверхні стану (рыс. 355) характэрны наступныя ўласцівасці: плоскаць, паралельная да плоскасці pv (усе пункты якой маюць адно і тое-ж значэнне t), перасякае паверхню стану па роўнабочнай гіпербале SR або MN (ізатэрма, г. зн. крывая пастаяннай тэмпературы); плоскасць, паралельная плоскасці pt (усе пункты якой маюць аднолькавае v), перасякае апошнюю па прамой, нахіленай у бок адмоўнай вось тэмператур CC (ізахора, г. зн. крывая пастаяннага аб'ёму); плоскасць, паралельная плоскасці vt (ва ўсіх пунктах якой агульнае p), перасякае яе таксама па прамой, нахіленай у бок адмоўнай восі тэмператур bb (ізабара, г. зн. крывая пастаяннага ціску).



Рыс. 354. Залежнасць аб'ёму ад тэмпературы.



Рыс. 355. Паверхні стану газу. Графічны паказ раўнання стану, які звязвае ціск, аб'ём і тэмпературу газу.

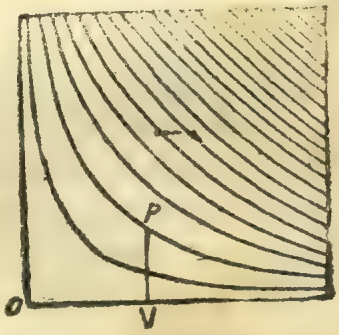
Паверхня стану газу ідэалізавана, бо ніводзін газ не падпарадкуецца ў поўнай меры законам Бойля-Марыота і Гэй-Люсака. Наглядаюцца адступленні ад гэтых законаў, наогул кажучы вельмі малыя, тым большыя, чым вышэй ціскі і чым ніжэй тэмпература (адзначаныя законы непрыстасавальны, калі са зменаю аб'ёму або тэмпературы звязаны хімічныя ператварэнні).

Ізотэрмы, якія адносяцца да асобных пэўных значэнняў тэмпературы, можна атрымаць на паверхні стану, калі перасякаць яе плоскасцямі, паралельнымі каардынатнай плоскасці pv, праз адпаведныя пункты тэмпературнай восі. Тады ізотэрмы акажуцца на радзе паралельных плоскасцей, якія ляжаць адна за другой. Праекцыя іх на плоскасць pv падана на рыс. 356. На паверхні стану яны робяцца ўсё больш плоскімі па меры аддалення ад пачатку каардынат.

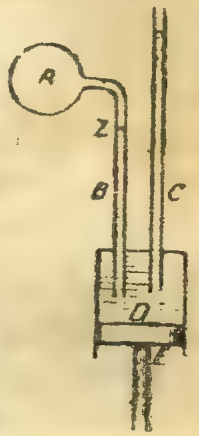
Супастаўляем ціск і аб'ём пры $t°$ газу, які пры 0° і ціску p_0 займаў аб'ём v_0, у трох розных дапушчэннях: па-першае, што аб'ём застаецца пастаянным, па-другое, што захоўваецца ціск і, па-трэцяе, што змяніліся і ціск і аб'ём.

Тэмпературы	Ціск	Аб'ём
0°	p_0	v_0
$t°$	$p_0(1+\alpha t)$	v_0 пастаянна
$t°$	p_0 пастаянна	$v_0(1+\alpha t)$
$t°$	p	$v_0(1+\alpha t)\frac{p_0}{p}$
$t°$	$p_0(1+\alpha t)\frac{v_0}{v}$	v

змена аб'ёму пры пастаянным ціску і **змена ціску** пры пастаянным аб'ёме аднолькава дазваляюць вызначыць α. На рыс. 357 паказана схема прыбора для гэтага вымярэння (**Магнус**). Газ запаўняе балон A і трубку B да іртутнага слупа ў B. B і C—калібраваныя трубкі роўнай шырыні, якія злучаюцца пры дапамозе цыліндра D, у які яны шчыльна ўстаўлены. Аб'ём D увесь запоўнены іртуццю; яго можна змяняць, рухаючы поршань E, і тым павышаць або паніжаць вышыню слупоў іртуці. A і верхнюю частку B акружаюць таючым лёдам, так што газ прымае тэмпературу 0°, і ўстанаўліваюць поршань так, каб іртуць у абодвух трубках стаяла на адным і тым-жа ўзроўні, г. зн. каб газ у A знаходзіўся пад атмасферным ціскам.



Рыс. 356. Ізотэрмы.



Рыс. 357. Ілюстрацыя газавага закону

Няхай іртуць у B даходзіць пры гэтым да меткі Z. Пасля таго акружаюць A і верхнюю частку B кіпячай вадой. Газ расшыраецца і выцясняе частку іртуці з B у трубку C. Калі мы хочам вымярыць **павелічэнне аб'ёму** з прычыны награвання, то павінны прывесці газ ізноў да **першапачатковага ціску**; гэта дасягаецца апусканнем поршня E да патрэбнай ступені, пакуль узроўні ў C і B не зраўняюцца. Па дзяленнях на трубцы B адлічваем, наколькі **павялічыўся аб'ём**.

Калі-ж хочуць вымерыць **павелічэнне ціску** з прычыны павышэння тэмпературы, то трэба вярнуць газ да ранейшага аб'ёму. Для гэтай мэты поршань устанаўліваюць пры **кожнай** тэмпературы так, каб іртуць у B **заўсёды** даходзіла да меткі Z. Паводле розніцы вышынь слупоў іртуці ў B і C можна тады разлічыць, на колькі **павялічыўся** ціск.

Д. КАЛАРЫМЕТРЫЯ. ЦЕПЛАЕМІСТАСЦЬ.

Калорыя. Да гэтага часу мы даследвалі расшырэнне цел у сувязі з павышэннем іх **тэмпературы**. Разгледзім цяпер, як залежыць павышэнне тэмпературы ад паглынання цеплыні, г. зн. колькі трэба цеплыні для павышэння **тэмпературы** на пэўную велічыню? Для вымярэння колькасці цеплыні мы ўжо ўстанавілі ўмоўную адзінку (стар. 346): **гэта калорыя** (*кал*), тая колькасць цеплыні, якая патрэбна для павышэння тэмпера-

туры 1 *г* дэстыляванай вады пры 14,5° на 1°. Яе называюць таксама грам-калорыяй (*гкал*); кілограм-калорыя (*кгкал*) у тысячу раз большая.

Удзельная цеплыня. Перш за ўсё ўзнікае пытанне: ці трэба для павышэння тэмпературы 1 *г* якое-небудзь іншае матэрыі на 1° столькі-ж цеплыні, колькі трэба для павышэння на 1° тэмпературы 1 *г* вады (г. зн. 1 *кал*)? Дослед дае адмоўны адказ. Для іртуці дастаткова прыкладна $^1/_{30}$ гэтае колькасці, больш дакладна 0,033 *кал*, для медзі 0,091; для свінца 0,031; для жалеза 0,111; для спірта каля 0,58 і г. д. Або інакш: тая колькасць цеплыні, якая неабходна для павышэння тэмпературы 1 *г* вады на 1°, дастаткова для павышэння на 1° тэмпературы 30,3 *г* іртуці, або 11,0 *г* медзі, або 32,3 *г* свінца, або 9,02 *г* жалеза, або 1,72 *г* спірта і г. д. Або яшчэ інакш: тая колькасць цеплыні, якая павышае на 1° тэмпературу 1 *г* вады, павысіла-б тэмпературу 1 *г* іртуці на 30,3° і г. д. Мы бачым, што колькасць цеплыні, якая патрэбна для пэўнага павышэння тэмпературы некаторага цела, залежыць не толькі ад яго масы, але і ад яго хімічнай прыроды; тая колькасць цеплыні, якая неабходна для павышэння на 1° тэмпературы аднаго грама якое-небудзь пэўнае матэрыі, называюць яго ўдзельнай цеплынёй (Блек, 1716).

Наступная табліца змяшчае ўдзельныя цеплыні некаторых матэрый, кажучы больш дакладна, сярэдняе іх значэнне для тэмператур між 0 і 100°.

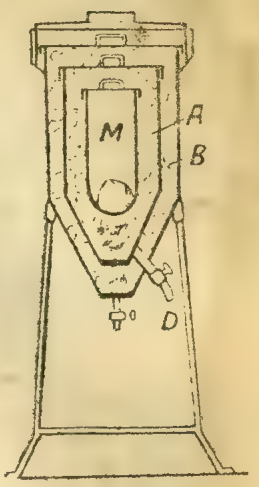
Алюміній . .	0,214	Медзь . . .	0,091	Волава . . .	0,054	Платына .	0,032
Серка . . .	0,175	Серабро . .	0,055	Ёд	0,054	Свінец . . .	0,031
Жалеза . . .	0,111	Спірт . . .	0,58	Сурма . . .	0,050	Бензол . . .	0,407
Цынк . . .	0,092	Гліцэрын . .	0,58	Іртуць . . .	0,033	Хлараформ .	0,234

Вада (для якой удзельная цеплыня роўна 1) мае найбольшую ўдзельную цеплыню з усіх вадкіх і цвёрдых цел; лёд мае ўдзельную цеплыню—0,505; вадзяная пара—0,462. Значыць вада ў газападобным і цвёрдым стане мае больш-менш аднолькавую ўдзельную цеплыню ўдвая меншую, чым у яе-ж у вадкім стане.

Агульная характарыстыка каларыметрычных вымярэнняў. Вымяральныя працэсы пры вызначэнні колькасці цеплыні складаюцца або з таго, што даследуемае цела, нагрэтае да пэўнае тэмпературы t, аддае сваю цеплыню навакольнаму асяроддзю ў каларыметры, дзе яно ахалоджваецца да тэмпературы $t_2°$, якую вымяраюць, або з таго, што целу надаецца (або адымаецца) пэўная колькасць цеплыні і наглядаецца выклікаемае гэтым павышэнне (або паніжэнне) тэмпературы.

Ці роўныя колькасці цеплыні, якія цела аддае пры ахалоджанні ад t_1 да t_2 і атрымлівае пры награванні ад t_2 да t_1? Так, пры ўмове, што пры ахалоджанні цела падпадае тым-жа зменам стану, як і пры награванні, толькі ў адваротным парадку. Сапраўды, калі-б гэта было не так, то, прымусіўшы цела прарабіць увесь гэты працэс (награванне і ахалоджанне), мы прывялі-б яго ў першапачатковы стан і апрача таго атрымалі-б лішак (або страту) цяпла (энергіі), як адзіны рэзультат працэсу. Як відаць, гэта супярэчыць прынцыпу захавання энергіі.

Цеплыня, адданая ў каларыметры, расходуецца па адным метадзе для плаўлення лёду (метад таяння лёду), па другім—для награвання вады (метад змяшэння). Непасрэдна вымяраюць па метадзе таяння лёду, колькі грам лёду расплавілася, па метадзе змяшэння—на колькі градусаў павысілася тэмпература некаторае ўзважанае колькасці вады ад той цеплыні, якую аддало цела, што ахаладзілася, пры гэтым на столькі-ж градусаў (адлічваюць па тэрмометру). Калі ўдзельная цеплыня адна і тая-ж пры розных тэмпературах, г. зн. не залежыць ад тэмпературы (як напрыклад у іртуці), то пры дапамозе каларыметрычных вымярэнняў атрымліваюць сапраўдную ўдзельную цеплыню ў вобласці даных тэмператур. Калі-ж яна залежыць ад тэмпературы, то вымярэнне дае сярэднюю ўдзельную цеплыню.



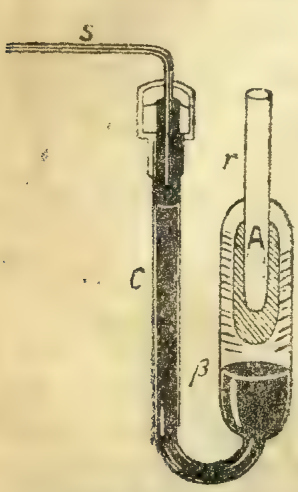
Рыс. 358. Каларыметр Лавуаз'е.

Метад таяння лёду. У схеме, якая вядзе пачатак ад Лавуаз'е, каларыметр складаецца з трох бляшаных судзін, устаўленых адна ў другую (рыс. 358). Унутраная рашотчатая судзіна M змяшчае цела, нагрэтае да пэўнай тэмпературы t_1, якое павінна аддаць сваю цеплыню і растапіць лёд; сярэдняя судзіна A змяшчае лёд; знешняя судзіна B ахоўвае лёд ад усякага прытоку цеплыні сазне і для гэтай мэты сама напоўнена таючым лёдам. Цеплыня, якая прыходзіць знадворку, хоць і расплаўляе лёд у B, але не можа павысіць тэмпературу судзіны B вышэй нуля, пакуль увесь лёд у B не растаяў, а значыць да тэй пары не можа ўплываць і на таянне лёду ў A. Таму прастора навакол цела M доўга захоўвае тэмпературу 0° і цела M ахалоджваецца ад сваёй пачаткоьай тэмпературы t_1 да 0°. Талую ваду, якая сцякае праз кран D, узважваюць, а з тае прычыны, што з спецыяльна праведзеных доследаў вядома, што для таяння 1 *г* лёду пры тэмпературы 0° трэба 79,67 *г·кал*, то можна вызначыць, колькі грам-калорый аддадзена целам на ўтварэнне ўсёй узважанай вады, прычым тэмпература цела панізілася на t_1. Гэты метад (устарэлы) недакладны, бо частка талай вады застаецца сярод кавалачкаў лёду. Лёдавы каларыметр Бунзена (1870), аснаваны на тым-жа прынцыпе, не мае гэтых практычных недахопаў. Колькасць расплаўленага лёду вызначаюць у ім аб'ёмным вымярэннем. Лёд займае большы аб'ём, чым вада, што атрымалася ад яго таяння: 1 *г* лёду займае паводле вымярэння Бунзена 1,0908 $см^3$, 1 *г* вады пры 0°—усяго толькі 1,0001 $см^3$.

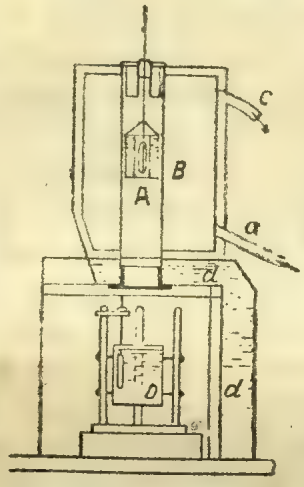
Пры пераходзе ад цвёрдага ў вадкі стан 1 *г* вады такім чынам змяншае свой аб'ём на 0,0907 $см^3$. Вымеранае змяншэнне аб'ёму дае магчымасць вызначыць, колькі грам лёду растапілася. А з тае прычыны, што вядома колькі адзінак цеплыні павінен паглынуць 1 *г* лёду, каб растаяць, то па змяншэнні аб'ёму можна заключыць, колькі адзінак цеплыні было паглынена лёдам.

Рыс. 359 дае знешні выгляд прыбора, цалкам зробленага са шкла. *U*-падобная трубка *C*, расшыраная частка якой заканчваецца прабіркай *A* для даследуемага цела, змяшчае над узроўнем β в а д у і л ё д, а пачынаючы з β да (калібраванага) капіляра *S*—іртуць. Цела, нагрэтае да *t*°, апускаюць у трубачку *A* з вадою (пры 0°), а ўвесь прыбор кладуць у таючы лёд (для аховы ад цяпла сазне). Даследуемае цела *A* аддае цеплыню вадзе і п р ы я е д а п а м о з е лёду; лёд тае, аб'ём, заняты лёдам і вадою, змяншаецца, і ўзровень іртуці падымаецца вышэй β. Колькасць іртуці, якая будзе вышэй β, адлічваецца па перамяшчэнні канца слупка іртуці ў капіляры *S*. Змяншэнню аб'ёму на 1 *см*³ адпавядаюць 11,03 *г* растаяўшага лёду. Каларыметр Бунзена дае магчымасць дасягаць вялікай дакладнасці вымярэння і абходзіцца пры гэтым зусім невялікай (н е к а л ь к і г р а м) колькасцю даследуемай матэрыі.

Метад змяшэння. Каб скарыстаць цеплыню, якую аддало даследуемае цела для награвання вады, трэба цела, нагрэтае да пэўнае тэмпературы, апусціць у ваду, колькасць і тэмпература якой вымераны, і вызначыць выкліканую гэтым змену тэмпературы вады (метад змяшэння). В а д з я н ы к а л а р ы м е т р Рэньо (1840) складзены адпаведна гэтаму з двух частак (рыс. 360): камеры *B*, награваемай параю, у якую (у сетачцы) змяшчаюць для награвання даследуемае цела *A*, і ўласна каларыметра *D*, у ваду якога апускаюць цела *A*, пасля таго як яно нагрэецца. *dd*—ізалюючы слой вады між *B* і *D*. Калі ў цела была спачатку тэмпература t_1, а ў вады—t_2 (больш нізкая), то цела аддае цеплыню вадзе д а т а г о ч а с у, пакуль абодва не будуць мець а д н у і т у ю-ж тэмпературу t_3. В а д а н а г р а в а е ц ц а на $(t_3 - t_2)$, цела а х а л о д з і ц ц а на $(t_1 - t_3)$. Калі к о л ь к а с ц ь вады m грамаў, то яна атрымала $m(t_3 - t_2)$ *г-кал.* Гэту цеплыню вада атрымала ад цела; адсюль вынікае, што калі цела ахаладзілася на $(t_1 - t_3)°$, яно а д д а л о $m(t_3 - t_1)°$ *г-кал.* С т о л ь к і-ж калорый яму прышлося-б паглынуць, каб нагрэцца на $(t_1 - t_3)°$ (стар. 387). Калі маса цела M грамаў, то можна вывесці такое заключэнне: каб нагрэць M грамаў цела на $(t_2 - t_3)^0$, трэба $m(t_3 - t_2)$ калорый; каб нагрэць 1 *г* яго на 1°, трэба $\frac{m(t_3 - t_2)}{M(t_1 - t_3)}$. Гэты лік ёсць у д з е л ь н а я ц е п л ы н я нашага цела.



Рыс. 359. Каларыметр Бунзена.



Рыс. 360. Каларыметр Рэньо.

Сценкі судзіны і тэрмометр таксама награваюцца, і частка цеплыні траціцца на цеплавы абмен між каларыметрам і знешнім асяроддзем. Каб унесці патрэбную папраўку, неабходна ведаць цеплаёмістасці каларыметра і тэрмометра, а таксама ўлічыць страту цяпла ў знешнюю прастору. Цеплаёмістасць к а л а р ы м е т р а (і тэрмометра), г. зн. тая колькасць цеплыні, якая неабходна, каб нагрэць у с ю м а с у каларыметра на 1°, лёгка вызна-

чыць, калі вядома маса каларыметра (μ) і ўдзельная цеплыня (c) матэрыі, з якой ён зроблены. Цеплаёмістасць роўна $\mu \cdot c$. Як відаць, гэта велічыня паказвае лік грамаў вады эквівалентных па сваёй здольнасці паглынаць цяпло нашаму каларыметру. Яе з гэтай прычыны часам называюць **водным эквівалентам** каларыметра. Улік страты цяпла ў знешнюю прастору зрабіць вельмі трудна. З гэтае прычыны лічаць за лепшае прымаць такія перасцярогі пры доследзе, пры якіх гэта страта будзе мізэрна малая (двайныя сценкі ў судзіне D, цеплавая ізаляцыя, нязначная змена тэмпературы вады ў каларыметры і г. д.).

Каларыметр Нернста для вельмі нізкіх тэмператур. Для вымярэння ўдзельных цяплынь пры вельмі нізкіх тэмпературах награваюць даследуемую матэрыю, прапускаючы ток праз тонкі платынавы дрот, абвіты вакол даследуемага цела. Цела бярэцца ў выглядзе масіўнага кавалка, калі яно добра праводзіць цяпло, або яго змяшчаюць у герметычна закаркаваную сярэбраную судзіну з вадародам, калі яно дрэнны праваднік цяпла. Вадарод ужываецца як газ, які добра праводзіць цяпло, так што ўсё цела з усіх бакоў аказваецца акружаным асяроддзем адной тэмпературы. Колькасць падведзенай цеплыні разлічваецца паводле закону **Джоуля** (гл. электрычнасць), г. зн. па сіле току і супраціўленні дроту. Пасля сканчэння награвання награвальны дрот служыць тэрмометрам (тэмпература вызначаецца па супраціўленні дроту высокай чуллівасці), якім адзначаецца павышэнне тэмпературы даследуемага цела. Пры самым вымярэнні матэрыя або сярэбраная судзіна з ёю падвешваецца ў шкляной судзіне, магчыма больш старанна эвакуяванай (рыс. 361) і змешчанай у другой судзіне з вадкім паветрам або вадкім вадародам. Дакладнасць вымярэнняў дасягаецца вельмі высокая, бо практычна выключаны цеплавыя страты: цеплаправоднасць і цеплавая канвекцыя (стар. 767) адхілены з прычыны адсутнасці газу вакол даследуемага цела, а страты праз праменяванне вельмі нязначныя, бо даследуемае цела і акружаючая абалонка знаходзяцца пры нізкіх тэмпературах.

Рыс. 361. Вакуум-каларыметра.

Рыс. 362. Каларыметр Нернста.

Пры больш высокіх тэмпературах **Нернст** карыстаўся замест каларыметрам з вадкасцю медным каларыметрам (рыс. 362) у выглядзе масіўнага кавалка медзі вагою ў 400 *г* з прадоўжанай поласцю ўнутры яго для змяшчэння вывучаемага цела. З тае прычыны, што медзь добры праваднік цяпла, то цяпло, аддаваемае целам, шпарка размяркоўваецца па ўсім масіве, які мае ва ўсіх частках адну і тую-ж тэмпературу. Каларыметр змяшчаецца ў эвакуяваную судзіну D для цеплавой ізаляцыі.

Атамная цеплаёмістасць. Закон Дзюлона і Пці. Між удзельнай цеплынёй элементаў у **цвёрдым** стане і іх **атамнаю**

вагою існуе цікавая залежнасць (Дзюлон і Пці, 1818). Калі назваць атамнай цеплаёмістасцю здабытак ад множання з удзельнай цеплыні і атамнай вагі (г. зн. тую колькасць цеплыні ў грам-калорыях, якую трэба было-б надаць аднаму грам-атаму[1] элемента для павышэння яго тэмпературы на 1°), то гэту залежнасць можна фармуляваць так: у цвёрдым стане ўсе элементы маюць аднолькавую атамную цеплаёмістасць, іменна 6,4. Гэты закон не выконваецца строга. У металоідаў з малой атамнай вагой (напрыклад вуглярод) ужо пры хатняй тэмпературы атамныя цеплаёмістасці значна менш 6,4, а пры больш нізкіх тэмпературах і ўсе іншыя элементы даюць адступленні. Аднак, калі вымярэнні рабіць пры высокіх тэмпературах, то правіла Дзюлона і Пці аказваецца выканальным. Больш за ўсё адхіляюцца (у бок змяншэння) ёд, вуглярод і сіліцый; аднак і ў іх атамныя цеплаёмістасці набліжаюцца да 6,4 тым больш, чым вышэй тэмпература. Для вуглерода атамная цеплаёмістасць пры 980° роўна 5,5 (тады як пры 50° яна роўна, прыкладна, 0,8) (аб гэтым гл. стар. 402). Дакладней за ўсё закон захоўваецца ў металах. Для хімічных злучэнняў прыстасавальны закон Неймана: малекулярная цеплаёмістасць злучэння складаецца з атамных цеплаёмістасцей элементаў, якія ўваходзяць у яго стастаў.

Удзельная цеплыня газаў. Колькасць цеплыні, патрэбная для павышэння тэмпературы газу (на пэўны лік градусаў), залежыць ад таго, ці расшыраецца газ у часе награвання, ці не. Калі ён расшыраецца, то выконвае работу на перамаганне знадворнага ціску. Гэта работа выконваецца за кошт часткі паглынёнай цеплыні. Апошняе ідзе такім чынам толькі часткаю на павышэнне тэмпературы газу. Інакш кажучы, газ патрабуе для павышэння тэмпературы на заданы лік градусаў больш цеплыні, чым калі-б ён захоўваў свой першапачатковы аб'ём. Такім чынам удзельная цеплыня газу з'яўляецца велічынёй неазначанай і залежыць ад умоў, у якіх адбываецца награванне газу. Звычайна адрозніваюць два крайніх выпадкі: газ захоўвае пры награванні пастаянны ціск або пастаянны аб'ём. Таму мы кажам аб яго ўдзельнай цеплыні пры пастаянным ціску c_p і аб удзельнай цеплыні пры пастаянным аб'ёме c_v. Зразумела c_v менш, чым c_p, бо пры награванні пры пастаянным аб'ёме цеплыня ідзе толькі на павелічэнне ўнутранай энергіі цела, што праяўляецца ў павышэнні тэмпературы; у другім-жа выпадку звыш таго яшчэ выконваецца некаторая работа, на выкананне якой патрабуецца дадатковая энергія. Непасрэднае вызначэнне c_v прадстаўляе сабой значныя эксперыментальныя труднасці, бо пры нязменным аб'ёме мы маем справу з абмежаванаю колькасцю газу, маса якога невялікая, і значыць памылкі ў вызначэнні колькасці цеплыні значныя. Таму часцей непасрэдна вымяраюць c_p. Велічыня-ж c_v можа быць знойдзена,

[1] Маса, лік грамаў якой роўны атамнай вазе адпаведнага элемента, напрыклад грам-атам серабра азначае 108 грамаў серабра.

бо аказваецца магчымым вымерыць $\frac{c_p}{c_v}$. Апрача таго лёгка вылічыць $c_p - c_v$ і такім чынам па даным c_p знайсці c_v. Нарэшце, выходзячы з пэўных тэарэтычных уяўленняў, можна вылічыць c_v і $c_p - c_v$, а значыць тэарэтычна вызначыць c_p і c_v — асобна.

У прынцыпе і ў цвёрдых і ў вадкіх цел трэба адрозніваць удзельныя цеплыні пры пастаянным ціску і пры пастаянным аб'ёме; розніца між імі $\delta = c_p - c_v$ роўна энергіі расшырэння 1 *гр* цела, выражанай у калорыях; яна знаходзіцца ў сувязі са сціскальнасцю цела і для цвёрдых і вадкіх цел настолькі малая, што яе звычайна ігнаруюць.

Каб вымерыць удзельную цеплыню газу c_p, бяруць магчыма большую колькасць яго (напрыклад з балона са сціснутым газам) і прапускаюць спачатку скрозь змеевідную трубку, змешчаную ў баку з пастаяннай тэмпературай, для таго каб газ прыняў некаторую пэўную першапачатковую тэмпературу. Далей газ прымушаюць праходзіць скрозь другую змеевідную трубку, апушчаную ў вадзяны каларыметр, і вымяраюць тэмпературу газу пасля выхаду з каларыметра. Ведаючы масу газу, яго пачатковую і канечную тэмпературы і павышэнне тэмпературы вады каларыметра, разлічваюць c_p. Пры хатняй тэмпературы і ціску ў 1 *at* c_p аказваецца роўным для

паветра . .	0,241	азота . . .	0,249	хлора. . . .	0,124
кісларода .	0,218	вадарода . .	3,41	гелія. . . .	1,25

Тэорыя паказвае, што з нескладаных доследаў можна вызначыць лік $\frac{c_p}{c_v}$, г. зн. даведацца, у колькі разоў цеплаёмістасць пры пастаянным ціску большая, чым пры пастаянным аб'ёме. З скорасці гука гэты лік знойдзены для паветра роўным $\varkappa = 1{,}40$, і прыблізна столькі-ж дае і спецыяльнае вымярэнне гэтага адношэння (паводле спосабу Клемана і Дэзорма). Адсюль для паветра вынікае, што $\frac{0{,}241}{c_v} = 1{,}40$, г. зн. $c_v = 0{,}172$. Для кісларода, вадарода і азота знойдзена прыблізна тое-ж $\varkappa$, што і для паветра. Для большасці-ж хімічна складаных газаў гэты лік істотна іншы. Так напрыклад ён роўны для

вуглекіслаты	1,30
закіса азота	1,28
серкавадарода	1,34

У аднаатамных газаў, як гелій і аргон, $\varkappa = 1{,}66$.

Колькасць грам-калорый, на якую c_p перавышае c_v, роўна той рабоце, якую выконвае грам газу, расшыраючыся і перамагаючы знадворны ціск. Зробім падлік для 1 грам-малекулы, г. зн. для той колькасці газу, вага якога ў грамах роўна яго малекулярнай вазе. Каб нагрэць на 1° адну грам-малекулу (або адзін моль) з малекулярнай вагою M, інакш M грамаў газу, адзін раз пры пастаянным ціску, другі раз пры пастаянным аб'ёме, мы расходуем у першым выпадку $Mc_p = C_p$, у другім $Mc_v = C_v$ *кал*, C_p і C_v называюць малярнай цеплаёмістасцю пры пастаянным ціску або адпаведна пры пастаянным аб'ёме. Адсюль вызначаем работу расшырэння адной грам-малекулы $C_p - C_v$ у грам-калорыях. Гэту работу можна вылічыць наступным чынам.

Калі газ, які знаходзіцца пры н я з м е н н ы м ціску p, расшырыўся так, што аб'ём яго павялічыўся на Δv, то выконваемая пры гэтым работа роўна $p \cdot \Delta v$. Сапраўды, дапусцім для прастаты, што газ знаходзіцца ў цыліндрычнай судзіне з сячэннем S *см*², закрытай рухлівым поршнем. З тае прычыны, што ц і с к яго роўны p, то на поршань дзейнічае сіла, роўная pS. Пры расшырэнні на Δv поршань павінен перамясціцца на д а ў ж ы н ю l, так што $\Delta v = lS$. Выконваемая пры гэтым работа ёсць здабытак сілы на даўжыню шляху, г. зн. pSl. Замяняючы ў апошняй формуле Sl праз Δv, атрымаем, што р а б о т а п р ы р а с ш ы р э н н і роўна $p \cdot \Delta v$. Няхай першапачатковы аб'ём аднаго моля газу быў роўны v, пры абсалютнай тэмпературы T і ціску p. Абазначым аб'ём таго-ж газу, нагрэтага на а д з і н градус (г. зн. да абсалютнай тэмпературы $T+1$) пры нязменным ціску p, праз $v + \Delta v$. На аснове раўнання К л а п е й р о н а можна напісаць:

$$p \cdot v = RT \quad \text{і} \quad p \cdot (v + \Delta v) = R\,(T+1).$$

Вылічваючы з другой роўнасці першую, знойдзем $p \cdot \Delta v = R$, дзе $R = 1{,}986$ *кал* (газавая пастаянная). Але $p \cdot \Delta v$ ёсць работа, выкананая пры расшырэнні газу і роўная згодна папярэдняму $C_p - C_v$.

Такім чынам $C_p - C_v = R = 1{,}986$ *кал* або $c_p - c_v = \dfrac{1{,}986}{M}$ *кал*.

Веданне цеплаёмістасці C_p і C_v дазваляе кінетычнай тэорыі газаў зрабіць заключэнне аб унутранай структуры газавых малекул. Згодна кінетычным уяўленням малекулы знаходзяцца ў прамалінейным руху, стыкаюцца між сабою і са сценкамі судзіны, змяняючы пры гэтым кірунак і скорасць руху. Але малекула можа не толькі рухацца паступальна, а таксама і вярцецца. Апрача таго яна складаецца з асобных атамаў, якія могуць вагацца каля агульнага цэнтра цяжару ўнутры малекулы. Таму малекула мае апрача энергіі паступальнага руху яшчэ вагальную і вярчальную энергію. Мы называем паступальную энергію з н е ш н я й, а вагальную і вярчальную — у н у т р а н а й; разам яны даюць п о ў н у ю энергію малекулы. Якая доля поўнай энергіі прыпадае на з н е ш н ю ю энергію? К л а у з і у с знайшоў $\dfrac{K}{H} = \dfrac{3}{2}\,\dfrac{C_p - C_v}{C_v}$, дзе K—знешняя энергія, а H—поўная энергія[1]. Уводзячы абазначэнне $\dfrac{C_p}{C_v} = \varkappa$, прыдамо формуле Клаузіуса выгляд:

$$\frac{K}{H} = \frac{3}{2}(\varkappa - 1).$$

Для вадарода, кісларода, азота, вокіса азота і вокіса вуглярода, якія змяшчаюць па два атамы ў малекуле, $\varkappa = 1{,}40$, г. зн. $\dfrac{K}{H} = \dfrac{3}{2} \cdot 0{,}40 = 0{,}6$. Такім чынам у іх энергія паступальнага руху складае 60 проц. поўнай энергіі.

---

[1] Сапраўды, пры разліку на 1 моль маем, што энергію паступальнага руху лёгка вызначыць з суадносін $pv = \dfrac{2}{3} N \dfrac{mv^2}{2}$ (гл. стар. 373) $= \dfrac{2}{3} K$, г. зн. $K = \dfrac{3}{2} pv$, калі v і p аб'ём і ціск 1 моля газу пры абсалютнай тэмпературы T. На аснове папярэдняга маем:

$$p \cdot v = R \cdot T = (C_p - C_v)\,T,$$

такім чынам

$$K = \frac{3}{2}(C_p - C_v)\,T.$$

З другога боку п о ў н у ю энергію H можна знайсці наступным чынам. Гэта ёсць энергія, якую будзе мець 1 моль газу, калі нагрэць яго ад абсалютнага нуля да тэмпературы T, г. зн, на T градусаў, захоўваючы яго аб'ём нязменным (без выканання знешняй работы). Затрачаная работа ёсць $H = C_v \cdot T$. Раздзяліўшы K на H, знойдзем суадносіны Клаузіуса:

$$\frac{K}{H} = \frac{\frac{3}{2}(C_p - C_v)}{C_v}.$$

Магчым таксама выпадак, што ўся поўная энергія ёсць паступальная, г. зн. у малекуле няма ўнутранай энергіі. Гэта мысліма вядома толькі ў аднаатамных газаў. Тады $K = H$, г. зн. $1 = \frac{3}{2}(\varkappa - 1)$ або $\varkappa = 1{,}66$ (тут мы адхіляемся ад вярчэння малекулы ў цэлым). Гэты лік сапраўды знойдзен у пары іртуцы (Кундт і Варбург), у аргона, гелія, неона і г. д. (Рэлей).

З тае прычыны, што $M \cdot c_p = C_p$ і $M \cdot c_v = C_v$ — малярныя цеплаёмістасці (гл. вышэй), то для аднаатамных газаў і $\frac{C_p}{C_v} = 1{,}66$. А з тае прычыны, што $C_p - C_v = R = 1{,}98$ *г кал*, то $C_v\,(1{,}66 - 1) = 1{,}98$ *г кал* або $C_v = \frac{3}{2}\,1{,}98$ *г кал*; звычайна пішуць $\frac{3}{2}\,R$ *кал*. Гэта азначае: пры дапушчэнні, што поўная энергія аднаатамнага газу роўна яго паступальнай энерг $K = H$), яго малярная цеплаёмістасць пры пастаянным аб'ёме роўна $\frac{3}{2}\,R = 2{,}979$ *г кал*. Сапраўды, іменна гэта значэнне мае малярная цеплаёмістасць аргона ў абсягу тэмператур ад хатняй да 2350°.

Больш ранняя тэорыя цеплаёмістасці. Паводле класічнай тэорыі цеплаёмістасці (завершанай Л. Больцманам), энергія, якая знаходзіцца ў целе, размеркавана роўнамерна не толькі між усімі малекуламі, але і па ўсіх ступенях свабоды. Шарападобнай малекуле, якая можа свабодна рухацца па ўсіх трох вымярэннях, мы павінны прыпісаць тры ступені свабоды, бо для вызначэння палажэння такой малекулы неабходны тры каардынаты. Пры абсалютнай тэмпературы T яна мае ў сярэднім энергію $\frac{3}{2}\,kT$ (пар. стар. 373). Такім чынам на кожную ступень свабоды прыходзіцца энергія $\frac{1}{2}\,kT$, г. зн. яна дапускаецца прапарцыянальнай абсалютнай тэмпературы. Калі ў целе заключаецца N аднаатамных шарападобных малекул, то значыць яно змяшчае пры тэмпературы T энергію $\frac{3}{2}\,NkT$, і для павышэння яго тэмпературы на ΔT яму трэба надаць дадатковую энергію $\frac{3}{2}\,Nk\Delta T$.

Лік ступеняй свабоды роўны ліку неабходных даных для адназначнага вызначэння палажэння малекулы ў прасторы. Палажэнне шара вядома, калі вядома палажэнне яго цэнтру цяжару; апошні-ж вызначаецца трыма прасторавымі каардынатамі. Калі шар можа рухацца толькі на плоскасці, то дастаткова двух каардынат, каб указаць яго месцазнаходжанне. Калі-б існаваў шарападобны атам, здольны рухацца толькі на плоскасці, то ён меў-бы дзве ступені свабоды і сярэднюю энергію kT.

Лёгка зразумець сэнс сцвярджэння аб размеркаванні энергіі ў сярэднім роўнамерна між ступенямі свабоды. Уявім сумесь шаравых аднаатамных малекул, якія свабодна лётаюць у прасторы (тры ступені свабоды), і малекул, якія могуць рухацца ўздоўж аднаго якога-небудзь кірунку, напрыклад, уздоўж восі Z (нібы слізгаючых уздоўж праходзячага праз іх дроту паралельнага восі Z) (адна ступень свабоды). Пры неўнікнёных сутычках адбудзецца абмен энергіі

між асобнымі малекуламі таго і другога роду. Аднак энергія свабодных малекул урэшце павінна стаць роўнай (у сярэднім) трайной энергіі несвабодных малекул. Сапраўды скорасць (c) свабоднай малекулы можна разглядаць як складаемую з трох кампанент, накіраваных па восях каардынат u, v, w, значыць $c^2 = u^2 + v^2 + w^2$. Таму і кінетычную энергію малекулы можна раскласці на тры часткі: $\frac{1}{2}mc^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mw^2$.

З прычыны поўнай беспарадкавасці руху скорасці па якім-небудзь кірунку не могуць у сярэднім быць больш або менш скорасцей па іншых.

Такім чынам, у сярэднім $\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2$ і $\frac{1}{2}mc^2 = 3\left(\frac{1}{2}mw^2\right)$.

З другога боку, несвабодная малекула мае толькі адну кампаненту скорасці, у нашым выпадку накіраваную ўздоўж восі Z. У сярэднім велічыня гэтай скорасці не можа адрозніваца ад адпаведнай кампаненты w свабоднай малекулы. Сапраўды, калі-б гэтыя апошнія былі ў сярэднім большыя, то свабодныя малекулы даганялі-б несвабодныя, удараліся-б аб іх і такім чынам перадавалі-б ім частку скорасці, змяншаючы сваю скорасць у кірунку Z. У іншым выпадку мела-б месца адваротная з'ява: замаруджанне несвабодных малекул і павелічэнне w — кампаненты ў свабодных. Роўнавага магчыма толькі тады, калі ў сярэднім скорасць несвабоднай малекулы будзе роўнай w, так што сярэдняя кінетычная энергія несвабоднай малекулы будзе $\frac{1}{2}mw^2$, г. зн. будзе складаць адну трэць сярэдняй кінетычнай энергіі свабоднай (з трыма ступенямі свабоды) малекулы.

Абагульняючы гэтыя разважанні, прыходзім да заключэння аб роўнамерным размеркаванні сярэдняй энергіі па ступенях свабоды. Няхай малекула складаецца з двух жорстка звязаных шарападобных атамаў, якія знаходзяцца на некаторым аддаленні адзін ад аднаго. Такім чынам форма малекулы нагадвае гімнастычную гіру (гантэль). Такую мадэль малекулы называюць гантэлепадобнай. З прычыны свабоднага руху малекулы ў прасторы ёй трэба прыпісаць тры ступені свабоды. Але лік ступеней свабоды гэтым не абмяжоўваецца, бо такая малекула можа прымаць розныя палажэнні ў прасторы, нават калі яе цэнтр цяжару нерухомы. Яна можа вярцецца каля цэнтру цяжару. Палажэнне вызначаецца адназначна, толькі калі ўказаць, як накіравана прамая, якая злучае цэнтры абодвух шарападобных атамаў. Геаметрыя вучыць, што для адназначнага вызначэння кірунку ў прасторы адрэзка прамой, якая праходзіць праз даны пункт, патрэбны дзве велічыні (напрыклад вугал шыраты і вугал даўгаты).

Такім чынам для поўнага вызначэння палажэння нашай малекулы неабходна мець пяць даных. Таму малекула такога віду мае пяць ступеней свабоды. Лік ступеней свабоды можна атрымаць і інакш: малекула мае здольнасць не толькі перасоўваць свой цэнтр цяжару па трох каардынатных кірунках (паступальны рух), але і вярцецца. Усякае вярчэнне можна раскласці на тры складаючых вярчэнні, кожнае каля адной з восей каардынат, звязаных з целам. Усе тры восі ўзаемна перпендыкулярны. Наогул кожнаму з гэтых вярчэнняў таксама трэба прыпісаць па адной ступені свабоды, бо энергія вярчальнага руху будзе складацца як сума энергіі трох вярчэнняў, падобна да таго, як энергія паступальнага руху складаецца з энергіі трох рухаў цэнтру

цяжару. Але ў малекулы, якая мае форму гантэля, момант інерцыі адносна восі, якая праходзіць праз цэнтр атамаў, можа лічыцца знікаюча малым, бо размеры цяжкай часткі (ядра) саміх атамаў надзвычайна малыя (мінімум у 100000 раз менш адлегласці між атамамі). З гэтае прычыны момант інерцыі малекулы адносна такой восі будзе мізэрна малы ў параўнанні з момантам інерцыі адносна восей, перпендыкулярных да лініі, якая злучае цэнтры. Энергія-ж вярчэння прапарцыянальна адпаведнаму моманту інерцыі. У адпаведнасці з гэтым мы можам не прымаць пад увагу энергію, адпавядаючую вярчэнню каля восі сіметрыі малекулы, і не браць у разлік адпаведную ступень свабоды. Падобным-жа чынам мы не прымаем пад увагу вярчэння шарападобнага атама і прыпісваем аднаатамным малекулам толькі тры ступені свабоды, адпавядаючыя паступальным рухам іх (больш здавальняючае аб'ясненне гл. стар. 401).

Такім чынам малекула з двух жорстка звязаных атамаў мае пяць ступеней свабоды (тры адпавядаючыя паступальнаму руху і дзве — вярчэнню), і сярэдняя энергія яе пры тэмпературы T роўна $\frac{5}{2} kT$. Дапусцім, што грам-малекула (моль) некаторае матэрыі—двуатамнага газу, як вадарод або кісларод—змяшчае N малекул з пяццю ступенямі свабоды кожная. Тады энергія, неабходная для награвання на 1° моля гэтай матэрыі (без выканання ім знешняй работы), роўна $\frac{5}{2} kN$. Гэта—малярная цеплаёмістасць пры пастаянным аб'ёме. Але $k \cdot N = R$—газавай пастаяннай (гл. стар. 374), значыць малярная цеплаёмістасць пры пастаянным аб'ёме, пры пяці ступенях свабоды на малекулу, аказваецца роўнай $\frac{5}{2} R$, а пры n ступеней свабоды на малекулу—$\frac{n}{2} R$. Калі малекула не сіметрычна, г. зн. складаецца з трох або больш атамаў, то лік ступеней свабоды ўзрастае да $n = 6$, бо прыходзіцца ўлічваць кожную з трох восей вярчэння. Яшчэ новыя ступені свабоды прыбаўляюцца, калі атамы не звязаны жорстка, а могуць рухацца ўнутры малекулы, напрыклад вагацца. З кожнай новай ступенню свабоды малярная цеплаёмістасць расце на $\frac{1}{2} R$.

Такім чынам для аднаатамных газаў (тры ступені свабоды) малярная цеплаёмістасць пры пастаянным аб'ёме C_v павінна быць $\frac{3}{2} R = 3$ *кал*; для двуатамных: $\frac{5}{2} R = 5$ *кал* і г. д., што адпавядае доследу. Больш таго, карыстаючыся суадносінамі $C_p - C_v = R$, знойдзем C_p для аднаатамных роўным 5 *кал*; C_p для двуатамных роўным 7 *кал*. Адсюль можна вылічыць: $\frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3} = 1{,}67$ для аднаатамных і $\frac{C_p}{C_v} = \frac{7}{5} = 1{,}40$ для двуатамных. Усе гэтыя разлікі найлепш пацвярджаюцца доследам.

Развіваемая тэорыя можа быць з поспехам ужыта і для вы-

лічэння цеплаёмістасцей аднаатамных цвёрдых цел. Адрозненне гэтых цел ад аднаатамных газаў складаецца з таго, што атамы іх настолькі трывала звязаны адзін з адным, што не могуць свабодна перамяшчацца, а змацаваны ў крышталічную рашотку. Замест беспарадкавага паступальнага руху, характэрнага для газавых малекул, яны могуць толькі рабіць ваганні каля паложанае роўнавагі. Энергія такога вагальнага руху складаецца з двух частак: кінетычнай энергіі руху і патэнцыяльнай энергіі, якая залежыць ад палажэння атама і абумоўленай сіламі ўзаемадзеяння між атамамі. Гэтай апошняй энергіі няма ў малекулы газаў. Сярэднія значэнні абодвух адзначаных энергій роўны між сабою, так што на долю кожнага атама цвёрдага цела прыходзіцца ў два разы больш энергіі, чым у атамаў газу. Значыць поўная энергія атама цвёрдага цела пры тэмпературы T ёсць $2\cdot\frac{3}{2}kT$. Энергія грам-атама матэрыі, які змяшчае N атамаў, ёсць $2\cdot\frac{3}{2}kT\cdot N=3\ RT$, а значыць цеплаёмістасць яго пры пастаянным аб'ёме ёсць $3\ R=5{,}958$ *кал/град*, што блізка супадае з правілам Дзюлона і Пці (стар. 388).

Вымераныя цеплаёмістасці цвёрдых цел наогул некалькі большыя; гэта ўказвае, як відаць, на тое, што наша тэорыя, даючы вельмі блізкі да ісціны адказ, не з'яўляецца зусім дакладнай. Аднак, не гледзячы на гэтыя дасканалыя пацверджанні вывадаў тэорыі, яна ў адным важным пункце аказваецца яўна негрунтоўнай. Сапраўды, калі трымацца гэтай карціны, то трэба чакаць змены цеплаёмістасці цела толькі тады, калі змяняецца лік ступеней свабоды. Гэта значыць, што цеплаёмістасць павінна мяняцца выключна скачкамі на цэлы лік порцый $\left(\frac{1}{2}R\right)$, або яна павінна заставацца пастаяннай. Яна не павінна была-б змяняцца бесперарыўна з тэмпературай. Аднак назіранні паказваюць прама працілежнае.

Квантавая тэорыя цеплаёмістасці. Цеплаёмістасці, вымераныя пры нізкіх тэмпературах, аказваюцца настолькі малымі, што не ўкладваюцца ні ў правіла Дзюлона і Пці, ні ў вышэй паданую тэорыю; напрыклад пры —253° цеплаёмістасць алмаза аказалася практычна роўнай нулю. Эйнштэйн ператварыў тэорыю цеплаёмістасці такім чынам, што няўвязкі ў ёй зніклі; іменна ён прыстасаваў да малекулярнага руху тэорыю квант, створаную Планкам (1900) для прамяністай энергіі (ч. II). Тэорыя квант выходзіць з уяўлення, што энергія састаўлена з найдрабнейшых, але канечных элементаў, квантаў энергіі, падобна да таго, як маса складаецца з атамаў. Калі цела паглынае энергію, то яно атрымлівае прынамсі адзін квант, або два, або некаторы цэлы лік квантаў (порцыя энергіі менш аднаго кванта або дробавыя долі квантаў целам не ўспрымаюцца).

Гэта ўяўленне можна паясніць параўнаннем: уявім, што некаторы шар трэба падняць наверх па лесвіцы ступень за ступенню. Пры пераходзе на кожную наступную ступеньку энергія шара

ўзрастае на пэўную порцыю. Калі наяўнага запасу энергіі не хопіць, каб падняць шар на ўсю ступеньку, то прыложаная энергія не будзе ўсвоена шарам; як-бы блізка да мэты ён не падышоў, ён ізноў упадзе на папярэднюю ступень. Толькі пры перамаганні цэлых ступеней магчыма скарыстанне энергіі. Калі шар коціцца па лесвіцы ўніз, то ён аддае энергію скачкамі, і кожны скачок адпавядае роўніцы ўзроўняў двух сумежных ступеней. Тут таксама не праяўляецца колькасць энергіі менш, чым адпавядае вышыні адной ступенькі. Гэты прыклад дазваляе ўстанавіць сувязь між квантавай і класічнай тэорыямі: уявім ступені ўсё ніжэй і ніжэй, затое лік іх усё большы, каб вышыня лесвіцы засталася ранейшай, тады мы прыдзем да адвольна дробнага драбнення энергіі, з якім фізіка і мела справу да цяперашняга часу.

Размеркаванне энергіі па ступенях свабоды сярод вялікае колькасці малекул з пункту гледжання тэорыі квантаў павінна адбывацца наступным чынам. Калі абазначыць энергію аднаго кванта праз ε, то на долю адных ступеней свабоды прыдзецца энергіі 0, на долю другіх ε, 2ε, 3ε, . . . $n\varepsilon$, дзе n—цэлы дадатны лік. З цягам часу можа адбывацца абмен энергіяй між асобнымі ступенямі свабоды, але так што ад адной ступені свабоды да другой будзе пераходзіць адзін або некалькі цэлых квантаў. Якой велічыні будзе ў сярэднім энергія, што прыходзіцца на адну ступень свабоды? Вылічэнні, зробленыя Планкам і Эйнштэйнам, даюць для сярэдняй энергіі E_m выражэнне

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1}$$ (e—аснова натуральных лагарыфмаў).

Мы такім чынам бачым, што квантавае выражэнне сярэдняй энергіі, якая прыходзіцца на адну ступень свабоды, значна адрозніваецца ад знойдзенага раней класічнага выражэння $E_m = \frac{1}{2} kT$. Нятрудна бачыць, што перарыўнасць у размеркаванні энергіі і звязаная з гэтым змена выражэння сярэдняй энергіі тым большая, чым менш энергіі ў параўнанні з лікам ступеней свабоды. Наадварот, калі запас цеплавой энергіі вялікі (T—вялікая велічыня), то розніца між квантавым выражэннем сярэдняй энергіі і класічным яе выражэннем знікае. Сапраўды, прадставім $e^{\frac{\varepsilon}{kT}}$ у выглядзе рада па ступенях $\frac{\varepsilon}{kT}$. Мы знойдзем:

$$e^{\frac{\varepsilon}{kT}} = 1 + \frac{\varepsilon}{kT} + \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)^2 + \ldots$$

Для вялікіх значэнняў T дроб $\frac{\varepsilon}{kT}$ вельмі малы, і мы можам

у нашым раскладанні адкінуць члены, якія змяшчаюць другую і вышэйшую ступень велічыні $\frac{\varepsilon}{kT}$.

Тады

$$e^{\frac{\varepsilon}{kT}} = 1 + \frac{\varepsilon}{kT}.$$

Устаўляючы атрыманае выражэнне ў нашу формулу сярэдняй энергіі знойдзем:

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{1 + \frac{\varepsilon}{kT} - 1} = \frac{1}{2} kT$$

г. зн. тое самае выражэнне, якое дае класічная тэорыя.

Такім чынам пры высокіх тэмпературах энергія, якая прыпадае ў сярэднім на кожную ступень свабоды, аказваецца і паводле класічнай і паводле квантавай тэорыі адной і той самай. Значыць у вобласці высокіх тэмператур вывады квантавай тэорыі, якія датычаць цеплаёмістасці, не будуць адрознівацца ад вывадаў класічнай тэорыі. Па меры-ж пераходу да нізкіх тэмператур розніца між абодвума тэорыямі становіцца ўсё большай і большай, так што пры вельмі малых T цеплавыя ўласцівасці цел па квантавай тэорыі павінны істотна адрозніваца ад уласцівасцей прадбачаных класічнай тэорыяй. Але мы бачылі, што якраз у вобласці нізкіх тэмператур класічная тэорыя прыводзіць да вывадаў, якія заведама супярэчаць вопыту, тады як пры высокіх тэмпературах тэорыя гэта з вопытам пагаджаецца здавальняюча.

Элементарны квант дзеяння (пастаянная Планка). Уяўленне аб атамнай будове энергіі не зусім дасканалае ў тых адносінах, што ε ніякім чынам не ёсць пастаянная велічыня. Планк дапускае квант энергіі ε прапарцыянальным ліку ваганняў ν, які выконваецца ў адну секунду сістэмай (атам, малекула), што паглынае або аддае гэты квант. Множнік прапарцыянальнасці, велічыню пастаянную (пастаянную Планка), абазначаюць h, так што $\varepsilon = h\nu$. Пастаянная Планка h прадстаўляе сабою энергію, падзеленую на лік ваганняў ν, або энергію, памножаную на працяжнасць τ аднаго вагання, дзе $\tau = \frac{1}{\nu}$.

Здабытак ад множання энергіі на час мае назву дзеяння. Таму h называюць таксама элементарным квантам дзеяння. Такім чынам пастаяннымі аказваюцца не порцыі энергіі ε, але здабыткі ад множання порцыі энергіі ε на час τ, на працягу якога выконваецца элементарны працэс, характэрны для сістэмы, г. зн. велічыня $\varepsilon\tau$. Толькі калі $\tau\left(=\frac{1}{\nu}\right)$ або ν пастаянна, мы можам гаварыць аб пастаянных элементах энергіі. Для многіх працэсаў гэты лік ваганняў ν сапраўды аказваецца пастаянным, напрыклад пры ваганнях аднароднага (монахраматычнага) святла.

Ваганням атамаў цвёрдага цела таксама можна прыпісаць пэўнае значэнне ліку ваганняў, і значыць кванты энергіі, якімі яны здольны абменьвацца, будуць мець пэўную велічыню $h\nu$.

Каб мець уяўленне аб велічыні кванта энергіі, неабходна ведаць пастаянную h. Яе можна атрымаць рознымі спосабамі, і яна вядома з дакладнасцю да адной тысячнай сваёй велічыні: $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$ *эрг./сек.* Пры частаце ваганняў фіялетавага святла ($\nu = 8 \cdot 10^{14}$) элемент энергіі складае ўсяго толькі $52{,}3 \cdot 10^{-13}$ *эрг.* Неабходна 200 біліонаў[1] такіх элементаў энергіі, каб падняць 1 *г* на 1 *см.* Рэнтгенаўскія прамяні маюць шмат большыя частоты—у тысячу раз большыя, чым у фіялетавага святла,—адпаведна і большыя элементы энергіі. Чым меншая частата, тым меншы квант.

Пры надта павольных ваганнях кванты вельмі малыя; энергія з такімі квантамі здольна падраздзяляцца на такія дробныя порцыі, што яе можна лічыць практычна неабмежавана падзельнай, г. зн. яна трымае сябе паводле класічных законаў.

Мы бачым такім чынам, што элементарныя порцыі энергіі $\varepsilon = h\nu$ розныя для сістэм, здольных да ваганняў рознай частаты ν. Значыць і выражэнне сярэдняй энергіі

$$E_m = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}} - 1} = \frac{1}{2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

будзе пры данай тэмпературы T рознае для розных ν. Розным ступеням свабоды малекулы або атама адпавядаюць, наогул кажучы, розныя частоты ν. Так для двуатамнай малекулы частоты вярчэння вакол той або іншай восі будуць розныя, у залежнасці ад моманту інерцыі малекулы адносна данай восі. Таму, сярэдняя энергія, што прыпадае на розныя ступені свабоды, не будзе, наогул кажучы, аднолькавая. Класічнае правіла роўнамернага размеркавання энергіі па ступенях свабоды згодна тэорыі квантаў не мае месца. Тыя ступені свабоды, якія адпавядаюць вялікім ν, г. зн. здольны паглынаць толькі вялікія кванты, маюць менш шансаў атрымаць энергію, бо ў даным запасе энергіі магчыма толькі невялікая колькасць вялікіх квантаў. У прыватнасці для такой ступені свабоды, для якой $h\nu$ больш поўнага запасу энергіі, як відаць, не можа прыпасці ні аднаго кванта, і сярэдняя яе энергія будзе роўна нулю. Толькі пры вельмі высокіх тэмпературах, калі колькасць квантаў надта вялікая, мы можам чакаць імкнення да роўнамернага размеркавання энергіі між рознымі ступенямі свабоды. Сапраўды, як мы бачылі, калі T вялікае (дакладней, калі $\frac{h\nu}{kT}$ малое), то выражэнне

$$E_m = \frac{1}{2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$ пераходзіць у $E_m = \frac{1}{2} kT,$

г. зн. аказваецца аднолькавым для ўсіх ν, як і патрабуе класічная тэорыя.

---

[1] Адзін біліон роўны мільёну мільёнаў, г. зн. 10^{12}.

Нятрудна нарэшце зразумець, што для ступеней свабоды, адпаведных паступальнаму руху атамаў і малекул, пры ўсіх тэмпературах правільна класічная формула. Сапраўды паступальны рух можна разглядаць як гранічны выпадак перыядычнага руху з бесканечна-вялікім перыядам, бо за канечны час пункт пры паступальным руху не прыходзіць у першапачатковае палажэнне. У адпаведнасці з гэтым паступальнаму руху трэба прыпісаць бесканечна-малую „частату" ν, а значыць кванты энергіі паступальнага руху будуць бесканечна малыя. Такім чынам энергія паступальнага руху можа складацца з адвольна малых порцый, г. зн. падпарадкуецца класічным законам. У нашай формуле гэта выявіцца тым, што для бесканечна-малога ν прывадзімае раскладанне правільна для любога T. Такім чынам нават для малых T маем, што $\frac{h\nu}{kT}$ малое, і наша формула пераходзіць у $E_m = \frac{1}{2} kT$, г. зн. супадае з класічнай тэорыяй.

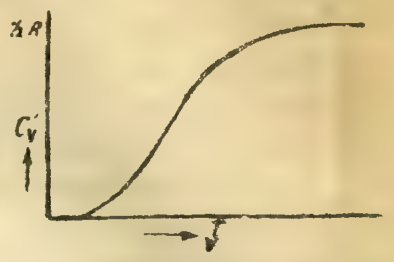
Класічная тэорыя дае для малярнай цеплаёмістасці газу пры пастаянным аб'ёме на кожную ступень свабоды $C_v = {}^1/_2 R$; паводле квантавай тэорыі яна роўна[1]:

$$C'_v = \frac{1}{2} R \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \cdot \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2}.$$

Абедзве тэорыі прыводзяць да адной і той самай велічыні, калі $\frac{\nu}{T}$ вельмі малое, г. зн. для малых частот або для высокіх тэмператур. Калі, наадварот, $\frac{\nu}{T}$ надта вялікае, то даныя абодвух тэорый істотна разыходзяцца, бо ў гранічным выпадку, пры $\frac{\nu}{T} = \infty$, $C'_v = 0$ (рыс. 363). Безупыннае змяншэнне цеплаёмістасці, якое наглядаецца пры змяншэнні тэмпературы і не аб'яснімае класічнай тэорыяй (стар. 397), цяпер выясняецца: па квантавай тэорыі C павінна змяншацца пры паніжэнні тэмпературы, калі ν застаецца пастаянным, бо пры гэтым $\frac{\nu}{T}$ расце. Цяпер становіцца таксама зразумелым, чаму не ўлічваюцца ступені свабоды, адпавядаючыя вярчэнню вакол восей, у адносінах да якіх моманты інерцыі сістэмы (атамы або малекулы) вельмі малыя. З прычыны маласці моманту інерцыі вярчэнне каля гэтых

[1] Энергія 1 моля $\mathcal{E}_m = N \cdot E_m$, бо N—лік малекул, а E_m — сярэдняя энергія адной малекулы. Удзельная цеплыня, г. зн. адносіны прырашчэння цеплавой энергіі да прыросту тэмпературы $\frac{\partial \mathcal{E}_m}{\partial T} = N \frac{\partial E_m}{\partial T}$. Устаўляючы E_m, дадзенае ў тэксце, атрымаем прыведзеныя там $C_v = C'_v$.

восей павінна адбывацца з вялікай вуглавой скорасцю, бо перыяд вярчэння пры іншых аднолькавых умовах прапарцыянальны корню квадратнаму з моманту інерцыі; адпаведны лік ваганняў (або зваротаў) за секунду ν надта вялікі, $\frac{\nu}{T}$ таксама вялікае, калі тэмпература не выключна высокая, а значыць цеплаёмістасць, якая прыпадае на долю гэтага вярчэння, надта малая. У першым прыбліжэнні гэту велічыню можна не браць пад увагу.



Рыс. 363. Залежнасць удзельнай цеплаёмістасці ад $\frac{T}{\nu}$ згодна квантавай тэорыі.

Падобныя-ж разважанні прыводзяць да заключэнняў, што ў многаатамных газаў частка цеплаёмістасці, якая залежыць ад ступеней свабоды вярчэння і ясна дае сябе адчуваць пры высокіх тэмпературах, павінна знікнуць пры досыць нізкай тэмпературы. Сапраўды гэтым ступеням свабоды адпавядаюць п э ў н ы я ν і, значыць, па меры змяншэння T, $\frac{\nu}{T}$ імкнецца да бесканечнасці, а адпаведнае C'_v імкнецца да нуля. Тая-ж частка цеплаёмістасці, якая адпавядае паступальным рухам, не павінна залежаць ад тэмпературы, бо ступеням свабоды паступальнага руху адпавядае $\nu = 0$, так што адпаведнае $C'_v = \frac{1}{2}R$, незалежна ад тэмпературы, як і ў класічнай тэорыі. Таму кожны многаатамны газ пры нізкай тэмпературы мае такую-ж цеплаёмістасць, як і аднаатамныя газы, іменна $C_v = \frac{3}{2}R = 2{,}979$. Гэтыя тэарэтычныя разважанні даскана пацвердзіліся на вымярэннях цеплаёмістасці вадарода (Э й к е н, 1912). Аказалася:

пры t =	— 233	— 183	— 76	0
C_v =	2,98	3,25	4,38	4,83.

Значыць вадарод пры — 233° трымае сябе ў адносінах да цеплаёмістасці зусім як аднаатамны газ, і нават пры 0° яго цеплаёмістасць заметна меншая, чым патрабуе для двуатамных газаў класічная тэорыя

$$(C = \frac{5}{2}R = 4{,}965).$$

Тэмпература, пры якой многаатамны газ прымае ўласцівасці аднаатамнага, залежыць ад частаты ν. Велічыня $\frac{h\nu}{k}$, абазначаемая Θ, называецца х а р а к т а р ы с т ы ч н а й т э м п е р а т у р а й. Для кожнае матэрыі яна мае сваё значэнне. Паводле вышэй паданай роўнасці C'_v залежыць толькі ад аднашэння $\frac{kT}{h\nu} = \frac{T}{\Theta}$, так што пры данай тэмпературы T адпаведная частка цепла-

ёмістасці тым меншая, чым большая характарыстычная тэмпература. У большасці газаў Θ такая нізкая, што змяншэнне цеплаёмістасці адчуваецца толькі пры вельмі нізкіх тэмпературах, пры якіх газы даўно-б ужо скандэнсаваліся, калі-б яны не знаходзіліся пад надта малым ціскам. У вадарода гэта з'ява найбольш выразна іменна таму, што яго можна ахаладзіць не кандэнсуючы да больш нізкіх тэмператур, чым які-небудзь іншы двуатамны газ.

Малекулы газу могуць рухацца вярчальна і паступальна; атамы цвёрдых цел могуць толькі вагацца каля палажэння роўнавагі і гэтым ваганням можна прыпісаць пэўную частату ν. Як мы бачылі вышэй, пры досыць нізкіх тэмпературах цеплаёмістасць знікае, паколькі яна залежыць ад энергіі вярчэння або вагання, якім адпавядае пэўнае ν. Тая-ж частка цеплаёмістасці, якая звязана з энергіяй паступальнага руху, застаецца пастаяннай. Таму цеплаёмістасць цвёрдых цел, якая залежыць толькі ад вагальных рухаў, павінна імкнуцца да нуля пры безупынным паніжэнні тэмпературы, тады як цеплаёмістасць газаў не падае ніжэй цеплаёмістасці аднаатамных газаў. Гэты цікавы вынік быў пацверджаны Нернстам і яго супрацоўнікамі. Заключэнні квантавай тэорыі атрымалі асабліва пацверджанне пры даследванні цеплаёмістасці алмаза (крышталічны вуглярод), які здавён быў вядомы як выключэнне з закона Дзюлона і Пці. Пры хатняй тэмпературы малярная цеплаёмістасць алмаза — 1,4 замест 6. Пры — 183° яна падае да 0,03, а пры — 230° яе ўжо нельга адрозніць ад нуля (Нернст і Ліндземан). Ва ўсіх іншых цвёрдых цел падзенне цеплаёмістасці адчуваецца толькі пры куды больш нізкіх тэмпературах. Гэта ўласцівасць алмаза выражаецца ў яго асабліва высокай „характарыстычнай тэмпературы". Яна роўна $\Theta = \frac{h\nu}{k} = 1860°$. У алюмінія яна роўна 400°, у серабра 210°, у свінца 90°.

Аднашэнне $\frac{h}{k}$ роўна $\frac{6 \cdot 55 \cdot 10^{-27}}{1{,}37 \cdot 10^{-16}} = 4{,}78 \cdot 10^{-11}$ *град/сек*, так што ν алмаза $= 3{,}9 \cdot 10^{13}$, і ν свінца $= 1{,}9 \cdot 10^{12}$. Вылічаныя такім чынам частоты, характэрныя для разглядаемых цвёрдых цел, аказваюцца блізкімі да частот, наглядаемых для гэтых жа цел аптычнымі метадамі (інфрачырвоныя характэрныя ваганні).

Дакладныя вымярэнні над цеплаёмістасцю цвёрдых цел у істотных рысах пацвердзілі тую залежнасць яе ад тэмпературы, якую патрабуе тэорыя квантаў. Але ў многіх выпадках аказваецца недастатковым прыпісаць данаму целу толькі адно значэнне ν. Далейшае развіццё тэорыі (Дзебай і інш.) прымушае лічыць, што кожнаму целу ўласціва вялікая колькасць розных лікаў ваганняў ν. Найбольшае з іх адпавядае ваганню асобнага атама, найменшае—асноўнаму акустычнаму ваганню цела ў цэлым. Для квантавай тэорыі найбольш істотным аказваецца найбольшы з лікаў ваганняў ν, які з гэтае прычыны і называецца характарыстычным. Ён істотна залежыць ад сіл узаемадзеяння

між атамамі і расце, калі растуць гэтыя сілы, г. зн., калі ўзаемныя сувязі становяцца мацней. Гэта прыводзіць да залежнасці характарыстычнага ліку ваганняў ад тэмпературы плаўлення цела: як відаць, атамы тым лягчэй выходзяць са сферы ўзаемнага прыцяжэння, і значыць цела тым лягчэй пераходзіць з цвёрдага стану ў вадкі, чым менш трывала атамы звязаны. Гэтаму разважанню адпавядае наступнае выражэнне для прыбліжанага значэння ν (Ліндземан, 1910): $\nu = 2{,}8 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{Av^{2/3}}}$. Тут T — абсалютная тэмпература плаўлення цвёрдага цела, A — яго атамная вага, v — яго аб'ём. Алмаз (таксама бор і сіліцый) таму займае ў адносінах цеплаёмістасці такое выключнае месца сярод элементаў, што яго тэмпература плаўлення асабліва высокая пры параўнальна малой атамнай вазе і вялікай шчыльнасці.

Е) ЗМЕНА АГРЭГАТНАГА СТАНУ.

Плаўленне. Пункт плаўлення. Скрытая цеплыня плаўлення. Пры паглынанні цеплыні паралельна павышэнню тэмпературы адбываецца змена аб'ёму. Павялічваецца ўзаемная адлегласць між малекуламі, шчыльнасць змяншаецца. Чым вышэй падымаецца тэмпература, тым больш аслабявае сувязь між малекуламі і нарэшце гэта аслабленне выразна выяўляецца: цвёрдыя целы становяцца вадкімі, яны плавяцца; вадкія становяцца газападобнымі, яны закіпаюць, а газападобныя (многаатамныя) распадаюцца на свае хімічныя састаўныя часткі, яны дысацыююць. Малекулярная змена з прычыны паглынання цеплыні ў цвёрдых і вадкіх цел часта выяўляецца яшчэ раней, чым апошнія перайшлі ў новы агрэгатны стан. Жалеза пры высокай тэмпературы становіцца лёгка зварваемым і коўкім; вязкія вадкасці становяцца цякучымі і г. д. Тэмпература, пры якой цвёрдае цела ператвараецца ў вадкасць, называецца пунктам плаўлення (дакладней кажучы, гэта тая тэмпература, пры якой цвёрдая і вадкая „фазы" існуюць адначасова пры атмасферным ціску). Тэмпература плаўлення істотна залежыць толькі ад хімічнага саставу цела; аднак на яе некалькі ўплывае таксама ціск, пад якім знаходзіцца цела. Так тэмпература плаўлення лёду паніжаецца на 0,0075° пры павелічэнні ціску на 1 *am*. Таму звычайна, калі не зроблена спецыяльных агаворак, пунктам плаўлення цела называюць тэмпературу яго плаўлення пад ціскам у адну атмасферу.

Тэмпературы плаўлення некаторых матэрый:

Ртуць	— 38,87	Воск	каля 62
Лёд	0	Серка (монаклін)	119
Бензол	5,5	Волава	231,85
Воцатная кіслата (лёдавая)	16,6	Бісмут	271
Тальк	каля 43	Кадмій	320,95
Парафін	каля 46	Свінец	327,4

Цынк	419,45	Сталь літая . . . каля	1400
Сурма	630,5	Жалеза каванае	1530
Серабро	960,5	Платына	1770
Золата	1063	Ірыдый	2340
Медзь	1083	Танталь	2850
Чыгун	1100—1300	Вальфрам	3380

Уплыў ціску на тэмпературу плаўлення. Тэрмадынамічнае даследванне пытання аб залежнасці тэмпературы плаўлення ад ціску паказвае, што калі ўдзельны аб'ём вадкасці $\frac{\text{больш}}{\text{менш}}$, чым цвёрдага цела, то тэмпература плаўлення з узрастаннем ціску $\frac{\text{павышаецца}}{\text{паніжаецца}}$. Так, напрыклад, пункт плаўлення воску пры 500 *ат* на 10° (Гопкінс), парафіну пры 100 *ат* на 3,5° (Бунзен) вышэй, чым пры 1 *ат*. Тэмпературу плаўлення іртуці можна падняць ад — 39° да + 10° адпаведным павышэннем ціску (15000 *ат*). Унутраныя слаі земнага шара вытрымліваюць такі высокі ціск, што паводле заключэння В. Тамсона змяшчэнне зямлі можа быць цвёрдым не гледзячы на вялізную тэмпературу, тады як гэтыя матэрыі пад атмасферным ціскам пры такой самай тэмпературы плавяцца. У працілежнасць амаль усім іншым целам вада ўладае ў вадкім стане меншым удзельным аб'ёмам, чым у цвёрдым. Гэтым аб'ясняецца, што лёд плавае на вадзе. Пры 0° удзельная вага лёду роўна 0,9168, а вады 0,999. У адпаведнасці з гэтым пры павышэнні ціску пункт плаўлення лёду паніжаецца (на 0,0075° пры павелічэнні ціску на 1 *ат*, як ужо гаварылася вышэй). Чыгун, друкарскі метал (сплаў сурмы і свінца) і бісмут сціскаюцца пры плаўленні падобна лёду. Іх тэмпература плаўлення таксама паніжаецца пры павышэнні ціску. Большасць іншых цел тонуць у вадкасці, якая атрымалася пры іх плаўленні, г. зн. расшыраюцца пры плаўленні. Іх тэмпература плаўлення павышаецца пры павелічэнні ціску.

Змярзанне лёду. Такім чынам пры павышаным ціску лёд плавіцца пры больш нізкай тэмпературы, чым у выпадку нармальнага ціску, г. зн. пры тэмпературы менш 0°. Змена пункту плаўлення занадта мізэрная, каб яе можна было заўважыць непасрэдна. Але ўжо пры нязначных зменах ціску можна наглядаць змярзанне лёду, аснаванае на паніжэнні пункту плаўлення яго пры павышанным ціску (Фарадзей). Калі шчыльна прыціснуць адзін да аднаго два кавалкі лёду пры 0° (паверхня якіх павінна быць ужо вільготнай), то лішкавы ціск выкліча таянне ў тых пунктах, дзе кавалкі судатыкаюцца. Узнікшая пры таянні вада, тэмпература якой ніжэй 0°, выціскаецца ў вобласці, дзе няма лішкавага ціску, і там яна зноў замярзае, злітоўваючы два кавалкі лёду. Калі паверхня дотыку надта малая, то для злітоўвання дастаткова меншай нагрузкі, чым у выпадку вялікай паверхні. (Пры ўсіх з'явах, звязаных са змярзаннем лёду, трэба памятаць, што ўся справа ў ціску, г. зн. у сіле на 1 *см*^{2}, і дзеянне значыць тым больш нагляднае, чым меншая паверхня пры данай нагрузцы. Тое самае пры катанні на каньках. Вага канькабежца прыпадае толькі на полаз канька, плошча якога малая і значыць ціск пад каньком вялікі; таму лёд пад ім тае. Плёнка вады між полазам і лёдам, дзеючы як „змазачны матэрыял", змяншае церце між імі; з прычыны гэтага палягчаецца слізганне). Змярзаннем аб'ясняецца магчымасць сціснуць рукою снег у шчыльны камок, калі ён пры 0°, а пры тэмпературах больш нізкіх гэта не ўдаецца

гульня ў снежкі!). Каб выклікаць таянне снегу ўжо пры —1° запатрабавалася-б прылажыць ціск $\frac{1}{0{,}0075} = 134$ *am.*

Тая-ж з'ява назіраецца пры паступовым змярзанні снегу ў лёд пад нагамі пешаходаў і пад коламі. У вобласцях вечных снягоў глыбокія слаі снегу ператвараюцца ў лёд пад цяжарам вышэй ляжачых пластоў (узнікненне ледавікоў); ніжнія слаі лёду часткова таюць і пачынаюць павольна слізгаць уніз пад ціскам верхніх пластоў, бо ўтвораная вада выцясняецца са сціснутых абласцей. Той-жа з'явай абумоўлена і магчымасць прэсаваць лёд у любую форму пры дапамозе досыць вялікага ціску.

Скрытая цеплыня плаўлення. Пры награванні цвёрдага цела, у якім цеплыня можа бесперашкодна пашырацца, тэмпература яго павышаецца, пакуль не будзе дасягнута тэмпература плаўлення. Пры далейшым награванні паглынанне цяпла не будзе суправаджацца павышэннем тэмпературы да таго часу, пакуль цела зусім не расплавіцца. Толькі пасля гэтага ўзнаўляецца павышэнне тэмпературы, калі, вядома, награванне не спынілася.

Што здарылася з цеплынёй, успрынятай целам за той час, калі адбывалася плаўленне? Адказ: яна выканала работу; яна перамагла малекулярнае счапленне часцінак, так што цвёрды стан змяніўся вадкім (гэта работа падобна да той, якая патрэбна, каб раздрабніць цвёрдае цела ў парашок. Але ў танчэйшым парашку часцінкі ўсё-ж непамерна буйнейшыя, чым часцінкі вадкасці. Зразумела, што для ператварэння цвёрдага стану ў вадкі неабходна многа работы). З тае прычыны, што цеплыня пры плаўленні знікае, то яе называюць скрытай цеплынёй плаўлення. Колькасць цеплыні, неабходная для расплаўлення цела, залежыць, як і тэмпература плаўлення, не толькі ад яго хімічнага саставу, але ў некаторай ступені і ад ціску, пад якім адбываецца плаўленне. Пад скрытай цеплынёй плаўлення матэрыі разумеюць лік калорый, неабходны для ператварэння з цвёрдага стану ў вадкі 1 *г* данае матэрыі пры тэмпературы яе плаўлення і пад ціскам 1 *am.* Падаем яе для наступных матэрый:

Лёд	79,7	Фосфар	5	Серка (монаклін)	10
Свінец	5,5	Бісмут	10,2	Волава	13,8
Серабро . . .	26	Цынк	23		

Найбольшую скрытую цеплыню плаўлення мае лёд. Каб вымераць яе, прымушаюць пэўную колькасць m грамаў лёду растаяць у водным каларыметры, які змяшчае M *г* вады пры тэмпературы t. Калі канчатковая тэмпература ёсць t', то скрытая цеплыня таяння (x) вызначаецца з раўнання:

$$mx + mt' = (M + \mu)(t - t'),$$

дзе μ — водны эквівалент каларыметра.

Зацвердзяванне. З'ява, працілежная таянню цвёрдых цел пры паглынанні цеплыні, ёсць зацвердзяванне вадкасцяй пры аддачы цеплыні. Пры гэтым тэмпература цела не мяняецца, і цеплыня, якая выдзяляецца, ёсць скрытая цеплыня, гэта значыць тая дадатковая энергія, якая адпавядае размяшчэнню малекул у вадкім целе ў параўнанні з іх размя-

шчэннем у цвёрдым. Скрытая цеплыня плаўлення, якая вызваляецца пры замярзанні вады,—прычына павольнасці замярзання яе (напрыклад, рэк, сажалак): замёрзлая частка вады выдзяляе столькі цяпла, што астатняя вада захоўваецца вадкай. Пры пэўных перасцярогах (чыстата, адсутнасць трасення) удаецца ахаладзіць вадкасць ніжэй яе звычайнага пункту замярзання, захоўваючы яе вадкай; ваду, напрыклад да —15°. Калі такая пераахалоджаная вада раптоўна застывае, пры ўстрасанні судзіны, напрыклад, то скрытая цеплыня раптоўна вызваляецца. З гэтае прычыны замярзае не ўся маса вады, а толькі частка яе; рэштка-ж награваецца вызваленай цеплынёй 0° і ў лёд не пераходзіць. З'ява гэта мае назву пераахалоджвання вадкасці. Асабліва лёгка наглядаць з'яву пераахалоджання на расплаўленым гіпасульфіце.

Растварэнне цвёрдага цела. Цеплыня растварэння. Цвёрдае цела можа перайсці ў вадкі стан таксама і шляхам растварэння ў якім-небудзь растваральніку і, наадварот, з вадкага ператварыцца ў цвёрды шляхам выдзялення з раствору, г. зн. крышталізацыяй. Прыклады: растварэнне цукру або спажыўнай солі ў вадзе і выкрысталізаванне іх з растворaў. Тут таксама патрабуецца скрытая цеплыня для ператварэння цвёрдага цела ў вадкае; яе называюць цеплынёю растварэння. Цела бярэ яе з растваральніка і з уласнага цеплавога запасу. З прычыны гэтага тэмпература сумесі, што ўтварылася пры растварэнні, аказваецца ніжэй, чым пачатковыя тэмпературы растваральніка і растваряемай матэрыі [1].

Пры растварэнні азотнакіслага амонія $(NH_4)NO_3$ у роўнай па вазе колькасці вады тэмпература сумесі падае да —15°, калі ў пачатку яна была пры +10°.

Растворы замярзаюць пры больш нізкай тэмпературы, чым чыстыя растваральнікі. Паніжэнне пункту замярзання раствору ў пэўных граніцах прама прапарцыянальна канцэнтрацыі растворанае матэрыі і можа служыць для вызначэння апошняй. Паніжэнне пункту замярзання растворaў можа быць скарыстана для атрымання ахаладжальных сумесей. Лёд, змешаны са спажыўнай соллю, не можа заставацца цвёрдым пры 0°, бо тэмпература ацвердзявання салёнай вады ніжэй 0°. Сумесь лёду з соллю пачынае плавіцца, на што расходуецца цеплыня. Таму ўся сумесь ахаладжаецца. Такім чынам прымешваннем да снегу солі мы можам дабіцца яго таяння, калі тэмпература яго блізка да нуля (ачыстка рэльсавых шляхоў і тратуараў ад лёду!) і атрымаць ахаладжаючыя сумесі (сумесь спажыўнай солі з 4 часткамі снегу дае тэмпературу —21°).

Крышталізацыя. Перасычэнне. Працэсам, адваротным растварэнню, з'яўляецца выдзяленне растворанае матэрыі з раствору ў выглядзе крышталаў (крышталізацыя). Крышталізацыя наступае, калі канцэнтрацыя растворанае матэрыі даходзіць да гранічнага значэння (да насычэння). Асабліва лёгка наглядаць крышталізацыю для такіх матэрый, растворнасць якіх заметна ўзрастае з тэмпературай (напрыклад серкавакіслы натрый або квасцы). Калі пачаць ахалоджваць гарачы насычаны раствор та-

[1] Наглядаемае часам пры растварэнні награванне, ёсць рэзультат другавых працэсаў, суправаджаючых растварэнне.

кое матэрыі, то частка растворанае матэрыі выдзяляецца ў выглядзе цвёрдых крышталяў. Пры крышталізацыі, таксама як і пры замярзанні, выдзяляецца тая скрытая цеплыня, якая паглынаецца пры растварэнні. Вызваленне цеплыні пры крышталізацыі асабліва зручна наглядаць, карыстаючыся з'явай перасычэння, аналагічнай пераахалоджанню. Пры асцярожным (без штуршкоў) ахалоджанні старанна прафільтраванага насычанага раствору можна і не выклікаць крышталізацыі, хоць канцэнтрацыя зробіцца больш неабходнай для насычэння (перасычаны раствор). Калі-ж надаць такому раствору штуршок або, яшчэ лепш, кінуць у яго маленькі крышталік растворанае ў ім матэрыі (затраўку), то маса раптоўна закрышталізоўваецца. Цеплыня, што пры гэтым выдзяляецца, настолькі значная, што матэрыя заметна награваецца. Таксама, як і пры застыванні пераахалоджаных вадкасцей, выдзеленая цеплыня можа ахаваць частку раствору ад крышталізацыі: мы атрымаем цёплы насычаны раствор, у які будуць пагружаны цвёрдыя крышталі.

Ператварэнне вадкага стану ў газападобны. Пры ператварэнні вадкага цела ў газападобнае наступаюць з'явы, падобныя да тых, якія суправаджаюць ператварэнне цвёрдага цела ў вадкае. Але выпарэнне і плаўленне істотна адрозніваюцца ў тых адносінах, што выпарэнне (пры даным ціску) адбываецца не толькі пры адной пэўнай тэмпературы, але і пры ўсіх тэмпературах,—праўда, толькі на паверхні і без бачнага руху вадкасці: апошняя „высыхае". Але калі высыханне цягнулася дастаткова, уся вадкасць пяройдзе ў газападобны стан (выпарэнне цвёрдых цел, сублімацыя, гл. стар. 412).

Такім чынам температура выпарэння вадкасці зусім неазначальна, але для кожнай вадкасці можна ўказаць температуру кіпення (пры пэўным ціску). Пунктам кіпення вадкасці называюць тую тэмпературу, пры якой вадкасць пераходзіць у газападобны стан не толькі на паверхні, але і ва ўнутраных слаях, прычым ціск пары вадкасці перамагае знешні ціск і значыць павінен раўняцца гэтаму знешняму ціску. Тэмпература кіпення, як і тэмпература таяння, залежыць не толькі ад хімічнага саставу вадкасці, але і ад ціску на вадкасць (усюды, дзе мы гаворым аб кіпенні, аб ціску пары вадкасці і г. д., мы маем на ўвазе аднародную хімічна чыстую вадкасць без усякай прымешкі растворaных у ёй матэрый).

Калі тэмпература вадкасці пры даным ціску дасягнула пункту кіпення, г. зн. калі ціск пары вадкасці зраўняўся са знешнім ціскам, то тэмпература яе перастае павышацца, не гледзячы на прыток цеплыні, і ўся паступаючая цеплыня расходуецца на ператварэнне вадкасці ў пару ў якасці скрытай цеплыні выпарэння.

Ціск на вадкасць перашкаджае выпарэнню; чым ён вышэйшы, тым больш цеплыні неабходна надаць вадкасці і тым вышэй падняць яе тэмпературу, каб дасягнуць пункту кіпення. Ва ўсіх вадкасцях павышэнне ціску выклікае павышэнне пункту кіпення. Звычайна пад тэмпературай і над скрытай цеплынёй выпарэння

разумеюць іх лікавыя значэнні пры ціску адной атмасферы. Скрытую цеплыню выпарэння разлічваюць у грам-калорыях на 1 г выпарваемай матэрыі. Скрытая цеплыня выпарэння можа мець вадта вялікія значэнні. Так, для вады яна дасягае 539 *гкал* на 1 г выпарваемай вадкасці.

Кіпенне. У далейшым мы будзем закранаць пераважна ваду і вадзяную пару. Іх паводзіны тыповы для вадкасцей і пары наогул.

Прыток цеплыні да вады знізу (як звычайна пры кіпячэнні) перш за ўсё выклікае награванне ніжніх слаёў, якія з прычыны гэтага расшыраюцца і змяншаюць сваю шчыльнасць. З гэтай прычыны слаі, якія былі ўпачатку ўнізе, падымаюцца; ствараюцца токі ў вадзе, якія перамешваюць яе і спрыяюць роўнамернаму павышэнню яе тэмпературы. Паступова на дне судзіны ўзнікаюць пузыры; яны змяшчаюць вадзяную пару і з'яўленне іх азначае, што цеплыня часткова перамагла малекулярнае счапленне. Як толькі пузыр узнік, ён шпарка расце, перамагаючы ціск слупа вады над імі і атмасферны ціск, і нарэшце ўсплывае. Але ў верхніх слаях тэмпература ніжэй, чым у пузыры з параю, і апошняя зноў кандэнсуецца ў ваду (пры кандэнсацыі вызваляецца частка аб'ёму, раней занятага параю, і ў гэту прастору шпарка накіроўваюцца часцінкі вады, якія акружалі пузырок; пры іх змыканні чуецца своеасаблівы шум, што сведчыць аб закіпанні). Пры кандэнсацыі пара аддае вадзе сваю скрытую цеплыню параўтварэння. Гэта спрыяе яшчэ большаму праграванню верхніх слаёў.

Нарэшце ўсе слаі аказваюцца настолькі нагрэтымі, што пузыркі, якія падымаюцца, праходзяць скрозь іх, не кандэнсуючыся, і прарываюцца за паверхню вады. Тады параўтварэнне ў пузырках працякае ўжо ва ўсёй тоўшчы вады і суправаджаецца бурным яе рухам: вада кіпіць. Пузыркі пары лопаюцца і аддаюць змесціва паветру, аднак пара нябачная. Толькі на некаторай адлегласці над кіпячай вадой утвараецца туман. Ён узнікае пры кандэнсацыі пары (дробнымі кропелькамі), бо на некаторай адлегласці ад вадкасці тэмпература ўжо недастаткова высокая. Такім чынам, „бачная пара" не што іншае як вада; паступова яна перамешваецца з паветрам і перастае быць заметнай.

Каб раздуцца і падняцца, пузыркі пары павінны перамагчы ўвесь дзейнічаючы на іх ціск. З гэтай прычыны тэмпература кіпячай вадкасці залежыць не толькі ад ціску на паверхню вадкасці, але і ад вышыні вадзянога слупа: ціск апошняга пузыркі пары таксама павінны перамагчы. Аднак тэмпература кіпення залежыць і ад іншых акалічнасцей, іменна ад прысутнасці або адсутнасці пузыркоў паветра і ад стану сценак судзіны. Тэмпература-ж пары, якая падымаецца з кіпячай вадкасці, як паказвае вопыт, заўсёды адна і тая-ж пры аднолькавым знешнім ціску на паверхню; яна непараўнана менш залежыць ад пабочных абставін, чым тэмпература кіпячай вадкасці, і, наогул кажучы, з ёй не супадае. З гэтай прычыны пунктам кіпення вадкасці лічаць тэмпературу пары кіпячай вадкасці, якую паказвае тэр-

мометр у струмені пары. На тэрмаметрычных шкалах пункт кіпення вады адзначаюць, калі тэрмометр аказваецца ўвесь ахоплены параю, якая падымаецца над кіпячай вадой, прычым тэрмометр у ваду не апускаецца (рыс. 340 *а*). Але ўказанне тэмпературы кіпення вадкасці не мае ніякай каштоўнасці для яе характарыстыкі, калі адначасова не ўказаны знешні ціск, бо розныя вадкасці могуць мець адну і тую-ж тэмпературу кіпення пры адпаведна падабраных ціскаў.

Калі на ўзроўні мора вада закіпае пры 100°, то напрыклад, на вышыні Эльбруса (5,630 *м*) яна закіпае пры 81,5°. Паніжанаму атмасфернаму ціску адпавядае больш нізкая тэмпература кіпення. Калі не зроблена спецыяльных агаворак, то пад тэмпературай кіпення вадкасці разумеюць тэмпературу пары, якая падымаецца над вадкасцю, што кіпіць пры ціску 760 *мм* іртутнага слупа. У тэмпературу кіпення, вымераную пры іншым ціску, трэба ўносіць папраўкі і для гэтага неабходна **ведаць залежнасць** тэмпературы кіпення ад ціску. Каб зразумець гэту залежнасць, трэба ведаць некаторыя ўласцівасці пары ў сувязі з ціскам і тэмпературай.

Пункт кіпення. Залежнасць ад ціску. Насычальны ціск. Будзем змяншаць ціск паветра на паверхню вады, адпампоўваючы паветра пад каўпаком, які прыкрывае судзіну з вадой. Шляхам **змяншэння ціску** мы зможам прымусіць ваду кіпець пры любой тэмпературы.

Калі тэмпература вады 10°, то яна **закіпае** пры ціску 9,21 *мм* іртутнага слупа. Калі ў гэты момант спыніць адпампоўванне, то некаторы час вада яшчэ будзе кіпець. Аднак тым самым будзе павялічвацца ціск пад калпаком, бо да ціску разрэджанага паветра прыбавіцца ціск вадзянога пары; і нарэшце кіпенне спыніцца, калі ціск перавысіць адзначаную велічыню. Аднак, калі мы нават мерным адпампоўваннем будзем падтрымліваць ціск на адзначаным узроўні, то кіпенне вадкасці хутка спыніцца. Бо, як вядома, для выпарэння трэба затраціць цеплыню, якая бярэцца з самой вадкасці і значыць яе ахаладжае. А калі тэмпература вадкасці апусціцца ніжэй 10° пры ціску 9,2 *мм*, то кіпенне немагчыма. Такім чынам для падтрымання кіпення трэба або даць вадзе цеплыню сазне, або паралельна з яе ахаладжаннем паніжаць узмоцненым адпампоўваннем ціск над ёю. Калі гэты працэс весці надта энергічна, то вада ахалодзіцца да 0° і замерзне, кіпучы!

Велічыня ціску пары пасля таго, як спыніцца кіпенне, залежыць **выключна** ад яе тэмпературы. Калі пад калпаком застаецца паветра, то яго ціск ні ў якай ступені не ўплывае на ціск вадзянога пары: абодва гэтыя ціскі складваюцца, як зусім незалежныя велічыні. Тое самае будзе, калі апрача паветра або замест яго пад калпаком знаходзіцца які-небудзь іншы газ, пры ўмове, што ён не ўступае ў хімічнае ўзаемадзеянне з параю. Велічыня ціску старонніх газаў не ўплывае на ціск пары вадкасці, які залежыць, як гаварылася, **выключна** ад тэмпературы.

Ціск гэтых старонніх газаў вызначае аднак, што адбываецца пры данай тэмпературы: кіпенне (выдзяленне пузыркоў ва ўсім аб'ёме вадкасці) або **выпарэнне** з паверхні.

Ціск або пругкасць пары пры данай тэмпературы ў адроз-

ненне ад газаў не залежыць таксама ад аб'ёму, займаемага парáю. Калі аб'ём зменшыць, то ціск узрастае (як бывае ў газаў), але змяншаецца колькасць пары, прычым частка яе кандэнсуецца ў вадкасць. Калі аб'ём павялічыць, то ціск не змяншаецца, але затое павялічваецца колькасць пары з прычыны дадатковага выпарэння вадкасці; ціск-жа застаецца нязменным. Пры гэтым тэмпература павінна падтрымлівацца пастаяннай: неабходна выдаляць цеплыню, якая вызваляецца пры кандэнсацыі (быўшую скрытай), або падводзіць цеплыню, патрэбную для выпарэння (пры павелічэнні аб'ёму). Без гэтага ў першым выпадку цеплыню паглыне вадкасць, павысіўшы сваю тэмпературу; у другім выпадку вадкасць аддае частку сваёй цеплыні і значыць ахалодзіцца. І ў адным і ў другім выпадку змена тэмпературы будзе мець уплыў на пругкасць пары.

Іншымі словамі: у той прасторы, куды выпараецца вадкасць, можа змясціцца некаторая пэўная колькасць пары,—ні больш, ні менш, пры той тэмпературы, якая трымаецца ў гэтай прасторы і пры ўмове, што пара судатыкаецца з астатняй вадкасцю. Пакуль не ўся вадкасць выпарылася, прастора над ёю будзе „насычана" парáю. Калі зменшыць ціск над вадкасцю, злучыўшы на мінуту прастору з адпампоўваючым насосам, то кіпенне адновіцца і спыніцца толькі тады, калі будзе дасягнуты ранейшы ціск, г. зн. калі прастора ізноў насыціцца парáю. Такім чынам пакуль прастора над вадкасцю насычана парáю, пара і вадкасць знаходзяцца „ў роўнавазе"; ціск пары ў гэтых умовах называюць „насычаным ціскам". Пры самай нязначнай змене ўмоў (аб'ём, тэмпература) частка вадкасці ператвараецца ў пару або пара часткова кандэнсуецца ў вадкасць. Пара, напаўняючая прастору пры роўнавазе, мае назву насычанае пары. Згодна малекулярнай тэорыі, выпарэнне адбываецца і пасля насычэння, але адначасова з ім ідзе кандэнсацыя, так што колькасць вадкасці не змяняецца.

Пры кожнай тэмпературы насычаючы ціск мае пэўную велічыню. Ён роўны для вады пры:

0°	0,006 *at*	60°	0,197 *at*
10°	0,012 „	70°	0,307 „
20°	0,023 „	80°	0,467 „
30°	0,042 „	90°	0,692 „
40°	0,073 „	100°	1,000 „
50°	0,122 „		

Вадкасць можа кіпець, г. зн. пара ў выглядзе пузыроў можа выходзіць з вадкасці, як відаць, толькі пры ўмове, што ціск над вадкасцю, які складаецца з ціску паветра і вадзяной пары, не больш, чым ціск пары ўнутры пузыра, дзе яна насычае прастору. Такім чынам для наяўнасці кіпення неабходна, каб пара над вадкасцю не насычала прасторы. У нашым прыкладзе пры тэмпературы 10° насычаючы ціск раўняецца 0,012 *at* або 9,21 *мм* іртутнага слупа; пакуль ціск над вадкасцю быў больш гэтага, пара не магла ўтвараць пузыроў і выходзіць скрозь тоўшчу

вады; гэта здарылася толькі тады, калі знешні ціск знізіўся да 9,21 *мм*. Такім чынам мы бачым выразную залежнасць **між тэмпературай кіпення** (пры пэўным ціску), з аднаго боку, і **ціскам насычанае пары**, з другога. Мы з гэтае прычыны вызначаем пункт кіпення **вадкасці пад пэўным ціскам** як тэмпературу, пры якой **насычаная пара** вадкасці мае **той самы ціск**, што і знешні ціск над вадкасцю.

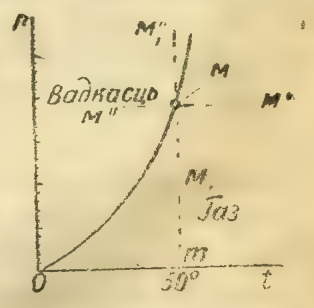
Падаем пункты кіпення некаторых матэрый (пры ціску 1 *ат*) згодна толькі што прыведзенаму азначэнню:

	°C		°C
Гелій	— 268,9	Спірт	+ 78
Вадарод	— 252,8	Бензол	+ 80
Азот	— 195,8	Вада	+ 100,00
Кісларод	— 183,00	Скіпідар	+ 159
Закіс азота	— 90	Анілін	+ 184
Буглекіслата	— 78,51	Нафталін	+ 217,96
Аміяк	— 33,36	Бензофенон	+ 320,95
Сярністая кіслата	— 10	Іртуць	+ 357
Эфір	+ 34,5	Серка	+ 445,6
Серкавуглярод	+ 46	Цынк	+ 906
Хлараформ	+ 62	Медзь	+ 300

У наступнай табліцы прыведзены тэмпературы кіпення вады пры цісках ніжэй 1 *ат* або, што тое самае, **насычальныя ціскі** вадзяной пары (пругкасць пары, насычаючай прастору) пры тэмпературы ніжэй 100°.

Тэмпература	Насыч. ціск *мм*	Тэмпература	Насыч. ціск *мм*	Тэмпература	Насыч. ціск *мм*
0	4,58	35	42,18	70	233,7
5	6,54	40	55,3	75	289,1
10	9,21	45	71,9	80	355,1
15	12,79	50	92,5	85	433,6
20	17,54	55	118	90	525,8
25	23,76	60	149,4	95	633,9
30	31,82	65	187,5	100	760,0

Крывая ціску пары (рыс. 364) паказвае сувязь між ціскам і тэмпературай насычанае пары; але ў ёй крыецца яшчэ іншы сэнс: пункт *M* азначае, што пры тэмпературы (*t*—каардыната) і ціску (*p*—каардыната), адпавядаючым гэтаму пункту, вада або пара знаходзіцца ў роўнавазе (не адбываецца ні выпарэнне ні кандэнсацыі, або дакладней выпарэнне і кандэнсацыя ўзаемна кампенсуюць адзін аднаго); значыць тут указваецца на працяжнае **суіснаванне** вады і пары. Калі пры **пастаянным ціску** павысіць тэмпературу з *M* да *M'*, то роўнавага парушаецца, вада пачынае выпарвацца, пакуль не выпарыцца ўся. Калі-ж, наадварот, панізіць тэмпературу ад *M* да *M''*, то пара пачне **кандэнсавацца** да таго часу, пакуль яна ўся не знікне. Далей: калі пры **пастаяннай**

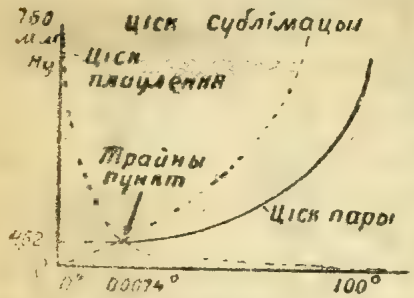


Рыс. 364. Сувязь між ціскам і тэмпературай насычанай вадзяной пары.

тэмпературы панізіць ціск да M'_1, то паступова ўся вада выпарыцца, калі-ж яго павысіць да M''_1, то паступова ўся пара кандэнсуецца. Значыць пункты M' і M'_1 характарызуюць станы, пры якіх існуе толькі пара, пункты-ж M''_1 і M''—станы, пры якіх магчыма толькі вада. Крывая ціску пары ўказвае на ўмову роўнавагі абодвух „фаз" вады і пары: пункты на крывой адпавядаюць станам, калі абедзве фазы існуюць адначасова, знаходзячыся ў роўнавазе, і крывая аддзяляе вобласць адной толькі вадкай фазы ад вобласці толькі парападобнай фазы.

Ціск плаўлення, г. зн. той ціск, пры якім цвёрдыя і вадкія фазы, судатыкаючыся, знаходзяцца ў роўнавазе, таксама залежыць ад тэмпературы (стар. 403). З гэтае прычыны можна пабудаваць крывую ціску плаўлення, аналагічную крывой ціску пары (рыс. 365): пункты гэтай крывой адпавядаюць станам (тэмпературы ціску), пры якіх вадкая і цвёрдая фаза (у даным выпадку вада і лёд), судатыкаючыся, знаходзяцца ў роўнавазе, г. зн. лёд не тае, а вада не замярзае; гэта бывае пад ціскам 60 *мм* пры 0°, пад ціскам 4,62 *мм* пры 0,0074° і г. д. Гэта крывая з'яўляецца разам з тым граніцай між абласцямі адной толькі цвёрдай і адной толькі вадкай фаз. Пункт, у якім перасякаюцца крывая ціску пары і крывая ціску плаўлення, указвае на той стан, калі ўсе тры фазы, судатыкаючыся, знаходзяцца ў роўнавазе; ён называецца трайным пунктам.

Такім чынам усе тры агрэгатныя станы могуць быць у роўнавазе, судатыкаючыся між сабой, толькі пры адной пэўнай тэмпературы і пэўным ціску (фундаментальная тэмпература і фундаментальны ціск). Для вады гэта $t' = +0{,}0075°$ і $p' = 4{,}62$ *мм*, для вуглекіслаты: $t' = -79°$, $p' = 5{,}1$ *am*. Калі пры пастаянным p павысіць t, то цвёрдае цела, пераходзячы ў газападобны стан, пройдзе праз вадкую фазу толькі ў тым выпадку, калі $p > p'$. Наадварот, калі $p < p'$, то цела сублімуе, г. зн. выпараецца, не плавячыся. З гэтае прычыны вадкая вуглекіслата можа існаваць толькі пры ціску, які перавышае 5,1 *am*. Падобна да крывой ціску насычанае пары і крывой ціску плаўлення існуе і крывая ціску сублімацыі. Яна таксама праходзіць праз трайны пункт.

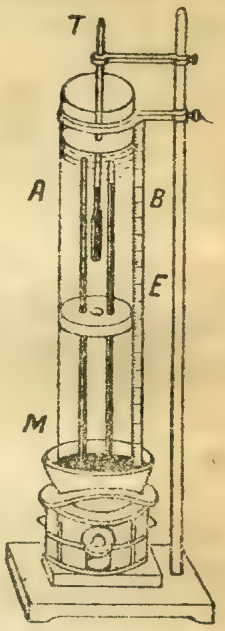


Рыс. 365. Трайны пункт.

Сублімацыя. Цвёрдыя матэрыі, якія судатыкаюцца са свабоднай атмасферай, таксама паступова выпараюцца з паверхні (часта толькі ў мінімальных колькасцях); агульнавядома, што ўлятучваюцца мускус, камфора, нафталін, аб чым лёгка меркаваць паводле паху гэтых матэрый, лёд выпараецца нават у вялікія марозы. З гэтае прычыны для кожнай цвёрдай матэрыі любой тэмпературы адпавядае свой пэўны „насычальны" ціск пары (праўда часта такі мізэрны, што яго можна вымераць толькі ўскоснымі метадамі). Выпарэнне цвёрдае матэрыі без праходжання ёю вадкай фазы называецца сублімацыяй. Кожнае цвёрдае цела ў паветры сублімуе, але звычайна надта павольна;

сублімацыя працякае бурна, калі **сублімацыйны ціск** перавышае атмасферны ціск. Калі **пункт сублімацыі** (аналагічны пункт **кіпення вадкіх** цел) ляжыць ніжэй пункту плаўлення цвёрдага цела, то цела пры награванні сублімуе. Каб яго расплавіць, неабходна павысіць пругкасць яго пары, для чаго трэба награваць цела ў закрытай судзіне. Звычайна сублімацыйны ціск цвёрдых цел нават і пры найвышэйшай магчымай тэмпературы, г. зн. пры тэмпературы плаўлення іх значна меншы, чым атмасферны ціск. Колькасць цеплыні, патрэбная для сублімацыі 1 *г* цвёрдае матэрыі, называюць **цеплынёю сублімацыі**; у пункце плаўлення яна роўна цеплыні плаўлення плюс цеплыня выпарэння ўтворанай вадкасці, як нятрудна вывесці з прынцыпа захавання энергіі.

Вымярэнне ціску пары. Адрозніваюць дынамічны і статычны метад вызначэння ціску насычанае пары. Пры дынамічным метадзе вадкасць, якая знаходзіцца пад пэўным ціскам, награваюць да таго часу, пакуль яна не закіпіць; тады вымяраюць тэмпературу яе пары. Пры статычным метадзе вадкасць уносяць у памяшканне заданай тэмпературы, у якім няма ніякіх іншых матэрый, так што ціск у ім абумоўлены толькі адной парою ўнесенай вадкасці, і вымяраюць гэты ціск. З тае прычыны, што кожнай тэмпературы адпавядае пэўны ціск насычэння, а кожнаму ціску насычанае пары адназначна адпавядае некаторая тэмпература, то рэзультаты абодвух метадаў павінны супадаць.



Рыс. 366. Прыбор Дальтона.

Ужыванне статычнага метаду асабліва наглядна на прыборы **Дальтона** (рыс. 366). Некаторую колькасць даследуемай вадкасці ўносяць у тарычэлеву пустату бараметрычнай трубкі *A* (вадкасць уводзяць у трубку з дапамогаю выгнутай піпеткі, і яна ўсплывае над іртуццю). У прасторы над іртуццю вадкасць выпараецца, пакуль пара яе не насыціць прасторы. Пара ўтварае ціск, выцясняючы частку іртуці (разам з астаткамі вадкасці) і апускаючы яе ўзровень у бараметрычнай трубцы. Лік міліметраў, на які панізіўся ўзровень, дае ціск насычанае пары ў міліметрах іртутнага слупа (з невялікай папраўкай на слой астачы вадкасці) пры тэмпературы, якую паказвае тэрмометр *T*. *B*—барометр для вызначэння знешняга ціску. Пры 10° паніжэнне іртутнага слупа роўна:

для вады	9,2 *мм*
„ спірту	24,4 „
„ эфіру	433,0 „

Каб вымераць ціск пары пры розных тэмпературах, верхнюю частку трубкі абкружаюць ваннай (**Рэньо**). Кожнай тэмпературы ванны адпавядае свая колькасць насычаючае пары над іртуццю з ціскам насычэння, які адпавядае гэтай тэмпературы.

Пры тэмпературы кіпення, г. зн. пры той тэмпературы, калі ціск насычэння **роўны** атмасфернаму ціску, пара выганяе ўсю ртуць з трубкі, так што ўнутры трубкі і ў знешняй чашцы іртуць

аказваецца на адным узроўні, калі знешні ціск нармальны. У гэтым выпадку ціск пары роўны а д н о й а т м а с ф е р ы. Пры тэмпературах вышэй пункту кіпення апісаны метад ужываць нельга, бо іртуць будзе цалкам выцеснена з прыбора. Для вымярэння ціску вадзяное пары да 230° Р э н ь о ўжываў установку, якая ў некаторай ступені з'яўляецца процілежнасцю апісанай раней; з дапамогаю нагнятальнага насоса ён утвараў пэўны ціск на паверхню вады і вымяраў т э м п е р а т у р у пары, утвараемай вадою, якая к і п і ц ь пад гэтым ціскам. Манометр меў *U*-падобную форму і быў напоўнены іртуццю; у адным калене іртуць знаходзілася пад атмасферным ціскам, у другім—пад тым ціскам, пад якім знаходзілася вада. Пры нармальным знешнім ціску і роўнасці ўзроўняў у каленах манометра тэмпература кіпення раўнялася 100°; пры розніцы ўзроўняў у 760 *мм* тэмпература кіпення ёсць 120,5° і г. д. Гэта значыць: насычаная вадзяная пара пры 120,5° ураўнаважвае слуп іртуці вышынёю ў 1 520 *мм*, г. зн. утварае ціск у 2 *ат*. Ціскі, якія перавышаюць 760 *мм*, прыводзяць звычайна не ў „міліметрах іртутнага слупа" а ў „атмасферах". Даныя для вады прыведзены ў табліцы:

Тэмпература	Ціск насыч. *ат*	Тэмпература	Ціск насыч. *ат*	Тэмпература	Ціск насыч. *ат*
100	1,00	200	15,34	300	84,80
120	1,96	220	22,89	320	111,46
140	3,56	240	33,03	340	144,24
160	6,10	260	46,31	360	184,13
180	9,90	280	63,31	374 [1]	225

Накапленне работы ў гарачай вадзе (акумулятар Р у т а). Калі ваду нагрэць да кіпення ў герметычна закрытай судзіне пад вялікім ціскам, г. зн. да тэмпературы значна больш высокай, чым 100°, і затым выпусціць накопленую над вадою пару, г. зн. зменшыць ціск, то вада будзе кіпець і ахаладжацца да таго часу, пакуль роўнавага ізноў не ўстановіцца, г. зн. пакуль тэмпература не панізіцца да велічыні, адпавядаючай знешняму ціску. На гэтым прынцыпе аснавана магчымасць накапляць работу ў цеплавых акумулятарах, каб у выпадку раптоўнай крайняй неабходнасці мець яе без новай затраты цеплыні. Такім з'яўляецца акумулятар або буфер Р у т а ў буйных прамысловых прадпрыемствах са зменнай патрэбай у пары. У асноўным ён складаецца з вялікага катла, які вытрымлівае высокія ціскі, напоўненага на 90 проц. вадою. У перыяды, калі расход пары меншы, чым выпрацоўвае цэнтральная станцыя, лішкавая пара накіроўваецца ў буфер, у якім і кандэнсуецца і награвае ваду, якая там знаходзіцца. Калі-ж з прычыны ўзрастаючага расходу пары ціск у трубах падае, то з буфернага катла пачынае вызваляцца пара.

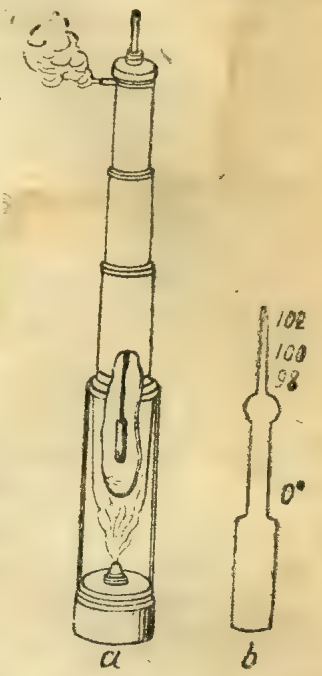
Тэрмаметрычнае вымярэнне вышынь. Ціск насычанае вадзяное пары дакладна вымераны ў шырокім абсягу тэмператур; са складзеных табліц можна вызначыць, якой велічыні насычальны ціск, адпавядаючы некаторай н а г л е д ж а н а й тэмпературы кіпення.

[1] Вышэй 374° вада не можа быць вадкасцю ні пры якім ціску. Таму 374° ёсць найбольш высокі пункт кіпення вады (к р ы т ы ч н а я тэмпература, гл. ніжэй).

З другога боку вядома, што ціск насычанае пары, роўны знешняму ціску на паверхню вады і значыць па нагледжанай тэмпературы кіпення можна даведацца аб ціску на паверхню вады. Іншымі словамі: калі кіпяціць ваду ў адкрытай судзіне і вымяраць тэмпературу кіпення, то з табліц можна вызначыць, якой велічыні ціск, пад якім кіпіць вада, г. зн. тэрмометр можна ўжываць як барометр.

Калі пры аснове гары вада кіпіць пры 98°, аадначасовае назіранне на вяршыні гары дае 95°, то з табліц можна знайсці даныя для бараметрычнага вызначэння вышыні гары. Тэмпературы ў 98° у адпавядае ціск 707 *мм* і вышыня над узроўнем мора 760 *м*; тэмпературы ў 95°—ціск 633,9 *мм* і вышыня 1576 *м*. Такім чынам вышыня гары роўна 816 *м*.

Гіпсатэрмометры, якія ўжываюцца для вызначэння вышыні паводле назірання пункта кіпення, маюць у агульным форму, паданую на рыс. 367, *a* і *b*. Іх шкала звычайна мае дзяленні толькі між 90 і 102°, нанесеныя, на вузкай частцы капіляра. З прычыны гэтага даўжыня градуснага дзялення ў адзначаным інтэрвале тэмператур вялікая і градус можна падзяліць на дзесятыя і нават сотыя долі. Ніжняя шырокая частка капіляра і раздуцце даюць магчымасць скараціць агульную даўжыню тэрмометра, не змяншаючы чуллівасці прыбора ў цікавячым нас інтэрвале. Для зручнасці карыстання гіпсатэрмометрам складзены табліцы, у якіх змешчаны ціскі пары для кожнай дзесятай долі градуса. Змяншэнне тэмпературы кіпення на 1° адпавядае прыблізна паніжэнню ціску на 27 *мм* або пад'ёму над паверхней зямлі на 297 *м* па вертыкалі.



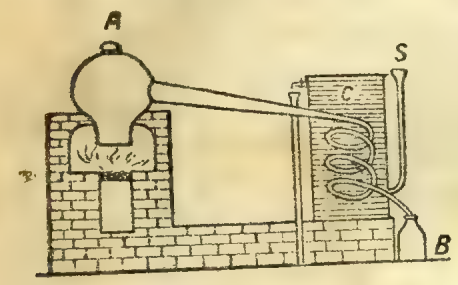
Рыс. 367. *a* і *b*. Гіпсотэрмометр

Ад ціску, пад якім кіпіць вада, залежыць яе тэмпература кіпення, а значыць і карыснае дзеянне, якое мы атрымліваем ад кіпення пры тых працэсах, што патрабуюць пэўнай тэмпературы; такімі з'яўляюцца экстракцыя раслінных і жывёльных матэрый (чай, кава, клей і да т. п.), разварванне харчовых матэрый і інш. Каб павысіць ціск кіпення, а значыць і яго тэмпературу, ужываюць кацёл Папіна, тоўстасценную, герметычна закрытую судзіну, у якой ціск пары награваемай вадкасці, а значыць і тэмпература яе кіпення, могуць быць павышаны да жаданай граніцы.

Перагравание вадкасці. Пункты кіпення ў табліцы (стар. 411) азначаюць тэмпературу, якую паказвае тэрмометр, ахоплены параю. Тэмпература кіпячай вадкасці непрыгодна для вызначэння пункта кіпення, бо тэмпература вадкасці можа адрознівацца ад тэмпературы пары. Гэта бачна ўжо па тым уплыве, які робіць на тэмпературу кіпячай вадкасці прысутнасць або адсутнасць у вадкасці паветра (наогул газу). Калі вадкасць зусім не змяшчае газу і калі яна награваецца ў судзіне, да сценак якое яна моцна прыліпае, то ўгварэнне пузыркоў пары значна затрымліваецца. Вадкасць можа быць нагрэта многа вышэй за нармальны пункт кіпення без таго каб яна закіпела (перагравание вадкасці). Калі-ж нарэшце яна ўскіпае, то ўскіпае раптоўна, бурна, пры моцных страсеннях вадкасці. Да-

кладна невядома найвышэйшая тэмпература, пры якой вада можа знаходзіцца пад атмасферным ціскам, не закіпаючы; чым больш старанна праводзілася папярэдняе абезгазаванне вадкасці, тым вышэй аказвалася гэта тэмпература. Вадзяныя кроплі, якія плаваюць на сумесі ільнянага і гваздзічнага масла, удавалася награваць да 180° (Максвел).

Дэстыляцыя. Вадкасці, паглынаючыя цеплыню, ператвараюцца ў пару; пара, аддаючы цеплыню, ізноў пераходзіць у вадкасці; з гэтае прычыны, калі даць дастаткова цеплыні, то можна аддзяліць вадкасці ад цвёрдых матэрый, напрыклад ад растворaных у ёй цел (соль у вадзе); і далей, з тае прычыны, што розныя вадкасці наогул кіпяць пры розных тэмпературах, можна раздзяляць сумесь вадкасці, паступова награваючы яе і ператвараючы ў пару спачатку вадкасці з больш нізкімі тэмпературамі кіпення, а за імі ўжо менш лёткія вадкасці. Працэс такога раздзялення матэрый называецца дэстыляцыяй. Для яго здзяйснення патрэбна прыстасаванне з наступных трох частак (рыс. 368): 1) судзіна *A* для награвання вадкасці (рэторта) над крыніцаю цеплыні; 2) судзіна *B* для прыёму ад дэстыляванай вадкасці, прыёмнік; 3) злучальная трубка *C*, па якой пара з *A* паступае ў *B*, адначасова ахаладжаючыся і кандэнсуючыся (з прычыны ахалоджання сазне)—халадзільнік.



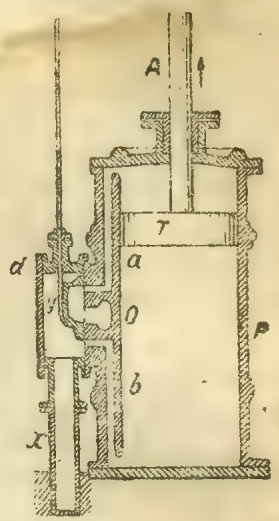
Рыс. 368. Працэс дэстыляцыі.

Тэмпература сумесі вадкасцей (або раствору), патрэбная для дэстыляцыі, залежыць ад прыроды вадкасцей і ад іх колькасных суадносін у сумесі (канцэнтрацыя раствору). Сумесь вады і спірту кіпіць ужо пры 83°, калі яна змяшчае 66 проц. спірту, і толькі пры 90°, калі спірту 10 проц. Вада з 8 проц. пажыўнай солі кіпіць пры 101°, а з 40 проц. толькі пры 108° і г. д. Састаў сумесі ў рэторце змяняецца на працягу дэстыляцыі: раствор робіцца, наогул кажучы, больш канцэнтраваным, а сумесь траціць найбольш лёткія састаўныя вадкасці; з гэтае прычыны павышаецца тэмпература дэстыляцыі. Пры дэстыляцыі сумясей выпараюцца розныя састаўныя часткі, хоць і з рознай скорасцю, так што дэстылят, які змяшчае пераважна найбольш лёткія вадкасці, можа мець аднак досыць значныя прымешкі і менш лёткіх. Раздзяленне прыходзіцца давяршаць паўторнай дэстыляцыяй. Дэстыляцыя мае істотнае значэнне ў вытворчасці спірта, у чайнай прамысловасці і інш., дзе ўжываюцца дэстылятары спецыяльных канструкцый.

Побач з дэстыляцыяй і сублімацыя з'яўляецца рабочым метадам у хіміі для раздзялення матэрый; аднак вобласць ужывання сублімацыі (пад звычайным ціскам) абмежаваны тым, што для яе прыгодны толькі такія матэрыі, у якіх ціск пары вялікі пры тэмпературах ніжэй за іх пункты кіпення. Сублімацыю ўжываюць, каб раздзяліць цвёрдыя матэрыі рознай лёткасці: асабліва часта пры ачыстцы матэрый. Прыборы для сублімацыі адрозніваюцца ад дэстылятараў, бо сублімат (кандэнсат) асядае ў выглядзе цвёрдае матэрыі.

Паравая машына (Ньюкамен, Уат). У паравой машыне скарыстоўваецца той вялікі ціск, які ўтварае вадзяная пара пры досыць высокай тэмпературы і якім ён перамагае перашкоды, што замінаюць яго расшырэнню. Тая частка паравой машыны, у якой пара непасрэдна робіць рух, патрэбны для работы, называецца цыліндрам *P* (рыс. 369). У ім рухаецца ўзад і ўперад шчыльна ўстаўлены поршань *T*. У цыліндр пара паступае з паравога катла; яна ціскне як на сценкі цыліндра, так і на рухомы поршань, і ссоўвае яго; рух поршня перадаецца пры дапамозе поршневага стрыжня (штока) *A* на іншыя рухомыя часткі машыны і туды, дзе павінна быць выканана работа.

Поршань можа рухацца ў адным кірунку толькі да таго часу, пакуль ён не дойдзе да канца цыліндра (ход поршня). Для бесперапыннага дзеяння машыны трэба мець магчымасць зварочваць поршань да другога канца цыліндра і рухаць яго такім чынам узад і ўперад. Для гэтай мэты пару трэба ўпускаць пачаргова, то з аднаго, то з другога боку поршня. Гэта робіцца наступным чынам: пара накіроўваецца з катла пад ціскам праз трубку *x* у залатніковую каробку *d*, з якой у цыліндр вядуць два каналы, *a*—у верхняй і *b*—у ніжняй частцы яе. Кожны служыць пачаргова ўпускным каналам для свежай пары, якая паступае ў цыліндр, і выпускным каналам для адпрацаванае (мятае) пары, якая павінна быць выведзена з цыліндра ўзнадворак (адтуліна вываднога канала *O* паказана на рысунку). У той час як адзін канал з'яўляецца ўводным для свежай пары, другі служыць для выхаду адпрацаванай пары. Пара, якая паступае з катла, сустракае ў *d* толькі адну адтуліну адкрытай (на рыс. канал *b*). Пара накіроўваецца праз гэты канал у цыліндр і падымае поршань. Тым часам другі канал злучаецца з вывадным каналам (з адтулінай *O*), так што адпрацаваная пара выганяецца поршнем з цыліндра (праз канал *a* і адтуліну канала *O*). Аднак у той час як поршань рухаецца ўверх, залатнік *y* рухаецца ўніз, і калі поршань даходзіць да верхняга канца цыліндра, залатнік стаіць так, што канал *a* адкрыты для свежай пары, а канал *b* злучан з вывадным каналам *O*. Цяпер свежая пара накіроўваецца зверху, і поршань ідзе ўніз; адпрацаваная пара выходзіць знізу, а тым часам залатнік ізноў перасоўваецца ўверх і г. д. Свежая пара, уваходзячы знізу, імкнецца змяніць кірунак руху поршня, штурхаючы яго ўверх. Пры гэтым вагары, якія злучаюць поршань з вярчальным валам, праходзяць праз палажэнне, пры якім усе тры шарнірныя злучэнні (гл. рыс. 388 стар. 449) прыходзяцца на адной прамой лініі, так што ціск пары не здолен перамяшчаць поршань (мёртвае палажэнне). Машына нахаду выводзіцца з мёртвага палажэння, дзякуючы інерцыі махавога кола, з якім пры дапамоае вагароў і эксцэнтрыкаў звязан поршань.



Рыс. 369. Цыліндр паравой машыны.

Сіла, якая рухае поршань узад і ўперад, залежыць ад розніцы ціскаў свежае і адпрацаванае пары. Калі адпрацаваная пара выходзіць прама ў паветра (машына без ахаладжэння), то поршань падпадае процідзеянню з боку атмасфернага ціску. Тады, калі свежая пара паступае пад ціскам 2 *am*, лішкавы ціск роўны ўсяго толькі 1 *am*. Каб павялічыць лішкавы ціск, у рада машын (машыны з ахалоджаннем) пару выпускаюць не на адкрытае паветра, а ў спецыяльнае памяшканне (кандэнсатар), дзе ён ахалоджваецца і кандэнсуецца ў ваду. Гэтым настолькі змяншчаецца ціск з боку адпрацаванае пары, што лішкавы ціск свежае пары павышаецца дадаткова амаль на 1 *am*.

Тэрмадынамічнае карыснае дзеянне. Тут дарэчы спыніцца на тэарэтычна магчымым карысным дзеянні цыліндра паравой машыны—толькі цыліндра, але не ўсёй машыны!,—пры пераходзе цеплыні ў работу. Карыснае дзеянне, г. зн. аднашэнне работы, атрыманай ад цыліндра, да цеплыні, якая затрачана на дзеянне яго, роўна $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$—у выпадку ідэальных умоў працэсу Карно (стар. 359), дзе T_1—тэмпература крыніцы цяплыні (у даным выпадку пара ад катла), а T_2—тэмпература кандэнсатара. Карыснае дзеянне, як відаць, тым большае, чым вышэй акажацца тэмпература T_1 пары пры нязменнай тэмпературы T_2 кандэнсатара. (Адсюль ясна карысць машын з параперагравальнікам і паравых катлоў высокага ціску, якія даюць магчымасць павысіць тэмпературу пары значна больш 100°). Тэмпературы вымераны ў абсалютнай шкале, г. зн. на 273° больш $t°$ тэмпературнай шкалы Цэльсія; таму наш дроб выражаецца: $\frac{(273 + t_1) - (273 + t_2)}{273 + t_1}$.

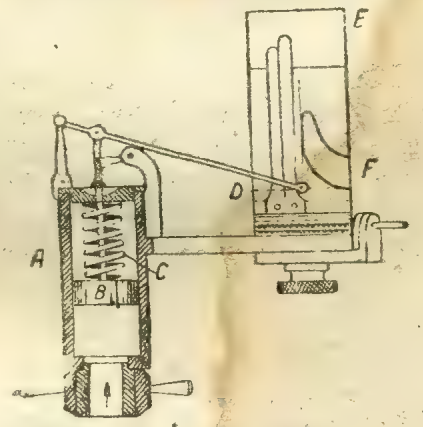
Дапусцім, што насычаная пара была спачатку пад ціскам 5 *am* і значыць паступала ў цыліндр пры тэмпературы 152°; калі кандэнсатар падтрымліваўся пры 40°, то тэарэтычнае карыснае дзеянне гэтага паравога цыліндра роўна $\frac{(273+152)-(273+40)}{273+152} = \frac{112}{425}$, г. зн. прыблізна 26 проц.

Значыць нават у выпадку дасканалай машыны, якая здавальняе запатрабаванням ідэальнага працэсу Карно, усё-ж такі толькі 26 проц. цеплыні, паступіўшай у цыліндр, ператварыліся-б у работу, а астатнія 74 проц. страціліся. На справе-ж страта цеплыні куды большая з прычыны церця, цеплавога выпрамянення і да г. п.

Каб скарыстаць як мага лепш працаздольнасць пары, у некаторых машынах пара паступае ў цыліндр не ўвесь час, пакуль поршань прабягае ўздоўж цыліндра, а толькі першую частку гэтага часу, пасля чаго доступ пары перарываюць, і астачу шляху поршань праходзіць пад ціскам пары, якая паступіла ўжо ў цыліндр і расшырылася ў ім (машыны з расшырэннем). Лепш за ўсё пара выкарыстоўваецца, калі ўжываць высокі ціск

у катле і нізкае канечнае напружанне расшырэння. Машына без ахалоджання скарыстоўвае напружанне пары толькі да атмасфернага ціску знешняга паветра, машына-ж з ахалоджаннем—да ціску 0,15—0,20 *ат* у кандэнсатары. Часта ўсё падзенне ціску пары (між ціскам у катле і ціскам у кандэнсатары) размяркоўваюць на некалькі цыліндраў, поршні якіх працуюць сумесна на адзін і той-жа вал. У такой машыне (машыны Компаунд, здвоеныя і строеныя машыны з расшырэннем) пара паступае спачатку ў цыліндр высокага ціску; выходзячы адтуль, яна пападае ў цыліндр сярэдняга, а затым у цыліндр нізкага ціску. Адпаведна нарастанню аб'ёму пары пры змяншэнні ціску цыліндр высокага ціску меншы за ўсе, а нізкага ціску—большы за ўсе. Ёсць паравыя машыны магутнасцю да 20 000 *к. с.*

Індыкатар. Індыкатарная дыяграма. Крывая рыс. 194 паказвае сувязь між ціскам (p) і аб'ёмам (v) некаторага газу. Сувязь гэта і належыць да ідэальнага газу. Для сапраўднага газу або пары мы атрымаем адпаведную крывую, калі будзем рэгістраваць (лепш за ўсё аўтаматычна) змяняльны аб'ём газу і адпаведны яму ціск. Для гэтай мэты можна ўжыць індыкатар, вынайдзены Уатам для даследвання магутнасці паравой машыны (рыс. 370). Пара паступае ў металічны цыліндр *A*, унутры якога шчыльна, але па магчымасці без церця рухаецца поршань *B*, на працілежны бок якога ціснe спружына *C*. Палажэнне поршня ў кожны момант вызначае сабою аб'ём газу, а ступень ціску спружыны дае магчымасць вызначыць адпаведны ціск. Сістэмай вагароў і перадач поршневы стрыжань звязаны з барабанам *D*, на які накручана папера. Пры кожным ходзе поршня барабан робіць адзін поўны абарот уперад і назад, так што кожнаму палажэнню поршня (аб'ёму v) адпавядае пэўнае палажэнне барабана з папераю. Уздоўж утвараючай барабана па паперы можа слізгаць пяро, звязанае са спружынай *C*, так што вышыня пяра ў кожны момант вызначае сабою ціск, пад якім знаходзіцца пара ў цыліндры.



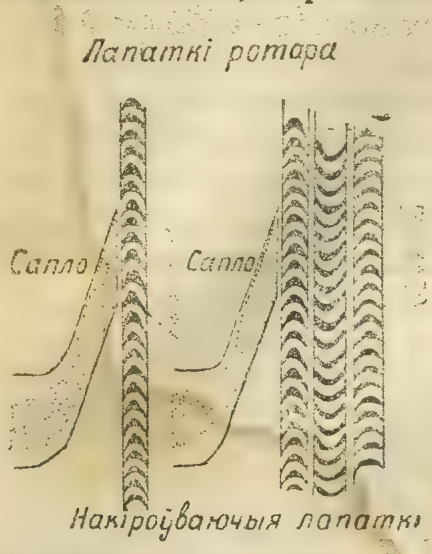
Рыс. 370. Індыкатар Уата.

Рыс. 371. Індыкатарная дыяграма.

Пры кожным ходзе поршня на паперы зачэрчваецца такім чынам індыкатарная дыяграма *F*, падобная да паказанай на рыс. 371, дзе па восі абсцыс адкладзены аб'ёмы, а па восі ардынат—ціскі. Плошча ўнутры крывой прапарцыянальна рабоце, якую выконвае поршань пры адным ходзе ўзад і ўперад. Магутнасць, вылічаную з індыкатарнай дыяграмы (у конскіх сілах), называюць індыкатарнай магутнасцю машын; магутнасць, вымераную тармазным дынамометрам (Прон і-Цаун) (гл. стар. 89—90), называюць эфектыўнай.

Паравая турбіна (Лаваль Парсонс, 1884). Ператварэнне паступальнага руху поршня ў вярчэнне махавога кола звязана з многімі недахопамі, напрыклад нераўнамернасцю ходу і выклікаемымі ёю вібрацыямі. Для змяншчэння апошніх прыходзіцца ўжываць масіўныя махавыя колы і вялікія фундаменты, а таму больш-менш магутная машына патрабуе для сябе вельмі абшырнага памяшкання і да г. п. Гэтыя недахопы зменшаны, а часткова зусім знішчаны ў паравой турбіне: тут няма руху ўзад і ўперад, а ёсць толькі вярчэнне. Гэта асабліва істотна, калі турбіна павінна рухаць дынамамашыну. У такім выпадку ротары турбіны і дынамамашыны можна пасадзіць на агульную вось і ўнікнуць розных перадач. У сучасных сілавых устаноўках паравая турбіна завяваала першае месца дзякуючы кампактнасці і адсутнасці ў ёй частак з паступальным рухам. Ёсць

турбагенератары магутнасцю да 200 000 *квт*. Ператварэнне цеплавой энергіі пары выконваецца ў паравой машыне ціскам пары на паверхню поршня; у турбіне-ж энергія ціску ператвараецца ў кінетычную энергію, якая перадаецца рабочаму колу (рыс. 372). Скорасць пары надаюць тым, што прымушаюць яе шпарка імкнуцца з памяшкання з высокім ціскам,—напрыклад 20 *ат*,—у памяшканне з паніжаным ціскам, напрыклад кандэнсатар з 95-процантным вакуумам, скрозь с а п л о п э ў н а й ф о р м ы. Форма сапла такая, што яно звужаецца аж да таго месца, дзе пара дасягае „крытычнай" скорасці (г. зн. скорасці г у к у ў пэўным асяроддзі, у даным выпадку ў пары); далей-жа яно расшыраецца адпаведна ўзрастаючай скорасці і змяншэнню ціску.



Рыс. 372. Кола паравой турбіны.

Скорасць, дасягаемая ў сапле, залежыць ад цяплазмяшчэння пары ўперадзе і ззаду сапла. Энергія, якая выкарыстоўваецца на лапатках, тым большая, чым з меншай скорасцю пара пакідае турбіну. Каб па магчымасці зменшыць выходную энергію пары, яна пасля выхаду з рухомага кола накіроўваецца ў нерухомы (прымацаваны да ўстаноўкі) вянец з лопасцямі, які адыгрывае ролю накіроўчага апарата і размешчаны такім чынам (рыс. 372), каб пара накіроўвалася на д р у г о е кола таксама, як і пры сваім у в а х о д з е ў першае кола. Яна пападае далей паслядоўна на другое, трэцяе, чацвертае колы, аддаючы, паступова ўсю сваю кінетычную энергію лопасцям гэтых рабочых колаў. Паміж кожнымі двума рабочымі коламі размяшчаюцца адпаведныя накіроўчыя апараты. На рыс. 373 злева паказана кола з двума ступенямі скорасці. З тае прычыны, што неабходна скарыстаць заданае змяншэнне ціску (напрыклад ад 20 да 0,05 *ат*), то прыходзіцца прадугледжваць некалькі ступеней змяншэння ціску. Пара пераходзіць з двухступенчатага к о ла (злева) у многаступенчатую частку нізкага ціску (справа) і паспявае перад выхадам з машыны магчыма больш поўна ператварыць сваю энергію ў механічную работу.

Рыс. 373. Маласту пенчатая турбіна.

Атрымліваемая магутнасць залежыць ад тангенцыяльнай скорасці ўваходу пары ў лапатачнае кола турбіны і ад акружнай скорасці саміх лапатак.

Паніжэнне ціску насычанае пары. Павышэнне пункту кіпення, паніжэнне пункту замярзання растворaў. Да гэтага часу шла гутарка аб ціску насычанае пары, пункце, кіпення, пункце замярзання х і м і ч н а ч ы с т а й вадкасці. Аднак ціск пары, пункты кіпення і замярзання р а с т в о р а ў з'яўляюцца асабліва цікавымі, бо яны і с т о т н ы м ч ы н а м характарызуюць сутнасць раствора. Гэтая вобласць належыць да фізічнай хіміі і толькі там можа быць выкладзена з вычарпальнай паўнатою; але з прычыны надзвычайнай яе важнасці аб асноўных яе рысах трэба сказаць і тут.

Насычаная пара некаторай вадкасці мае пры данай тэмпературы нейкі пэўны

ціск; вадкасць кіпіць пры 1 *ат* пры пэўнай тэмпературы. Таксама і тэмпература яе замярзання пэўная. Але ціск насычанае пары, тэмпература кіпення і зацвердзяванне вадкасці змяняюцца, калі ў ёй растворана якая-небудзь матэрыя. Змены выяўляюцца ў наступным: 1) насычаная пара над растворам мае меншы ціск, чым насычаная пара над чыстым растваральнікам пры той самай тэмпературы; 2) раствор кіпіць пры больш высокай тэмпературы і 3) зацвердзявае пры больш нізкай тэмпературы, чым чысты растваральнік. Гэтыя змены колькасна залежаць ад зместу растворанае матэрыі ў растворы, г. зн. ад канцэнтрацыі апошняга.

Наогул павышэнне пункту кіпення і панiжэнне пункту зацвердзявання прапарцыянальна канцэнтрацыі (прынамсі не ў вельмі моцных растворах); напрыклад пры іншых роўных умовах у 2 проц. раствора цукру змены ўдвая большыя, чым у 1 проц.

Вызначэнне малекулярнае вагі паводле Рауля. Звычайнымі метадамі (па вызначэнні шчыльнасці пары, гл. стар. 433) немагчыма вызначыць малекулярную вагу матэрый, якія раскладаюцца пры выпарэнні; у гэтым выпадку можна ўжываць метад Рауля, аснаваны на паніжэнні пункту замярзання растваральніка, у якім растворана даная матэрыя. Метад Рауля для вызначэння малекулярнае вагі ў сучасны момант адзін з найбольш пашыраных.

Ён ужываецца толькі ў адносінах да слабых раствораў і толькі з такімі растворамі, якія не змяняюць матэрыю хімічна, г. зн. усяго толькі растваряюць яе, як вада цукер. (Гэты метад не прыгодны для „электралітаў“ (солей, асноў і кіслот), малекулы якіх расшчапляюцца пры растварэнні). Між колькасцю растворанае матэрыі, колькасцю растваральніка, паніжэннем пункту замярзаная, абумоўленым растварэннем, і малекулярнаю вагою матэрыі існуюць пэўныя суадносіны.

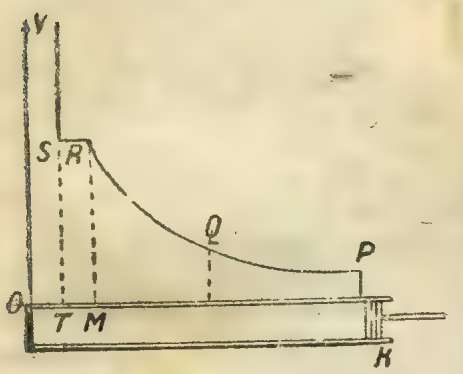
Паніжэнне пункту замярзання раствору прапарцыянальна колькасці растворанае матэрыі; напрыклад у 100 *г* растваральніка 1 *г* матэрыі выклікае ўдвая большае паніжэнне, чым 0,5 г. Далей: паніжэнне адваротна прапарцыянальна колькасці растваральніка; напрыклад 1 *г* матэрыі выклікае ў 100 *г* растваральніка ўдвая большае паніжэнне, чым у 200 *г*. Дзякуючы гэтым суадносінам можна, вызначыўшы паніжэнне (Δt), абумоўленае якой-небудзь колькасцю (α грамаў матэрыі, растворанага у Q грамах растваральніка), вылічыць, якое было-б паніжэнне, выклікаемае растворнасцю 1 *г* матэрыі ў 100 *г* растваральніка. Яно роўна, як відаць, $\frac{\Delta t}{\alpha}\cdot\frac{Q}{100}$. Паніжэнне, разлічанае на 1 *г* матэрыі ў 100 *г* стваральніка, Рауль называе прыведзеным паніжэннем пункту замярзання; між прыведзеным паніжэннем пункту замярзання і малекулярнаю вагою растворанае матэрыі існуе пэўная залежнасць, якая дае магчымасць скарыстаць гэтыя з'явы для абгрунтавання метаду вызначэння малекулярных вагаў. Сутнасць метаду заключаецца ў палажэнні, эмпірычна знойдзеным Раулам і Копе: калі ў аднолькавых колькасцях аднаго і таго самага растваральніка растворацы дзве матэрыі ў колькасцях, прапарцыянальных іх малекулярным вагам, то абодва растворы выяўляюць аднолькавае паніжэнне пункту замярзання. Няхай напрыклад у даным растваральніку растворана па адной грам-малекуле двух матэрый, г. зн. адпаведна M грамаў першай і m грамаў другой, калі M і m—іх малекулярныя вагі; у такім выпадку пункты замярзання ў абодвух растворах панізяцца аднолькава. Назавем гэта паніжэнне τ.

З тае прычыны, што паніжэнне τ выклікана M грамамі, то 1 *г* гэтае матэрыі выклікаў-бы паніжэнне $\tau_M = \frac{\tau}{M}$, а 1 *г* другой матэрыі—паніжэнне $\tau_m = \frac{\tau}{m}$. Інакш кажучы: прыведзеныя паніжэнні пункту замярзання, выкліканыя двума матэрыям ў адным і тым самым растваральніку пры іншых роўных умовах, адносяцца адваротна малекулярным вагам абодвух матэрый: $\frac{\tau_M}{\tau_m} = \frac{m}{M}$. Значыць, калі вядома прыведзенае паніжэнне пункту замярзання τ_m, выкліканае матэрыяй з вядомай малекулярнай вагою m у пэўным растваральніку, то можна вызначыць невядомыя малекулярныя вагі іншых матэрый,—назавем іх M_1 і M_2...—вымяраючы прыведзеныя паніжэнні пункту замярзання τ_{M_1}, τ_{M_2}..., якія гэтыя матэрыі выклікаюць у тым-жа растваральніку. Тады для вылічэння малекулярных вагаў M_1, M_2... маем роўнасці:

$$M_1 = \frac{m\cdot\tau_m}{\tau_{M_1}},\quad M_2 = \frac{m\cdot\tau_m}{\tau_{M_2}}\ldots \text{ і г. д.}$$

Велічыня $m \cdot \tau_m$, здабытак ад множання прыведзенага паніжэння пункту замярзання і малекулярнай вагі а д н о й і т о й с а м а й матэрыі ў п э ў н ы м растваральніку, ёсць велічыня пастаянная для д а н а г а растваральніка. Яе прыходзіцца вызначаць для кожнага растваральніка пры дапамозе матэрый з в я д о м а й ужо малекулярнай вагою эмпірычным шляхам. Гэта пастаянная роўна пры 100 г растваральніка для вады 18,5, для бензола 51, ледзяной воцатнай кіслаты 39, мураўінай кіслаты 28. Калі абазначыць гэту велічыню C, то суадносіны між малекулярнаю вагою матэрыі і выкліканым яе прысутнасцю прыведзеным паніжэннем пункту замярзання прыме выгляд: $M\tau_M = C$.

Перагрэтая пара. Звадкаванне газаў. Да гэтага часу гутарка ішла амаль выключна аб н а с ы ч а н а й пары, пара заўсёды была ў роўнавазе са сваёй вадкасцю; інакш кажучы, вадкасці заўсёды быў лішак і пры дадатковым прытоку цеплыні новыя порцыі вадкасці пераходзілі ў пару. Што-ж адбудзецца, калі напрыклад у доследзе з тарычэлевай пустатой, апісаным вышэй (рыс. 366), у вакуум уведзена так мала вадкасці, што пры данай тэмпературы яна ў с я выпарыцца? Калі вадкасці я к р а з д а с т а т к о в а, каб насыціць прастору параю, г. зн., калі яна ц а л к а м выпарыцца, то далейшае павялічэнне колькасці пары будзе немагчыма. Павялічым прастору, занятую, параю, не мяняючы яе тэмпературы. Размяркоўваючыся на большы аб'ём наша пара будзе ўтвараць меншы ціск, чым гэта мела-б месца пры той самай тэмпературы для пары, насычаючай прастору. Такім чынам прастора змяшчае менш пары, чым магла-б,—значыць яна н е н а с ы ч а н а. Пара, якая знаходзіцца пры такіх умовах, мае назву н е н а с ы ч а н а й або п е р а г р э т а й. Перагрэтая пара падпарадкавана, хоць і не дакладна, закону Бойля Марыота: яе ціск павышаецца (паніжаецца) пры змяншэнні (павелічэнні) займаемага ёю аб'ёму. Калі-ж аб'ём зменшыцца н а с т о л ь к і, што пара яго зможа насыціць,—мяркуецца, што тэмпература ўвесь час пастаянная,—то пара кандэнсуецца, і тады ціск яе перастае ўзрастаць, не гледзячы на не спыняемае змяншэнне аб'ёму: яна зноў судатыкаецца з вадкасцю і з'яўляецца насычанай параю. Адсюль бачна, што перагрэтая пара прыбліжаецца па ўласцівасцях да газаў. Чым больш яна перагрэта, тым больш адзначанае падабенства. Можна сказаць, што г а з ы — г э т а п е р а г р э т а я п а р а.



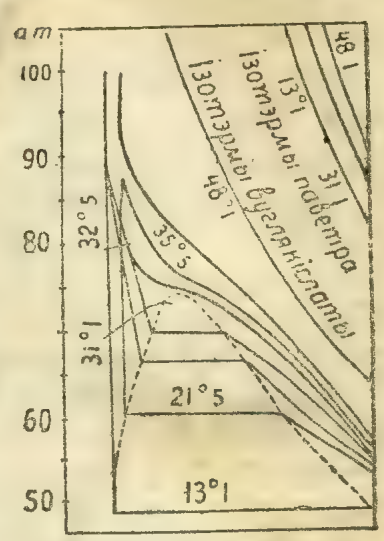
Рыс. 374. Дыяграма для насычанае і перагрэтае пары.

Паводзіны пары пры змене ціску можна паясніць графічна (рыс. 374). Перагрэтая пара напаўняе цыліндрычную судзіну, замкнутую з аднаго боку цвёрдым дном O, з другога—шчыльна ўстаўленым рухомым поршнем K. Падтрымліваючы цыліндр пры пастаннай тэмпературы, будзем паступова ўсоўваць поршань і змяншаць аб'ём пары. Няхай адлегласць ад поршня да дна цыліндра O, прапарцыянальная аб'ёму пары, з'яўляецца абсцысай, а ціск, адпаведны кожнаму палажэнню поршня,—ардынатай.

Наглядаем наступнае: адпаведныя значэнні p і v—ціску і аб'ёму—утвараюць (амаль правільна) роўнабочную гіпербалу PQR, як на рыс. 194, да таго часу, пакуль аб'ём і адпаведны ціск не прымуць пэўнай велічыні (палажэнне поршня ў M). Строга кажучы паблізу пункту M адхіленні ад роўнабочнай гіпербалы ро-

бяцца вельмі значнымі. Пачынаючы адсюль, ціск застаецца пастаянным (частка *RS*), не гледзячы на далейшае змяншэнне аб'ёму: пара кандэнсуецца, і гэта цягнецца датуль, пакуль поршань не дойдзе да *T* і ў цыліндры акажацца толькі вадкасць. З гэтага моманту ўжо для самага мізэрнага перамяшчэння поршня неабходна значнае павелічэнне ціску, у адпаведнасці з малой сціскальнасцю вадкасці (частка *SU*). Крывая стану *PQRSU* належыць да некаторай пэўнай выбранай тэмпературы; калі дослед паўтарыць пры больш высокай тэмпературы, то атрымаецца другая, але падобная крывая. Толькі прамалінейны адрэзак зробіцца, карацейшым, бо кандэнсацыя пачнецца толькі пры больш высокім ціску і большай шчыльнасці (меншым аб'ёме) пары.

Калі газы сапраўды з'яўляюцца перагрэтаю параю, то яны павінны быць здольнымі кандэнсавацца, калі шляхам ахаладжання або ціску іх прывесці ў стан насычанае пары. У сапраўднасці яно так і ёсць. Вадзяная пара ператвараецца ў ваду, як толькі яе аб'ём становіцца меншы, чым тая прастора, якую яна можа насыціць пры данай тэмпературы. Гэта змяншэнне аб'ёму магло быць дасягнута сціскáннем пары або паніжэннем яе тэмпературы. Калі пара насычана, то звадкаванне пачынаецца адразу-ж, калі яна перагрэта, то яе трэба ахаладзіць, каб яна наблізілася да граніцы насычэння, або сціснуць, прымусіўшы яе заняць аб'ём меншы за таго, які яна можа насыціць, або нарэшце камбінаваць сціск і ахаладжанне. Многія газы, калі іх моцна сціснуць, то нават пры звычайнай тэмпературы пачынаюць насычаць прастору і паступова звадкоўвацца, падобна да перагрэтай вадзяной пары. Яшчэ лягчэй іх звадкаваць пры дапамозе ахаладжання. Фарадэй атрымаў у вадкім выглядзе пры ціску, нават некалькі меншым за атмасферны, толькі ахаладжаннем да −110°: хлор, цыян, аміяк, серкавадарод, хлорысты, ёдысты і бромісты вадарод, закіс азота і вуглекіслату; адным павышэннем ціску пры тэмпературах крыху ніжэй 0° ён атрымаў вадкія этылен, вуглекіслату, закіс азота, хлорысты вадарод, серкавадарод і мыш'яковісты вадарод.



Рыс. 375. Крывыя стаяны вуглекіслаты пры розных станах тэмпературы.

Крытычная тэмпература. Аднак адсюль нельга зрабіць вывад, што газ можна кандэнсаваць пры любой тэмпературы адным толькі дадаткова вялікім сціскам. Некалькі „перманентных" (пастаянных) газаў (вадарод, азот, кісларод, а значыць і паветра, вокіс азота, вокіс вугляроду, метан) пры звычайнай тэмпературы вытрымлівалі, не звадкоўваючыся, ціск да 3600 *am* (Натэрэр). Даследванні Эндр'юса (1869) унеслі яснасць у гэта пытанне. Эндр'юс вывучаў залежнасць аб'ёму ад ціску для вуглекіслаты пры розных тэмпературах. Вуглекіслата—газ, які лёгка падаецца звадкаванню. На ізатэрмічных крывых стану (рыс. 375) бачна прамалінейная частка, паралельная восі абсцыс, якая паказвае вобласць насычэння вуглекіслаты. У гэтай вобласці газападобная вуглекіслата існуе з вадкай, і значыць ардыната прамалінейнай часткі па-

казвае, якому ціску пры тэмпературы доследу павінен падпадаць вуглекіслы га з, каб ператварыць яго ў вадкі стан. Чым $\frac{\text{ніжэй}}{\text{вышэй}}$ тэмпература, тым $\frac{\text{меншы}}{\text{большы}}$ ціск для гэтага неабходна і тым $\frac{\text{даўжэйшы}}{\text{карацейшы}}$ прамалінейны адрэзак. Пры некаторай пэўнай тэмпературы (31,0°) ён зусім знікае. Пры гэтай тэмпературы такім чынам мы можам як хочам павышаць ціск, не дасягаючы насычэння. Пры больш высокіх тэмпературах змена ціску са зменаю аб'ёму адбываецца яшчэ больш плаўна, г. зн. крывая стану вуглекіслаты ўсё больш і больш набліжаецца паводле формы да гіпербалы, якая выражае паводзіны дасканалага газу, Пры 48° напрыклад на ізатэрме вуглекіслаты нельга заўважыць нават слядоў той гарызантальнай вобласці, які адпавядае звадкаванню.

Такім чынам на прыкладзе вуглекіслаты мы бачым, што існуе некаторая пэўная тэмпература, вышэй якой ніякім ціскам нельга ператварыць газ у вадкасць. Гэта тэмпература называецца крытычнай. Калі газ ахалоджан да гэтай тэмпературы, то мы можам звадкаваць яго, калі падбярэм адпаведны ціск, які называецца крытычным ціскам. Адпаведны аб'ём мае назву крытычнага аб'ёму. Пры тэмпературы ніжэй крытычнай можна дабіцца звадкавання газу, ужываючы і меншыя ціскі. Пры тэмпературы вышэй крытычнай—звадкаванне наогул немагчыма. Значыць існуе зусім абмежаваная вобласць тэмператур і ціскаў, унутры якога магчыма саіснаванне газападобнай і вадкай фазы. На рыс. 375 вобласць гэта для вуглекіслаты паказана пунктырнай лініяй. Каардынаты вышэй пункту гэтай лініі адпавядаюць крытычнаму ціску і крытычнаму аб'ёму; ізатэрма, якая праходзіць праз гэты пункт, адпавядае крытычнай тэмпературы. Вучэнне аб крытычнай тэмпературы робіць зразумелым асаблівасці, якія выяўляюць некаторыя „перманентныя" газы. Няўдачная спроба іх звадкавання, не гледзячы на ўжыванне вялікіх ціскаў, аб'ясняецца тым, што тэмпература, пры якой праводзіўся вопыт, была значна вышэй за крытычную тэмпературу гэтых газаў. Ахаладжаючы іх папярэдне да дастаткова нізкай тэмпературы, удалося ўсе газы ператварыць у вадкі стан. Труднасці, звязаныя з гэтай работай, абумоўліваюцца вельмі нізкімі значэннямі крытычнай тэмпературы гэтых газаў. У той час, як крытычная тэмпература вуглекіслаты знаходзіцца пры + 31°, крытычная тэмпература кісларода роўна — 119°, азота—147°, вадарода—240° і гелія—268°. Такім чынам такі дасканалы газ, як напрыклад гелій, пры надта нізкай тэмпературы паводле сваіх уласцівасцей не адрозніваецца ад вадкасці, а тыповая вадкасць—напрыклад, вада—пры дастаткова высокай тэмпературы мае ўсе ўласцівасці дасканалага газу. Крытычная тэмпература для вады (вадзяной пары) знаходзіцца пры + 374° і ёй адпавядае крытычны ціск 224,2 *ат*. Вышэй гэтай тэмпературы вада ёсць „перманентны" газ.

Практычныя метады звадкавання газаў. Для кандэнсацыі газаў патрэбны спецыяльныя прыстасаванні, якія павялічваюць

ціск і паніжаюць тэмпературу. Каньярдэля Тур і Фарадэй здабывалі газы, падлягаючыя кандэнсацыі, хімічным спосабам у тоўстасценных шкляных трубках; газы развівалі пры гэтым надта моцны ціск і ўрэшце звадкоўваліся, асабліва калі сціснуты газ ахалоджваўся таючым лёдам або халадзільнай сумессю. Вельмі высокія ціскі атрымліваюцца з дапамогаю нагнятальных насосаў; для атрымання тэхнічнай вадкай і цвёрдай вуглекіслаты, газ напампоўваецца ў тоўстасценны чыгунны балон. Калі ціск насычэння будзе дасягнуты (пры 15° ён роўны 50 *am*, пры 20°—57 *am* і. г. д.), лішак вуглекіслаты, што паступае ў балон, звадкоўваецца, бо прастора ўжо насычана. Калі адкрыць балон, адлучаны ад насоса, то вадкая вуглекіслата раптоўна аказваецца пад адным толькі атмасферным ціскам; яна выпараецца і прытым так імпэтна, што частка яе ацвердзявае, бо цеплыню выпарэння вуглекіслата бярэ з уласнага свайго цеплавога запасу. Калі выпускаць пры гэтым вуглекіслату скрозь сіта, то цвёрдая вуглекіслата застаецца на апошнім. Цвёрдая вуглекіслата—снежна-белая маса; вадкая—празрыста, як вада пры 15° (яе ўдзельная вага роўна 0,86). Пункт кіпення вуглекіслаты (пры атмасферным ціску)—78,5°. Цвёрдая вуглекіслата даволі моцна сублімуе. Пункт яе сублімацыі ляжыць ніжэй пункта плаўлення, г. зн. пры тэмпературы плаўлення пругкасць пары цвёрдай вуглекіслаты больш атмасфернай. З гэтай прычыны пры атмасферным ціску вуглекіслата можа быць або цвёрдай або газападобнай. Для таго каб мець вуглекіслату ў вадкім стане, неабходна, каб яна падпала значнаму ціску, для гэтага прыходзіцца захоўваць яе ў трывалых закрытых судзінах (стальныя балоны—для вялікіх колькасцей, тоўстасценныя шкляныя судзіны—для малых).

Сумесь цвёрдай вуглекіслаты з эфірам або спіртам з'яўляецца добрай ахаладжальнай сумессю, бо яна даволі шпарка выпарваецца, ахаладжваючыся з прычыны гэтага прыкладна да—70°. Калі паскорыць выпарэнне, адпампоўваючы пару насосам, то тэмпература падае да—115°.

Для ператварэння ў вадкасць „перманентных" газаў неабходна ахаладзіць іх значна ніжэй звычайнай тэмпературы. Для гэтай мэты ў тэхніцы звадкавання газаў ужываюць каскадны метад (Піктэ, 1878): пры дапамозе належнай ахаладжальнай сумесі сціскаюць які-небудзь лёгка кандэнсуемы газ (напрыклад SO_2); атрыманай вадкасцю, якая кіпіць пры бесперарыўным адпампоўванні, ахаладжаюць другі трудней кандэнсуемы газ ніжэй крытычнай тэмпературы і звадкоўваюць яго. Гэтай вадкасцю карыстаюцца для ахалоджання трэцяга газу і г. д. Такім метадам Піктэ першы атрымаў вялікія колькасці вадкага кіслароду. Звадкаванне малых колькасцей кіслароду і азоту ўдалося яшчэ некалькі раней Кайетэ.

Пераварот у тэхніцы атрымання вадкіх газаў зрабіў метад Ліндэ (1895). Ліндэ скарыстаў у якасці ахаладжальніка струмень газу, тэмпература якога паніжаецца з прычыны расшырэння. Калі газу, які сціснуты да высокага ціску, даць магчымасць расшырыцца, то тэмпература яго пры гэтым панізіцца, бо частка

цеплавой энергіі патраціцца на работу аддалення газавых часцінак адна ад аднае. Каб зразумець гэту з'яву, трэба разгледзіць выдатны вопыт Джоуля-Тамсона (1845), які мае вялізнае тэарэтычнае і практычнае значэнне ў вучэнні аб газах.

Вопыт Джоуля-Тамсона. Калі газ, які знаходзіцца ў якой-небудзь судзіне, прымусіць расшырацца (пераходзіць у суседнюю судзіну з меншым ціскам), то адбываецца даволі складаныя з'явы. Пакуль газ цячэ з аднае судзіны ў другую, мы маем справу са струменем газу, які мае пэўную энергію. Гэта кінетычная энергія правільнага патоку можа быць запазычана толькі з кінетычнай энергіі беспарадкавага цеплавога руху, у якім знаходзіліся малекулы газу ў пачатку вопыту. Натуральна, што пакуль адбываецца перацяканне, газ ахаладжаецца, бо кінетычная энергія цеплавога руху перайшла ў іншы від. Аднак урэшце цячэнне газу спыніцца і кінетычная энергія патоку зноў пяройдзе ў кінетычную энергію цеплавога руху ў цяпло. Адзіным рэзультатам працэсу будзе павелічэнне аб'ёму газу.

Ці зменшыцца з прычыны гэтага цеплавая энергія газу, г. зн. ці пяройдзе яна ў які-небудзь іншы від энергіі? Для ідэальнага газу, г. зн. для такога, між малекуламі якога не дзейнічаюць сілы счаплення, адлегласць між малекуламі не ўплывае на запас унутранай энергіі, бо патэнцыяльная энергія часцінак такога газу роўна нулю пры ўсякай адлегласці між часцінкамі. Такім чынам для ідэальнага газу адзначанае расшырэнне не павінна суправаджацца ніякімі зменамі тэмпературы. Для газаў-жа, паміж малекуламі якіх дзейнічаюць сілы прыцяжэння, магчыма змена патэнцыяльнай энергіі пры змене адлегласці паміж часцінкамі. Пры расшырэнні газу адлегласць павялічваецца, значыць павялічваецца і патэнцыяльная энергія; гэта павелічэнне адбываецца вядома за кошт эквівалентнага змяншэння цеплавой энергіі газу: рэальны газ павінен ахаладжацца пры расшырэнні. Непасрэднае нагляданне гэтага ахалоджання пры вопыце, падобным вышэйапісанаму, было-б трудным, бо памылкі наглядання маглі-б маскіраваць эфект. Галоўнай прычынай затрудненняў з'явілася-б малая цеплаёмістасць газу, які знаходзіцца ў судзіне, у параўнанні з цеплаёмістасцю самой судзіны. В. Тамсон прыдумаў аднак відазмену гэтага вопыту, не маючую адзначаных недахопаў, якая і была здзейснена ім супольна з Джоулем.

У вопыце Джоуля Тамсона газ працякае павольна скрозь шчыльную пористую перагародку (корак з прэсаванага шоўку) або праз вузкую адтуліну (дросель) з адной часткі прыбора, дзе ёсць высокі ціск, у частку з меншым ціскам. З прычыны павольнасці цячэння не бывае ахалоджання і награвання, звязаных з утварэннем і зніканнем струменяў; апрача таго можна здзейсніць працяжнае перацяканне, г. зн. мець справу з вялікай масай газу пры малых размерах прыбора. Два чуллівыя тэрмометры да і пасля корка даюць магчымасць меркаваць аб магчымых зменах тэмпературы газу, а добрая цеплавая ізаляцыя ўсяго прыбора ахоўвае газ ад выпадковых абменаў цеплынёй з акружаючым. Пры вопыце Джоуля-Тамсона ў наяўнасці два працэсы (1 і 2), якія можна назваць працэсамі, што суправаджаюцца знешняй і ўнутранай работай.

1. Кожны грам газу, займаючы перад коркам аб'ём v_1 пры ціску p_1, прайшоўшы праз корак, зойме аб'ём v_2 пры ціску p_2. Пры гэтым ім выконваецца знешняя работа $W_e = v_2p_2 - v_1p_1$. (Пар. стар. 392).

2. Калі між часцінкамі газу дзейнічаюць сілы счаплення, то газ, расшыраючыся выконвае ўнутраную работу проціў унутраных сіл счаплення, роўную $W_a = E_2 - E_1$, калі E_2 — патэнцыяльная энергія часцінак у аб'ёме v_2 пры ціску p_2 (за коркам), а E_1 — патэнцыяльная энергія тых-жа часцінак у аб'ёме v_1 пры ціску p_1 (да корка).

Поўная работа, якую выконвае газ пры вопыце, ёсць:

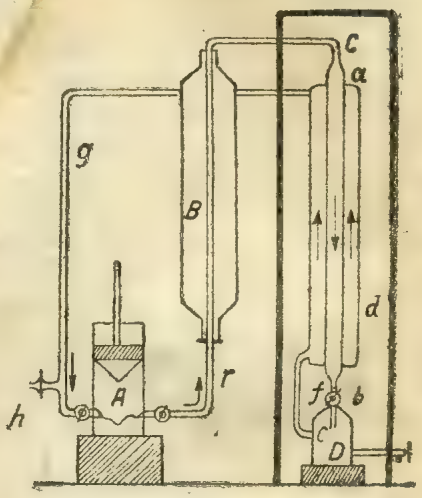
$$W_e + W_a = (v_2p_2 - v_1p_1) + (E_2 - E_1).$$

З тае прычыны, што гэта работа выконваецца за кошт унутранай цеплавой энергіі газу, то знойдзеная велічыня дае магчымасць меркаваць аб змене тэмпературы газу. Для ідэальнага газу, як відаць, $v_2p_2 - v_1p_1 = 0$ (закон Бойля-Марыота) і $E_2 - E_1 = 0$ (з прычыны адсутнасці сіл счаплення). З гэтае прычыны $W_e + W_a = 0$. Такім чынам для ідэальнага газу ў вопыце Джоуля-Тамсона не адбылося-б ніякіх змен тэмпературы. У вопыце з рэальным газам $W_e + W_a$ можа быць як

дадатнае, так і адмоўнае, у залежнасці ад таго, ці будзе $p_2v_2 - p_1v_1$ дадатнае ці адмоўнае. Той або іншы знак $p_2v_2 - p_1v_1$ залежыць ад ходу змены аб'ёму з ціскам, і для аднаго і таго самага газу пры розных тэмпературах можа быць розны. Для большасці газаў гэта велічыня дадатная ўжо пры хатняй і больш нізкіх тэмпературах. Для вадарода і гелія яна адмоўная пры звычайных тэмпературах і прымае дадатныя значэнні толькі пры дастатковым ахаладжэнні (—80° для вадарода, каля—200° для гелія).

Такім чынам у залежнасці ад пачатковай тэмпературы газ у вопыце Джоуля-Тамсона можа награвацца або ахаладжацца. Гэта змена ў напрамку працэса называецца інверсіяй, а адпаведная тэмпература—тэмпературай інверсіі. Наглядаючы змену тэмпературы газу і ведаючы закон змены, які звязвае p і v, мы можам пераканацца, што велічыня $E_2—E_1$ заўсёды дадатная, як і трэба чакаць, калі між часцінкамі газу існуе ўзаемнае прыцяжэнне. Такім чынам вопыт Джоуля Тамсона можа разглядацца, як непасрэдна эксперыментальны довад існавання сіл узаемнага прыцяжэння між часцінкамі рэальных газаў, і ў гэтым яго вялікая прынцыповая важнасць.

З другога боку, гэты вопыт дае ў нашы рукі сродак выклікаць значна ахаладжэнне газу, карыстаючыся чыста малекулярнымі працэсамі. Калі даць магчымасць газу, які знаходзіцца ніжэй пункту інверсіі, расшырыцца, то тэмпература яго павінна ўпасці з прычыны эфекту Джоуля-Тамсона. Вопыт паказвае, што паветра напрыклад ахаладжаецца пры гэтым на 0,262° пры паніжэнні ціску на 1 *am*, а вуглякіслата нават на 1,95°. Апрача таго паніжэнне тэмпературы прыблізна прапарцыянальна змене ціску. Такім чынам паветра, якое сціснута да 200 *am* і змяншае свой ціск да 20 *am*, ахаладжаецца прыкладна на 50°.

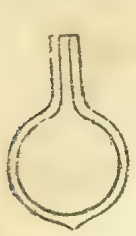


Рыс. 376. Халадзільная машына Ліндэ.

Машына Ліндэ. Карыстаючыся эфектам Джоуля-Тамсона, можна выклікаць ахаладжэнне газу на некалькі дзесяткаў градусаў. Аднак гэтага ахаладжэння недастаткова для кандэнсацыі паветра і іншых перманентных газаў. Ліндэ здзейсніў гэту кандэнсацыю пры дапамозе сустрэчных токаў: ён адводзіць ахалоджанае паветра па трубах, унутры якіх праходзяць трубы, што падаюць сціснутае паветра. Такім чынам паветра атрымлівае папярэдняе ахаладжэнне і пасля расшырэння аказваецца яшчэ халаднейшым. Працягваючы гэты працэс, можна дасягнуць звадкавання паветра.

На рыс. 376 паказана машына з сустрэчнымі токамі ў схематычным выглядзе: *C*—трубка з двайнымі сценкамі, у якіх праходзяць адно міма аднаго паветра, якое ўжо расшырылася і ахаладзілася, і паветра яшчэ сціснутае (для павелічэння даўжыні шляху гэтай трубцы звычайна надаюць форму спіральнага змеявіка. *A*—насос, які падтрымлівае цыркуляцыю паветра ў сістэме *C*. Насос насасвае паветра праз *h*, сціскае яго і нагняе праз *r* ва ўнутраную трубку апарата *C*, у халадзільніку *B* з праточнай вадой паветра траціць цеплыню, набытую ім пры сціскванні. Клапан *b* на канцы адкрываецца ў бок рэзервуара і знешняй трубкі апарата, звязанай з адпампоўвальнай часткаю насоса. Як толькі ўстанаўліваецца належная розніца ў цісках між нагнятаемай і адпампоўвальнай часткамі (200 *am* у першай і каля 20 *am* у другой),—*b* адкрываецца; праходзячы праз *b*, паветра расшыраецца і ахаладжаецца. Ахаладзіўшыся, яно праходзіць па знешняй трубцы апарата да насоса *A*, ахаладжаючы адначасна з гэтым паветра ва ўнутранай трубцы, якая накіроўваецца да клапана *b*; дайшоўшы да насоса *A*, яно зноў сціскаецца і паўтарае свой цыкл.

Звадкаванне паветра ў *D* пачынаецца тады, калі паветра шляхам паслядоўных ахалоджанняў даведзена да тэмпературы, пры якой ціск у *D* (20 *at*) адпавядае насычэнню. Да пачатку кандэнсацыі ў трубах цыркулюе адна і тая-ж порцыя паветра, пасля таго ўводзіцца новая порцыя сціснутага паветра, замест скандэнсаванага. Праз некаторы час устанаўліваецца стацыянарны стан: калі паніжэнне тэмпературы з прычыны расшырэння ўроўнаважваецца няўхільным прытокам цеплыні звне і цеплынёй, якая вызваляецца пры кандэнсацыі. У стацыянарным стане ў *D* накапліваецца вадкае паветра, колькасць якога залежыць ад памераў машыны ад $^3/_4$ (да 100 *л* у гадзіну). Паводле спосабу Ліндэ можна звадкоўваць паветра, не ахалоджваючы яго папярэдне; але спосаб гэты непрыгодны для вадарода, які, як ужо адзначалася, пры звычайнай тэмпературы награваецца пры працэсе Джоуля-Тамсона. Кандэнсацыя вадарода (паводле метаду Ліндэ) удаецца, калі яго пасля сціску ахаладзіць папярэдне вадкім паветрам і затым даць яму расшырыцца і накіраваць, як звычайна, „сустрэчным патокам" (Дзюар, 1898). Вадкі вадарод кіпіць пры атмасферным ціску пры—253°. Калі ціск зменшыць, то можна дасягнуць тэмпературы да—259°, пры якой вадарод зацвердзявае. Гелій таксама ўдаецца кандэнсаваць паводле метаду Ліндэ, толькі моцна яго ахаладзіўшы, бо ён награваецца пры працэсе Джоуля-Тамсона не толькі пры хатняй тэмпературы, але і пры тэмпературы вадкага паветра. Для атрымання гелія ў вадкім выглядзе яго прыходзіцца ахаладжаць вадкім вадародам (Камерлінг-Онес, 1908. Такім чынам для атрымання вадкага вадарода і вадкага гелія прыходзіцца камбінаваць метад Ліндэ з каскадным метадам Піктэ. Гелій кіпіць пры атмасферным ціску пры—269°. Змяншаючы ціск яго пары, Камерлінг-Онес дасягнуў—272,3°, найбольш нізкую тэмпературу, да гэтага часу атрыманую, якая адрозніваецца ад абсалютнага нуля толькі на 0,9°. Зусім нядаўна Кеезому ўдалося атрымаць цвёрды гелій, для чаго аказалася неабходным адначасна з ахалоджаннем утварыць на гелій значны ціск. Пры ціску 25 *at* і тэмпературы 1,2° *abs.* гелій зацвердзявае.



Рыс. 377. Судзіна Дзюара.

Кандэнсаваныя газы захоўваюцца ў судзінах (рыс. 377), шкляных або металічных, з двайнымі сценкамі (Вейнгольд, Дзюар). З прасторы між сценкамі выпампавана паветра, а сценкі пакрыты серабром, каб па магчымасці перашкодзіць цеплавому абмену канвекцый (стар. 458) і прамяняваннем між вадкасцю і навакольным асяроддзем. Вузкае горлышка судзіны апрача таго затрудняе выпарэнне. У гэтых судзінах вадкае паветра можа захоўвацца на працягу некалькі гадзін і нават сутак пры атмасферным ціску, хоць яго тэмпература роўна—190°. Азот выпараецца з яго шпарчэй, чым кісларод (пункт кіпення азота—196°, кісларода—183°), з гэтае прычыны колькасць кісларода ў вадкім паветры з цягам часу павялічваецца. У 100 частках толькі што атрыманага вадкага паветра знаходзіцца 23 проц. кісларода; калі засталося толькі 90 частак, то кісларод складае у іх 37,5 проц., а ў 10 частках астачы—нават 77 проц.

Цеплыня выпарэння. Яе вымярэнне. Цеплыню, якая затрачваецца пры выпарэнні і зварочваецца пры кандэнсацыі, скарыстоўваюць у тэхніцы разнастайным парадкам (скарыстанне вадзяной пары для ацяплення і варкі, выпарвальнага аміяка—для ахаладжэння ў халадзільных машынах). Эфект тым больш значны, чым больш цяплыні вызваляецца або звязваецца пры пераходзе матэрыі з аднаго агрэгатнага стану ў другі. З гэтае прычыны важна ведаць цяплыню выпарэння, г. зн. лік калорый, паглынаемых 1 *г* вадкасці, калі яна пераходзіць у пару пры кіпенні пад ціскам 760 *мм*. Цеплыня выпарэння вады—гэта тая колькасць цеплыні, якая затрачваецца для ператварэння 1 *г* вады пры 100° у пару пры 100°, або інакш кажучы, тая, якая аддае 1 *г* вадзяное пары, кандэнсуючыся пры 100°; гэта велічыня роўна 539,1 *кал*; яна большая, чым у якой-небудзь іншай вадкасці (у спірце напрыклад яна 210, у эфіры 85).

Цеплыню выпарэння можна вымерыць, прапускаючы пару па змеявіку, апушчанаму ў ваду каларыметра; кандэнсуючыся, пара аддае сваю скрытую цеплыню L вадзе, якая награваецца. Ведаючы колькасць вады ў каларыметры і павышэнне яе тэмпературы, можна вызначыць колькасць атрыманае каларыметрам цеплыні, а паводле колькасці кандэнсацыйнай вады—колькасць пары, прапушчанай праз змеявік.

Формула для разліку:

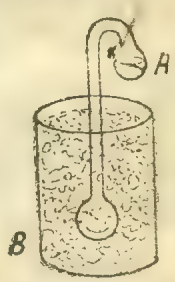
$$mL + m(t - t_1) = (M + \mu)(t_1 - t_0),$$

дзе m—маса кандэнсаванае пары, t—яе тэмпература, t_0 і t_1—пачатковая і канечная тэмпературы каларыметра, M—маса вады ў каларыметры і μ—водны эквівалент яго (параўн. аналагічную формулу для вызначэння скрытай цеплыні таяння). Дакладныя рэзультаты атрымліваюцца пры электрычных метадах вымярэння энергіі, патрэбнай для выпарэння пэўнае колькасці вадкасці. Цеплыня выпарэння L залежыць ад тэмпературы выпарэння: для ўсіх вадкасцей яна змяншаецца пры павышэнні тэмпературы t. Даныя для вады прыведзены ў табліцы.

Пры тэмпературах	$t =$ 30	60	100	140	180	градусаў
Цяплыня выпарэння	$L =$ 579,8	563,4	539,1	511,4	482,7	калорый.

Пры крытычнай тэмпературы (у вады 374°) цеплыня выпарэння заўсёды роўна нулю, бо пры крытычнай тэмпературы няма розніцы паміж вадкасцю і параю, так што выпарэнне не суправаджаецца затратай работы.

Тэхнічныя ўжыванні цеплыні кандэнсацыі і ахаладжання пры выпарэнні. Цеплыню кандэнсацыі вадзяной пары часта ўжываюць у тэхніцы для варкі. Пара пры 100°, якая паступае ў больш халодную ваду, кандэнсуецца; цеплыня, якая пры гэтым вызваляецца, награвае ваду, пакуль яе тэмпература не зраўняецца з тэмпературай пары; тады далейшая кандэнсацыя немагчыма і пара выходзіць з вады. Таксама ў падагравальніку паравога катла: пара, якая выходзіць з паравой машыны накіроўваецца (калі машына без ахаладжання) у ваду падагравальніка і награвае яе папярэдне да паступлення ў паравы кацёл. У паравым ацяпленні выкарыстоўваецца цеплыня, якая вызваляецца пры кандэнсацыі пары ў трубах. Каб павялічыць паверхню выпрамянення цеплыні, трубы ў тых месцах, дзе патрэбна максімальная аддача, злучаюцца з рыфельнымі паверхнямі. Для таго каб захаваць ваду прахаднай, можна скарыстаць паніжэнне тэмпературы з прычыны выпарэння: ваду наліваюць у судзіну з неабпаленай (порыстай) гліны (алькараса); знадворку яна пакрываецца прасачвальнай вадою і ахаладжаецца дзякуючы беспарарыўнаму выпарэнню. Падобным чынам аб'ясняюцца ахаладжанне скуры, пакрытай потам або вадою, эфірам і г. д. і высыхаючай, прахлада ў паветры пасля дажджу і др. Выпарэнне паскараецца і ахаладжанне ўзмацняецца, калі паветра, якое насыцілася пры выпарэнні параю, замяняць свежаю, г. зн., якая змяшчае менш пары; ад гэтага-ж ахаладжае абмахванне веерам і вадкасць, на якую дзмухаюць, астывае хутчэй і г. д.

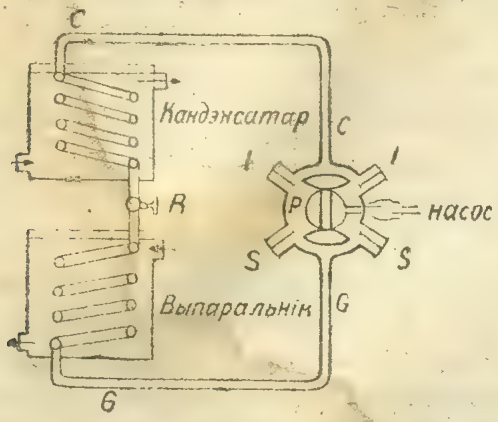


Рыс. 378. Крыафор Валастона.

Пры выпарэнні вады паглынаецца столькі цеплыні (якая пераходзіць у скрыты стан), што вада можа быць замарожана, калі прымусіць яе кіпець пад колакалам паветранага насоса і зараз-жа выдаляць вадзяную пару, напрыклад абсорбуючы яе серкавай кіслатой, каб не дапускаць насычэння прасторы (стар. 409). Таго-ж можна дасягнуць у крыафоры Валастона (рыс. 378). У прыборы толькі знаходзіцца вада, пазбаўленая паветра, і вадзяная пара. Калі ваду пераліць у адзін з шароў A, абкружыць другі шар B ахаладжальнай сумессю, то пара ў гэтым

шары кандэнсуецца; тады ў прасторы *B* акажацца менш пары, чым трэба для яе насычэння, і вада ў другім шары *A* пачне выпарацца, каб насыціць прастору, і прытым з такой скорасцю, што ахалодзіцца да замярзання.

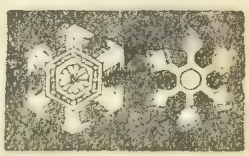
Халадзільныя і лёдаробныя машыны. Для тэхнічных мет карыстаюцца халадзільнікамі і лёдаробнымі машынамі. Кампрэсарная машына Карэ стварае ахалоджанне (да—50°) шляхам выпарэння кандэнсаваных газаў—аміяка, сярністай кіслаты, вуглекіслаты—пры цісках менш за 1 *ат.* Яна складаецца (рыс. 397) з насоса *P*, які сціскае газ; кандэнсатара (сістэма змеявікоў), у якім газ сціскаецца і з „рэфрыжыратара" (выпаральніка), які звязаны з кандэнсатарам дросельным клапанам *R*; гэта—таксама сістэма змеявікоў, у якой адбываецца моцнае выпарэнне кандэнсаванага газу пад малым ціскам, з прычыны чаго трубы рэфрыжэтара моцна ахаладжаюцца. Газ увесь час напампоўваецца насосам, уганяецца ў кандэнсатар, зноў выпараецца ў рэфрыжэратары і г. д. Кандэнсатар абмываецца халоднай вадой, якая паглынае цеплыню сціску, рэфрыжэратар—трудна замаражваемай вадкасцю (раствор солі), якая інтэнсіўна ахаладжаецца, з прычыны судотыку з халоднымі трубамі рэфрыжэратара.



Рыс. 379. Схема халадзільнай машыны.

Ахалоджаны такім спосабам раствор солі праходзіць затым па сістэме труб унутры прасторы, якая падлягае ахалоджанню, адымае ад яе цеплыню і зноў зварочваецца да змеявіка рэфрыжэратара, дзе зноў прымае нізкую тэмпературу і г. д. Для атрымання лёду ў раствор солі апускаюць металічную судзіну з вадою. Калі тэмпература звадкаванага газу перад дросельным клапанам роўна 10°, то работай у 1 *к. с.*-гадзіну можна адняць у кандэнсаванага аміяка 2217 *кг-кал.* Пры вырабе лёду атрымліваюць на 1 *к. с.*-гадзіну ў вялікіх установах каля 30 *кг* лёду, у меншых—каля 20 *кг.* Гэтыя кампрэсарныя халадзільныя машыны прыводзяцца ў дзеянне механічнай работай. Ёсць і іншыя сістэмы халадзільных машын, якія дзейнічаюць на іншым прынцыпе.

Атмасферныя асадкі. Кандэнсацыя вадзяное пары атмасферы выклікае асадкі, якія або адкладаюцца на паверхні зямлі і на цвёрдых прадметах (раса, іней, на маразь, галалёдзіца) або ўтвараюцца ў паветры і падаюць на зямлю (дождж, снег крупкі, град). З прычыны бязупыннага выпарэння ад зямлі ў атмасферу падымаецца вадзяная пара. З гэтае прычыны вадзяная пара з'яўляецца адной з пастаянных састаўных частак атмасферы; колькасць пары ў даным месцы залежыць ад умоў ціску і тэмпературы, а таксама ад ветру, які спрыяе перамешванню пары. Атмасферны ціск, паказваемы барометрам—сукупны ціск паветра і вадзяное пары. Пакуль пара можа заставацца такою ў некаторай вобласці атмасферы, там немагчыма выпадзенне асадкаў. Наогул яна знаходзіцца ў стане перагрэтасці, г. зн. даная вобласці атмасферы магла-бы змяшчаць больш пары, чым ёсць на самай справе. Але калі тэмпература данай вобласці дастаткова панізіцца і наблізіцца да тэмпературы насычэння для данае колькасці пары, то ўжо самае нязначнае далейшае ахалоджанне выклікае кандэнсацыю пары. Тая тэмпература, пры якой пачынаецца кандэнсацыя, мае назву пункта расы. У залежнасці ад колькасці наяўнае вадзяное пары і ад скорасці яе кандэнсацыі асадкі могуць прымаць тую або іншую форму. Адной з прычын ахалоджання з'яўляецца судотык вадзяное пары з халоднымі прадметамі; так узнікаюць уначы раса і іней (падобна да таго, як „запацяваюць" шкляныя або металічныя прадметы, што ўносяць з холаду ў цяпло). Прычына ўтварэння воблакаў і атмасферных асадкаў—амаль выключна ў адыябатным ахалоджанні слаёў паветра, якія падымаюцца ўверх. Туман утвараецца пры судотыку цёплага паветра з халоднай глебай: паветра астывае і адбываецца кандэнсацыя пары, якая ў ім знаходзіцца. Калі сілы паветраных токаў, што падымаюцца ўверх, аказваюцца недастатковымі для падтрымання створаных дробных кропель вады, яны падаюць у выглядзе кропель дажджу (дыяметр кропель бывае ад 0,5 да 7 *мм*) са скорасцю ад 0,5 да 8 *м/сек.* Калі кандэнсацыя адбываецца пры тэмпературы ніжэй нуля, то атрымліваюцца лёдавыя крышталікі снегу і іней; у сняжынак яны згрупаваны


Рыс. 380. Крышталікі снегу.

зоркападобна (рыс. 380). Такім чынам колькасць вадзяное пары над якой-небудзь мясцовасцю непасрэдна ўплывае на тамтэйшае надвор'е. З гэтае прычыны метаралогія вымярае колькасць вадзяное пары ў паветры, каб даведацца, наколькі тэмпература паветра пры ўмовах нагляданння далёка ад пункту расы. А з тае прычыны, што вільготнасць паветра істотна вызначае клімат мясцовасці і ўмовы арганічнага жыцця яе, то вымярэнне вільготнасці, гіграметрыя—мае непасрэдныя адносіны да гігіены.

Гіграметрыя. У чым задача гіграметрыі? Паветра ў пакоі пры адным і тым самым змяшчэнні вадзяное пары здаецца нам сухім або вільготным, у залежнасці ад тэмпературы пакою. Фізічная розніца ў наступным: пры высокай тэмпературы прастора патрабуе больш вадзяное пары для свайго насычэння, чым пры нізкай тэмпературы; знаходзіцца-ж у ёй у абодвух выпадках адна і тая-ж колькасць пары. Іншымі словамі: пры данай колькасці пары прастора далей ад стану насычэння пры высокай тэмпературы, чым пры нізкай. І гэта большая або меншая аддаленасць стану паветра ад насычэння ўспрымаецца намі як сухасць або вільготнасць. Пры 20° паветра не можа змяшчаць больш за 17,13 *г* вадзяное пары на 1 *м*³, г. зн. такая колькасць яго насычае; пры 9°, для насычэння неабходна толькі 8,8 *г*. Калі-ж фактычна паветра змяшчае напрыклад пры 20° толькі 10 *г*, а пры 9°—8 *г*, то паветра пры 20° сушэй, чым паветра пры 9°, хоць абсалютная колькасць вадзяное пары ў першым выпадку большая. У першым выпадку не хапае да насычэння 42 проц., у другім—усяго 9 проц. Такім чынам пры ацэнцы вільготнасці данае прасторы мае істотнае значэнне тое, наколькі наяўнае ў ёй пары недастаткова для насычэння.

Такім чынам мэта гіграметрычнага вымярэння заключаецца ў тым, каб даведацца, як адносіцца фактычна наяўная ў паветры колькасць пары f да максімальна магчымай колькасці f_0 (насычанай), для той-жа прасторы, пры той самай тэмпературы. Гэта аднашэнне, звычайна выражанае ў процантах, называецца адносная вільготнасцю. Часам гавораць і пра абсалютную вільготнасць, разумеючы пад гэтым велічыню f, якая паказвае ў грамах, колькі вадзяное пары прыпадае на 1 *м*³ паветра. Абсалютную вільготнасць f можна вызначыць, калі прапускаць (з дапамогаю засосвальнага прыстасавання—аспіратара) некаторую вымераную колькасць паветра, напрыклад 1 *м*³, скрозь трубку з матэрыяй, якая паглынае ваду, напрыклад хлорыстым кальцыем, фосфарным ангідрыдам або моцнай серкавай кіслатой, і вызначыць затым павелічэнне вагі гэтае матэрыі. Узважванне дае колькасць вадзяное пары f у грамах, якая знаходзіцца ў 1 *м*³ паветра ў момант нагляданння; колькасць-жа f_0, якая насычае 1 *м*³ пры той самай тэмпературы, вызначаецца з табліц, падобных да тых, што паданы на стар. 411. На аснове гэтых даных вызначаецца адносная вільготнасць f/f_0.

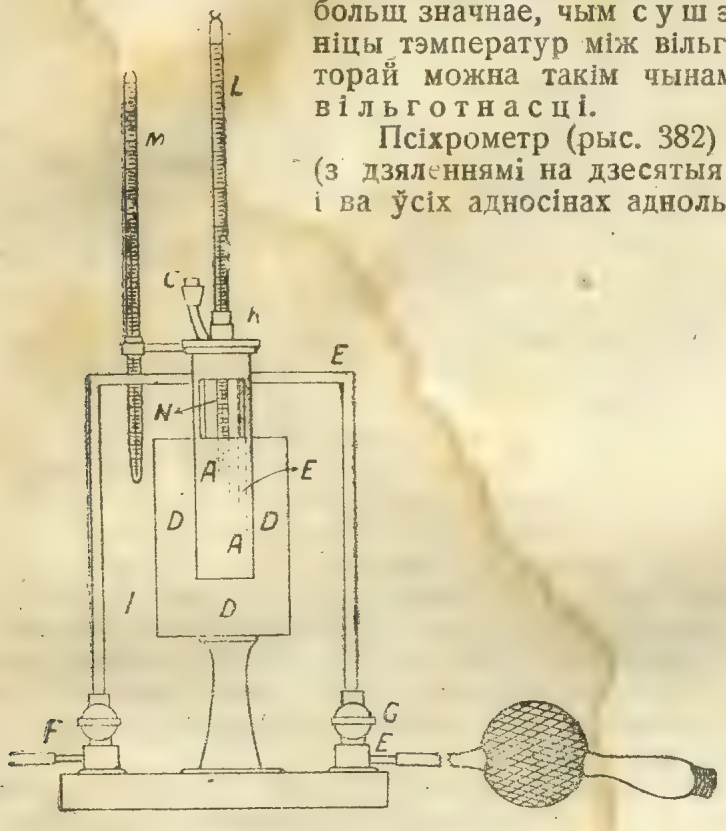
Гэты спосаб вельмі дакладны, але і надта доўгі. Між тым зусім непатрэбна вызначаць f непасрэдна: аднашэнне колькасцей вадзяное пары, наяўнай і насычанай, дакладна роўна аднашэнню ціскаў пары, якая ёсць у даны момант, і пары, якая насычала-б гэту прастору пры той самай тэмпературы, г. зн. лік $\frac{f}{f_0}$ роўны $\frac{d}{d_0}$, дзе d і d_0—адпаведныя значэнні ціскаў. Ціск-жа вымерыць куды лягчэй, чым колькасць пары. Ціск d_0 пары, якая насычала-б прастору пры тэмпературы вымярэння t знаходзіцца зноў-такі з табліц (звычайна ў іх прыводзіцца і адпаведная колькасць пары f_0 (у грамах на *м*³). Ціск-жа пары d, якая ў сапраўднасці наяўна, вызначаецца так: даследуюць да якой тэмпературы трэба ахаладзіць прастору, каб пара, якая ў ёй знаходзіцца, аказалася насычаючай, г. зн. каб далейшае ахалоджанне выклікала кандэнсацыю (утварэнне расы). Ціск насычанае пары пры гэтай тэмпературы (пункт расы) знаходзяць у таблі-цах. Гэта ёсць шуканы ціск d. Гігрометры, аснаваныя на гэтым прынцыпе, называюцца гіграметрамі з кандэнсацыяй або з вызначэннем пункту расы.

З гігрометраў гэтага тыпу назавем гігрометр Алюара. Ён складаецца (рыс. 381) з металічнае чатырохграннае судзіны, дзе змяшчаецца якая-небудзь лёгка выпарвальная вадкасць (звычайна эфір), тэмпература якой вымяраецца тэрмометрам L. Тэрмометр M служыць для вымярэння тэмпературы навакольнага паветра. Праз трубкі E і F можна пры дапамозе гумовай ігрушы прадуваць паветра скрозь эфір, выклікаючы яго ўзмоцненае выпарэнне. З прычыны гэтага судзіна з эфірам ахаладжаецца і на яе паверхні асядае раса. Тэмпература (па тэрмометру L), пры якой пачынаецца кандэнсацыя, і ёсць пункт расы. Дакладнасць вымярэння залежыць ад таго, наколькі мізэрныя сляды расы

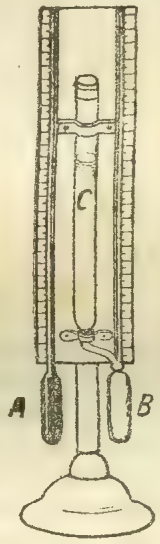
ўдаецца заўважыць наглядальніку. Каб лягчэй было наглядаць пярэднюю сценку судзіны *A* паліруюць і залоцяць. Яна абкружана пласцінкай *D*, таксама пазалочанай і паліраванай і аддзеленай ад *A* вузкім прамежкам. Пласцінка *D* не ахалоджваецца і застаецца бліскучай. Паводле кантрасту з ёй удаецца заўважыць самае лёгкае памутненне *A*. Вышэй было сказана, як скарыстаць нагледжаныя лічбы. Калі тэмпература паветра напрыклад 15°, а гігрометр паказвае пункт расы пры 5°, то па табліцы знаходзяць: ціск насычанае вадзяное пары пры 5° роўны 6,54 *мм* (абсолютная вільготнасць); ціск-жа насычанае пары пры 15° роўна 12,79 *мм*. Адношэнне $\frac{d}{d_0}$ роўна $\frac{6{,}54}{12{,}79} = 0{,}512$, г. зн. 51,2 проц.

Найбольш ужывальным гігрометрам з'яўляецца псіхрометр Аўгуста, аснаваны на некалькі іншым прынцыпе. Выпарэнне з паверхні вільготната цела адбываецца тым шпарчэй і выклікаемае ім ахалоджанне тым больш значнае, чым сушэй навакольнае паветра. Па розніцы тэмператур між вільготным целам і навакольнай прасторай можна такім чынам зрабіць заключэнне аб ступені вільготнасці.

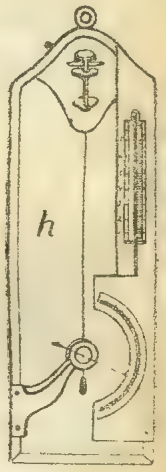
Псіхрометр (рыс. 382) складаецца з двух тэрмометраў (з дзяленнямі на дзесятыя долі градуса), змешчаных побач і ва ўсіх адносінах аднолькавых. Шарык аднаго з іх *B* абгорнуты муслінам, які падтрымліваецца вільготным, бо канец яго апушчаны ў судзіну з дыстыляванай вадой. З прычыны выпарэння *B* паказвае тэмпературу больш нізкую, чым *A*, і „псіхраметрычная" розніца тым большая, чым сушэй паветра, г. зн. чым далей яно ад стану насычэння. Ахалоджанне працягваецца да таго часу, пакуль ціск насычэння выпараемай вады і ціск пары ў паветры не зраўняюцца, г. зн. вільготны тэрмометр устанаўліваецца на такой тэмпературы, пры якой вадзяная пара ў паветры павінна кандэнсавацца. З паказанняў абодвух тэрмометраў вільготнасць паветра вылічваецца падобна паказанаму вышэй. Звычайна для псіхрометра складаюць табліцы, якія даюць магчымасць паводле розніцы тэмператур абодвух тэрмометраў непасрэдна меркаваць аб велічыні вільготнасці. Псіхрометр Аўгуста быў палепшан Асманам. Апошні дадаў да яго аспіратар, які роўнамерна прадувае паветра каля вільготнага тэрмометра, і прыстасаванне, якое выключае ўплыў падаючай на прыбор прамяністай энергіі.



Рыс. 381. Гігрометр Алюара.



Рыс. 382. Псіхрометр Аўгуста.



Рыс. 383. Валасяны гігрометр Сосюра.

Дзеянне некаторых іншых гігрометраў аснавана на гіграскапічных уласцівасцях арганічных матэрый, напрыклад абястлушчанага воласа, кішэчнай струны і г. п., якія падаўжаюцца, абсарбуючы вадзяную пару. У валасяных гігрометрах (Сосюр, 1783) (рыс. 383) у залежнасці ад вільготнасці паветра змяняецца даўжыня *h* абястлушчага чалавечага воласа (русага) і прыводзіцца ў рух стрэлка каля шкалы, эмпірычна праградуяванай. Гіграметрычная ўласцівасць воласа абумоўлена дыфузійнаю роўнавагаю між колькасцю вады ў ім і ў навакольным паветры.

Шчыльнасць пары. Параўноўваючы лікава скрытыя цяплыні плаўлення і выпарэння, мы бачым, што наогул на параўтварэнне затрачваецца куды больш цеплыні, чым на плаўленне адпаведнага цвёрдага цела. Гэта зусім зразумела. Скрытая цеплыня азначае работу, звязаную са зменаю агрэгатнага стану. Пры выпарэнні гэта работа складаецца з паўнейшага аддзялення часцінак вадкасці адна ад аднэй. І хоць счапленне часцінак вадкасці меншае за счапленне часцінак цвёрдага цела (якое прыходзіцца перамагаць пры плаўленні), аднак пры параўтварэнні патрабуецца, каб сярэднія адлегласці між малекуламі вадкасці павялічыліся практычна да поўнай страты сувязі між імі. Пры плаўленні цеплыня нібы аслабляе сувязі, пры выпарэнні яна разбівае іх. У адпаведнасці з гэтым шчыльнасць пары павінна быць малой у параўнанні з вадкасцямі. Так напрыклад шчыльнасць, належачая да шчыльнасці вады пры 4°, роўна для

цвёрдай іртуці пры пункце плаўлення (— 39°)	14,38
вадкай іртуці пры пункце плаўлення	13,69
вадкай іртуці пры пункце кіпення (+ 358°)	12,83
парападобнай іртуці пры пункце кіпення	0,00378

Тут шчыльнасць пары таксама, як іншых станаў, аднесена да вады. Часта шчыльнасць пары вызначаюць у адносінах да паветра. Але з тае прычыны, што шчыльнасць паветра, таксама як і пары, значна змяняецца ў залежнасці ад яго тэмпературы і ціску, то пад шчыльнасцю пары разумеюць той лік, які паказвае, у колькі раз большая маса, што заключаецца ў некаторым аб'ёме пары пры пэўным ціску і пэўнай тэмпературы, чым маса такога-ж аб'ёму паветра пры тым самым ціску і той самай тэмпературы.

Аднашэнне мас, якія змяшчаюцца ў адзінцы аб'ёму, не змянілася-б і пры змене ціску і тэмпературы, калі-б пара, насычаная і перагрэтая, прытрымліваліся законаў Бойля-Марыота і Гэй-Люсака. Тады было-б дастаткова вымераць масу пары (у грамах) у даным аб'ёме пры адным пэўным ціску і адной пэўнай тэмпературы і параўнаць яе ўжо з вядомай масай (у грамах) паветра ў тым-жа аб'ёме, пры тым самым ціску і пры той самай тэмпературы. Але закона Бойля-Марыота прытрымліваецца толькі моцна перагрэтая пара; чым бліжэй яна да насычэння, тым большае адступленне ад гэтага закона. З гэтае прычыны шчыльнасць пары, аднесенае ад паветра, ёсць велічыня пастаянная толькі для моцна перагрэтае пары.

Вымярэнне шчыльнасці пары. Вызначэнне шчыльнасці пары мае важнае значэнне. У хіміі, напрыклад, на аснове гэтай велічыні вызначаюць малекулярную вагу і формулу будовы складаных злучэнняў. Як-жа вымераць шчыльнасць пары? Напомнім колькі грам змяшчаецца ў аб'ёме паветра v *см*³ пры ціску P *мм* іртутнага слупа і тэмпературы $t°$. Пры ціску 760 *мм* і 0° у 1 *см*³ змяшчаецца 0,0012932 *г* паветра. Пры t^0 аб'ём, які пры 0° быў роўны 1 *см*³, становіцца роўным $(1+\alpha)$ *см*³, а калі апрача таго ціск не 760 *мм*, а p *мм*, то аб'ём аказваецца $\frac{760}{p}(1+\alpha t)$ *см*³. Тыя-ж 0,0012932 *г* паветра займаюць ужо $\frac{760}{p}(1+\alpha t)$ *см*³, таму ў 1 *см*³, пры $t°$ і ціску p *мм* змяшчаецца $\frac{0{,}0012932\ d}{760(1+\alpha t)}$ m_0 гра-

маў паветра. Значыць у v *см*³ паветра пры $t°$ і ціску p *мм*, змяшчаецца $v \cdot m_0 = m_1$ грамаў паветра. Калі-ж роўны аб'ём пры тым самым ціску і той самай тэмпературы змяшчае m грамаў пары, то шчыльнасць пары, аднесеная да паветра, — $D = \frac{m}{m_1}$, дзе m_1—толькі што вылічаная маса паветра. Такім чынам:

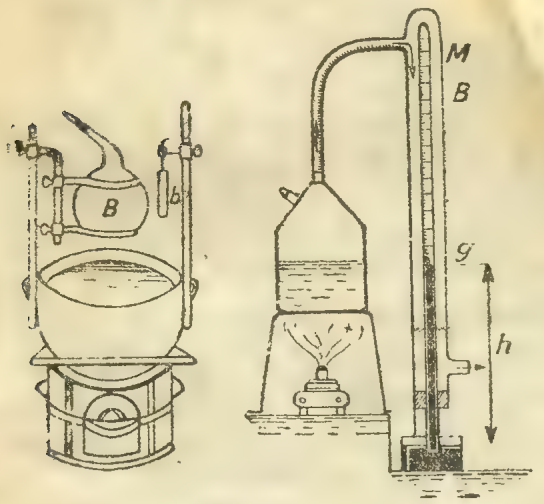
$$D = \frac{m}{\frac{0{,}0012932 \cdot p \cdot v}{760(1+\alpha t)}},$$

г. зн.,

$$D = \frac{m \cdot 760(1+\alpha t)}{0{,}0012932 \cdot p \cdot v}.$$

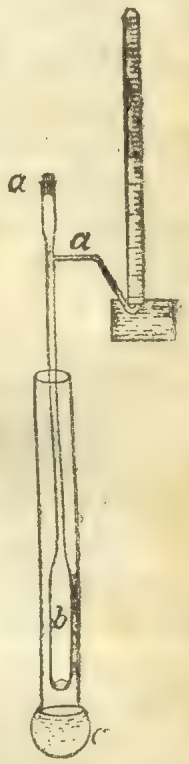
Значыць, каб атрымаць шчыльнасць пары, трэба вымераць ціск p, аб'ём v, тэмпературу t і масу m пары.

Паводле метаду, устаноўленага Дзюмам (1827), невялікую колькасць вадкасці выпарваюць у шкляным балоне (адкрыты, заканчваецца доўгай, адцягненай часткаю), аб'ём якога v вядомы (ад 0,1 да 0,25 *л*), пры знадворным ціску p, існуючым у даны момант і вымераным; выпарваюць пры тэмпературы на 15—20° вышэй пункта кіпення даследуемай вадкасці (здзейсняецца пры дапамозе вадкай ванны), каб атрымаць перагрэтую пару. Тэрмометр паказвае, тэмпературу t ванны, а значыць і пары ў балоне. Пасля таго, як вадкасць выпарылася і пара перагрэлася, кончык балона залітоўваюць і балон узважваюць (рыс. 384). Розніца ў вазе ў параўнанні з пустым балонам дае масу m пары. Такім чынам атрымліваюцца ўсе велічыні, патрэбныя для вылічэння шчыльнасці пары.



Рыс. 384—385. Вымярэнне шчыльнасці пары паводле Дзюма і Гофмана.

Паводле метаду, прапанаванага Гэй-Люсакам (1812) і палепшанага Гофманам (1867) (рыс. 385), узважаная колькасць m даследуемай вадкасці ўводзіцца ў тарычэлеву пустату градуяванай трубкі B; вадкасць знаходзіцца ў шкляначцы g, закрытай коркам. Бараметрычная трубка акружана больш шырокай трубкай M, скрозь якую для награвання прапускаюць вадкасць або якую-небудзь пару пэўнай тэмпературы. Пры дастатковым награванні пругкасць пары ўнутры g выкідае корак з шкляначкі, вадкасць выпараецца, пара яе перагравацца і паніжае ўзровень іртуці ў барометры. Вышыня слупа h дае ціск пары p у міліметрах; градуяваная трубка B—аб'ём v; тэмпература ў трубцы M—тэмпературу пары t у B. Усе патрэбныя для вылічэння пары велічыні такім чынам вядомы. Метад не прыгодны для тых матэрый, якія хімічна рэагуюць з іртуццю.



Рыс. 386. Вымярэнне шыльнасці пары паводле Майера.

Найбольш ужывальны метад Віктара Майера (1878) складаецца з наступнага. Узважваюць колькасць m даследуемай вадкасці і ўводзяць яе ў прыбор, апісаны ніжэй (рыс. 386). Пры выпарванні яна выцясняе частку паветра з прыбора, роўную паводле аб'ёму ўтворанай пары, якая знаходзіцца пры адноль кавых з выцесненым паветрам ціску і тэмпературы. Аб'ём выцесненага паветра вымяраюць, збіраючы паветра ў градуяваным цыліндры над вадою, і адзначаюць ціск і тэмпературу ўнутры вымяральнага цыліндра. Паводле гэтых даных разлічваюць масу m_2 выцесненага паветра. З тае прычыны, што гэта выцесненае паветра займае ўнутры B такі-ж аб'ём, пры той-жа тэмпературы і ціску, як і выцясніўшая яго пара, то шчыльнасць пары вызначыцца $D = \frac{m}{m_0}$, прычым не трэба ведаць тэмпературу і ціск унутры b.

Прыбор паказаны на рыс. 386 (спачатку цыліндр стаіць не над злучальнай трубкай *a*, якая ідзе ад *b*). Трубка *b* награваецца вадкай ваннай *c* (вада, анілін, серка і да г. п., у залежнасці ад тэмпературы, неабходнай для выпарэння вывучаемай вадкасці); як толькі ў ёй устанаўліваецца пастаянная тэмпература (калі з *a* перастаюць выходзіць пузыркі паветра, і значыць паветра ў *b* больш ужо не расшыраецца), над вывадной трубкай ставяць вымяральны цыліндр *a* і ў *b* уводзіцца адважаная вадкасць (у закрытым коркам флаконе). Вадкасць, выпараючыся, выштурхвае корак і выцясняе частку паветра ў цыліндр. Аб'ём выцесненага параю паветра *v* вызначаюць, карыстаючыся дзяленнямі цыліндра; паветра знаходзіцца пры хатняй тэмпературы *t* і атмасферным ціску *p*, зменшаным на ціск слупа вадкасці, які знаходзіцца ў трубцы (ціск трэба пералічыць на міліметры іртутнага слупа *h*). Такім чынам ёсць усе даныя для вылічэння вагі *m* таго паветра, якое было паводле аб'ёму роўна пары пры ціску і тэмпературы выпарэння: $m_0 = \frac{\delta \cdot v(P-h)}{760(1+\alpha t)}$, дзе $\delta = 0{,}0012932$ — шчыльнасць паветра пры 0° і 760 *мм*, і $\alpha = 1/273$. Вага пары вядома з непасрэднага ўзважвання вадкасці *m*.

Суадносіны між шчыльнасцю пары і малекулярнай вагой. Якім чынам можна даведацца аб малекулярнай вазе, ведаючы шчыльнасць пары? Паводле закону Авагадро ўсе газы змяшчаюць аднолькавую колькасць малекул у роўных аб'ёмах, пры аднолькавым ціску і аднолькавай тэмпературы. Адзін літр вадарода напрыклад змяшчае столькі-ж малекул, як і 1 *л* кісларода або 1 *л* хлорыстага вадарода пры аднолькавых умовах тэмпературы і ціску. Але хлорысты вадарод атрымліваецца пры хімічным злучэнні вадарода і хлора. Дапусцім прасцейшае, што злучаецца па аднэй малекуле хлора і адной малекуле вадарода; назавем *n* лік молекул у 1 *л* газу пры даных ціску і тэмпературы; тады наша дапускаемая рэакцыя запішацца ў наступным выглядзе:

n малекул вадарода + *n* малекул хлора = *n* малекул хлорыстага вадарода.

Тут знак (+) указвае на злучэнне малекул у новую хімічную матэрыю. Калі-б працэс сапраўды адбываўся так, то *n* малекул вадарода, злучыўшыся з *n* малекуламі хлора, далі-б *n* малекул хлорыстага вадарода. Такім чынам адзін літр вадарода ў злучэнні з адным літрам хлора далі-б адзін літр хлорыстага вадарода.

Аднак вопыт сведчыць аб іншым: калі 1 *л* вадарода і 1 *л* хлора злучаюцца ў хлорысты вадарод, то яго аказваецца не адзін літр, а два. Гэта азначае, што *n* малекул вадарода + + *n* малекул хлора даюць 2*n* малекул хлорыстага вадарода (2*n* таму, што кожны літр хлорыстага вадарода змяшчае *n* малекул, і значыць паводле закона Авагадро 2*л* змяшчаюць 2*n* малекул!). Несапраўдным аказваецца дапушчэнне, што адна малекула вадарода, злучаючыся з адной малекулай хлора, утварае адну малекулу хлорыстага вадарода. Прыходзіцца дапусціць іншае: з адной малекулы хлора і 1 малекулы вадарода ствараюцца 2 малекулы хлорыстага вадарода; значыць кожная з малекул як хлора, так і вадарода, складаецца з двух аднолькавых частак. Такім чынам мы прымушаны зрабіць

далейшае дапушчэнне: ёсць розніца між найменшай колькасцю матэрыі, якая можа існаваць у свабодным выглядзе, і між найменшай колькасцю матэрыі, якая можа ўступаць у хімічнае злучэнне. Першую колькасць называюць „малекулай", другую—„атамам". Прыходзіцца дапусціць, што малекула складаецца з некалькіх атамаў. Калі мы ўявім малекулу вадарода, якая складаецца з двух атамаў вадарода, і малекулу хлора—з 2 атамаў хлора, то мы павінны дапусціць, што пры злучэнні вадарода з хлорам малекулы расчапляюцца на атамы і кожны атам хлора злучаецца з атамам вадарода, утвараючы малекулу хлорыстага вадарода. Гэта выражаецца роўнасцю:

$$n\,Cl_2 + n\,H_2 = 2n\,HCl.$$

Тут Cl азначае адзін атам хлора; Cl_2—малекулу хлора, якая складаецца з двух атамаў; H і H_2—адпаведныя абазначэнні для вадарода; і HCl—малекулу хлорыстага вадарода, якая складаецца з аднаго атама H і аднаго атама Cl. Двуатамнай малекуле трэба вядома прыпісаць удвая большую масу, г. зн. удвая большую вагу, чым атаму; карацей кажучы, лічыць малекулярную вагу двуатамнай малекулы роўнай двайной атамнай вазе. Атамная і малекулярныя вагі ўсіх матэрый адносяцца да атамнай і малекулярнай вагі кісларода. Атамная вага кісларода прынята роўнай 16, а яго малекулярная вага з гэтае прычыны роўна 32, бо кісларод, як паказваюць даследванні, таксама двуатамны.

Калі ў роўных аб'ёмах газу змяшчаецца роўны лік малекул, то вага роўных аб'ёмаў газу адносіцца, як вага іх малекул, або, як прынята гаварыць, як малекулярная вага газаў. Такім чынам, калі мы возьмем аднашэнне вагі некаторага аб'ёму газу v *см*^{3} да вагі таго-ж аб'ёму кісларода, то

$$\frac{\text{вага } v \text{ см}^3 \text{ газу}}{\text{вага } v \text{ см}^3 \text{ кісларода}} = \frac{\text{малекулярная вага газу}}{\text{малекулярная вага кісларода}}.$$

Калі мы ў левай частцы роўнасці раздзелім лічнік і назоўнік на вагу v *см*^{3} паветра, то атрымаем:

$$\frac{\dfrac{\text{вага } v \text{ см}^3 \text{ газа}}{\text{вага } v \text{ см}^3 \text{ паветра}}}{\dfrac{\text{вага } v \text{ см}^3 \text{ кісларода}}{\text{вага } v \text{ см}^3 \text{ паветра}}} = \frac{\text{малекулярная вага газа}}{\text{малекулярная вага кісларода}}$$

Лічнік дробу злева ёсць шчыльнасць пары D матэрыі адносна паветра (стар. 433); назоўнік—тое самае для кісларода; апошняя велічыня роўна 1·1042. Тады атрымліваем:

$$\frac{D}{1{,}1042} = \frac{M}{32},$$

або

$$M = \frac{32 \cdot D}{1{,}1042} = 28{,}98 \cdot D \cong 29 \cdot D.$$

Такім чынам—M, шуканая малекулярная вага газу, роўна прыблізна $29 \cdot D$. Значыць, вызначыўшы шчыльнасць пары D, мы можам знайсці малекулярную вагу матэрыі M. Вымярэннем шчыльнасці пары можна праверыць правільнасць хімічных формул. Калі вымераная шчыльнасць пары вельмі адрозніваецца ад тэарэтычнай, то гэта сведчыць, што былі зроблены няправільныя дапушчэнні аб ліку атамаў, якія складаюць малекулу. Такім шляхам было адкрыта, напрыклад, што іртутная пара складаецца з простых атамаў (г. зн. яе малекулы аднатаамныя), што пара серкі пры тэмпературы каля 800° складаецца з двуатамных малекул, тады як пры больш нізкіх тэмпературах пара серкі пабудавана з шасціатамных малекул і г. д.

Калі шчыльнасць пары аднесці не да паветра, а да вады, то знойдзеныя значэнні D трэба памножыць на шчыльнасць паветра. Такім чынам шчыльнасць газу пры 0° 1 *ат* роўна

$$d = D \cdot 0{,}0012932 \frac{г}{см^3},$$

г. зн.

$$d = \frac{M}{32} \cdot 1{,}1042 \cdot 0{,}0012932 = \frac{M}{22415} \; г/см^3.$$

Удзельны аб'ём, г. зн. аб'ём масы 1 *г*, адсюль роўны:

$$v = \frac{1}{d} = \frac{22415}{M} \frac{см^3}{г}.$$

Аб'ём масы M *г*, дзе M—малекулярная вага, г. зн. аб'ём 1 моля,—адзін і той самы лік для кожнага газу; ён роўны 22,415 $см^3$ або 22,415 *л*, калі не браць пад увагу адступленняў ад закона Бойля-Марыота, звычайна вельмі мізэрных. Гэты лік, які адносіцца да 0° і ціску 1 *ат*, г. зн. да нармальных умоў, мае назву нармальнага малярнага аб'ёму.

Ж) ТЭРМАХІМІЧНЫЯ ПРАЦЭСЫ.

Дысацыяцыя. Пераход з вадкага агрэгатнага стану ў газападобны не ёсць канчатковая змена, якую можа атрымаць цела ад прытоку цеплыні. Калі ўся вадкасць ператварылася ў пару, то далейшае паглынанне цеплыні спачатку выклікае толькі павышэнне тэмпературы пары, але пасля можа прывесці да зусім новага эфекту: раскладанню малекул пары (дысацыяцыі). Калі напрыклад некаторая колькасць вады цалкам ператварылася ў пару, то пры далейшым награванні нарэшце ўся газападобная вада распадзецца на свае састаўныя часткі: кісларод і вадарод. Паглыненая цеплыня пры гэтым расходуецца на работу, патрэбную для раз'ядання „хімічнай сувязі" між вадародам і кіслародам. Газ не мае пэўнай тэмпературы дысацыяцыі, падобнай да пэўнай тэмпературы кіпення вадкасці; дысацыяцыя пачынаецца пры некаторай пачатковай тэмпературы; узмацняецца па меры набліжэння да некаторай сярэдняй тэмпературы раскладання (тэмпературы дысацыяцыі), пры якой яна працякае інтэнсіўней за ўсё; пры далейшым павышэнні тэмпературы дысацыяцыя зацішаецца і спыняецца пры некаторай канечнай тэмпературы. Абазначэнні пачатковай і канечнай тэмператур—толькі прыблізныя тэмпературныя граніцы выразна

наглядаемай дысацыяцыі. Паводле Нернста, пад ціскам 1 *ат* пры 1700° дысацыявана каля 0,6 проц.; пры 2200°—4 проц. усіх малекул вадзяное пары.

Кінетычная тэорыя так малюе працэс дысацыяцыі: калі малекула сутыкаецца з другой малекулай або са сценкай судзіны, то яна можа разбіцца на атамы, калі скорасць малекулы даволі вялікая. Чым вышэй тэмпература газу, тым большая колькасць малекул мае кінетычную энергію, дастатковую для разбурэння іх. Гэта адпавядае нагляданню, што дысацыяцыя павялічваецца пры ўзрастанні тэмпературы. Асобныя малекулы могуць ужо пры параўнальна нізкіх тэмпературах мець даволі вялікую скорасць і кінетычную энергію і разбурацца пры сутыканні. Пры тэмпературы t і ціску p з n газавых малекул зайсёды дысацыявана пэўная частка x. Калі напрыклад у вадзяной пары пры тэмпературы t і ціску p з усёй колькасці n малекул H_2O дысацыявана $n \cdot x$ малекул, то значыць ёсць толькі $n - n \cdot x = n \cdot (1 - x)$ малекул H_2O, $n \cdot x$ малекул H_2 і $n \cdot x$ атамаў O, якія зараз-жа ўтвараюць $\frac{n}{2} \cdot x$ малекул O_2. Замест зыходных n малекул пасля дысацыяцыі аказваецца $n \cdot (1 - x)\, n \cdot x = \frac{n}{2} x = n\left(1 + \frac{x}{2}\right)$ малекул. Велічыня x называецца ступенню дысацыяцыі. Пасля таго як у газавай сумесі H_2O, H_2 і O_2 устанавілася пэўная ступень дысацыяцыі, хімічныя ператварэнні аднак не спыняюцца; і пасля таго кожная малекула вады, атрымаўшая досыць моцны штуршок, распадаецца на атамы. Але ў той-жа час ідзе і адваротны працэс утварэння вады з вадарода і кісларода і прытым тым больш энергічны, чым больш вадарода і кісларода ёсць у наяўнасці. У стане роўнавагі ў секунду распадаецца столькі-ж малекул H_2O, колькі іх утвараецца.

Паводле кінетычнай тэорыі трэба чакаць, што ўжо пры хатняй тэмпературы некаторыя малекулы вадзяной пары здольны расшчапляцца, хаця і надта нямногія; таксама трэба чакаць, што ўжо пры хатняй тэмпературы ўтвараюцца малекулы вады. Канчатковая роўнавага паміж гэтымі трыма газамі пры хатняй тэмпературы магчыма наогул толькі тады, калі наяўны вадарод і кісларод амаль без астачы злучыліся ў ваду. На першы погляд гэтаму супярэчыць нагляданне, што пры звычайных умовах сумесь вадарода і кісларода ніякім чынам не ператвараецца ў ваду. Прычына гэтага: пры хатняй тэмпературы злучэнне адбываецца надзвычайна марудна, скорасць рэакцыі надта малая. Калі-б мы чакалі досыць доўга, то роўнавага, якая ўжо ўстанавілася, адпавядала-б указаным вышэй суадносінам між O_2, H_2 і H_2O. Можна штучна паскорыць працэс злучэння вадарода з кіслародам (напрыклад, прапусціўшы праз сумесь электрычную іскру). У такім выпадку роўнавага дасягаецца імгненна (узрыў!) і будзе ізноў-жа адпавядаць памянёным суадносінам. Працэс дысацыяцыі матэрыі можна ўкосна прасачыць, вымяраючы шчыльнасць яе пары (стар. 437). Шчыльнасць пары залежыць

ад сярэдняй малекулярнай вагі ўсіх малекул, а сярэдняя малекулярная вага змяняецца пры раскладанні матэрыі, бо малекулярная вага прадуктаў раскладання меншая, чым малекулярная вага зыходнай матэрыі.

Калі прадукты раскладання, якія знаходзяцца ў роўнавазе, ахаладжаюцца, то яны ўзлучаюцца зноў з большай або меншай скорасцю. Мы ўжо казалі, што раздзеленыя пры дысацыяцыі вады вадарод і кісларод пры ахаладжэнні зноў злучаюцца ў ваду, хоць, звычайна, гэты працэс ідзе надта павольна. Другі прыклад: хлорысты амоній дысацыюе пры награванні ў замкнутай судзіне на газападобныя аміяк і хлорысты вадарод; калі гэтыя газы зноў ахаладзіць, то яны зноў утвараюць хлорысты амоній.

З прычыны самаадвольнага адваротнага працэсу дысацыяцыя часта выпадае з-пад нагляданння (першае нагляданне Грове, 1847; першае грунтоўнае даследванне Сен-Клер-Дзевіль, 1857). Аднак яе можна выявіць, калі прымусіць дыфундаваць прадукты дысацыяцыі скрозь порыстую перагародку: яны дыфундуюць з рознай скорасцю з прычыны розніцы ў малекулярнай вазе і шчыльнасці і таму праз некаторы час па адным баку перагародкі акажацца больш прадуктаў дысацыяцыі з меншай шчыльнасцю (больш шпаркіх), а з другога боку перагародкі будуць пераважна больш шчыльныя (больш павольныя). Пры дысацыяцыі хлорыстага амонія гэта можна выявіць лакмусам: частка, больш багатая NH_3, мае асноўную рэакцыю, г. зн. афарбоўвае лакмус у сіні колер; другая, якая змяшчае больш HCl,—кіслую (чырвонае афарбоўванне).

Цеплавы эфект. Дысацыяцыя хімічных злучэнняў і ўзлучэнняў прадуктаў расшчаплення з'яўляецца прыватным выпадкам тэрмахімічных працэсаў. Хімічныя працэсы заўсёды звязаны з паглынаннем або аддачай цеплыні. Яны зводзяцца да перагрупоўкі атамаў, якія ўтварылі да хімічнай рэакцыі нейкую іншую сістэму з іншымі ўласцівасцямі. Калі напрыклад найцяснейшым парадкам змяшаць жалеза і серку, то часцінкі серкі і жалеза застаюцца прыкметнымі (напрыклад з дапамогаю мікраскопа) і падзяляльнымі (напрыклад пры дапамозе магніту); яны ўтвараюць заўсёды толькі механічную сумесь. Калі-ж злучаюцца з прычыны ўзаемнага „сродства" ў сярністае жалеза, то ў гэтым новым хімічным злучэнні нават пад мікраскопам не ўдаецца выявіць ні жалеза, ні серкі, і новая матэрыя будзе мець уласцівасці, якія не належаць ні да жалеза, ні да серкі, хоць яна складаецца з гэтых двух матэрый.

Калі матэрыі злучаюцца (нібы сплаўляюць разам свае атамы), яны ў большасці выпадкаў выдзяляюць цеплыню (экзатэрмічныя рэакцыі). Калі напрыклад злучаюцца 56 *г* жалеза Fe і 32 *г* серкі S, утвараючы 88 *г* сярністага жалеза FeS, то яны аддаюць 23 800 *г-кал.* Гэта формулююць тэрмахімічным раўнаннем:

$$Fe + S = FeS + 23\,800 \text{ г кал}$$

або інакш

$$Fe + S = FeS = 23\,800 \text{ ,}$$

або яшчэ інакш

$$(Fe\ S) \pm 23\,800 \text{ ,}$$

Атамныя сімвалы ў гэтым раўнанні азначаюць столькі грамаў, колькі паказвае атамная вага матэрыі (грам-атамы). Але існуюць і хімічныя працэсы, пры якіх цеплыня **паглынаецца** (**эндатэрмічныя** рэакцыі); у гэтых адносінах працэсы гэтыя падобны да выпарэння вадкасці або плаўлення цвёрдага цела: у іх тэрмахімічнае раўнанне лік калорый уваходзіць з адмоўным знакам. Кожны хімічны працэс, які працякае не ў строга абмежаванай прасторы, звязан з выкананнем знешняй работы; апошняя, выражаная ў цеплавых адзінках, таксама павінна ўваходзіць у цеплавы баланс працэсу. Амаль заўсёды яна заключаецца ў перамаганні атмасфернага ціску пры змене аб'ёму з прычыны рэакцыі, і можа быць вымерана такім чынам у літра-атмасферах. Работа 1 *л ат* эквівалента 24,20 *г-кал* (стар. 374). Такім чынам работу па змене аб'ёму, вымеранага ў літрах, пры ціску ў 1 *ат* можна перавесці ў грам-калорыі памнажэннем на 24,20.

Калі рэакцыя скончана і сістэма зноў вярнулася да першапачатковай тэмпературы, то па закону захавання энергіі, развітая колькасць цеплыні Q плюс работа A, выкананая сістэмай, роўна змяншэнню ўнутранай энергіі U сістэмы. **Сума** развітай (або паглыненай) пры рэакцыі цеплыні і выкананай (або затрачанай) знешняй работы (абедзве выражаныя ў грам-калорыях), роўна значыць змене **поўнай** энергіі сістэмы. Яна называецца (Ю л. **Тамсон**) **цеплавым эфектам** рэакцыі; яна дадатная або адмоўная, залежна ад таго, развіваецца ці паглынаецца цеплыня пры рэакцыі і выконваецца ці затрачваецца работа.

Прыклад: растворым адзін грам-атам цынка (65,4 *г*) у слабай серкавай кіслаце, пры пачатковай тэмпературы 20°. Рэакцыя ідзе паводле раўнання

$$Zn + H_2SO_4 = ZnSO_4 + H_2,$$

прычым узнікне 1 моль (161,4 *г*) сярністага цынка і 1 моль (2 *г*) свабоднага вадарода. Пры гэтым развіваецца 34 200 *г-кал* цеплыні. Вызвалены 1 моль вадарода займае (стар. 374) пры 0° і ціску 760 *мм* аб'ём у 22,41 *л*; пры абсалютнай-жа тэмпературы T аб'ём роўны $\frac{22{,}41 \cdot T}{273}$ літраў; такім чынам, расшыраючыся пры атмасферным ціску, ён выконвае работу $\frac{22{,}41 \cdot T}{273} = 0{,}0821 \cdot T$ *л-ат*, або (стар. 374) каля $2T$ *г-кал*. З тае прычыны, што тут $T = (273 + 20)°$, то вадарод выконвае работу, эквівалентную $2 \cdot (273 + 20) = 586$ *кал*. Цеплавы эфект гэтай рэакцыі, г. зн. розніца між колькасцямі энергіі да і пасля рэакцыі, роўна такім чынам $34\,200 + 586 = 34\,786$ *кал*. Тэрмахімічнае раўнанне таму прымае выгляд:

$$(Zn) + (H_2\ SO_4) - (ZnSO_4 + H_2) = 34\,786\ кал.$$

Мы бачым, такім чынам, што нават у разбіраемай рэакцыі, не гледзячы на **вельмі** вялікую змену аб'ёму (з прычыны развіцця газу), знешная работа складае толькі 1,7 проц. усяго цеплавога эфекту; там-жа, дзе рэагуючыя і атрымліваемыя матэрыі ўсе ў цвёрдым або ў вадкім выглядзе, знешнюю работу можна наогул ігнараваць, калі не патрабуецца зусім выключнай дакладнасці.

Другі прыклад: спалім 2 *г* вадарода ў 16 *г* кісларода, г. зн. злучым адзін моль вадарода з $^1/_2$ моля кісларода; няхай атрымаецца ў вадкім стане вада пры 20°; выдзяліцца 68 400 *кал*. Пры гэтым знікнуць $(1 + {}^1/_2)$ молі газу, г. зн. аб'ём рэагуючых матэрый зменшыцца на $\frac{{}^3/_2 \cdot 22{,}41 \cdot T}{273}$ *л*. У даным выпадку **атмасферны ціск выконвае работу**, дастаўляючы сістэме пэўную колькасць цеплыні, а іменна $^3/_2 \cdot 2T = {}^3/_2 \cdot 2\ (273 + 20) = 879$ *кал*,

калі пачатковая тэмпература 20°; гэтую работу **паглынулі** рэагуючыя матэ-

рыі. Такім чынам цяпло, якое пры гэтым выдзяляецца, прадстаўляе сабой суму цеплавога эфекту рэакцыі і гэтай затрачанай сазне работы. Значыць цеплавы працэс утварэння вады ў вадкім стане з газападобнага H_2 і O_2 можна было-б мысленна расчленаваць на тры часткі: 1) злучэнне 1 моля вадарода і $^1/_2$ моля кісларода ў 1 моль газападобнай вады (вадзяная пара) з выдзяленнем цеплыні Q (цеплавы эфект злучэння); 2) змяншэнне аб'ёму рэагуючых матэрый з $^1/_2$ молей да аднаго моля пад дзеяннем атмасфернага ціску, што адпавядае затраце работы эквівалентнай

$$^1/_2 \cdot 2T = ^1/_2 \cdot 2\ (273 + 20) = 293\ кал;$$

3) кандэнсацыі 1 моля вадзяное пары ў ваду ў вадкім стане, прычым выдзяляецца $538 \cdot 18 = 9\,684$ *г-кал*. Цяпло, якое выдзяляецца пры рэакцыі (68 400 *г-кал*), ёсць сума ўсіх гэтых асобных частак. Такім чынам $68\,400 = Q + 293 + 9\,684$, г. зн. цеплавы эфект працэсу $Q = 58\,423$ *г-кал*. Эфект рэакцыі аказваецца $68\,400 - 879 = 67\,521$ *кал*. Тэрмахімічнае раўнанне мае выгляд:

$$(H_2) + (O) - (H_2O) = 67\,521\ кал.$$

У гэтай велічыні змяшчаюцца і тыя $18 \cdot 538 = 9\,681$ *кал*, якія вызваліліся пры кандэнсацыі вадзяное пары ў ваду, г. зн. колькасць цеплыні, узнікшая пры фізічным працэсе, які працякае паралельна з хімічным.

Хімічнае сродства. Тэарэма Нернста. Згодна першаму палажэнню тэрмадынамікі прырост энергіі $U_2 - U_1$ цела роўны ўспрынятай ім цеплыні за вылічэннем работы, выкананай ім пры працэсе (стар. 323). Пры хімічным працэсе, які адбываецца без затраты механічнай работы (г. зн. без змены аб'ёму напрыклад у закрытай прасторы), прыход энергіі роўны паглынёнай целам цеплыні, або расход энергіі роўны цеплыні, якую цела аддало знешняму асяроддзю; карацей кажучы, у даным выпадку паглыненая або аддадзеная цеплыня прадстаўляе сабою цеплавы эфект U працэсу і роўна поўнай энергіі, выйгранай (затрачанай) пры працэсе. Велічыня цеплавога эфекту залежыць ад тэмпературы.

Прыклад: пры ўтварэнні 1 грам-малекулы ёдыстага свінца з ёда і свінца злучаюцца 207 *г* свінца (1 грам-малекула) і 254 *г* ёда (2 грам-малекулы), утвараючы 461 *г* ёдыстага свінца (1 грам-малекула), выдзяляецца 41 850 *кал* цеплыні, калі рэакцыя адбываецца пры хатняй тэмпературы. Гэты цеплавы эфект залежыць ад тэмпературы наступным чынам:

$$U = 41\,825 + 3{,}1 \cdot 10^{-4} \cdot T^2.$$

Цеплавы эфект з'яўляецца велічынёй, ведаць якую вельмі важна для характэрыстыкі хімічнай рэакцыі. Аднак гэта велічыня не дае яшчэ нам магчымасці вызначыць, якім чынам будзе працякаць хімічная рэакцыя, г. зн. якое сродства паміж элементамі, што прымушае іх рэагаваць адно з адным. Ідэя, выказаная Юл. Тамсонам і Бертло, згодна якой за меру сродства можна прыняць велічыню цеплавога эфекту, аказалася негрунтоўнай. Хоць у многіх выпадках наяўнасць вялікага цеплавога эфекту характэрызуе значнае сродства паміж элементамі (напрыклад злучэнне кісларода з вадародам суправаджаецца выдзяленнем вялікае колькасці цяпла), аднак мерай сродства цеплавы эфект з'яўляцца не можа. Гэта бачна напрыклад з таго, што магчыма падабраць умовы, пры якіх сістэмы, якія рэагуюць або ператвараюцца адна ў адну, знаходзяцца ў роўнавазе, г. зн. пера-

тварэнне можа быць аднолькава лёгка накіравана як у адзін, так і ў другі бок. Напрыклад лёд і вада пры 0°, або дзве мадыфікацыі серкі (манаклінная і рамбічная) пры 95,4°. Пры такіх умовах роўнавагі сродства роўна нулю, тады як цеплавы эфект можа мець пэўнае значэнне (напрыклад для ператварэння вады ў лёд ён роўны 1 440 *г* на 1 моль). Калі перахаладзіць ваду, давесці яе без замярзання напрыклад да—10°, то ў гэтых новых умовах часцінкі вады будуць выяўляць значнае імкненне да ўтварэння лёду. Пры штуршку вада пачынае адразу ператварацца ў лёд, прычым выдзяляецца цяпло. Аднак цеплавы эфект у гэтым выпадку амаль не адрозніваецца ад эфекту, адпаведнага замярзанню вады пры 0°, велічыня-ж сродства значная: рэакцыя пры разглядаемых умовах можа бурна ісці ў бок утварэння лёду і не пойдзе ў бок утварэння вады.

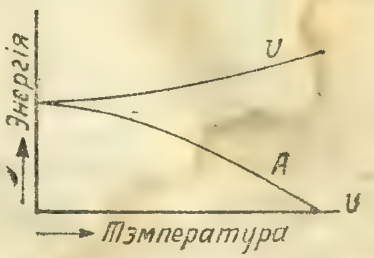
Непрыгоднасць цеплавога эфекту, як велічыні, што характэрызуе меру хімічнага сродства, выступае асабліва наглядна пры так званых эндатэрмічных рэакцыях. Гэта—рэакцыі, якія суправаджаюцца паглынаннем цяпла (ахалоджаннем). Цеплавы эфект такіх рэакцый значыць адмоўны, сродства-ж па самой сваёй сутнасці ёсць дадатная велічыня.

Даследванні Вант Гофа паказалі, што за меру сродства трэба прыняць максімальную работу, якую можа даставіць разглядаемы працэс пры данай тэмпературы. Вядома, што ўсякія незваротныя змены (церце, абмен цеплыні з прычыны цеплаправоднасці і г. д.), якія суправаджаюць працэс, паніжаюць велічыню магчымай работы, бо пры гэтым частка энергіі пераходзіць у цяпло або трапляе ва ўмовы, неспрыяльныя для яе скарыстання (пераход цяпла ад гарачых цел да халодных). Зразумела, што работа, атрымліваемая ў тым выпадку, калі не захоўваюцца найспрыяльнейшыя ўмовы, можа быць значна меншай за магчымую пры даным працэсе і не характарызуе такім чынам гэты працэс. За меру сродства з гэтай прычыны трэба прыняць максімальную работу A, якая выконваецца пры рэакцыі, калі апошнюю правесці зваротным шляхам.

Максімальную магчымую работу пры ўтварэнні напрыклад ёдыстага свінца лёгка вымерыць электрычным метадам. Іменна можна зрабіць гальванічны элемент са свінца і $ёд_a$, падобна да элементу з цынкам і серкавай кіслатою. Выклікаючы электрычны ток, мы адымаем у элемента энергію і прымушаем яго выконваць работу. Ператварэнне хімічнай энергіі ў электрычную адбываецца без страт (зваротна), з гэтай прычыны такім спосабам непасрэдна атрымліваецца найбольшая магчымая колькасць работы. Гэта работа A і ёсць мера сродства ёда да свінца.

Як велічыня сродства (работа A), так і цеплавы эфект U залежаць ад тэмпературы. Для большасці рэакцыі U расце з павелічэннем тэмпературы, а A змяншаецца. Па меры паніжэння тэмпературы велічыні A і U робяцца значыць бліжэйшымі адна да аднэй. Вопыт, таксама як і разважанні, аснаваныя на прынцыпах тэрмадынамікі, паказваюць, што пры працэсах між цвёрдымі і вадкімі целамі, розніца між A і U тым меншая, чым ні-

жэй тэмпература T, пры якой іх параўноўваюць. Пераходзячы да абсалютнага нуля ($T=0$), мы можам лічыць дакладна $U=A$. Мы бачым, значыць, што правіла Бертло, наогул кажучы, няправільна: цеплавы эфект не вымярае сабою сродства, бо ён не роўны A. Але гэта правіла тым бліжэй да сапраўднасці, чым ніжэй тэмпература T і пры абсалютным нулі правіла Бертло аказваецца зусім дакладным. Велічыня U і яе залежнасць ад тэмпературы T могуць быць вызначаны параўнальна лёгка з тэрмахімічных назіранняў. Аднак на аснове паданага вышэй, мы бачым, што гэтых даных яшчэ недастаткова для вызначэння велічыні хімічнага сродства A пры любой тэмпературы. Толькі для крайняга выпадку (абсалютны нуль: $T=0$) паводле даных для U мы можам вызначыць A ($U_0=A_0$). З тае прычыны, што ўсё папярэдняе грунтуецца на двух асноўных прынцыпах тэрмадынамікі, то мы прыходзім да вываду, што пры дапамозе тэрмадынамічных метадаў няма магчымасці вызначыць велічыню сродства A. Яго прыходзіцца вызначаць непасрэдным вопытам, здзейсняючы зваротныя хімічныя рэакцыі (напрыклад электрахімічны метад, стар. 442), што магчыма толькі ў рэдкіх выпадках.



Рыс. 387. Цеплавая тэарэма Нернста.

Аднак Нернст выказаў у 1906 г. новую цеплавую тэарэму, якая дае магчымасць дапоўніць разважанні, аснаваныя на першым і другім прынцыпе тэрмадынамікі, так што робіць магчымым вызначэнне A без новых эксперыментальных даных. Таму гэту тэарэму называюць часам трэцім прынцыпам тэрмадынамікі. Згодна гіпотэзе Нернста пры абсалютным нулі не толькі мае месца роўнасць $U=A$, але і адна і другая велічыня (U і A) змяняюцца аднолькава і прытым бесканечна павольна. Значыць крывыя, якія выражаюць залежнасць U і A ад тэмпературы, пры $T=0$ павінны абедзве ісці паралельна восі T, г. зн. судатыкацца. Рыс. 387 дае ход гэтых велічынь згодна тэарэме Нернста. Пры дапамозе тэарэмы Нернста мы значыць можам па данай крывой U пабудаваць крывую A, прынамсі ў пэўным інтэрвале тэмператур. Карыстаючыся першым і другім прынцыпам тэрмадынамікі і ўжываючы тэарэму Нернста, знойдзем (для даволі шырокага інтэрвала тэмператур) простыя формулы, якія ўстанаўліваюць залежнасць U і A ад тэмпературы:

$$U=U_0+\beta T^2,\quad A=U_0-\beta T^2,$$

дзе U_0—значэнні цеплавога эфекту пры абсалютным нулі ($T=0$), а β—каэфіцыент, які паказвае, як значна залежыць удзельная цеплыня вывучаемых матэрый ад тэмпературы. U_0 і β могуць быць вызначаны з тэрмічных вопытаў, і такім чынам пры дапамозе тэарэмы Нернста мы можам вызначыць хімічнае сродства A з тэрмічных даных. З нашых формул вынікае між іншым, што пры некаторай тэмпературы T, A ператвараецца ў нуль. Гэта тэмпература ёсць тэмпература роўнавагі,

т. зн. такая тэмпература, пры якой сродства між элементамі роўна нулю. Сапраўды для кожнага хімічнага працэсу існуе такая тэмпература, пры якой матэрыі судатыкаюцца, але не рэагуюць паміж сабою. Калі мы панізім тэмпературу, то рэакцыя пойдзе ў звычайным напрамку; калі мы злёгка павысім тэмпературу, то рэакцыя пойдзе ў напрамку адваротным. Тэмпература гэта цалкам аналагічна тэмпературы пераходу, адпавядаючай роўнавазе паміж двума фазамі матэрыі (0° для лёду і вады; 95,4° для манакліннай і рамбічнай серкі і г. д.). Такім чынам тэарэма Нернста дае магчымасць вылічыць такія важныя велічыні, як хімічнае сродства і тэмпературу пераходу. З другога боку, гэтыя велічыні можна вызначыць непасрэдным вопытам. Сугоднасць рэзультатаў пацвярджае правільнасць гіпотэзы Нернста.

Так для ўтварэння ёдыстага свінца вымярэнні U даюць:

$$U = 41\,825 + 3{,}1 \cdot 10^{-4}\ T^2.$$

На аснове тэарэмы Нернста знойдзем:

$$A = 41\,825 - 3{,}1 \cdot 10^{-4}\ T^2.$$

Вышэй было сказана (стар. 442), што з работы гальванічнага элемента, у якім электрычная энергія атрымліваецца пры злучэнні ёда са свінцом, можна непасрэдна вымерыць A. Параўнанне абодвух метадаў дае цалкам здавальняючы рэзультат.

Другім прыкладам можа з'яўляцца вылічэнне пункту пераходу серкі. Цеплавы эфект гэтага працэсу паводле вымярэнняў Бронстэда роўны $U = 1{,}57 + 1{,}15 \cdot 10^{-5}\ T^2$ калорый на грам. Паводле тэарэмы Нернста $A = 1{,}57 - 1{,}15 \cdot 10^{-5}\ T^2$. Тэмпературы пераходу адпавядае $A = 0$. Гэта тэмпература вызначыцца такім чынам з умоў: $1{,}57 - 1{,}15 \cdot 10^{-5}\ T^2 = 0$. Адсюль $T = 369°$ абс., або 96° Ц, тады як непасрэдныя вымярэнні даюць 95,4° Ц.

Тэарэма Нернста знаходзіць сабе шырокае ўжыванне і ў іншых пытаннях тэарэтычнай хіміі. Яна дае магчымасць напрыклад вызначыць канцэнтрацыі рэагуючых матэрый, пры якіх наступае роўнавага. Для вылічэння, апрача вышэйпамянёных ужо тэрмічных даных, трэба ведаць яшчэ хімічную пастаянную кожнае з рэагуючых матэрый, якую можна вызначыць з ціску пары матэрыі. Так напрыклад вымераўшы гэтыя хімічныя пастаянныя для вадарода і азота, мы можам пры дапамозе тэарэмы Нернста вылічыць, колькі аміяка атрымаецца пры ўзаемадзеянні азота і вадарода, калі сумесь будзе знаходзіцца пры даным ціску і тэмпературы, да таго часу, пакуль не наступіць роўнавага.

Хоць тэарэму Нернста, як паказваюць паданыя прыклады, можна ўжыць і да вобласці лёгка даступных тэмператур, аднак, паводле сваёй ідэі і формулёўкі яна належыць непасрэдна да абсалютнага нуля. Яна раскрывае нам рад вельмі важных уласцівасцей матэрыі паблізу абсалютнага нуля.

Перш за ўсё можна паказаць, што для вадкіх і цвёрдых сістэм паблізу абсалютнага нуля ўсе працэсы адбываюцца без змены энтропіі. Сапраўды, змена энтропіі $S_2 - S_1$ (пры ізатэрмічным працэсе) раўняецца аднашэнню $\frac{Q}{T}$ (стар. 364), дзе Q ёсць колькасць цяпла, падведзенага ці аднятага ў сістэмы. Q ёсць розніца

змены поўнай энергіі U і выконваемай работы A. Такім чынам $S_2 - S_1 = \frac{Q}{T} = \frac{U-A}{T}$. На аснове тэарэмы Нернста маем (стар. 443) паблізу абсалютнага нуля:

$$S_2 - S_1 = \frac{U-A}{T} = \frac{(U_0 + \beta T^2) - (U_0 - \beta T^2)}{T} = 2\beta T.$$

Такім чынам па меры імкнення T да нуля атрымаем, што $S_2 - S_1$ імкнецца да нуля, г. зн. энтропія не змяняецца. Значыць пры абсалютным нулі ўсе ператварэнні вадкіх і цвёрдых цел (напрыклад пераход ад аднаго крышталічнага стану ў другі) адбываюцца без змены энтропіі, г. зн. зваротна.

Мы прыходзім такім чынам да вываду, што энтропія пры абсалютным нулі ёсць некаторая пастаянная канечная велічыня. Само лікавае значэнне энтропіі нельга вывесці з трэцяга палажэння тэрмадынамікі. Але з тае прычыны, што ў тэарэтычнай тэрмадынаміцы сустракаюцца выключна толькі змены энтропіі, то ёсць сэнс лічыць энтропію (усіх цвёрдых і вадкіх цел) пры абсалютным нулі роўнай нулю.

Да ліку фізічных вынікаў тэарэмы Нернста належаць таксама наступныя: у вобласці абсалютнага нуля цеплавое расшырэнне або павелічэнне ціску газаў роўны нулю; або інакш аб'ём і ціск становяцца там незалежнымі ад тэмпературы, і ад таго газавыя законы зусім непрыймальны паблізу абсалютнага нуля (выраждзенне газаў). Цеплаёмістасць цвёрдых і вадкіх цел, таксама як і тэрмаэлектрычная сіла і эфект Пельтэ пара металаў (ч. II), пры набліжэнні да абсалютнага нуля асімптатычна імкнецца да нуля. Таксама і электрычнае супраціўленне і ўсякая іншая ўласцівасць матэрыі паблізу абсалютнага нуля змяняюцца асімптатычна і прытым так, што ўжо значна вышэй абсалютнага нуля ўсе змены вельмі малыя. З гэтае прычыны, нават калі мы дасягнем абсалютнага нуля, не будзе адзнакі, каб пазнаць яго. Аднак ахалоджанне цела да абсалютнага нуля з'яўляецца таксама прынцыпова недасяжным, як немагчыма пабудаваць perpetuum mobile першага або другога роду.

Цеплыня згарання. Толькі ў нямногіх выпадках магчыма непасрэднае каларыметрычнае вымярэнне цеплыні, якая ўзнікае або знішчаецца пры ўтварэнні хімічных злучэнняў (карыстаюцца звычайна водным каларыметрам, часам ледзяным каларыметрам Бунзена). Іменна гэта магчыма ў выпадку рэакцый, настолькі шпаркіх, што страты цеплыні, якія не паддаюцца ўліку, аказваюцца малымі; апрача таго рэакцыі павінны ісці да канца і не суправаджацца пабочнымі рэакцыямі, якіх нельга ўлічыць. Апошняму патрабаванню, абавязковаму для паспяховага вымярэння, здавальняюць толькі надта нямногія рэакцыі. Прыходзіцца дзейнічаць вакольным шляхам, пераводзячы рэагуючыя матэрыі з пачатковага стану ў канечны праз некалькі этапаў, вымяраючы цеплавое дзеянне кожнай з прамежных простых рэакцый.

Немагчыма напрыклад непасрэдна знайсці розніцу энергій дрэўнага вугалю і алмаза, г. зн. вымерыць цеплыню непасрэднага ператварэння аднаго

ў другі, бо пераход адной мадыфікацыі ў другую лабараторна нельга здзейсніць. Калі-ж мы дрэўны вугаль і алмаз ператворым у аднолькавае злучэнне з якой. небудзь трэцяй матэрыяй, то розніца абодвух цяплынь рэакцыі акажацца роўнай цеплыні ператварэння адной мадыфікацыі ў другую. Падобнай вельмі пашыранай дапаможнай матэрыяй з'яўляецца кісларод, г. зн. уступаюць рэакцыю спальвання (акіслення). Вопыты па спальванні розных мадыфікацый вуглярода паказалі, што выдзяляюцца наступныя колькасці цеплыні (з разліку на 1 грам-атом, г. зн. на 12 г вуглярода):

	Кал	Розніца
для аморфнага вугаля (дрэўнага)	97 630	
„ графіта	94 810	2 840
„ алмаза	94 310	500

Такім чынам пры пераходзе 12 г дрэўнага вугалю ў графіт павінна развівацца 2840 *г кал*, пры пераходзе 12 г графіта ў алмаз—500 *гкал* (Нернст).

Паводле лікаў, непасрэдна знойдзеных з дапаможных рэакцый, можна вылічыць лікі для даследуемай рэакцыі; бо розніца энергіі двух станаў сістэмы павінна быць адна і тая-ж, незалежна ад спосабу, паводле якога сістэма перайшла з аднаго стану ў другі, г. зн. незалежна ад прамежных рэакцый. З тае прычыны, што ў прыборы, у якім праводзіцца спальванне (каларыметрычная бомба), не выконваецца ніякай знешняй работы (няма змены аб'ёму сістэмы), то ўсякая розніца энергіі выражаецца ў форме цеплыні (закон пастаяннай сумы цяплынь Гес, 1840). Правільнасць закона выцякае з першага палажэння, тэрмадынамікі. Сапраўды, калі-б закона Геса нельга было ўжыць, то можна было-б перавесці рэагуючую сістэму з аднаго стану ў другі паводле спосабу, дзе выдзяленне цеплыні большае, а затым вярнуць яе ў першапачатковы стан па спосабу, дзе паглынанне цеплыні меншае, і выйграць такім чынам энергію з нічога.

У якасці прамежных рэакцый асабліва прыгодны спальванні матэрый у кіслародзе (акісленне), бо гэтыя рэакцыі шпаркія, ідуць да канца і простыя. З гэтае прычыны важна ведаць цеплавы эфект акіслення матэрыі, вымерыўшы яго цеплыню згарання, г. зн. колькасць грам-калорый, развіваемых грам-малекулай матэрыі пры поўным яе акісленні. Спальванне праводзіцца ў каларыметрычнай бомбе (Бертло-Малер), жалезнай судзіне, эмаляванай, або платынавай з сярэдзіны, ёмістасцю каля 0,3—0,4 *л*; у судзіне змяшчаецца матэрыя, якая падлягае спальванню, і кісларод, сціснуты прыблізна да 25 *am*; судзіна цалкам пагружана ў ваду каларыметра. Для запальвання напальваюць электрычным токам дроцік, уведзены ў сярэдзіну бомбы. Для прыкладу падаем некаторыя цеплыні спальвання:

	Прадукт згарання	На 1 г спальваемае матэрыі
Вадарод	H_2O	33 760 *гкал*
Вуглярод	CO_2	8 100 „
Серка	SO_2	2 307 „
Фосфар	P_2O_5	5 750 „
Балотны газ	—	13 100 „
Этылен	—	11 940 „

Асобую цікавасць прадстаўляюць сабою цеплыні згарання рознага паліва (вугалю, дрэва, торфу, свяцільнага газу), якое

складаецца галоўным чынам з вуглярода і вадарода. Каларыметрычныя вопыты па спальванні даюць на:

1 *кг*	яловага дрэва (з 12% вады)	каля 4 400	*кгкал*
1 „	добрага бурага вугалю	„ 6 000	„
1 „	кокса	„ 7 100	„
1 „	дрэўнага і каменнага вугалю	7 000—8 000	„
1 „	карасіна (ачышчанага, амерыканскага) .	„ 11 400	„
1 „	гаручага масла	„ 10 000	„
1 *м*³	генератарнага газу	„ 838	„
1 „	вадзянога газу	„ 2 884	„
1 „	свяцільнага газу (ачышчан.)	„ 5 200	„
1 „	свяцільнага газу (неачышчан.)	„ 5 600	„

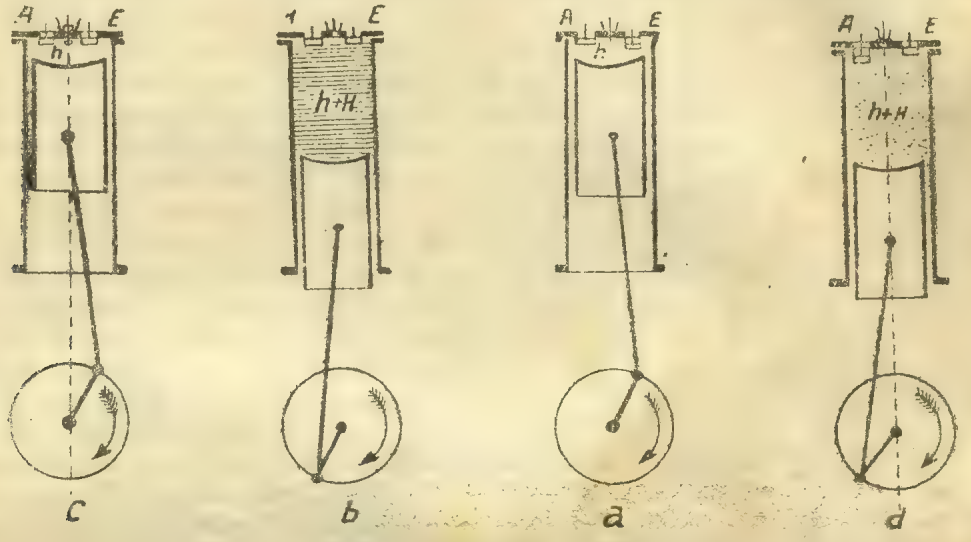
Аднак ва ўмовах топкі каларыметрычная цеплыня згарання выкарыстоўваецца толькі ў вельмі малой ступені; нават пры найлепшай арганізацыі траціцца вялікая колькасць цеплыні. Для падтрымання гарэння трэба працяжна падвадзіць кісларод, г. зн. свежае паветра, да гаручага, якое знаходзіцца на каласніках і ўводзіць паветра, пазбаўленае кісларода. Для адводу служыць труба. Гарачае паветра падымаецца па ёй і зацягвае свежае паветра знізу. Апошняе праходзіць скрозь рашотку каласніка і змешваецца з палівам. Свежае паветра параўнальна халоднае і бярэ на сваё награванне немалую частку развіваемай цеплыні. Даволі многа яе выносіць з сабою і гарачае паветра, якое выходзіць ад гаручага матэрыялу ў трубу. Апрача таго прыходзіцца падвадзіць куды больш свежага паветра, чым здавалася-б патрэбным паводле колькасці кісларода: вопыт паказвае, што скарыстаць удаецца не больш $^2/_3$ усяго кісларода, інакш азот паветра вельмі шкодзіць працэсу сваім награваннем. Каб атрымаць 1 *кг* кісларода для гарэння, неабходна самае меншае 6,5 *кг*, г. зн. 5 *м*³ паветра. Калі занадта малы прыток паветра шкодны для гарэння, то і лішак яго таксама неспрыяльны, бо выклікае занадта моцнае ахалоджанне паліва і печы. У тэхнічных цеплавых установах прычынаю цеплавых страт з'яўляецца і цяпловыпрамяненне і пераход нагрэтага паветра ў больш халоднае навакольнае асяроддзе (то, што з'яўляецца мэтаю ацяплення ў жыллёвых памяшканнях!) Усе гэтыя страты пагаршаюць тэхнічнае скарыстанне цеплыні згарання: 1 *кг* каменнага вугалю пры поўным згаранні дае каля 8 000 *кг·кал*, г. зн. павінен быў-бы выпарыць каля 15 *кг* вады пры поўным скарыстанні яго; на справе-ж ён выпарвае ў лепшых кацельных установах не больш 8—9 *кг*.

Рэгенератыўная печ Сіменса. Цеплавыя страты адносна малыя ў рэгенератыўнай печы Сіменса (Фрыдрых Сіменс, 1885). Цеплыня выходзячых з печы прадуктаў згарання (адпрацаваных газаў) скарыстоўваецца для награвання газу, які накіроўваецца ў печ (свежага газу), перад паступленнем яго ў топку. Адпрацаваны газ, перш чым выйсці ў трубу, праходзіць скрозь камеру з агнятрывалае цэглы. Большую частку сваёй цеплыні газ аддае сценкам камеры і цаглянай рашотцы ў ёй, якія ўтвараюць цеплавы кандэнсатар вялікай ёмістасці. Пасля першай камеры выходзячыя газы трапляюць у другую такую-ж камеру і нарэшце—у трубу. Тым часам свежы газ праводзіцца праз першую (нагрэтую) камеру, каб захапіць накопленую ў ёй цеплыню. Кожная з двух камер прапускае пачаргова (з перыядам у некалькі гадзін), то адпрацаваны, то свежы газ, каб адабраць цеплыню ў адпрацаванага і перадаць яе свежаму газу. Гэтыя печы асабліва ўжываюцца ў шкляной і ліцейнай прамысловасці.

Згаранне, скорасць рэакцыі, узрыў. Характар згарання залежыць ад таго, дзе яно адбываецца—у адкрытым полымі або—у ізаляванай масе газу—у замкнутым полымі. Першае называюць павольным згараннем, другое—узрывам. І пры адным і пры другім працэсе сумесь гаручага і кісларода, не гледзячы на ўзаемнае сродства пры хатняй тэмпературы, хімічна абыяка або, правільней, здаецца такой, бо рэакцыя хоць і адбываецца, але так павольна, што пры хатняй тэмпературы яна зусім незаметна; пры павышэнні-ж тэмпературы скорасць рэакцыі безупынна павялічваецца. Значыць для пачатку згарання (успалымнення) патрэбна пэўная скорасць рэакцыі, а таму і пэўная пачатковая тэмпература; для падтрымання згарання неабходна прынамсі падтрыманне пачатковай тэмпературы. Вышыня апошняй залежыць ад ступені ўспалымняльнасці гаручае матэрыі. З цвёрдых цел найбольш нізкую тэмпературу ўспалымнення мае фосфар; затым ідуць серка, тальк, дрэва, дрэўны вугаль, каменны вугаль, антрацыт; аналагічны рад сярод газаў утвараюць: фосфарны вадарод, вадарод, этылен, масляны газ, серкавадарод, вокіс вуглярода, руднічны газ.

Каб стварыць гарэнне, адну частку гаручай сумесі награваюць да ўспалымнення (полымем, электрычнай іскрой). З прычыны гэтага скорасць рэакцыі ў даным участку павышаецца ў вялізнай ступені; энергічна працякаючая рэакцыя суправаджаецца выдзяленнем цеплыні, якая награвае да ўспалымнення суседнія, яшчэ не рэагуючыя вобласці. У іх таксама пачынаецца рэакцыя і выдзяленне цеплыні—і так працягваецца ад аднаго слоя сумесі да другога, пакуль уся яна не будзе ахоплена рэакцыяй. Пры павольным гарэнні працэс пашырэння адбываецца інакш, чым пры ўзрыве: пры павольным гарэнні цеплыня, патрэбная для ўспалымнення, перадаецца ад аднаго пункту да другога шляхам цеплаправоднасці; скорасць пашырэння гарэння з гэтае прычыны залежыць: 1) ад ступені цяплоправоднасці і 2) ад таго, наколькі хутка скорасць рэакцыі сумесі ўзрастае з павышэннем тэмпературы. Пры ўзрыўным-жа згаранні галоўную ролю адыгрывае павышэнне ціску, звязанае са згараннем (у масе газу, заключанай у пастаянным аб'ёме і значыць абмежаванай у сваім расшырэнні; у самым пачатку цеплыня перадаецца суседнім слаям шляхам цяплоправоднасці, як пры павольным згаранні; але з тае прычыны, што газ замкнуты, то ціск надзвычайна павышаецца па меры згарання; яшчэ не згарэўшыя часткі сумесі награваюцца з прычыны сціскання, і скорасць рэакцыі расце шпарчэй, чым калі-б сумесь награвалася да тэй-жа тэмпературы без сціскання. Наступныя слаі сціскаюцца яшчэ мацней, скорасць рэакцый у іх павялічваецца яшчэ шпарчэй, чым у папярэдніх слаях, і хваля сціску бяжыць (у вадародзе са скорасцю 2 820 *м/сек*, паводле Бертоле) ад слоя да слоя, падобна да гукавой хвалі. Для ўспалымнення сумесі вадарода і кісларода $2H_2 + O_2$, дастаткова вельмі шпаркага сціскання, якое адбываецца без цеплавых страт (адыябатна), ад 1 *ат* да 30—40 *ат*. Утвораная пры ўзрыве цеплыня павышае тэмпературу да 2 000°—3 000°, і максімальны ціск узрыву пры гэтым значна перавышае 100 *ат*.

Рухавікі ўнутранага згарання (газавыя, вадкага паліва). У паравой машыне цеплыню, прызначаную для ператварэння ў механічную работу, да цыліндра дастаўляе пара, якая з'яўляецца насіцелем цеплыні. У рухавіках унутранога згарання гэту цеплыню ствараюць у самым цыліндры. Насіцель цеплыні тут—узрыўчатая сумесь паветра з гаручым газам—газавыя рухавікі—або з дробнараспыленым мінеральным маслам (лёгкія маслы: бензін, бензол; цяжкія маслы: каменнавугальная смала, дзягцярнае масла)—рухавікі вадкага паліва. Гэта дае магчымасць унікнуць рада цеплавых страт у насіцеля цеплыні, а з прычыны высокай тэмпературы згарання дасягаецца большая тэрмадынамічная ступень карыснага дзеяння (стар. 418). Сапраўдны каэфіцыент карыснага дзеяння ў дызельных маторах дасягае 36 проц. Высокія тэмпературы газу патрабуюць інтэнсіўнага ахалоджання цыліндра, паветранага або вадзянога. Для большай эканамічнасці выкарыстоўваюць затым і цеплыню адпрацаваных газаў і вады ахаладжальніка для тых або іншых мэт. Рабочы працэс адбываецца наступным чынам: 1) поршань пера-



Рыс. 388. Чатырохтактны рухавік унутранага згарання.

соўваецца з аднаго канца цыліндра (рыс. 388,*а*)—назавем гэта палажэнне I—да другога ў палажэнне II, у той час як уваходны клапан *E* адкрыт, а выходны *A* закрыты; пры гэтым у цыліндр уцягваецца ўзрыўчатая газавая сумесь, запаўняючая пры палажэнні II прастору $h+H$ (рыс. 388, *b*); 2) з прычыны інерцыі махавога кола поршань усоўваецца назад у палажэнне I пры закрытых клапанах, уваходным і выходным; пры гэтым газ сціскаецца ў аб'ёме (рыс. 388, *c*); 3) з прычыны ўзрыву газавай сумесі, выкліканага запальвальным прыстасаваннем (запальная іскра ад так званай свечкі, запальны шар), поршань ізноў адштурхваецца ў палажэнне II, пры закрытых клапанах (рабочы ход поршня) (рыс. 388, *d*); 4) з прычыны інерцыі махавога кола поршань зноў перасоўваецца ў палажэнне I, пры закрытым уваходным і адкрытым выходным клапанах, так што праз выходны клапан выганяюцца згарэўшыя газы (выхлап).

Пасля сканчэння чацвертага ходу (такту) поршня ўстанаўліваецца такое-ж палажэнне, як пры пачатку першага, і працэс паўтараецца. Такі рухавік называецца чатырохтактным. У ім згаранне і карыснае дзеянне наступаюць толькі пры кожным другім абароце вала. Ёсць таксама і двухтактныя рухавікі. У іх газавая сумесь уцягваецца ў часе ходу поршня ад палажэння I да палажэння II; пры зваротным ходзе яна сціскаецца і ўспалымняецца; пры наступным такце прадукты згарання выдаляюцца праз каналы ў сценцы цыліндра, адкрываемыя аўтаматычна пры руху поршня; у той-жа час замест адпрацаваных прадуктаў уцягваецца новая порцыя сумесі. Значыць у рабочым цыліндры кожнаму абароту вала адпавядае згаранне і карыснае дзеянне. Гэта сістэма ўжываецца ў некаторых магутных газавых рухавіках; у апошні час яна шырока ўжываецца і ў маторах вадкага паліва (напрыклад у маторах Дызеля ў карабельных установах). Рухавікі ўнутранага згарання будуюцца звычайна з простым дзеяннем, г. зн. газавая сумесь паступае ў матор заўсёды толькі з аднаго і таго-ж канца, па адзін бок поршня; аднак вялікія стацыянарныя двухтактныя рухавікі і буйнейшыя чатырохтактныя будуюцца з двайным дзеяннем (узрывы то з аднаго, то з другога боку поршня)

Гранічная магутнасць на адзін бок поршня дасягае ў цяперашні час у чатырохтактных рухавіках 800 *к. с.* і двухтактных 1000 *к. с.* (прыблізна). Для атрымання большай магутнасці павялічваюць колькасць цыліндраў. Рухавікі ўнутранага згарання адыгрываюць цяпер у сілавой гаспадарцы велізарную ролю, напрыклад: у аўтамабілях, лётных апаратах (рухавікі лёгкіх маслаў), або на электрычных станцыях, пры доменных і коксавальных печах (магутныя газавыя рухавікі), або ў карабельнай справе (дызельныя маторы цяжкіх маслаў).

Полымя. Полымя—гэта распаленыя газавыя масы, якія атрымліваюць цеплыню з тонкай зоны, дзе адбываецца рэакцыя. Прасцейшым прыкладам з'яўляецца полымя гаручага газу, напрыклад чыстага вадарода, які гарыць над круглай адтулінай (гарэлка з круглай адтулінай). Свячэнне, ледзь бачнае пры зусім чыстым вадародзе і паветры, мае форму двайнога конуса: адзін канец яго ляжыць у вусці гарэлкі, другі—утварае вярхушку полымя. Гарэнне адбываецца ў надзвычайна вузкай зоне, палажэнне якой вызначаецца стэхіаметрычнай умовай: зона гарэння ёсць сукупнасць пунктаў, дзе гаручы вадарод сустракаецца з кіслародам паветра ў стэхіаметрычных адносінах ($2H_2 : 10_2$). У глыбіні полымя гарэння няма, там адбываецца, толькі паступовае награванне вадарода цеплавым токам, які ідзе ад паверхні гарэння да вусця. Калі газ паводле свайго саставу няўстойлівы, то ён раскладаецца ў гэтым цеплавым току на шляху да паверхні гарэння. Гэта раскладанне прыводзіць у вуглевадародах да ўтварэння часцінак цвёрдага вугаля, найтанчэй распыленых; у напаленым газавым току яны пачынаюць свяціцца, перш чым дасягаюць зоны гарэння. Гэта прычына вядомага бела-жоўтага свячэння полымя свяцільнага газу. Напаленыя часцінкі, якія прадстаўляюць сабою не малекулы, але больш грубыя ўтварэнні, часам не паспяваюць згарэць пры хуткім праходжанні праз зону згарання, дзе яны павінны ўтварыць CO_2 (і H_2O). У гэтым выпадку полымя капціць, што добра заметна пры гарэнні пары бензола. Матэрыі, самі па сабе не газападобныя, але якія выпарваюцца пры награванні, даюць полымя, ва ўсіх адносінах падобнае да газавага, калі яго падвадзіць у належным вадкім стане. Прыкладам такога полымя з'яўляецца начнік, у якога масла роўнамерна падымаецца па кноце да сярэдзіны полымя, дзе прыцякаючая цеплыня выклікае яго выпарэнне. Адпаведныя цвёрдыя гаручыя матэрыі ўжываюцца ў форме свечак; матэрыя расплаўляецца дзякуючы цеплыні, якая прыходзіць з полымя праз прамяніванне і цеплаправоднасць. Свечка і кнот падбіраюцца на вопыце так, каб адначасова расплаўлялася толькі невялікая частка свечкі і ўтвораная вадкасць скаплялася-б у чашападобным паглыбленні каля кнота. Кнот бярэцца такі, каб ён пакарачваўся ў патрэбнай меры, абгараючы, пры расходванні свечкі.

Характэрнай адзнакай усіх апісаных вышэй полымяў з'яўляецца тое, што гаручы газ судатыкаецца з паветрам толькі ўздоўж знешняй паверхні. Паветра і гаручы газ у гэтых полымях можна абмяняць месцамі. Аднолькава згараюць, як свяцільны газ у паветры, так і паветра ў свяцільным газе. Наглядаемая розніца аб'ясняецца тым, што цеплыня, якая ідзе да вусця гарэлкі, выклікае хімічныя змены ў раскладальных газаў, тады як у паветры іх не бывае. Асобую разнавіднасць прадстаўляе сабою полымя, у якога адначасова наступаюць і згаранне паветра ў гаручым газе і згаранне газу ў паветры. Да такога тыпу належыць полымя бунзенаўскай гарэлкі. Яно мае выгляд конуса, які стаіць над вусцем гарэлкі, у якім згарае кісларод паветра ў лішкавым свяцільным газе. Прадуктамі згарання гэтага ўнутранага конуса з'яўляецца сумесь азота паветра з чатырма газамі: вокісам вуглярода, вадзяною параю, вуглекіслатою і вадародам. Гэта гарачая маса газу ўсходзіць і расшыраецца аж да знешняга конуса, дзе выконваецца тая-ж стэхіаметрычная ўмова, як і ў простых полымях. Колькасць паступаючых у адзінку часу: з аднаго боку, гаручых вокіса вуглярода і вадарода, з другога,—кісларода паветра, павінны быць стэхіаметрычна эквівалентны паміж сабою. Палажэнне-ж унутранага конуса вызначаецца зусім іншаю ўмовай: унутраны конус ёсць стацыянарны ўзрыў, у якога ў кожным пункце паверхні конуса, дзе адбываецца згаранне, скорасць пашырэння ўзгарання роўна і працілежна скорасці прытоку сумесі газу і паветра.

Хімічныя дзеянні полымя бунзенаўскай гарэлкі выкарыстоўваюцца вельмі шырока. Яно мае ярка выражаныя аднаўляльныя ўласцівасці, г. зн. здольнасць аднімаць кісларод ад награваемага цела, калі ўнесены ў яго прадмет награваецца ўнутраным конусам і разам з тым судатыкаецца са свежым газам; яно-ж з'яўляецца бясспрэчным акісляльнікам (выклікае злучэнне награваемага цела з

кіслародам), калі прадмет награваецца ў знешнім конусе і сустракаецца з лішкам паветра па-за полымем. Калі прадмет увесь змешчаны ў прастору між знешнім і ўнутраным конусам, то напрамак яго хімічнае змены залежыць ад тэрмадынамічнае роўнавагі між напаленым прадметам і пералічанымі вышэй газамі, якія надымаюцца з унутранага конуса. У гэтай прасторы хімічныя змены, зразумела, выражаюцца менш ясна, чым пры ўздзеянні свежага газу або лішкавага паветра. З гэтае прычыны яе адрозніваюць ад акісляльнай і аднаўляльнай частак полымя, як вобласць плаўлення. У аптычных і электрычных адносінах унутраны конус бунзенаўскага полымя адрозніваецца ад газаў, якія з яго выходзяць, па выразна іншым колеры выпрамянення і па сваёй высокай іёнізацыі (ч. II). Паласаты спектр унутранага конуса бывае ад узбуджаных свабодных радыкалаў дыкарбона (спектр Свана), метына (CH) і гідраксіла (OH) (Бонгефер і Габер, 1928); іёнізацыя-ж абумоўлена галоўным чынам моцна іёнізуемым дыкарбонам (Габер і Квазебарт, 1928). Працяжнасць жыцця ўзбуджаных малекул такая малая, што між унутраным конусам і выходзячым з яго газам утвараецца амаль рэзкая граніца, бачная вокам. Затуханне іёнізацыі таксама адбываецца настолькі шпарка, што электраправоднасць падае нібы скачкамі. Хоць з'явы ў знешнім конусе прынцыпова такія-ж, але яны заметны куды менш. Яны змякчаюцца з прычыны таго, што газы, якія згараюць у знешнім конусе, моцна разрэджаны вуглекіслатой, вадзяною парою і азотам, чым змяншаецца бурнасць рэакцыі; з гэтае прычыны знешні конус менш выразны.

Сонца—усеагульная крыніца цеплыні. Тэрмахімічныя працэсы з аддачай цеплыні (як працэсы акіслення) з'яўляюцца магутнымі крыніцамі цяпла. Для штучнага атрымання цеплыні карыстаюцца амаль імі аднымі. Але лічыцца цеплавою крыніцаю можа кожны фізічны працэс, пры якім якая-небудзь форма энергіі ператвараецца ў цеплыню. У гэтым сэнсе напрыклад усякая кандэнсацыя ёсць крыніца цеплыні; аднак можна заўважыць, што цеплыня, якая вызваляецца пры кандэнсацыі, атрымліваецца з цеплавога запасу гаручага матэрыялу, які некалі даставіў цяпло для выпарэння вадкасці, г. зн. у канчатковым ліку ўсё-ж-такі з хімічнае крыніцы. Наша паліва раслінnага паходжання; сонечнае святло і сонечнае цяпло стварылі расліны ў тым выглядзе, у якім мы імі карыстаемся. Значыць цеплыня нашых тэхнічных цеплавых крыніц атрымліваецца з сонечнай энергіі. Механічная энергія, выкарыстоўваемая для нашай работы, часткаю арганічнага паходжання, як энергія чалавека і жывёлы, часткаю неарганічнага, як энергія падаючай вады і ветру. Энергія чалавека і жывёлы, іх здольнасць выконваць работу, падтрымліваецца выключна харчаваннем. Харчаванне-ж атрымліваецца толькі ад раслін, „бо толькі раслінныя матэрыі або мяса траваяднае жывёлы могуць служыць жывільным матэрыялам. Траваяднае жывёла ўтварае толькі прамежную ступень, дастаўляючы драпежнікам, да якіх трэба далучыць і чалавека, жыўленне з такіх раслінных матэрый, якія імі самімі не могуць быць усвоены непасрэдна" (Гельмгольц). Развіццё і выспяванне раслін патрабуе сонечнага святла і цяпла. За кошт энергіі, дастаўляемай сонцам, адбываецца расшчапленне вуглекіслаты (CO_2) на кісларод і вуглярод. Гэты апошні і складае істотную частку ўсякага арганічнага ўтварэння.

Значыць крыніцаю энергіі арганічнага паходжання з'яўляецца сонца. Але і энергія ветру і вады мае сваёй першапрычынай сонечную цеплыню. Падаючая вада павінна быць раней пад-

нята—шляхам выпарэння, якое безупынна адбываецца на паверхні мора і зямлі; ветры-ж узнікаюць з паветраных цячэнняў з прычыны награвання сонцам паветра каля земнай паверхні. Такім чынам сонечнае цяпло—крыніца энергіі, якая жывіць усё[1]). Адкуль-жа яно атрымліваецца? Праўдападобна дапушчэнне: з хімічных працэсаў між элементам, якія знаходзяцца на сонцы (гл. спектральны аналіз). Але нават калі сонца складалася-б толькі з вадарода і кісларода, г. зн. матэрый, цеплыня злучэння якіх найбольшая, усё-ж яно магло-б выпрамянёўваць святло і цяпло ў такіх колькасцях, як зараз, не больш, чым на працягу 3000 год (Гельмгольц.).—Паводле геалагічных даных, сонца існуе самае малое 10^{10} год, без заметнага змяншэння выпрамянёўваемай ім у кожную секунду энергіі. Цяпер дапускаюць, што галоўная частка сонечнай энергіі атрымліваецца ад унутры атамных працэсаў (радыёактыўнасць, ператварэнне масы ў выпраменяванне). Колькасць цеплыні, якую атрымлівае зямля ад сонца, можна вызначыць піргеліометрам—прыборам, у якім цеплыня сонца награвае невялікую металічную судзіну, напоўненую вадою. Ведаючы масу вады, вадзяны эквівалент прыбора і змены тэмпературы вады, можна ацаніць колькасць паглынёнай цеплыні, як гэта робіцца ў вадзяным каларыметры. Калі ўлічыць страту энергіі пры паглынанні ў земнай атмасферы, то энергія, атрымліваемая за 1 мінуту чорнай паверхняю ў 1 *см*^{2} на граніцы атмасферы пры нармальным падзенні на яе прамянёў і сярэдняй адлегласці між зямлёю і сонцам, аказваецца роўнай 193 *г-кал* (сонечная пастаянная). Колькасць цеплыні, падаючая на зямлю на працягу году, такая вялікая, што каб яе размеркаваць роўнамерна па ўсёй земнай паверхні, то яна магла-б растапіць ледзяную кару таўшчынёю ў 31 *м* над усім земным шарам (калі-б не земная атмасфера, якая паглынае амаль палову цеплыні, падаючай на зямлю). Але ўся гэта цеплыня—толькі самая нязначная частка поўнай энергіі выпрамянення сонца. Тэмпературу сонечнай паверхні прымаюць роўнай 6 000°, тады як унутраныя слаі сонца маюць тэмпературу, вымяраемую мільёнамі градусаў.

3. ПАШЫРЭННЕ ЦЕПЛЫНІ.

Пашырэнне цеплыні шляхам цеплаправоднасці. Са з'яў прытоку і адтоку цеплыні вынікае, што цеплыня перадаецца ад аднаго цела да другога і што яна пашыраецца ўнутры цела, не накапліваючыся каля месца ўступлення ў цела. Тэрмометр не рэагаваў-бы на тэмпературныя змены асяроддзя, калі-б цеплыня, нагрэўшы паверхню яго шарыка да навакольнай тэмпературы, не змагла пранікнуць унутр іртуці, пашырыўшыся па ўсім аб'ёме яго. Перадача цеплыні з прычыны судатыкання розна нагрэтых частак цела называецца цеплаправоднасцю. Пры гэтым цеплыня цячэ ад пунктаў з больш высокай тэмпературай да пунктаў з больш нізкай тэмпературай. Калі ў гарачую вадкасць апус-

[1] Выключэннем з'яўляецца энергія морскіх прыліваў і адліваў, абумоўліваемых прыцяжэннем месяца.

ціць халодны металічны стрыжань, напрыклад чайную лыжку, то тэмпературу вадкасці перш за ўсё прыме апушчаная ў вадкасць частка; пасля таго павысіцца тэмпература непагружанай часткі, прычым цеплыня спачатку цячэ ў бліжэйшыя да вадкасці часткі стрыжня і павышае іх тэмпературу і толькі паступова даходзіць да канца стрыжня. (Аднак тэмпература знадворнага канца ніколі не зраўняецца з тэмператураю вадкасці, бо ён аддае сваю цеплыню навакольнаму паветру). Праходзіць некаторы час, пакуль цеплыня вадкасці дойдзе да найбольш аддаленых частак цела. Калі ёсць некалькі аднолькавых па форме стрыжняў з рознага матэрыялу, то час гэты будзе залежыць ад матэрыялу. Хутчэй за ўсё цеплыня пашыраецца па стрыжні з серабра, затым (у падаваемай тут пасля доўнасці)—па стрыжні з медзі, золата, латуні, волава, жалеза, паладыя, сталі, свінца, бісмута. Калі стрыжань з дрэва, рога або косткі, то награванне свабоднага канца было-б непасрэдна незаметна. Па гэтай розніцы ў праводнасці цеплыні матэрыі падзяляюцца на добрыя або дрэнныя праваднікі. Далёка ўперадзе ўсіх стаяць металы; за імі ідуць мінералы. Арганічныя матэрыі, як шэрсць, пер'е, смала, а таксама газы, праводзяць цеплыню вельмі дрэнна. Цеплыня знаходзіцца ва ўсіх пунктах між крыніцаю цеплыні і канцавымі дасяжнымі для яе пунктамі. Калі гарачую ваду ліць на тэрмометр з надта вялікім іртутным шарыкам, то іртуць панізіцца, перш чым пакажа павышэнне тэмпературы: цеплыня спачатку перадаецца судзіне і выкліча яе расшырэнне, перш чым яна дасягне іртуці і расшырыць яе.

Мера цеплаправоднасці. Цеплаправоднасць цела вымяраецца колькасцю цеплыні (у калорыях), якая пры пэўных умовах працякае скрозь цела ад пунктаў з больш высокай тэмпературай да пунктаў з больш нізкай тэмпературай. Уявім сабе дзве паралельныя плоскасці, якія праходзяць праз цела на адлегласці 1 *см*, або, што тое самае, выдзелім у целе плоска-паралельную пласцінку таўшчынёю на 1 *см*. Тады цеплаправоднасць цела вымерыцца лікам калорый, прайшоўшых у 1 *сек* праз 1 $см^2$ пласцінкі, у той час як тэмпературы гранічных паверхней розняцца на 1°. Тэмпература кожнай паверхні ўсюды пастаянная, з гэтае прычыны цеплавы паток накіраваны перпендыкулярна да пласцінкі. Аднак гэтыя простыя ўмовы не лёгка здзейсніць на практыцы. Вызначаная такім чынам цеплаправоднасць K называецца абсалютнай цеплаправоднасцю. Наступная табліца паказвае значэнні абсалютнай цеплаправоднасці для розных матэрый.

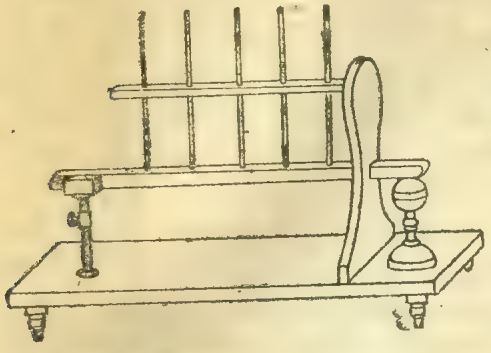
Серабро	1,01	Цынк	0,27	Платына	0,17
Медзь	0,90	Волава	0,15	Нейзільбер	0,07—0,09
Золата	0,70	Жалеза	0,14—0,17	Бісмут	0,019
Латунь	0,15—0,30	Свінец	0,08		

Калі сячэнне стрыжня роўна S $см^2$, яго даўжыня роўна l *см* і на канцах падтрымліваецца тэмпература t_2 і t_1, то, як паказвае вопыт, праз такі стрыжань за 1 *сек* пройдзе колькасць цеплыні:

$$Q = K \cdot S \cdot \frac{t_2 - t_1}{l}.$$

Аднашэнне $\frac{t_2 - t_1}{l}$, якое паказвае змену тэмпературы на адзінку даўжыні стрыжня, называецца **падзеннем** або **градыентам** тэмпературы.

Каб вымерыць цеплаправоднасць металаў, наглядаюць **размеркаванне** тэмпературы, пры стацыянарным цеплавым патоку, у стрыжні (рыс. 389), адзін канец якога падтрымліваецца пры **пастаяннай** высокай тэмпературы, а астатнія часткі абкружаны паветрам і значыць ахалоджваюцца. Разлік цеплаправоднасці аснаваны на розніцах тэмператур між паасобнымі пунктамі стрыжня. Знойдзеная намі цеплаправоднасць характэрызуе перадачу цяпла ўнутры цела і называецца часам **унутранай цеплаправоднасцю**. **Знешнюю** цеплаправоднасць, г. зн. аддачу цеплыні ад цела ў навакольнае асяроддзе, вымяраюць лікам грам-калорый, аддаваемых 1 *см*² паверхні цела за 1 секунду, калі тэмпература цела на 1° вышэй за тэмпературу навакольнага асяроддзя. Знешняя цеплаправоднасць вызначаецца ўмовамі ахалоджання цела.



Рыс. 389. Вымярэнне цеплаправоднасці металу.

Удзельная цеплыня матэрыі мае вялікі ўплыў на скорасць, з якою ў ім пашыраецца цяпло. Гэта выразна паказвае наступны вопыт (**Тындаль**): дзве аднолькавыя палачкі, бісмутавая і жалезная, пакрытыя на адным канцы воскам, устанаўліваюцца **адначасова** на адну і тую-ж гарачую падстаўку, воскам уверх. Воск на бісмуце растае першым, хоць бісмут—**горшы** праваднік, чым жалеза. Справа ў тым, што, перш чым **канец** палачкі прыме тэмпературу плаўлення воску, павінны нагрэцца ўсе прамежныя слаі **між** крыніцаю цеплыні і воскам, а для гэтага жалеза патрабуе больш цеплыні, чым бісмут, бо яго ўдзельная цеплыня значна большая, прыблізна ў чатыры разы. З гэтае прычыны пры роўным прытоку цеплыні маса жалеза між крыніцаю цеплыні і воскам патрабуе больш часу для свайго награвання, чым адпаведная маса бісмута. У бісмутавай палачцы выроўніванне адбываецца шпарчэй, з гэтае прычыны ў ёй раней, чым у жалезнай, устанаўліваецца стацыянарны цеплавы ток пры няспынным прытоку цеплыні.—Аднашэнне цеплаправоднасці да здабытку ад множання шчыльнасці на ўдзельную цеплыню цела называецца яго **тэмпературнай цеплаправоднасцю**. Яна з'яўляецца цікавай усюды, дзе справа ідзе не аб **стацыянарных**, а аб **пераменных цеплавых токах**, як напрыклад у пытанні, на якую глыбіню пранікаюць у зямлю гадавыя змены тэмпературы (стар. 433).

У ізатропных целах цеплаправоднасць **аднолькавая** па ўсіх кірунках ад якога-небудзь данага пункту. Не тое ў **анізатропных**. Довад гэтага (**Сенармон**): тонкая плоска-паралельная пласцінка з даследуемай матэрыі накрываецца

воскам і прасвідроўваецца пасярэдзіне перпендыкулярна да гранічных плоскасцей. Скрозь дзірку прапускаецца дрот, цесна прылягаючы да пласцінкі, якая награваецца, напрыклад, электрычным токам, так што да пласцінкі падводзіцца цяпло толькі ў адным месцы. Калі пласцінка з ізатропнага матэрыялу, то воск растопіцца кружочкам каля дроту; калі-ж яна з анізатропнае матэрыі, напрыклад з крыштала, то замест кружочка звычайна атрымліваецца эліпс. Тут істотна тое, якім чынам выразана пласцінка адносна восей крыштала. На рыс. 390, *а* паказаны эфект у кварцавай пласцінцы, выразанай перпендыкулярна да галоўнай восі; на рыс. 390, *b*—у пласцінцы, выразанай паралельна галоўнай восі.

Рыс. 390. Цеплаправоднасць крышталаў.

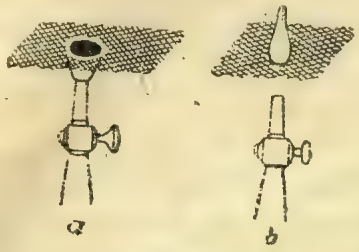
Закон Відэмана і Франца. Калі чыстыя металы размясціць у рад паводле іх цеплаправоднасці, то атрымаецца такая-ж паслядоўнасць, як у металаў, размешчаных па іх электраправоднасці (ч. II). Для многіх металаў аднашэнне цеплаправоднасці да электраправоднасці амаль аднолькава (закон Відэмана і Франца, 1853). Яно залежыць ад тэмпературы і для многіх матэрый расце прапарцыянальна абсалютнай тэмпературы (Л. Лорэнц, 1881). Але гэта апошняе правіла справядліва не цалкам, асабліва для вельмі нізкіх тэмператур. У многіх металаў электраправоднасць змяняецца адваротна прапарцыянальна абсалютнай тэмпературы; з гэтае прычыны правіла Лорэнца сцвярджае, што цеплаправоднасць значна менш змяняецца са зменаю тэмпературы, чым электраправоднасць. Наогул цеплаправоднасць таксама расце з паніжэннем тэмпературы. Так, зусім чыстая медзь пры тэмпературы вадкага вадарода праводзіць цеплыню ў 4,5 разы, а электрычнасць у 400 раз лепш, чым пры хатняй тэмпературы.

Гэты паралелізм між здольнасцю металаў праводзіць цеплыню і электрычнасць прывёў да дапушчэння аб сродстве механізма абодвух працэсаў. Абедзве з'явы могуць быць растлумачаны рухам электронаў (ч. II) у дапушчэнні, што электроны ўнутры металу падпарадкаваны тым-жа законам, што і малекулы газу ў прасторы. Аднак і не праваднікі электрычнасці праводзяць цеплыню, і ў іх механізм цеплаправоднасці іншы, чым у металаў.

Тэхнічныя ўжыванні добрых і дрэнных праваднікоў цяпла. Прадметы абкружаюць добрымі або дрэннымі праваднікамі ў залежнасці ад таго, ці яны павінны захаваць цеплыню ці аддаваць яе: чалавечае цела абкружаюць дрэнна праводзячымі матэрыямі, як шэрсць, футра, пярына, каб не даць яму ахаладзіцца; расліны, для аховы іх ад замярзання, ухутваюць саломай, г. зн. порыстаю абалонкаю, унутры якой знаходзіцца вельмі дрэнна праводзячае паветра. Дрэнна праводзячы слой паветра паміж двайнымі рамамі ахоўвае пакой ад холаду; двайныя сценкі „незгараемых" грашовых шафаў раздзелены слоем залы для аховы ад награвання ўнутранасці шафы пры пажары; металічныя судзіны для гарачых вадкасцей забяспечваюць ручкамі з дрэва, рога, шкла і іншымі дрэнна праводзячымі матэрыяламі. Нязначнай цеплаправоднасцю снегу і лёду аб'ясняецца ахова, якую дае снежнае акрыцце раслінам.

На здольнасці металу з вялікай скорасцю адвадзіць цеплыню аснавана пабудова бяспечнай шахцёрскай лямпы Дэві (рыс. 391). Аховай з'яўляецца частая драцяная сетка навакол полымя. Калі такая сетка судатыкаецца з полымем (рыс. 392, *а*), то яна абмяжоўвае яго, хоць гаручыя газы праходзяць скрозь яе (рыс. 393, *b*). Справа ў тым, што газы павінны быць даведзены да тэмпературы ўзгарання, каб запаліцца. Сетка-ж адводзіць ад іх столькі цяпла, што на другім баку ад яе газы ўжо не досыць гарачыя, каб успыхнуць. Ахоўнае дзеянне лямпы: газы (грымучы газ), якія праходзяць скрозь сетку да агню, успыхваюць, але ўтворанае полымя даходзіць толькі да сетчатага калпачка, так што астатняя маса газу ў шахце не ўспалымляецца.

Рыс. 391. Шахцёрская лямпа Дэві.



Рыс. 392. Ахоўная сетка да шахцёрскай лямпы.

Да задачы цеплаправоднасці адносяцца два важных пытанні геафізікі: 1) у якой ступені цеплыня нетраў земнага шара ўплывае праз цеплаправоднасць на тэмпературу яго паверхні і 2) якім чынам і наколькі сутачныя і гадавыя змены тэмпературы на земнай паверхні пранікаюць у глыб зямлі? На гэтыя пытанні можна адказаць, толькі калі зрабіць спрашчаючыя дапушчэнні. На першае пытанне тэорыя (В. Тамсон) адказвае па сутнасці так: калі розныя слаі земнай кары маюць блізкую цеплаправоднасць, то стацыянарны стан тэмпературы на земнай паверхні, які падтрымліваецца цеплынёю земных нетраў, абумоўлівае роўнамернае павышэнне тэмпературы ў кірунку ад паверхні зямлі да цэнтра. Хоць вымярэнні тэмпературы ў буравых шчылінах далі неаднолькавыя лікі для розных мясцовасцей, але ўсё-ж у сярэднім выявілася павышэнне тэмпературы каля 1° на кожныя 33 *м* глыбіні.

Найлепшы адказ на другое пытанне даюць назіранні Эдынбургскай абсерваторыі (якія вядуцца з 1837 г.). У парфіравай скале ўстаўлены чатыры тэрмометры на глыбіні 0,97 *м*, 1,94 *м*, 3,88 *м* і 7,76 *м*. У сярэднім за многа гадоў тэрмометры паказваюць тэмпературны максімум: першы 19 жніўня, другі 8 верасня, трэці 19 кастрычніка і чацверты 6 студзеня. Адсюль было вылічана, што тэмпературная хваля, выкліканая зменамі тэмпературы на працягу году, пашыраецца са скорасцю 17,01 *м* у год. Розным глыбіням, на якіх змешчаны тэрмометры, адпавядаюць не толькі неаднолькавыя сярэднія тэмпературы, паказваемыя тэрмометрамі, але і розныя ступені тэмпературных змен. Бліжэйшы да паверхні тэрмометр паказвае змены ў 8,2°, самы далёкі толькі 0,7; абодва сярэднія—5,6° і 2,7°. Розніца аб'ясняецца тым, што чым таўсцей слой, скрозь які трэба прайсці цеплыні, тым больш яе затрымліваецца на награванне верхніх слаёў і тым менш дасягае слаёў, больш глыбокіх.

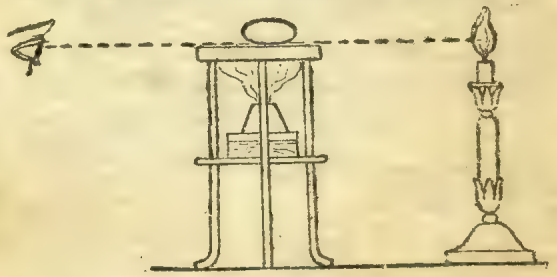
Цеплаправоднасць вадкасцей і газаў. У вадкасцей цеплаправоднасць вельмі малая, у газаў—яшчэ меншая. Цеплаправоднасць вады ў 700 раз, а паветра—у 2 000 раз меншая, чым цеплаправоднасць медзі; у найлепшага правадніка сярод газаў—вадарода яна толькі ў 7 раз большая, чым у паветра. Думка, выказаная яшчэ Румфордам, што вадкасці і газы наогул не праводзяць цеплыні, не пацвярджаецца вопытам. Апрача таго яна супярэчыць уяўленням кінетычнай тэорыі цеплыні. Калі які-небудзь слой газу нагрэты да больш высокай тэмпературы, то значыць сярэд-

ння кінетычная энергія яго малекул большая, чым такая-ж для малекул бліз ляжачага слоя. Пры безупынных сутыкаццях малекул суседніх слаёў абмен энергіі між імі вядзе да змяншэння сярэдняй энергіі ў гарачым і да павелічэння такой у халодным слаі. Такім чынам кінетычная энергія малекулярных рухаў, г. зн. цеплыня будзе перадавацца паступова ад больш гарачага слоя да больш халоднага: будзе ў наяўнасці цеплаправоднасць. Як відаць, намечаная тут кінетычная карціна цеплаправоднасці можа быць прыстасавана ў агульных рысах таксама да вадкасцей і цвёрдых цел. Больш падрабязны аналіз апісанага працэсу прыводзіць да матэматычнай фармулёўкі закона цеплаправоднасці ў газах, які пацвярджаецца вопытам.

Пры гэтым магчымы два спосабы перадачы энергіі ад аднаго слоя матэры і да другога: 1) пры сутычцы малекул розных слаёў больш шпаркія перадаюць частку энергіі больш павольным, але пераходу самых малекул з слоя ў слой не наглядаецца; 2) больш шпаркія малекулы аднаго слоя абменьваюцца месцамі з больш павольнымі малекуламі другога, і такім чынам адбываецца перадача энергіі.

Першы спосаб характэрызуе як відаць цвёрдыя целы, не праводзячыя электрычнасці; другі—газы і цвёрдыя праваднікі электрычнасці, прычым у гэтых апошніх ролю рухлівых малекул адыгрываюць электроны; цеплаправоднасць большасці вадкасцей абумоўлена, як відаць, наяўнасцю абодвух працэсаў, хоць, магчыма, і для астатніх цел абодва працэсы маюць месца ў большай ці меншай ступені.

Малым значэннем цеплаправоднасці газаў і пары аб'ясняецца з'ява, названая імем Лейдэнфроста (1756), якая заключаецца ў наступным. Кропля вады, якая ўпала на вельмі гарачую гладкую металічную паверхню (прас), не адразу выкіпае, а захоўваецца досыць доўга ў выглядзе прыплюснутага шарыка і павольна выпараецца без кіпення. Характэрна, што тэмпература кроплі застаецца ніжэй пункту кіпення, бо кропля не датыкаецца да металу, пакуль ён дастаткова гарачы (рыс. 393). Між кропляй і металам утвараецца слой пары, на якім кропля ляжыць, як на падушцы; ён ахоўвае кроплю ад судатыкання з гарачым металем і з прычыны сваёй дрэннай цеплаправоднасці прапускае да яе мала цеплыні. Калі-ж металічная паверхня дастаткова ахалодзіцца, то парападобная падушка ўжо не здольна будзе падтрымліваць кроплю; кропля дакранецца да гарачай паверхні і раптоўна, распырскваючыся, выпарыцца. (Аналагічны працэс вядзе да тых узрываў паравых катлоў, якія здараюцца, калі ў катле мала вады і сценкі яго занадта напальваюцца; калі тады ўпусціць ваду ў кацёл, то ўваходзячая вада не адразу дакранецца да сценак, а толькі тады, калі сценкі дастаткова ахалодзяцца; але ўсё-ж-такі яны аказваюцца настолькі гарачымі, што адбываецца празмернае параўтварэнне). Неабходная для гэтае з'явы тэмпература металу залежыць ад прыроды вадкасці; яна тым вышэй, чым вышэй пункт кіпення апошняй. Тэмпература вадкасці ў гэтым стане—сфераідальным стане—заўсёды застаецца ніжэй пункту кіпення; у вады яна роўна каля 97°. Фарадэй прыводзіў у сфераідальны стан сумесь цвёрдай вуглекіслаты і эфіру, змяшчаючы яе ў распалены платынавы тыгель; у сумесь ён ставіў другі тыгель, унутры якога была наліта іртуць. Іртуць замярзала!



Рыс. 393. З'ява Лейдэнфроста; сфераідальная кропля не датыкаецца да пласцінкі.

Пашырэнне цеплыні шляхам канвекцыі. Хоць вадкасці і газы вельмі дрэнна праводзяць цеплыню, але яны найлепш могуць перадаваць яе пры дапамозе другое своеасаблівае з'явы. Калі ваду падагрэць полымем знізу, як пры кіпячэнні, то, вядома,

першымі саграваюцца ніжнія слаі. З прычыны змяншэння іх шчыльнасці (пры цеплавым расшырэнні) яны падымаюцца наверх і саступаюць месца другім, больш шчыльным (халодным) слаям. Так узнікае інтэнсіўны рух вады, з прычыны якога цеплыня хутка пашыраецца па судзіне. Падобнае наглядаецца і ў вопыце, паданым на рыс. 353: слаі, якія спачатку ляжалі ў сярэдзіне судзіны, апускаюцца з прычыны павелічэння іх шчыльнасці (пры сцісканні, якое суправаджае ахаладжэнне) на дно, а слаі, ахалоджаныя ніжэй 4°, падымаюцца, і пры гэтым перамешванні слаёў цеплыня пашыраецца ў вадзе.

Падобнае адбываецца пры награванні газаў. Масы газу перасоўваюцца да іншых мас, змешваюцца з імі і аддаюць ім цеплыню ад малекулы да малекулы. З'ява перадачы цяпла з прычыны перамешвання слаёў вадкасці або газу называецца канвекцыяй. У вадкасцях канвекцыя затрымліваецца, калі іх награваць зверху, г. зн., калі цеплыня можа пашырацца толькі зверху ўніз. Такім чынам можна вывучаць цеплаправоднасць вадкасці, не ўскладнёную канвекцыяй. Канвекцыя ў газах вельмі важна для метэаралогіі. Вятры—пасаты і мусоны—узнікаюць галоўным чынам таму, што ў тропіках гарачае паветра падымаецца і з прычыны гэтага на паверхні зямлі да экватара шпарка накіроўваецца больш халоднае паветра з большых шырот; кірунак гэтых вятроў абумоўлены вярчэннем зямлі. Ток гарачага паветра, узняўшыся ўверх, накіроўваецца ўрэшце да полюсаў, г. зн. накіраваны працілежна ветру ў ніжніх слаях атмасферы (антыпасат). Брызы з кантыненту і мора, якія перыядычна мяняюцца на морскім узбярэжжы, маюць падобную-ж прычыну. Удзень брыз накіраваны ад мора да сухазем'я, бо паветра над сухазем'ем бывае больш нагрэта і падымаецца; увечары ён мае працілежны кірунак, г. зн. ад сухазем'я да мора. Ва ўсіх гэтых выпадках мы маем справу з гіганцкімі канвекцыйнымі токамі ў земнай атмасферы.

Размеркаванне цеплыні шляхам канвекцыі знаходзіць ужыванне ў цэнтральным вадзяным ацяпленні. Цыркуляцыя паветра, „скразнік", які ўзнікае, калі падымаецца нагрэтае паветра, выкарыстоўваецца ў печных трубах для пастаяннага прытоку свежага паветра да паліва. Чым вышэй труба, тым лепшая цяга (прыстасаванне да вентыляцыі).

Пашырэнне цеплыні шляхам праменявання. Цеплыню якой-небудзь крыніцы (печ, лямпа і да т. п.) мы адчуваем, і не датыкаючыся да апошняй, значыць незалежна ад цеплаправоднасці (цеплаправоднасць паветра такая нязначная, што яе можна не браць пад увагу), прытым і ў тых выпадках, калі мы знаходзімся не над крыніцаю цяпла, г. зн. калі не можа мець месца перадача цяпла шляхам канвекцыі. Калі трымаць гарачы чайнік над рукою, але не дакранаючыся ёю, то бок рукі, павернуты да чайніка, зараз-жа адчуе цяпло. (Калі-б цеплыня перадалася шляхам праводнасці, то дзеянне яе адчулася-б не імгненна, бо паветра занадта дрэнны праваднік цяпла, а гаварыць у даным выпадку аб канвекцыі нельга, бо нагрэтае паветра можа толькі

падымацца). Гэты від цеплааддачы, не абумоўлены ні праводнасцю, ні канвекцыяй, называецца цяпловыпрамяненнем, бо ён па сутнасці супадае з пашырэннем святла і гаворыць аб цеплавых прамянях таксама, як аб светлавых прамянях. Між праводнасцю і канвекцыяй, з аднаго боку, і выпрамяненнем, з другога, ёсць характэрная розніца: у першых двух выпадках перадача цеплыні звязана з награваннем прамежнага слоя, чаго няма пры выпрамяненні. Мы можам паставіць вопыт такім чынам, каб між нагрэтым і ўспрымаючым целамі не было ніякай матэрыі, напрыклад, зрабіўшы гэтыя целы сценкамі судзіны, з якой палкам выпампавалі паветра. І ў гэтым выпадку будзе мець месца перадача цяпла. Такім чынам для механізма цяплоперадачы шляхам выпрамянення наяўнасць прамежнага слоя матэрыі неістотна. Прамежны слой з'яўляецца толькі некаторай перашкодай для выпрамянення, паглынаючы частку яго.

У залежнасці ад ступені пранікальнасці для цеплавых прамянёў, цела называецца празрыстым або непразрыстым; празрыстым, калі выпрамяненне прапускаецца амаль поўнасцю, і непразрыстым, калі цела, якое прапускае прамяні скрозь сябе, награваецца само і затрымлівае значную частку прамянёў. Празрысты, напрыклад, паветра, каменная соль, шкло; непразрысты —металы, сажа. Строга кажучы, трэба адрозніваць розныя сарты цеплавых прамянёў (рознай даўжыні хвалі). У адпаведнасці з гэтым некаторыя целы могуць быць празрысты да адных і непразрысты да другіх прамянёў. Аб гэтым больш падрабязна гутарка будзе ў оптыцы. Цеплавым выпрямяненнем і празрыстасцю паветра аб'ясняецца наступная агульна-вядомая з'ява: сонечныя прамяні нам здаюцца цёплымі нават пры тэмпературы паветра ніжэй нуля, і тэрмометр, асветлены сонцам, паказвае значна больш высокую тэмпературу, чым тэмпература навакольнага паветра. Гэта аб'ясняецца так: дзеянне сонечных прамянёў успрымаецца намі як цяпло, бо выпрамяненне, падаючы на нашу скуру, паглынаецца ёю і ператвараецца ў цяпло ўжо ў самой скуры, а паветра застаецца халодным, бо яно прапускае цеплавыя прамяні, не паглынаючы іх. Таксама аб'ясняецца розніца між тэмпературамі тэрмометра і навакольнага паветра.

Цеплавое выпрамяненне і празрыстасць паветра абавязваюць прымаць рад перасцярог пры вымярэнні сапраўднай тэмпературы паветра не ў закрытым памяшканні. Джоуль змяшчаў тэрмометр у доўгую медную трубку, ахоўваючы яго гэтым ад непасрэднага дзеяння выпрамянення; цеплыня дасягала яго толькі шляхам канвекцыі (з прычыны паветраных цячэнняў, якія ўстанаўліваюцца ў трубцы). Самым дакладны метад Асмана, пры якім даследуемае паветра прапускаецца скрозь ахоўную трубку са скорасцю 2—3 *м/сек* пры дапамозе аспіратара.

Па сутнасці цеплавое і светлавое выпрамяненне—адно і тое-ж: цеплыня выпрамянёўваецца, як і святло, па прамых лініях; цеплавыя прамяні падпарадкаваны тым-жа законам адбіцця, пераламлення, палярызацыі, інтэрферэнцыі, паглынання і г. д. З гэтае прычыны больш падрабязнае азнаямленне з цеплавымі прамянямі адкладваецца ды адпаведных раздзелаў оптыкі.

З М Е С Т

ВУЧЭННЕ АБ РУХУ І СІЛАХ (МЕХАНІКА)

Стар.

А. Свабодны рух 5

Што такое рух? Палажэнне матэрыяльнага пункту ў прасторы—5. Вымярэнне даўжынь. Адзінка даўжыні—6. Ноніус—6. Катэтометр. Кампаратар—7. Ператварэнне каардынат—7. Адноснасць руху—9. Кірунак руху—11. Адзінка часу. Роўнамерны і няроўнамерны рух—12. Скорасць. Адзінка скорасці. „Размернасць" скорасці—13. Сусветная лінія—15. Першы закон Ньютона. Інерцыя—17. Скорасць пры няроўнамерным руху. Паскораны і замаруджаны рух—18. Скорасць і паскарэнне ў крывалінейным руху—20. Маса. Роўнасць мас—20. Другі закон Ньютона—22. Вымярэнне мас. Адзінка масы—22. Адзінка сілы—23. Імпульс. Колькасць руху—23. Формулы размернасці—24. Роўнамерна-пераменны прамалінейны рух—25. Свабоднае падзенне цел у пустаце—30. Сіла цяжару. Вага—31. Поле сілы цяжару. Роўнасць інертнай і цяжкой масы—32. Доследнае пацверджанне двух першых законаў руху Ньютона. Машына Атвуда—34. Трэці закон Ньютона. Роўнасць дзеяння і процідзеяння—35. Доказ роўнасці дзеяння і процідзеяння на машыне Пагендорфа—37. Уяўная супярэчнасць паміж законамі руху Ньютона і данымі доследамі—37. Сумесныя дзеянні некалькіх сіл. Складанні рухаў. Паралелаграм сіл—38. Рух кінутага цела ў пустаце—41. Уплыў вярчэння зямлі на кірунак падзення—43. Складанне і раскладанне сіл—44. Вектар. Скалар—45. Роўнавага сіл. Статыка. Дынаміка—46. Работа—47. Адзінка работы (кілограмметр)—48. Эрг. Конская сіла—49. Энергія. Кінетычная энергія. Патэнцыяльная энергія—49. Прынцып жывых сіл. Захаванне жывой сілы—51. Прынцып захавання энергіі—54.

Б. Рух па прадпісанай траекторыі 56

1. Рух абмежаваны плоскасцю . . . . . —

Нахіленая плоскасць. Рух па нахіленай плоскасці. Нахіленая плоскасць як простая машына—56. Падзенне ўздоўж нахіленай плоскасці—58. Таутахрома—58. Простыя машыны—58. Церце як перашкода руху—61.

2. Рух абмежаваны воссю. . . . . .

Ступені свабоды—63. Цвёрдае цела—64. Цела як сістэма матэрыяльных пунктаў. Закон захавання колькасці руху. Цэнтр масы—64. Удар—67.

а) Роўнавага цвёрдага цела, якое верціцца навакол восі 69

Перанясенне пункту прылажэння сілы—70. Статычны момант сілы. Роўнавага двух сіл, прыложаных да цела, якое можа вярцецца навакол восі—70. Паралельныя сілы, накіраваныя ў адзін бок—74. Паралельныя працілегла накіраваныя (антыпаралельныя) сілы. Пара сіл—75. Перанясенне сілы паралельна самой сабе—76. Цэнтр цяжару як

цэнтр паралельных сіл—77. Захаванне палажэння цэнтра цяжару—78. Устойлівая, няўстойлівая і абыякая роўнавага—79. Роўнавага цела, падвешанага на двух ніцях (біфілярны падвес)—81. Ужыванне вярчальнага цела ў якасці машыны. Блок. Ворат—81. Вагар—83. Ужыванне вагара—84. Вагі як вагар—85. Націскач Проні—88.

б) Вярчэнне цвёрдага цела навакол нерухомай восі—89. Перыяд абарачэння. Вуглавая скорасць. Вымярэнне вуглоў. Лінейная скорасць—89. Рух пад дзеяннем сіл Карыоліса—91. Закон Бера—94. Вуглавая скорасць як вектар—95. Дацэнтравая і адцэнтравая сілы—96. Прылады дэфармацыі цел пад дзеяннем адцэнтравай сілы—98. Велічыня дацэнтравай і адцэнтравай сіл—99. Рух планет. Сусветнае цегаценне. Рух пад дзеяннем цэнтральнай сілы (рух планет). Капернік і Кеплер—100. Першы закон Кеплера (форма планетных арбіт)—102. Другі закон Кеплера (скорасці планет)—102. Узаемнае прыцяжэнне планет і сонца. Паходжанне сонечнай сістэмы—103. Трэці закон Кеплера. Перыяды абарачэння планет. Велічыня прыцяжэння паміж сонцам і планетамі—104. Абарачэнне Месяца навакол Зямлі—106. Сусветнае цегаценне. Закон цегацення Ньютона. Гравітацыйная пастаянная—107. Доследны доказ закона цегацення. Шчыльнасць зямлі. Вага цел вышэй і ніжэй земнай паверхні—108. Прылівы і адлівы—110.

в) Вярчэнне цвёрдага цела навакол восі 112

Уплыў размеркавання масы цела на яго вярчэнне навакол восі—112. Момант інерцыі—114. Кожнай восі вярчэння адпавядае свой момант інерцыі—116. Прыклад—117. Перанясенне восі вярчэння паралельна самой сабе—118. Эліпсоід інерцыі—118. Радыус інерцыі—119. Раўнанне руху вярчальнага цела—119. Момант колькасці руху. Імпульс моманту і сілы—120. Закон захавання моманту колькасці руху. Закон плошчаў—121. Ваўчок. Рух Пуансо—123. Асноўныя законы дзеяння ваўчка (гіраскопа)—126. Тэхнічнае ўжыванне ваўчка. Ваўчок як гіпотэза для тлумачэння некаторых фізічных з'яў—127. Маятнік. Матэматычны маятнік—129. Перыяд ваганняў маятніка—131. Цыклаідальны маятнік—135. Балістычны маятнік—135. Згасанне ваганняў. Лагарыфмічны дэкрэмент—136. Фізічны маятнік. Цэнтр вагання. Абаротны маятнік—137. Дослед з маятнікам Фуко—138. Гадзіннік з маятнікам. Метраном. Секундны маятнік—139. Гарызантальны маятнік—140. Уплыў вярчэння Зямлі на вагу цела. Форма Зямлі—141. Паверхні ўзроўня. Залежнасць сілы цяжару ад шырыні—143. Круцільныя вагі Этвёша—144. Звязаныя маятнікі—146. Тэхнічныя ўжыванні механічных звязаных сістэм—148.

В. Агульныя прынцыпы механікі 149

Агульны прынцып статыкі; прынцып магчымых перамяшчэнняў—149. Агульны прынцып дынамікі: прынцып д'Аламбера—151. Адноснасць руху—152. Інерцыяльная сістэма адліку—154. Прынцып адноснасці ў класічнай механіцы. Формулы ператварэння—155. Супярэчнасць у прынцыпе адноснасці класічнай механікі: скорасць святла не залежыць ад руху сістэмы адліку (пастаянства скорасці і святла)—156. Адноснасць „адначасовасці". Адноснасць „вызначэння часу"—157. Геаметрычная інерпрэтацыя адначасовасці паводле Мінькоўскага, Эйнштэйна—159. Формулы ператварэння Ларэнца. Спецыяльны прынцып адноснасці (Эйнштэйн)—160. Тэарэма складання скорасцей—164. Паняцце масы ў тэорыі адноснасці. Інертнасць энергіі—165. Агульны прынцып адноснасці. Прынцып эквівалентнасці—167.

Г. Пругкія ўласцівасці цвёрдых цел 170

Працяжнасць. Дзялімасць. Атамы—170. Сашчапленне. Стан матэрыі—172. Шчыльнасць і ўдзельная вага—172. Пругкасць. Трываласць—174. Пругкі гістэрэзіс. Пругкае паслядзяленне. Рэлаксацыя—175. Розныя віды пругкасці—176. Закон Гука; сувязь паміж

дэфармацыяй і дзеючай сілай—178. Каэфіцыент пругкасці. Модуль пругкасці—178. Адхіленні ад закона Гука—179. Пругкія пастаянныя. Модуль сціскання—179. Абсалютнае супраціўленне. Цвёрдасць—180. Сіметрыя. Ізатропія. Аднароднасць—183. Структура крышталаў—184. Асноўныя крышталаграфічныя законы—185. Тэорыя крышталічнай будовы—186. Фізічныя ўласцівасці крышталаў—187.

Аб няпругкіх і пругкіх вадкіх целах (кропельныя вадкасці і газы).

А. 1. Роўнавага кропельных вадкасцей 191

Цвёрдыя і вадкія целы—191. Ідэальныя і радыяльныя вадкасці—191. Роўнавага вадкасці ў стане спакою—192. Размеркаванне ціску ўнутры вадкасці—193. Гідраўлічны прэс—194. Сціскальнасць. П'езометр—194. Ціск унутры вадкасці—194. Ціск знізу ўверх—195. Ціск на дно—196. Гідрастатычны парадокс—198. Вадкасць у злучаных судзінах—198. Бакавы ціск—200. Закон Архімеда. Гідрастатычныя вагі—200. Устойлівасць плаваючага цела. Метацэнтр—203. Гідрастатычная роўнавага земнай кары—204. Вымярэнне шчыльнасці цвёрдых цел—204. Вымярэнне шчыльнасці вадкасцей (вагі Мора, арэометр са шкалой)—205.

А. 2. Роўнавага газаў 207

Расшыральнасць. Сціскальнасць. Закон Бойля-Марыота—207. Кінетычная тэорыя газаў. Механічнае ўгрунтаванне закона Бойля-Марыота—208. Адхіленне ад закона Бойля-Марыота—209. Удакладненне закона Бойля-Марыота—209. Дыфузія газаў—210. Вага газаў—211. Выштурхвальная сіла—212. Прывядзенне рэзультатаў узважвання да пустаты—212. Паветраны шар. Дырыжабль—212. Ровень—214. Атмасферны ціск. Дослед Тарычэлі—214. Барометр—215. Вымярэнне вышыні з дапамогай барометра—216. Вымярэнне глыбіні з дапамогай барометра—217. Іртутны насос Гейслера—217. Насос Гедэ—218. Іртутны кандэнсацыйны насос (Лакмюра-Гедэ)—219. Паветраны насос з поршнем—220. Нагнятальны насос (кампрэсар)—221. Манометр—222. Вакуум-манометры—223. Усосвальны і нагнятальны вадзяныя насосы—223. Геронаў шар. Пажарны насос—225. Сіфон—225. Судзіна Марыота. Піпетка—227.

Б. Рух несціскальнай вадкасці і газу, разглядаемага як несціскальны 227

1. Ціск у рухоўнай вадкасці . . . . . —

Раўнанне Бернулі—228. Ціск і скорасць у рухоўнай вадкасці—231. Развязанне сцягаў—233. Усосвальнае і нагнятальнае дзеянне рухомнай вадкасці—233. Усосвальнае дзеянне струменя вадкасці або газу—234. Вымярэнне ціску і скорасці—234. Скорасць выцякання. Колькасць выцякаючай вадкасці (закон Тарычэлі)—236. Выцяканне газаў—238. Дыфузія газаў праз порыстыя целы—239. Закон дыфузіі Грэма—240.

2. Формы руху вадкасці 240

Свабодны ад вярчэння рух вадкасці—241. Віхры. Віхровыя ніці. Віхровыя трубкі—242. Лівейны віхор і віхровае кальцо—244. Сапраўдныя вадкасці. Церце ўнутранае і знешняе—246. Вызначэнне каэфіцыента вязкасці. Закон Пуазейля—248. Ламінарны і турбулентны рух—248. Лік Рэйнольдса—249. Супраціўленне вадкасці руху цвёрдага цела—250. Вадзяныя хвалі. Скорасць пашырэння—252. Група хваль. Хвалі пры праходжанні карабля—253. З'ява Магнуса. Ротар Флетнера—254. Аэраланы—255. Рухальная сіла вады. Вадзяныя колы. Вадзяныя турбіны—256.

В. Малекулярныя ўзаемадзеянні пры судатыканні вадкасцей, газаў і цвёрдых цел 258

Растворы—258. Дыфузія—260. Осмас. Асматычны ціск—261. Скорасць дыфузіі. Крышталоіды. Калоіды—263. Растворнасць газаў. Закон

Генры—264. Адсорбцыя газаў цвёрдымі целамі—265. Нацяжэнне ў наверхневым слоі вадкасці (паверхневае нацяжэнне)—266. Паверхневы слой у вадкасці. Залежнасць вытвараемага ім ціску ад крывізны наверхні—270. Судатыканне трох паверхняй—273. Капілярнасць—275.

Хвалевы рух 277

Ваганне—277. Ваганні рада пругка звязаных пунктаў—278. Ваганні рада пругка-звязаных пунктаў, перпендыкулярныя кірунку рада: папярочныя хвалі—281. Ваганні рада пругка звязаных пунктаў, якія (ваганні) пашыраюцца ўздоўж кірунку рада; уздоўжныя хвалі—282. Фазавая скорасць—283. Утварэнне хваль з пунктаў, якія робяць круговыя рухі—284. Раскладанне роўнамернага кругавога руху на два прамалінейныя вагальныя рухі—285. Складанне двух папярочных ваганняў—287. Паняцце аб палярызацыі—288. Электрамагнітныя хвалі—290. Складанне ваганняў (інтэрферэнцыя)—290. Стаячныя хвалі. Вузлы і пучнасці—292. Кожны вагальны пункт ёсць цэнтр узнікнення хваль. Прынцып Гюйгенса. Хвалявая паверхня—295. Скорасць пашырэння хваль—300. Адбіццё хваль—301.

Вучэнне аб гуку (акустыка) 301

А. Узнікненне, пашырэнне і ўспрыйманне гуку . . .

Фізіялагічная і фізічная акустыка—301. Шумы і музычныя тоны—302. Ваганні цела, якое гучыць—302. Сіла гуку—303. Вышыня тону. Лік ваганняў. Сірэна—305. Пашырэнне гуку ў паветры—306. Адбіццё гукавых хваль—307. Крыніцы гуку—309. Рэзананс—310. Рэзанатары—311. Чуллівае полымя—312. Успрыйманне гуку вухам—312. Фанограф—313. Інтэрвал—313. Музычная гама—314. Нармальны тон—314. Граніца чутнасці—315. Прынцып Доплера—315.

Б. Тэмбр гуку 317

Тэмбр—317. Тэарэма Фур'е. Закон Ома—317. Аналіз і сінтэз гуку—319.

В. Крыніцы гуку 319

Струны—319. Дадатковыя тоны—320. Стрыжні—321. Камертон—322. Мембраны і пласцінкі—322. Пучнасці—323. Уздоўжныя ваганні цвёрдых цел—323. Паветраныя слупы—324. Манаметрычны метад вывучэння ваганняў паветраных слупоў (Кёніг)—327. Вывучэнне ваганняў паветраных слупоў пры дапамозе пыльных фігур (Кундт)—328. Узбуджэнне ваганняў паветраных слупоў. Арганныя і язычковыя трубы—328. Спяваючае полымя—330. Галасавы апарат чалавека. Гартань—331.

Г. Інтэрферэнцыя і біенні 333

Інтэрферэнцыя—333. Біенні—334. Кансананс і дысананс—336. Камбінацыйныя тоны—337.

ЦЕПЛЫНЯ

Прырода цеплыні 339

А. Тэрмометрыя. 341

Адчуванне цяпла—341. Вызначэнне тэмпературы—341. Газавы тэрмометр—344. Калорыя, адзінка цеплыні—346. Будова тэрмометраў—346.

Б. Агульныя законы цеплыні (тэрмадынаміка) 348

Малекулярная тэорыя цеплыні і тэрмадынаміка—348. Першае палажэнне тэрмадынамікі, механічны эквівалент цеплыні—357. Другое палажэнне тэрмадынамікі. Кругавы працэс. Perpetuum mobile другога роду—355. Цыкль Карно—357. Зваротныя і незваротныя працэсы—361.

Энтропія—363. Тэхнічнае значэнне энтропіі—364. Фізічны сэнс энтропіі—366. Вынікі з другога палажэння—368. Трэцяе палажэнне тэрмадынамікі (цеплавая тэарэма Нернста)—368. Тэрмадынамічная шкала тэмператур—368.

В. Кінетычная тэорыя газаў 369

Ідэальны газ—371. Газавая пастаянная. Лік Авагадро—374. Скорасць газавых малекул—375.

Г. Змена размераў цел 377

Змена аб'ёму цвёрдага цела з тэмпературай—377. Кампенсаваны маятнік—378. Тэмпературныя змены аб'ёму вадкасцей—380. Вымярэнне расшырэння іртуці і вады—381. Змена аб'ёму і шчыльнасці вады—382. Тэмпературная змена аб'ёму газа—383.

Д. Каларыметрыя. Цеплаёмістасць 385

Калорыя—385. Удзельная цеплыня—386. Агульная характарыстыка калорыметрычных вымярэнняў—386. Метад таяння лёду—387. Метад зьмяшэння—388. Калорыметр Нернста для вельмі нізкіх тэмператур—389. Атамная цеплаёмістасць. Закон Дзюлона і Пці—389. Удзельная цеплыня газаў—390. Больш ранняя тэорыя цеплаёмістасці—393. Квантавая тэорыя цеплаёмістасці—396. Элементарны квант дзеяння (пастаянная Планка)—398

Е. Змена агрэгатнага стану 403

Плаўленне. Пункт плаўлення. Скрытая цеплыня плаўлення—403. Уплыў ціску на тэмпературу плаўлення—404. Змярзанне лёду—404. Скрытая цеплыня плаўлення—405. Зацвердзяванне—405. Растварэнне цвёрдага цела. Цеплыня растварэння—406. Крышталізацыя. Перасычэнне—406. Ператварэнне вадкага стану ў газападобны—407. Кіпенне—408. Пункт кіпення. Залежнасць ад ціску. Насычальны ціск—409. Сублімацыя—412. Вымярэнне ціску пары—413. Накапленне работы ў гарачай вадзе—414. Тэрмаметрычнае вымярэнне вышынь—414. Перагравaнне вадкасці—415. Дэстыляцыя—416. Паравая машына (Ньюкомен, Уат)—417. Тэрмадынамічнае карыснае дзеянне—418. Індыкатар. Індыкатарная дыяграма—419. Паравая турбіна (Лаваль Парсонс, 1884)—419. Паніжэнне ціску насычанай пары. Павышэнне пункту кіпення, паніжэнне пункту замярзання растворaў—420. Вызначэнне малекулярнай вагі паводле Рауля—421. Перагрэтая пара. Звадкаванне газаў—422. Крытычная тэмпература—423. Практычныя метады звадкавання газаў—424. Вопыт Джоуля—Тамсона—426. Машына Ліндэ—427. Цеплыня выпарэння. Яе вымярэнне—428. Тэхнічныя ўжыванні цеплыні кандэнсацыі і ахаладжэння пры выпарэнні—429. Халадзільныя і лёдаробныя машыны—430. Атмасферныя асадкі—430. Гіграметрыя—431. Шчыльнасць пары—433. Вымярэнне шчыльнасці пары—433. Суадносіны між шчыльнасцю пары і малекулярнай вагой—435.

Ж. Тэрмахімічныя працэсы 437

Дысацыяцыя—437. Цеплавы эфект—439. Хімічнае сродства. Тэарэма Нернста—441. Цеплыня згарання—445. Рэгенератыўная печ Сіменса—448. Згаранне, скорасць рэакцыі, узрыў—448. Рухавікі ўнутранога згарання (газавыя, вадкага паліва)—449. Полымя—450. Сонца—усеагульная крыніца цеплыні—451.

З. Пашырэнне цеплыні . . . . . .

Пашырэнне цеплыні шляхам цеплаправоднасці—453. Мера цеплаправоднасці—453. Закон Відэмана і Франца—455. Тэхнічныя ўжыванні добрых і дрэнных праваднікоў цяпла—456. Цеплаправоднасць вадкасцей і газаў—457. Пашырэнне цеплыні шляхам канвекцыі—458. Пашырэнне цеплыні шляхам праменявання—459.

ПАМЫЛКІ ДРУКУ

Стар.	Радок	Надрукавана	Павінна быць
9	13 знізу	вадзіць	навадзіць
9	4 „	скляпенні	сферы
13	11 „	бункт	пункт
14	1 зверху	у t секунду	у t секунд
24	2 „	(секунды)	(секунд)
25	15 „	t^{-2}.	-2
27	15 знізу	$= [кг^1 \cdot м^{-2} \cdot сек^2]$.	$= [кг^1 м \cdot ^{-1} сек^2]$.
42	17 зверху	$t = \sqrt{\frac{}{g}}$	$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, значыць, з вы-
43	7 знізу	на змяншэнне падзення	на змяншэнне вышыні падзення
47	25 зверху	павялічыць гэту сілу	павялічыць гэтую скорасць
49	18 знізу	100000 эргаў $\cong$ 1 $кгм$.	10^8 эргаў $\cong$ $кгм$
73	23 зверху	паміж сабою:	паміж сабою,
88	3 знізу	спыніўся-б)	астанавіўся-б)
94	18 зверху	у верхніх	у ніжніх
94	19 „	ў ніжніх	ў верхніх
96	22 знізу	Кампанента v	Кампанента v_1
107	8 зверху	$\frac{P}{F} = \frac{rg}{v^3}$	$\frac{P}{F} = \frac{rg}{v^2}$
109	4 „	$m'g = \frac{Mm'}{R^2}$	$m^1 g = \frac{Mm^1}{R^2} K$
164	20 і 21 зверху	ператвачэнне	ператварэнне
219	15 знізу	трубкі F	трубкі V
247	9 „	$= \frac{m \cdot l \cdot t^{-2}}{l^2 (l \cdot t^{-1}/l)} l^{-1} m\, t^{-1}$,	$= \frac{m \cdot l \cdot t^{-2}}{l^2 (lt^{-1}/l)} = l^{-1} m t^{-1}$,
359	6 зверху	$A = Q_1 - Q_2 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$	$A = Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right) = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$
360	2 „	$_1 - A = Q_2$	$Q_1 - A = Q_2$
389	Рыс. 361	Вакуум-каларыметра.	Вакуум-каларыметр.
398	7 зверху	$E_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{1 + \frac{\varepsilon}{kT} - 1} = \frac{1}{2} kT$	$E_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{1 + \frac{\varepsilon}{kT} - 1} = \frac{}{2} kT$
400	формула	$C'_v = \frac{1}{2} R \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \cdot \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2}$.	$C'_v = \frac{1}{2} R \cdot \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)^2}$.
405	8 знізу	$mx + mt' = (M + \mu^1)(t - t')$,	$mx + mt' = (M + \mu)(t - t')$,
421	1 „	$M_1 = \frac{m \cdot \tau_m}{\tau M_1}$, $M_2 = \frac{m \cdot \tau_m}{\tau M_2}$ ... і г. д.	$M_1 = \frac{m \cdot \tau_m}{\tau_{m_1}}$, $M_2 = \frac{m \cdot \tau_m}{\tau_{m_2}}$ ... і г. д.
422	9 зверху	$M \tau M = C$.	$M \tau_m = C$.

ЦАНА 5 р. 50 к.
Пераплёт 50 к.

На белорусском языке

А. БЕРЛИНЕР

КУРС ФИЗИКИ

ЧАСТЬ 1

МЕХАНИКА
ТЕПЛОТА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНСК 1934